



**HAL**  
open science

## Épaisseur d'un film dynamique derrière un ménisque récessif

Didier Lasseux, Michel Quintard

► **To cite this version:**

Didier Lasseux, Michel Quintard. Épaisseur d'un film dynamique derrière un ménisque récessif. Comptes Rendus. Mécanique, 1991, Mécanique des Fluides, II (313), pp.1375-1381. hal-03827793

**HAL Id: hal-03827793**

**<https://hal.science/hal-03827793>**

Submitted on 24 Oct 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Épaisseur d'un film dynamique derrière un ménisque récessif

Didier LASSEUX et Michel QUINTARD

**Résumé** — L'épaisseur du film liquide résiduel, déposé sur la paroi d'une cavité capillaire verticale lors du drainage d'un liquide mouillant, est étudiée expérimentalement. L'étude est faite pour des tubes cylindriques à section droite circulaire et pour le cas Hele-Shaw. La corrélation, obtenue entre le nombre capillaire de l'écoulement et l'épaisseur du film, est comparée à un modèle analytique dans ces deux géométries; l'accent est mis sur l'influence du nombre de Bond.

### Film thickness behind a receding meniscus

**Abstract** — The film thickness remaining on the wall of a vertical capillary gap during the drainage of a wetting liquid, is studied experimentally. Both cylindrical capillary tubes of circular cross-section and Hele-Shaw cells are concerned. The correlation obtained between the film-thickness and the capillary number of the flow is compared with an analytical film-thickness model designed for both geometries. Emphasis is laid upon the Bond number effect.

**Abridged English Version** — During the gas-liquid drainage in a vertical capillary of circular section of radius  $r$ , or between two closed plane parallel plates distant from  $2b$  (Hele-Shaw cell), a dynamic wetting liquid film is left on the walls behind the receding interface. If  $\mu$ ,  $\rho$ ,  $\gamma$ ,  $V$ , and  $g$  represent, respectively, the dynamic viscosity and the density of the wetting liquid, the two-fluid interfacial tension, a characteristic velocity of the flow, and the gravity acceleration, then the capillary number,  $Ca$ , ratio of viscous forces to interfacial tension forces, is expressed by:  $Ca = \mu V / \gamma$ , and the Bond number,  $Bd$ , ratio of gravitational to interfacial tension forces, is given by:  $Bd = \rho g r^2 / \gamma$  (or  $Bd = \rho g b^2 / \gamma$ ). Pressure and density are assumed to be constant in the gas phase.

Elaborated with a set of hypotheses detailed in [1], many studies of the wetting film-thickness remaining on surfaces such as: plates ([2] to [5]), walls of capillary tubes ([6], [7]) and Hele-Shaw cells [8] have led to the same relation (1). This result has been obtained for several hydrodynamic conditions, the significance of  $R$  and  $V$  depending on the problem under consideration.

Agreement of the relation (1) with experimental results obtained on the last two above mentioned geometries, for capillary numbers less than  $3 \times 10^{-3}$  and small Bond numbers ( $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ) seems rather satisfactory, whether in horizontal ([6], [9] and [10]) or in vertical configurations ([6], [13]). Discrepancies, probably due to gravity effects, have although been observed for larger values of the Bond numbers on horizontal cavities ([9], [11] and [12]).

Our objective is to study film thickness, obtained in cylindrical capillary tubes and in a Hele-Shaw cell, both vertical, for different Bond numbers: 0.1 and 1.03, and capillary numbers ranging from  $10^{-4}$  to 0.1. Experimental film thickness results are compared to an analytical model detailed in [1].

In the first stage of the experiment, the capillary gap is filled to the position  $Z_0$  (Fig. 1a) with a perfectly wetting silicone oil. While a constant flow rate is imposed at the bottom of the gap, the film is set on the walls (Fig. 1b). The velocity of the lowest point of the interface,  $V$  ( $V$  is the velocity reference in the capillary number) is calculated from recorded photographs of the interface positions. In the second stage of the experiment, the bulk

Note présentée par Michel COMBARNOUS.

drainage is stopped and the interface position is labelled  $Z_1$  (Fig. 1c). From this point on the interface rises in the gap (Fig. 1d), with a kinetic depicted on Figure 2, until the equilibrium position  $Z_f$  is reached (Fig. 1e). Assuming that the dynamic film-thickness is constant between  $Z_0$  and  $Z_1$ , and the adsorbed film volume is negligible at the final equilibrium, a mass balance between  $(Z_0, Z_1)$  and  $(Z_1, Z_f)$  gives the film-thickness as a function of  $Z_0$ ,  $Z_1$  and  $Z_f$  [relation (2) in the tube case, and relation (3) in the Hele-Shaw case]. The relation (2) underestimates the film-thickness while the relation (3) overestimates it. The relative error is less than 3%.

