



# Analyse de sensibilité du rayonnement acoustique d'une couche de mélange bidimensionnelle par différentiation complexe.

Hugo Vincent, Christophe Bogey

## ► To cite this version:

Hugo Vincent, Christophe Bogey. Analyse de sensibilité du rayonnement acoustique d'une couche de mélange bidimensionnelle par différentiation complexe.. 16ème Congrès Français d'Acoustique, (CFA) 2022, Société Française d'Acoustique; Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Apr 2022, Marseille, France. hal-03848120

**HAL Id: hal-03848120**

**<https://hal.science/hal-03848120>**

Submitted on 10 Nov 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



16<sup>ème</sup> Congrès Français d'Acoustique  
11-15 Avril 2022, Marseille

## Analyse de sensibilité par différentiation complexe du rayonnement acoustique d'une couche de mélange bidimensionnelle

H. Vincent, C. Bogey

Univ Lyon, Ecole Centrale de Lyon, CNRS, Univ Claude Bernard Lyon 1, INSA Lyon, LMFA, UMR5509  
69130, Ecully, France



L'influence du nombre de Mach et du nombre de Reynolds sur le bruit produit par une couche de mélange bidimensionnelle est étudiée à l'aide de simulations numériques directes avec la méthode de la différentiation complexe. Pour cela, des études paramétriques sont menées en réalisant des simulations de l'écoulement pour des nombres de Mach entre 0.2 et 0.4 et des nombres de Reynolds entre 400 et 12800. Dans ces simulations, la méthode de la différentiation complexe est mise en œuvre pour calculer les niveaux de bruit produits par la couche de mélange et leurs dérivées par rapport à un des deux nombres considérés, en un seul calcul. Un très bon accord est obtenu entre ces dérivées et les résultats des études paramétriques, montrant d'une part, la validité de la méthode de la différentiation complexe et, d'autre part, que cette méthode peut être employée pour décrire l'influence de paramètres clés sur le bruit produit par un écoulement.

## 1 Introduction

Dans l'étude du bruit d'origine aérodynamique, il est souvent nécessaire de décrire l'influence de paramètres clés, comme par exemple la vitesse de l'écoulement considéré, sur les champs sonores. Pour cela, une première méthode consiste à réaliser des simulations pour une large gamme de valeurs des paramètres étudiés. La réalisation de ces simulations peut nécessiter des temps de calcul très importants en pratique, en particulier lorsque la dynamique spatio-temporelle des écoulements traités est riche, comme par exemple dans le cas d'un jet turbulent. Une seconde approche, moins coûteuse, consiste à calculer les dérivées des variables de l'écoulement étudié par rapport aux paramètres considérés. Ces dérivées décrivent les effets d'une petite modification de la valeur des paramètres sur les variables de l'écoulement. Elles peuvent être utilisées pour étudier l'influence d'un paramètre sur un écoulement, comme le montrent Zayernouri & Metzger [1] dans leur étude de sensibilité du développement aérodynamique d'une couche de mélange aux effets visqueux et thermiques. Ces dérivées jouent aussi un rôle important dans de nombreux algorithmes d'optimisation et de contrôle [2]. À chaque itération de ces algorithmes, elles permettent en effet d'ajuster la valeur de paramètres de contrôle afin d'obtenir l'effet désiré, comme par exemple une réduction des niveaux sonores [3, 4].

Différentes méthodes peuvent être employées pour calculer les dérivées des variables d'un écoulement, comme celle des équations aux sensibilité [1], de la différentiation complexe [5, 6] ou encore des variables adjointes [3, 4]. Lu & Sagaut [5] ont mis en œuvre la méthode de la différentiation complexe sur différents écoulements compressibles bidimensionnels. Ils ont montré que cette méthode peut être utilisée pour obtenir les variables de l'écoulement et leurs dérivées en réalisant une seule simulation. La méthode de la différentiation complexe a ensuite été appliquée par Vergnault & Sagaut [6] avec la méthode de lattice Boltzmann pour analyser la sensibilité d'un écoulement contournant un cylindre aux effets visqueux. Pour contrôler un écoulement, elle a été implémentée par Leclerc *et al.* [7] afin de minimiser le coefficient de traînée d'un cylindre placé dans un écoulement. La méthode de la différentiation complexe, couplée à une technique de retournement temporel, a finalement été utilisée pour localiser des sources sonores dans des écoulements [8].

Dans la présente étude, la méthode de la différentiation complexe est mise en œuvre pour décrire l'influence des nombres de Mach et de Reynolds sur les niveaux sonores produits par une couche de mélange bidimensionnelle. À titre de comparaison, des études paramétriques sont menées en réalisant des simulations pour différents nombres de Mach et de Reynolds. Dans chacune des simulations, la dérivée des niveaux de bruit par rapport à un des deux nombres considérés est obtenue avec la méthode de la différentiation complexe. En comparant les dérivées calculées aux résultats des études paramétriques, la validité de la méthode de la différentiation complexe et sa capacité à décrire les effets d'un paramètre sur le bruit produit par écoulement pourront donc être étudiées.

Dans cet article, les méthodes numériques utilisées pour les simulations directes sont détaillées dans une première partie. La deuxième partie porte sur la méthode de la différentiation complexe et décrit notamment son implémentation. Des résultats sont finalement présentés dans une troisième partie.

## 2 Méthodes

### 2.1 Simulations numériques directes

Les simulations numériques directes sont réalisées avec un code de calcul précédemment développé au LMFA [9] qui résout les équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires en coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  à l'aide de schémas explicites faiblement dissipatifs et dispersifs. Des différences finies centrées sur onze points d'ordre quatre sont utilisées pour la discrétisation spatiale et un algorithme de Runge-Kutta à six sous-étapes d'ordre deux est implémenté pour l'intégration temporelle [10]. Un filtre centré sur onze points d'ordre six [11] est appliqué à chaque itération aux variables de l'écoulement pour supprimer les oscillations maille-à-maille sans affecter les nombres d'onde résolus avec précision. Des différences finies et des filtres décentrés sont utilisées aux frontières du domaine de calcul [12]. Les conditions aux limites de rayonnement de Tam & Dong [13] sont appliquées aux frontières pour permettre la sortie des ondes acoustiques sans produire des réflexions d'amplitude significative. Une zone éponge combinant un étirement du maillage, un filtrage Laplacien et un rappel de la densité et de la pression vers leurs valeurs ambiantes est aussi implémentée à la frontière aval.

## 2.2 Méthode de la différentiation complexe

La méthode de la différentiation complexe a été utilisée pour la première fois par Lyness & Moler [14] pour évaluer numériquement des dérivées de fonctions analytiques. Elle a été ensuite mise en œuvre par Vatsa [15] et par Anderson [16] pour obtenir les dérivées des variables des équations de Navier-Stokes stationnaires et enfin par Lu & Sagaut [5] sur des écoulements compressibles instationnaires. Cette méthode est employée dans la présente étude pour calculer les dérivées des niveaux de bruit produits par une couche de mélange par rapport à un paramètre, en une seule simulation.

Pour expliquer la méthode de la différentiation complexe, on peut considérer une fonction  $f(x)$  qui attribue des valeurs réelles à tout argument réel  $x$ . La série de Taylor de  $f(x)$  quand  $x$  est un nombre complexe égal à  $x_0 + i\varepsilon$ , où  $i$  est l'unité imaginaire, s'écrit de la manière suivante

$$f(x_0 + i\varepsilon) = f(x_0) + i\varepsilon \frac{df}{dx}(x_0) - \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{d^2f}{dx^2}(x_0) + O(\varepsilon^3). \quad (1)$$

La partie réelle de  $f(x_0 + i\varepsilon)$  donne la valeur de la fonction en  $x = x_0$  avec une erreur de l'ordre de  $O(\varepsilon^2)$  et sa partie imaginaire permet d'évaluer la dérivée  $df/dx$  en  $x = x_0$  par

$$\frac{df}{dx}(x_0) = \frac{\text{Im}[f(x_0 + i\varepsilon)]}{\varepsilon} + O(\varepsilon^2). \quad (2)$$

Ainsi, les dérivées des variables de l'écoulement par rapport à un paramètre peuvent être obtenues en réalisant une seule simulation dans laquelle une petite partie imaginaire est introduite au paramètre considéré.

En pratique, la méthode de la différentiation complexe est implémentée en définissant l'ensemble des variables du code de calcul comme des nombres complexes et en modifiant les fonctions analytiques utilisées pour qu'elles puissent prendre en compte des arguments complexes en entrée [17]. En terme de coût numérique, une simulation avec la méthode de la différentiation complexe requiert donc deux fois plus de mémoire. Elle est également environ 2.3 fois plus longue en temps de calcul.