Experiments, made at a constant temperature, are conducted with silicone oils that have a constant  $\rho/\gamma$  ratio, so that the Bond number is constant for a given value of  $r$  or  $b$ . Experimental film-thickness results, obtained in tubes of  $r=0.5$  mm (Bd=0.1) and  $r=1.5$  mm (Bd=1.03) inner radius, are presented on figure 3a, with the corresponding fittings, given by (4) and (5). Experimental film-thickness results and fitting (6), obtained in a Hele-Shaw cell for which  $2b=3$  mm (Bd=1.03), are presented on figure 3b.

If the Bond number is no longer neglected in the interpretation of the physical process, it is easy to show [1] that the film-thickness is described by the relation (7) for the tube case, and (8) for the Hele-Shaw case. In these two last equations,  $\lambda_2$  represents the three-phase contact point height (made dimensionless by  $r$  or  $b$ ) when the interface is in the equilibrium state within the corresponding capillary gap. For the tube case, the equation (7) leads to the relation (9) when Bd=1.03 and (10) when Bd=0.1. These two analytical predictions are represented by solid lines on Figure 3a. For the Hele-Shaw case and Bd=1.03, the equation (8) leads to the relation (11), which is represented by the solid line on Figure 3b.

The comparison of the experimental and analytical results allows us to conclude that: (i) for a given Bond number, a relation between the film-thickness and  $Ca^{2/3}$ , is consistent; (ii) the Bond number has an important influence on the physical process and the present results complete previous studies made for small Bond numbers in vertical capillaries [6]; (iii) experimental results and analytical predictions are in good agreement, provided the capillary number is small; (iv) in the Hele-Shaw case, the analytical model under-predicts experimental film-thicknesses: interfacial gradients and three-dimensional effects during the experiments can explain such a difference; (v) on the contrary, the analytical model over-predicts experimental results in the tubes case. As shown by the numerical solution of the free boundary flow in the Hele-Shaw case ([1], [14]), this is probably due to the lubrication approximation (unidirectional velocity field in the film) used in the analytical description.

---

1. INTRODUCTION. — Lors du drainage à débit constant d'un liquide mouillant dans un tube capillaire de section droite circulaire de rayon  $r$  ou dans une cavité Hele-Shaw dont les parois planes parallèles sont espacées de  $2b$ , un film dynamique subsiste derrière l'interface en mouvement. Les deux fluides, le liquide, de viscosité dynamique  $\mu$  et de masse volumique  $\rho$  et un gaz de densité négligeable, ont une tension interfaciale  $\gamma$ .

Le drainage s'effectuant à débit constant, l'interface liquide-gaz, initialement à l'équilibre, se déforme, au début du processus, essentiellement à cause des *forces de viscosité*. L'épaisseur de la couche de liquide, déposée sur la paroi, diminue ensuite sous l'effet conjugué des *forces de tension interfaciale* et des *forces de gravité*. Les contributions relatives de ces forces s'expriment à l'aide du nombre capillaire,  $Ca = \mu V/\gamma$ , d'une part,  $V$  étant la vitesse du point de l'interface sur l'axe de symétrie de la cavité capillaire, et

du nombre de Bond,  $Bd = \rho g r^2 / \gamma$  ou  $Bd = \rho g b^2 / \gamma$ , d'autre part,  $g$  représentant l'accélération de la pesanteur.

Plusieurs études théoriques ([1] à [8]) ont montré que, dans de nombreuses situations d'écoulement diphasique, l'épaisseur,  $e$ , du film mouillant sur la paroi est reliée au seul nombre capillaire par la relation :

$$(1) \quad e/R = 1,3 Ca^{2/3} = 1,3 (\mu V/\gamma)^{2/3}$$

le coefficient 1,3 étant une constante d'intégration et  $R$  une longueur de référence.

Ce résultat s'obtient par l'étude, en repère mobile, des deux parties à faible et forte courbure de la surface libre, avec une condition de raccordement. En outre, elle repose sur les principales hypothèses suivantes : le liquide mouille parfaitement la paroi; la pression est constante dans la phase gazeuse non mouillante; le film, stable, est d'épaisseur stationnaire constante le long de la paroi; le nombre capillaire est très petit devant l'unité; le nombre de Bond est négligé; l'écoulement dans le film est unidirectionnel, parallèle à la paroi; les singularités hydrodynamiques au voisinage du ménisque et éventuellement de la ligne triple, lieu des points où se produit le contact à trois phases, ne sont pas prises en compte.