## 3 Bruit rayonné par une couche de mélange

### 3.1 Définition de l'écoulement

Les couches de mélange bidimensionnelles considérées dans cet article sont proches de celles simulées dans les études de Colonius *et al.* [18] et de Bogey *et al.* [9]. À titre d'illustration, un schéma de l'écoulement est montré sur la figure 1. La couche de mélange est centrée en  $y = 0$ . La vitesse en entrée est donnée par le profil en tangente hyperbolique

$$u(y) = U_c - \frac{Mc_0}{2} \tanh\left(\frac{2y}{\delta_\omega}\right), \quad (3)$$

où  $U_c = (U_1 + U_2)/2$  est la vitesse moyenne de l'écoulement,  $M = (U_2 - U_1)/c_0$  est le nombre de Mach,  $c_0$  est la vitesse du

son dans le milieu ambiant,  $U_1$  et  $U_2$  sont respectivement les vitesses des écoulements lent et rapide et  $\delta_\omega$  est l'épaisseur de la nappe de vorticité en entrée du domaine de calcul. Le nombre de Reynolds, basé sur la différence de vitesse entre les deux écoulements, est donné par  $Re_\omega = \delta_\omega(U_2 - U_1)/\nu$ , où  $\nu$  est la viscosité moléculaire. La couche de mélange est excitée à sa fréquence fondamentale  $f$ , caractérisée par le nombre de Strouhal  $St_\omega = f\delta_\omega/U_c = 0.132$  [19], et à son premier sous-harmonique  $f/2$ , comme dans l'étude de Bogey *et al.* [9]. Cette excitation permet la formation de tourbillons et l'occurrence d'appariements tourbillonnaires à des positions fixes dans l'écoulement. Ces tourbillons peuvent être observés au centre de la zone de cisaillement sur la figure 1. Les appariements produisent des ondes sonores à une fréquence de  $f/2$  dans le champ acoustique. Ils constituent par ailleurs l'unique source de bruit présente dans le domaine de calcul.

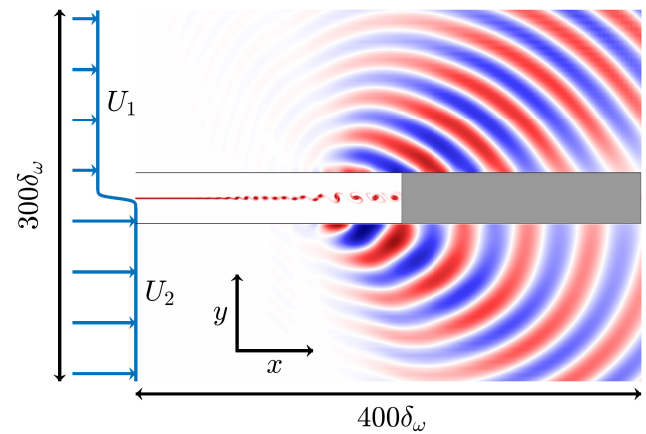


FIGURE 1 – Schéma d'une couche de mélange. Des champs instantanés de vorticité et de pression fluctuante sont représentés respectivement au centre et en périphérie de la zone de cisaillement. La zone éponge est colorée en gris. Seulement une partie du domaine de calcul est montr e.

### 3.2 Paramètres numériques

Un domaine de calcul de dimensions  $L_x = 1200\delta_\omega$  et  $L_y = 400\delta_\omega$  est utilisé. Il est discrétisé par un maillage cartésien. En  $x = y = 0$ , les longueurs des mailles dans les directions longitudinale et transverse sont fixées à  $\Delta x_0 = 0.2\delta_\omega$  et  $\Delta y_0 = 0.1\delta_\omega$ . Dans la direction transverse, les mailles sont étirées à partir de  $y = 0$  des deux côtés de la couche de mélange avec un taux de 4% jusqu'à atteindre une longueur de  $\Delta y \approx 5\delta_\omega$  en  $y \pm 124\delta_\omega$ . Dans la direction longitudinale, le pas d'espace  $\Delta x$  est constant jusqu'en  $x = x_{ze}$ , où  $x_{ze}$  désigne la position du début de la zone éponge, puis augmente à un taux de 2% jusqu'en  $x = L_x$ . La position  $x_{ze}$  varie de  $180\delta_\omega$  à  $300\delta_\omega$  dans les simulations pour isoler dans chacun des calculs le rayonnement acoustique produit par les appariements tourbillonnaires. Dans la zone éponge, les variables sont filtrées en utilisant un filtre Laplacien avec une intensité qui croît linéairement de 0 en  $x = x_{ze}$  à 0.2 en  $x = x_{ze} + x_\sigma$ , où  $x_\sigma$  varie entre  $100\delta_\omega$

et  $200\delta_\omega$  dans les simulations, puis est constant. Le pas de temps, basé sur la taille minimale des mailles dans la direction transverse et sur la vitesse du son dans le milieu ambiant, est donné par  $\Delta t = 0.9\Delta y_0/c_0$ .

### 3.3 Influence du nombre de Mach

L'influence du nombre de Mach sur le bruit produit par une couche de mélange est maintenant étudiée avec la méthode de la différentiation complexe.

#### Paramètres des simulations

Cinq simulations pour des nombres de Mach  $M = (U_2 - U_1)/c_0$  égaux à 0.2, 0.25, 0.3, 0.35 et 0.4 sont réalisées. La vitesse moyenne de l'écoulement  $U_c = (U_2 + U_1)/2$  est fixée à  $0.5c_0$ . L'épaisseur de la nappe de vorticité en  $x = 0$  est constante dans les simulations. Elle est fixée par le nombre de Reynolds  $Re_\omega = \delta_\omega \Delta U/\nu = 2000$ , où  $\Delta U = 0.2c_0$ .

#### Méthode de calcul des dérivées

Pour estimer les dérivées des variables de l'écoulement par rapport au nombre de Mach, une petite perturbation imaginaire  $i\varepsilon$  est introduite dans l'expression (3) du profil de vitesse en  $x = 0$  par

$$u(y) = U_c - \frac{Mc_0}{2} (1 + i\varepsilon) \tanh\left(\frac{2y}{\delta_\omega}\right), \quad (4)$$

où  $\varepsilon = 10^{-5}$ . La dérivée d'une variable de l'écoulement, notée  $\mathcal{J}$ , par rapport au nombre de Mach peut alors être obtenue à partir de la partie de imaginaire de  $\mathcal{J}$  de la manière suivante

$$\frac{d\mathcal{J}}{dM} = \frac{\text{Im}[\mathcal{J}]}{\varepsilon M}. \quad (5)$$

#### Directivité

Les niveaux d'intensité acoustique définis par

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}, \quad (6)$$

où  $I = p_{rms}^2/(\rho_0 c_0)$  est l'intensité acoustique,  $p_{rms}^2$  est la moyenne temporelle du carré des fluctuations de pression,  $\rho_0$  est la masse volumique du milieu ambiant et  $I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ , sont calculés sur des cercles centrés sur la position des appariements tourbillonnaires de rayon  $r = 200\delta_\omega$ . Ils sont représentés en fonction de l'angle polaire  $\theta$  par rapport à la direction de l'écoulement sur la figure 2. Dans tous les cas, deux lobes situés de part et d'autre de la zone de cisaillement peuvent être observés, conformément à des résultats de la littérature [9, 18]. Ils sont orientés vers l'aval en raison de la convection des sources sonores par l'écoulement. L'angle caractérisant la direction principale du rayonnement sonore, noté  $\theta_{\max}$ , croît avec  $M$ . Par exemple, on obtient  $\theta_{\max} \approx 35^\circ$  pour  $M = 0.3$ ,  $\theta_{\max} \approx 40^\circ$  pour  $M = 0.35$  et  $\theta_{\max} \approx 60^\circ$  pour

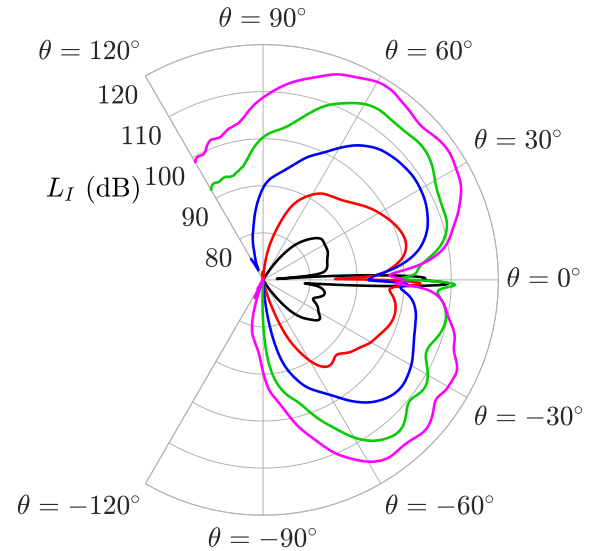


FIGURE 2 – Niveaux d'intensité acoustique  $L_I$  obtenus en  $r = 200\delta_\omega$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour  $M = 0.2$ ,  $M = 0.25$ ,  $M = 0.3$ ,  $M = 0.35$  et  $M = 0.4$ .