La relation (1) a été obtenue pour décrire l'épaisseur du film qui apparaît :

- sur une plaque plane tirée verticalement à vitesse constante,  $V$ , depuis un réservoir contenant le liquide ([2] à [5]) :  $R$  représente le rayon de courbure de l'interface à l'équilibre au contact du solide,

- entre la paroi d'un tube capillaire horizontal initialement saturé de liquide mouillant et une bulle de fluide non mouillant se déplaçant à l'intérieur à la vitesse  $V$  ([6], [7]) :  $R$  représente le rayon du tube,

- sur les parois d'une cellule Hele-shaw horizontale lorsqu'un fluide draine un liquide parfaitement mouillant [8] :  $R$  représente le demi-espace entre les parois de la cellule et  $V$  « la vitesse de déplacement des fluides, supposée constante ».

Dans la limite des nombres capillaires inférieurs à  $3 \cdot 10^{-3}$ , des travaux expérimentaux sur ces deux derniers types de cavités, placées horizontalement, ont permis de confirmer, de manière relativement satisfaisante, la relation (1) ([6], [9] et [10]). Cependant, pour de fortes valeurs de  $Bd$  (supérieures à  $5 \cdot 10^{-2}$ ), des écarts à cette même relation, probablement dus pour partie aux effets de la gravité, ont été constatés ([9], [11] et [12]).

Dans le cas où ces cavités sont verticales et toujours pour des nombres capillaires suffisamment petits, quelques expériences à faibles nombres de Bond ( $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ) ont également confirmé la relation (1) ([6], [13]). En revanche, assez peu de résultats d'épaisseurs de film, dans cette configuration, ont été obtenus à forts nombres de Bond, supérieurs à 0,1.

L'objectif de ce travail est de présenter des résultats expérimentaux d'épaisseur de film, obtenus au cours d'un drainage dans des tubes cylindriques à section circulaire et dans une cellule Hele-Shaw verticaux pour deux nombres de Bond (0,1 et 1,03) et des nombres capillaires variant de  $10^{-4}$  à 0,1. Ces résultats sont confrontés à un modèle analytique développé pour chacune de ces géométries, élaboré par un nombre de Bond quelconque et détaillé dans [1].

2. EXPÉRIENCES. — Le dispositif expérimental se compose principalement d'une cavité capillaire verticale (tube ou cellule Hele-Shaw) munie d'une vanne à chacune de ses extrémités et disposée dans une atmosphère régulée en température. Dans une première étape, après avoir saturé la cavité de liquide mouillant jusqu'à la cote  $Z_0$  (fig. 1 a), le

drainage est effectué à débit constant (*fig. 1 b*), grâce à une pompe. La position du front, repérée par prise de clichés à des instants déterminés, permet de calculer la vitesse du point axial de l'interface,  $V$ , et d'en déduire le nombre capillaire. Lorsque ce point atteint la cote  $Z_1$  (*fig. 1 c*), le drainage est stoppé, et les fluides à l'intérieur de la cavité sont isolés de l'extérieur. Afin d'obtenir des volumes de film significatifs,  $Z_1 - Z_0$  est supérieur à 100 fois la valeur de  $r$  ou  $b$ .

Le film déposé sur la paroi s'amincit ensuite, dans une seconde étape, et provoque la remontée du front dans la cavité (*fig. 1 d*). Un exemple de cinétique de drainage du film, repérée par clichés photographiques du front remontant, est présenté sur la figure 2. Au bout d'un temps suffisamment long, le point axial de l'interface se stabilise à la cote  $Z_f$  (*fig. 1 e*).

Moyennant les hypothèses principales que l'épaisseur du film est constante entre  $Z_0$  et  $Z_f$  (hypothèse conforme aux travaux théoriques [1]) et que le volume du film adsorbé est négligeable à l'équilibre final, le bilan de masse entre l'instant initial et l'instant final de la seconde étape permet d'écrire :

dans le cas du tube :

$$(2) \quad e/r = 1 - [(Z_0 - Z_f)/(Z_0 - Z_1)]^{1/2}$$

dans le cas Hele-Shaw :

$$(3) \quad e/b = (Z_f - Z_1)/(Z_0 - Z_1)$$

Ces deux relations supposent que le ménisque, à l'issue de la première étape (*fig. 1 c*), est identique au ménisque statique. En conséquence, (2) sous-estime l'épaisseur du film tandis que (3) la surestime, l'erreur ne dépassant pas 3 %. Par ailleurs, l'erreur expérimentale liée à la détermination des positions du front et du nombre capillaire ne dépasse pas 10 %.