$M = 0.4$ . Dans toutes les directions, les niveaux d'intensité augmentent fortement avec le nombre de Mach, en accord avec l'étude théorique de Ffowcs-Williams [20] qui montre que l'intensité acoustique produit par un écoulement bidimensionnel est proportionnelle à  $M^7$ .

L'intensité acoustique normalisée par  $I_0$  et sa dérivée par rapport au nombre de Mach est tracée en fonction de l'angle  $\theta$  pour  $M = 0.3$  sur la figure 3. Cette dérivée est positive, comme attendu compte tenu de l'augmentation des niveaux d'intensité avec le nombre de Mach. Elle est proche de 0 dans la direction de l'écoulement, puis croît jusqu'à atteindre un maximum pour un angle  $\theta = 47^\circ$ , et diminue finalement de manière à être presque nulle pour  $\theta = 90^\circ$ . L'angle  $\theta = 47^\circ$  où la valeur de la dérivée est la plus importante est supérieur à l'angle  $\theta_{\max} = 32^\circ$  où l'intensité est maximale, ce qui indique une augmentation de la valeur de  $\theta_{\max}$  avec le nombre de Mach, en bon accord avec les résultats de l'étude paramétrique.

#### Puissance acoustique

Pour étudier la validité de la méthode de la différentiation complexe, les niveaux de puissance, définis par

$$L_W = 10 \log \frac{W}{W_0} \quad (7)$$

où  $W_0 = 10^{-12} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-3}$ , sont calculés. La puissance  $W$  est estimée en intégrant l'intensité acoustique sur un cercle centré sur la position des appariements tourbillonnaires de rayon  $r = 200\delta_\omega$ . Les niveaux de puissance sont représentés en fonction du nombre de Mach sur la figure 4. Ils croissent fortement pour  $M < 0.3$ , puis plus faiblement pour  $M \geq 0.3$ . Pour  $M \geq 0.3$ , les niveaux de puissance sont presque proportionnels à la puissance sept du nombre de Mach,

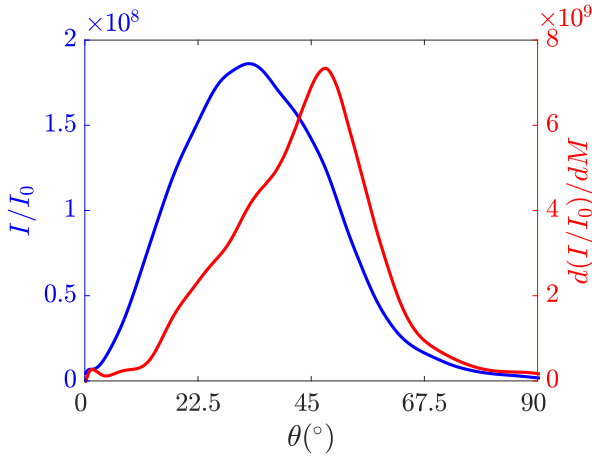


FIGURE 3 – Variations de — l'intensité acoustique normalisée  $I/I_0$  et — de sa dérivée par rapport à  $M$  obtenues en  $r = 200 \delta_\omega$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour  $M = 0.3$ .

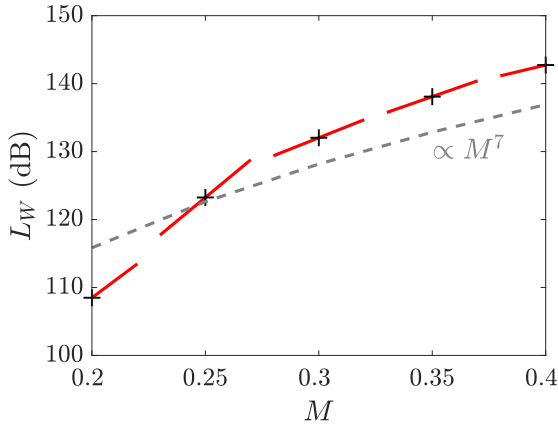


FIGURE 4 – Variations du niveau de puissance acoustique  $L_W$  en fonction du nombre de Mach  $M$ ; les dérivées évaluées avec la méthode de la différentiation complexe sont représentées par des pentes rouges.

conformément à l'étude théorique de Ffowcs-Williams [20]. Les dérivées des niveaux de puissance sont aussi montrées sur la figure 4. Elles sont en très bon accord avec les résultats de l'étude paramétrique et mettent donc en évidence la validité de la méthode de la différentiation complexe.

### 3.4 Influence du nombre de Reynolds

La méthode de la différentiation complexe est à présent mise en œuvre pour étudier l'influence du nombre de Reynolds sur le rayonnement acoustique produit par une couche de mélange.

#### Paramètres des simulations

Six simulations pour des nombres de Reynolds  $Re_\omega = \delta_\omega(U_2 - U_1)/\nu$  égaux à 400, 800, 1600, 3200, 6400 et 12800 et une simulation non visqueuse ( $Re_\omega = \infty$ )

sont réalisées. La différence de vitesse  $U_2 - U_1$  et la vitesse moyenne de l'écoulement  $U_c = (U_1 + U_2)/2$  sont respectivement fixées à  $0.3c_0$  et  $0.5c_0$ . L'épaisseur de la nappe de vorticité en  $x = 0$  est obtenue à partir du nombre de Reynolds  $Re_\omega = \delta_\omega(U_2 - U_1)/\nu$ .

#### Méthode de calcul des dérivées

Pour obtenir les dérivées des variables de l'écoulement par rapport au nombre de Reynolds, une petite perturbation imaginaire est introduite dans la viscosité moléculaire de la manière suivante

$$\nu \rightarrow \nu(1 + i\varepsilon), \quad (8)$$

où  $\varepsilon = 10^{-5}$ . La dérivée d'une variable  $\mathcal{J}$  peut alors être calculée à partir de la partie de imaginaire de  $\mathcal{J}$  avec le théorème de dérivation des fonctions composées telle que

$$\frac{d\mathcal{J}}{dRe_\omega} = \frac{d\mathcal{J}}{d\nu} \frac{d\nu}{dRe_\omega} \quad (9)$$

$$= \frac{\text{Im}[\mathcal{J}]}{\varepsilon\nu} \left( -\frac{\delta_\omega(U_2 - U_1)}{Re_\omega^2} \right) \quad (10)$$

$$= -\frac{\text{Im}[\mathcal{J}]}{\varepsilon Re_\omega}. \quad (11)$$

#### Directivité

Les niveaux d'intensité acoustique obtenus à une distance  $r = 200\delta_\omega$  de la position des appariements tourbillonnaires sont tracés en fonction de l'angle  $\theta$  sur la figure 5. Comme dans l'étude de l'influence du nombre de Mach, deux lobes de directivité peuvent être observés dans tous les cas. Dans ces lobes, les niveaux d'intensité augmentent avec le nombre de Reynolds vers les valeurs limites obtenues pour  $Re_\omega = \infty$ , comme attendu compte tenu de la diminution de l'influence des effets visqueux avec le nombre de Reynolds [21]. L'augmentation est plus forte à bas Reynolds que pour  $Re_\omega \geq 1600$ . Par exemple, les niveaux d'intensité maximums croissent de 12.4 dB entre  $Re_\omega = 400$  et  $Re_\omega = 800$ , de 6.5 dB entre  $Re_\omega = 800$  et  $Re_\omega = 1600$  et de 1 dB entre  $Re_\omega = 1600$  et  $Re_\omega = 3200$ . L'angle  $\theta_{\max}$ , où les niveaux sonores sont maximums, augmente aussi avec le nombre de Reynolds. Il croît à partir de  $\theta_{\max} = 16^\circ$  pour  $Re_\omega = 400$  vers la valeur limite  $\theta_{\max} = 50^\circ$  obtenue pour  $Re_\omega = \infty$ .

L'intensité acoustique normalisée  $I/I_0$  et sa dérivée par rapport au nombre de Reynolds sont tracées en fonction de l'angle  $\theta$  pour  $Re_\omega = 1600$  sur la figure 6. La dérivée est positive dans la direction principale du rayonnement acoustique. Elle augmente jusqu'à être maximale pour un angle  $\theta = 35^\circ$  qui est supérieur à l'angle  $\theta_{\max} = 23^\circ$ , montrant une croissance de  $\theta_{\max}$  avec le nombre de Reynolds pour  $Re_\omega = 1600$ , conformément aux résultats de l'étude paramétrique. Pour  $\theta > 35^\circ$ , la dérivée de l'intensité diminue de manière à être presque nulle en  $\theta = 90^\circ$ .