Des expériences à différents nombres capillaires ont été réalisées avec différentes huiles silicones qui mouillent parfaitement les parois en verre borosilicaté des cavités utilisées. Toutes ces huiles ont un rapport  $\rho/\gamma$  constant, ce qui permet de mener des expériences à nombre de Bond constant pour une géométrie donnée. Ces expériences ont été effectuées :

- dans des tubes de diamètre 3 mm avec cinq huiles de viscosité allant de 20 à 500 Pa.s;  $Bd \simeq 1,03$ ,
- dans des tubes de diamètre 1 mm avec une huile de viscosité 500 Pa.s;  $Bd \simeq 0,1$ ,
- dans une cellule Hele-Shaw, dont l'extension horizontale est de 240 mm et l'espace entre les plaques est  $2b = 3$  mm, avec deux huiles de viscosité 50 et 500 Pa.s;  $Bd \simeq 1,03$ .

Les résultats d'épaisseurs de film, obtenus dans le cas des tubes, sont présentés en fonction du nombre capillaire, et pour les deux valeurs du nombre de Bond, sur la figure 3 a. En adoptant une corrélation du type :  $e/r = a Ca^n$ , un lissage effectué sur les points expérimentaux donne :

$$(4) \quad e/r = (0,65 \pm 0,03) Ca^{(0,68 \pm 0,01)}; \quad Bd = 1,03$$

et :

$$(5) \quad e/r = (1,3 \pm 0,3) Ca^{(0,70 \pm 0,05)}; \quad Bd = 0,1$$

Les résultats obtenus dans le cas Hele-Shaw sont présentés sur la figure 3 b et sont correctement lissés par une relation du type :

$$(6) \quad e/b = (0,97 \pm 0,14) Ca^{(0,67 \pm 0,02)}; \quad Bd = 1,03$$

Ces corrélations expérimentales ont été obtenues pour des nombres capillaires compris entre 0,000 2 et 0,3 environ (voir *fig. 3*).

3. RÉSULTATS ANALYTIQUES. — En utilisant une démarche analogue à celle reportée dans [2] et dans le cadre des hypothèses rappelées plus haut, nous avons montré [1] que l'épaisseur du film dynamique est reliée au nombre capillaire,  $Ca$ , par :

pour les tubes :

$$(7) \quad e_0/r = [1.338/(Bd \lambda_2 - 1)] Ca^{2/3}$$

pour le cas Hele-Shaw :

$$(8) \quad e_0/b = [1.338/(Bd \lambda_2)] Ca^{2/3}$$

Ces deux relations sont obtenues pour un nombre de Bond quelconque.

Dans les deux égalités (7) et (8),  $\lambda_2$  désigne la hauteur du point triple, rapportée à  $r$  ou  $b$ , à l'équilibre capillaro-gravitaire dans la géométrie concernée. De (7) on déduit, pour le cas des tubes, dans le cadre d'un mouillage total :

$$(9) \quad e/r = 0,83 Ca^{2/3} \quad (Bd = 1,03)$$

et

$$(10) \quad e/r = 1,28 Ca^{2/3} \quad (Bd = 0,1)$$

relations représentées sur la figure 3 *a*. De (8) on tire, pour le cas Hele-Shaw et toujours en considérant un mouillage total :

$$(11) \quad e/b = 0,81 Ca^{2/3} \quad (Bd = 1,03)$$

relation représentée sur la figure 3 *b*.

La validité des relations (9) à (11) semble satisfaisante jusqu'à  $Ca \simeq 0,1$ .

CONCLUSIONS. — Les expériences présentées ici et la confrontation avec un modèle analytique d'épaisseur de film, appellent les remarques suivantes :

— (i) pour un nombre de Bond donné, et dans la plage des nombres capillaires étudiée, une relation entre l'épaisseur du film dynamique et  $Ca^{2/3}$  est cohérente avec les résultats expérimentaux, comme l'on peut le constater en examinant les corrélations données par les équations 4 à 6,

— (ii) le processus physique est fortement influencé par le nombre de Bond. A ce titre, les résultats présentés ici prolongent, aux fortes valeurs de  $Bd$ , ceux connus jusqu'à présent [6]; la validité du modèle proposé étant satisfaisante jusqu'à  $Ca \simeq 0,1$ ,

— (iii) pour des nombres capillaires suffisamment petits, les résultats expérimentaux et analytiques d'épaisseurs de film sont en relativement bon accord,

— (iv) dans le cas Hele-Shaw, les épaisseurs de film obtenues expérimentalement sont supérieures aux prédictions analytiques, pour le nombre de Bond examiné. La prise en compte de phénomènes tridimensionnels et de gradients de tension interfaciale, présents au cours des expériences, peut expliquer cette différence,

— (v) dans le cas des tubes, le modèle analytique surestime les épaisseurs de film déterminées expérimentalement. Ce phénomène est d'autant moins important que le nombre de Bond est petit. L'hypothèse d'un champ de vitesse unidirectionnel, utilisée dans la description analytique et conduisant à négliger la composante de vitesse d'amincissement du film, normale à la paroi, explique cette tendance. Ce dernier point est confirmé par la résolution numérique du drainage diphasique à frontière libre dans le cas Hele-Shaw ([1], [14]).

Ce travail a été réalisé avec le soutien financier du C.N.R.S. et de l'I.F.P.

Note remise le 27 février 1991, acceptée après révision le 2 octobre 1991.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] D. LASSEUX, Caractérisations expérimentale, analytique et numérique d'un film dynamique lors du drainage d'un capillaire, *Thèse*, Université de Bordeaux-I, 1990.
- [2] L. LANDAU et B. LEVICH, *Acta Phys. Chim. U.R.S.S.*, 17, (42), 1942, p. 355-364.
- [3] V. G. LEVICH, *Physicochemical Hydrodynamics* (Prentice Hall), 1962, p. 669-683.
- [4] B. DERJAGUIN, *C. R. Acad. Sci. de l'U.R.S.S.*, 39, (1), 1943, p. 13-16.
- [5] S. D. R. WILSON, *J. Engg. Math.*, 16, 1982, p. 209-221.
- [6] F. P. BRETHERTON, *J. Fluid Mech.*, 10, 1961, p. 166-188.
- [7] L. SCHWARTZ, H. M. PRINCEN et A. D. KISS, *J. Fluid Mech.*, 172, 1986, p. 259-275.
- [8] C. W. PARK et G. M. HOMS, *J. Fluid Mech.*, 139, 1984, p. 291-308.
- [9] J. D. CHEN, *J. of Colloid and Interface Science*, 109, (2), 1986, p. 341-349.
- [10] P. TABELING, G. ZOCCHI et A. LIBCHABER, *J. Fluid Mech.*, 177, 1987, p. 67-82.
- [11] R. N. MARCHESSAULT et S. G. MASON, *Ind. and Eng. Chem.*, 52, (1), 1960, p. 79-84.
- [12] F. FAIRBROTHER et A. E. STUBBS, *J. Chem. Soc.*, 1, 1935, p. 527-529.
- [13] D. QUÉRÉ et J. M. DI MÉGLIO, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 308, série II, 1989, p. 147-150.
- [14] D. LASSEUX, P. FABRIE et M. QUINTARD, *C. R. Acad. Sci. Paris*, série II (à paraître).

D. L. et M. Q. : *L.E.P.T.-E.N.S.A.M.*, U.R.A.-C.N.R.S. n° 873,  
esplanade des Arts et Métiers, 33405 Talence Cedex;  
*Department of Chemical Engineering, University of California at Davis,*  
*Davis, CA 95616, U.S.A.*

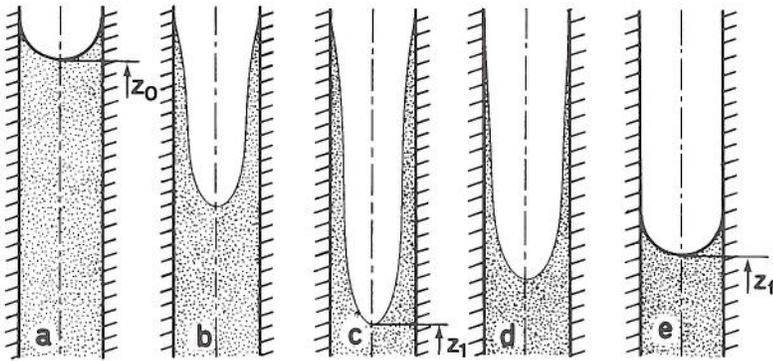


Fig. 1. - (a) Cavity saturée de liquide mouillant : interface à l'équilibre; (b) drainage à débit constant; (c) le drainage est stoppé; (d) remontée du front due au drainage du film; (e) équilibre final.