#### Puissance acoustique

Les niveaux de puissance acoustique et leurs dérivées par rapport au nombre de Reynolds sont représentés en fonction

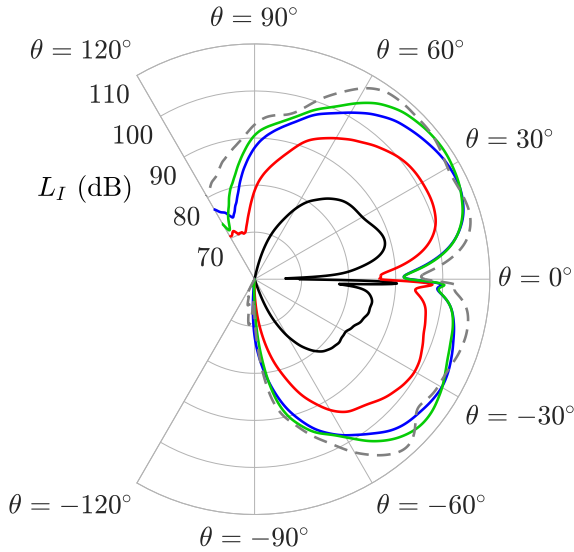


FIGURE 5 – Niveaux d'intensité acoustique  $L_I$  obtenus en  $r = 200 \delta_\omega$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour —  $Re_\omega = 400$ , —  $Re_\omega = 800$ , —  $Re_\omega = 1600$ , —  $Re_\omega = 3200$  et ---  $Re_\omega = \infty$ .

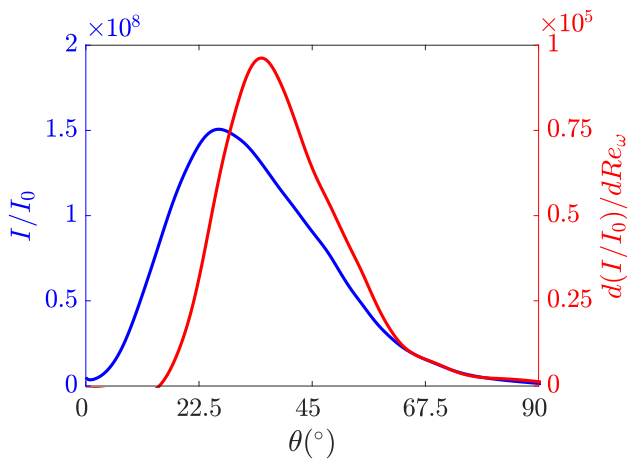


FIGURE 6 – Variations de — l'intensité acoustique normalisée  $I/I_0$  et — de sa dérivée par rapport à  $Re_\omega$  obtenues en  $r = 200 \delta_\omega$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour  $Re_\omega = 1600$ .

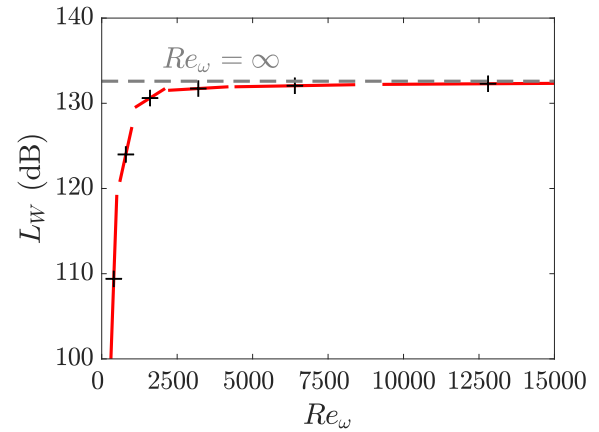


FIGURE 7 – Variation du niveau de puissance acoustique  $L_W$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re_\omega$ ; les dérivées évaluées avec la méthode de la différentiation complexe sont représentées par des pentes rouges.

du nombre de Reynolds sur la figure 7. Ils augmentent très fortement à bas nombre de Reynolds et plus faiblement ensuite en tendant vers la valeur obtenue avec la simulation non visqueuse ( $Re_\omega = \infty$ ). Les pentes associées aux dérivées suivent l'évolution des niveaux de puissances déterminée par l'étude paramétrique, montrant une nouvelle fois la validité de la méthode de la différentiation complexe. Plus précisément, les valeurs des dérivées sont positives et diminuent jusqu'à être proche de 0 pour  $Re_\omega = 12800$ .

## 4 Conclusion

Dans cet article, l'influence des nombres de Mach et de Reynolds sur le bruit produit par une couche de mélange bidimensionnelle a été étudiée à l'aide de simulations directes avec la méthode de la différentiation complexe. Des comparaisons entre les résultats obtenus avec cette méthode et ceux d'études paramétriques ont permis de montrer la validité de la méthode de la différentiation complexe et de mettre en évidence sa capacité à décrire les effets d'un paramètre physique sur le rayonnement acoustique émis par un écoulement. À l'avenir, cette méthode pourra être mise en œuvre dans des cas où la réalisation d'études paramétriques est difficile, pour analyser la sensibilité d'un écoulement au maillage par exemple.