Fig. 1. - (a) The cavity is saturated with the wetting liquid: interface in an equilibrium state; (b) constant flow rate drainage; (c) the drainage is stopped; (d) interface rise due to the film drainage; (e) final equilibrium.

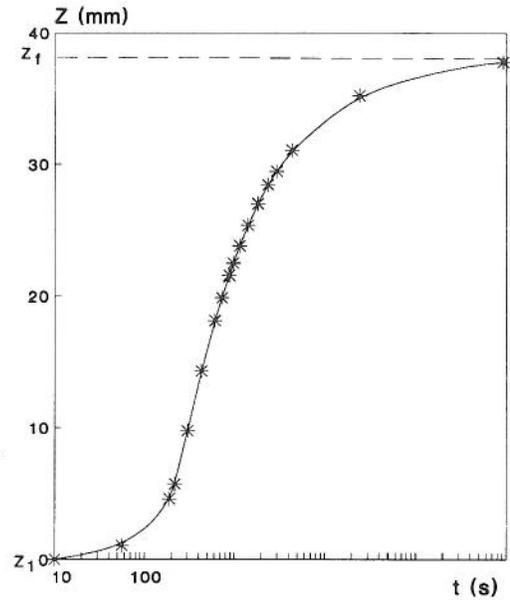


Fig. 2. - Exemple de cinétique de remontée du front due au drainage du film.

Fig. 2. - Example of the interface rise kinetics due to the film drainage.

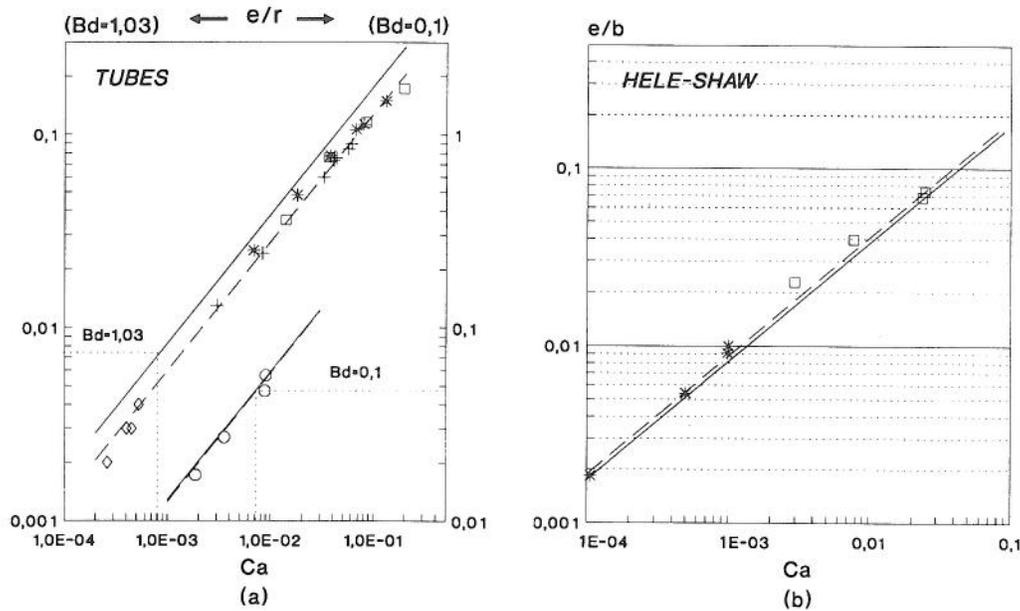


Fig. 3. - Épaisseur du film en fonction du nombre capillaire. Les différents points expérimentaux correspondent aux différentes huiles, les lignes en pointillés représentent les corrélations expérimentales et les lignes continues les prédictions analytiques; (a) cas des tubes :  $Bd = 0,1$  et  $Bd = 1,03$ ; (b) cas Hele-Shaw :  $Bd = 1,03$ .

Fig. 3. - Film thickness versus the capillary number. The different experimental points correspond to the different oils, dashed lines are the experimental fittings, solid lines the analytical predictions; (a) tubes case:  $Bd = 0.1$  and  $Bd = 1.03$ ; (b) Hele-Shaw case:  $Bd = 1.03$ .