## Remerciements

La présente étude a été réalisée grâce au financement du projet régional FUI25 CALM-AA (Ciblage des sources par voie Logicielle et Méthodes inverses pour l'AéroAcoustique), projet cofinancé par le fonds européen de développement régional. Les simulations ont été réalisées grâce aux ressources numériques du PMCS2I (Pôle de Modélisation et de Calcul en Sciences de l'Ingénieur de l'Information) de l'École Centrale de Lyon. Ce travail a été

réalisé au sein du LABEX CeLyA (ANR-10-LABX-0060) de l'Université de Lyon, dans le cadre du programme « Investissements d'Avenir » (ANR-16-IDEX-0005) de l'Etat Français, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR).

## Références

- [1] M. Zayernouri et M. Metzger, Coherent features in the sensitivity field of a planar mixing layer, *Physics of Fluids* **2**, 025105 (2011).
- [2] W. H. Press, S.A. Teukolsky, W. T. Vetterling et B.P. Flannery, *Numerical recipes 3rd edition : The art of scientific computing*, Cambridge University Press, (2007).
- [3] M. Wei et J. Freund, A noise-controlled free shear flow, *Journal of Fluid Mechanics* **546**, 123-152 (2006).
- [4] E. Vergnault et P. Sagaut, An adjoint-based lattice Boltzmann method for noise control problems, *Journal of Computational Physics* **276**, 39-61 (2014).
- [5] S. Lu et P. Sagaut, Direct sensitivity analysis for smooth unsteady compressible flows using complex differentiation, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **53**, 1863-1886 (2007).
- [6] E. Vergnault et P. Sagaut, Application of Lattice Boltzmann Method to sensitivity analysis via complex differentiation, *Journal of Computational Physics* **230**, 5417-5429 (2011).
- [7] E. Leclerc, P. Sagaut et B. Mohammadi, On the use of incomplete sensitivities for feedback control of laminar vortex shedding, *Computers & Fluids* **35**, 1432-1443 (2006).
- [8] P. Druault, R. Marchiano et P. Sagaut, Localization of aeroacoustic sound sources in viscous flows by a time reversal method, *Journal of Sound and Vibration* **332**, 3655-3669 (2013).
- [9] C. Bogey, C. Bailly et D. Juvé, Numerical simulation of sound generated by vortex pairing in a mixing layer **38**, *AIAA Journal*, 2210-2218 (2000).
- [10] C. Bogey et C. Bailly, A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations, *Journal of Computational Physics* **194**, 194-214 (2004).
- [11] C. Bogey, N. Cacqueray et C. Bailly, A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non-linear computations, *Journal of Computational Physics* **228**, 1447-1465 (2009).
- [12] J. Berland, C. Bogey, O. Marsden et C. Bailly, High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems, *Journal of Computational Physics* **224**, 637-662 (2007).
- [13] C. K. W. Tam et Z. Dong, Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow, *Journal of Computational Acoustics* **4**, 175-201 (1996).
- [14] J. N. Lyness et C. B. Moler, Numerical differentiation of analytic functions, *SIAM Journal on Numerical Analysis* **4**, 202-210 (1967).
- [15] V. N. Vatsa, Computation of sensitivity derivatives of Navier-Stokes equations using complex variables, *Advances in Engineering Software* **31**, 655-659 (2000).
- [16] W. K. Anderson, J. C. Newman, D. L. Whitefield et E. J. Nielsen, Sensitivity analysis for Navier-Stokes equations on unstructured meshes using complex variables, *AIAA Journal* **39**, 56-63 (2001).
- [17] J. R. R. A. Martins, P. Sturza et J. J. Alonso, The complex-step derivative approximation, *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)* **29**, 245-262 (2003).
- [18] T. Colonius, S. K. Lele et P. Moin, Sound generation in a mixing layer, *Journal of Fluid Mechanics* **330**, 375-409 (1997).
- [19] A. Michalke, On the inviscid instability of the hyperbolic tangent velocity profile, *Journal of Fluid Mechanics* **4**, 543-556, (1964).
- [20] J. E. Ffowcs Williams, Hydrodynamic noise, *Annual Review of Fluid Mechanics* **1**, 197-222 (1969).
- [21] G. I. Taylor, Statistical Theory of Turbulence, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences* **151**, 421-444 (1935).