



**HAL**  
open science

## Comment améliorer la prévision des ventes pour le marketing? Les apports de la théorie du chaos

Adrien Bernard Bonache, Marc Filser

### ► To cite this version:

Adrien Bernard Bonache, Marc Filser. Comment améliorer la prévision des ventes pour le marketing? Les apports de la théorie du chaos. Revue Française du Marketing, 2013. hal-03822792

**HAL Id: hal-03822792**

**<https://hal.science/hal-03822792>**

Submitted on 20 Oct 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Comment améliorer la prévision des ventes pour le marketing ? Les apports de la théorie du chaos

Adrien B. Bonache

Maître de conférences

EUM Clermont-Ferrand et CRCGM (EA 3849)

Université d'Auvergne

[bonache@ens-cachan.fr](mailto:bonache@ens-cachan.fr)

Marc Filser

Professeur

IAE Dijon et Cermab-LEG (UMR 5118)

Université de Bourgogne

[Marc.Filser@u-bourgogne.fr](mailto:Marc.Filser@u-bourgogne.fr)

# Comment améliorer la prévision des ventes pour le marketing ? Les apports de la théorie du chaos

## Résumé

La littérature en marketing constate un décalage entre les avancées réalisées par les chercheurs qui développent de nouvelles méthodes de prévision des ventes, et l'usage massif de méthodes traditionnelles reposant sur l'hypothèse de linéarité des processus analysés. Cette recherche expose la contribution potentielle de la théorie du chaos à l'amélioration de la prévision des ventes. Une illustration de ces apports est proposée avec une application à la prévision des ventes de consoles de jeux vidéo au Japon. Les résultats mettent en évidence la capacité de la méthode proposée à détecter la présence de chaos dans la série et montrent la possibilité de préciser l'horizon de prévisibilité des ventes.

## Mots clés :

Prévision des ventes, théorie du chaos, séries chronologiques

## **How to improve sales forecasting for marketing purposes? The contributions of chaos theory**

## Abstract

The marketing literature highlights a growing discrepancy between advances in research on forecasting methods, and the overwhelming use of more traditional methods relying on the hypothesis of linearity of sales. This research explores the potential contribution of chaos theory to the improvement of sales forecasting. This contribution was shown using Japanese sales of video game consoles. The results confirm the contribution of the proposed method to detect chaos in time series and to determine the sales forecasting horizon.

## Keywords:

Sales forecasting, chaos theory, time series

## INTRODUCTION : ÉTAT DES PRATIQUES DE LA PRÉVISION DES VENTES

Paradoxalement, la prévision des ventes semble être un domaine peu abordé par les recherches en marketing. Bien souvent, les publications sur le sujet paraissent dans des revues spécialisées telles qu'*Interfaces*, *International Journal of Forecasting*, *Journal of Business Forecasting*, *Journal of Forecasting* et *Technological Forecasting and Social Change*. Dans l'analyse par Fildes (2006) des articles consacrés à la prévision par **trente-deux** revues académiques, seul le *Journal of Marketing Research* représente la discipline du marketing à une modeste dix-neuvième place suivant le critère du nombre annuel moyen d'articles publiés **consacrés à ce thème** sur la période 1990-2004. **Fildes déplorait** l'extrême cloisonnement des travaux consacrés aux méthodes de prévision. **Si** les revues spécialisées ont proposé de nombreux développements théoriques et méthodologiques, leur adoption par les disciplines du management reste limitée.

Si l'on analyse notamment les développements consacrés au thème de la prévision des ventes par les manuels de marketing, ce décalage est manifeste. Ces ouvrages présentent des méthodes classiques issues de l'analyse des séries chronologiques : régression linéaire, moyennes mobiles, lissage exponentiel, modèles de Box et Jenkins. Mais ils n'abordent que très marginalement les renouvellements méthodologiques issus de recherches plus récentes (Cox et Loomis, 2006).

Dans le champ du marketing, la problématique de la prévision des ventes est abordée à travers deux perspectives sensiblement différentes : l'analyse des séries chronologiques et la modélisation, avec une large prédominance de ce second courant (Dekimpe et Hanssens, 2000).

Premièrement, le recours massif au développement de modèles peut s'expliquer par l'orientation managériale des recherches. Les variables du mix manipulées par l'organisation exercent une influence sur la variable expliquée et il est important pour les managers de prendre en compte ces variables pour tenter d'optimiser l'utilisation des ressources engagées. Au contraire, les méthodes de prévision reposant sur l'analyse des séries chronologiques traitent comme une « boîte noire » l'ensemble des variables explicatives, que celles-ci concernent la détermination de la demande, les actions de la firme ou **celles** des concurrents.

Deuxièmement, la popularité des modèles explicatifs des ventes peut s'expliquer par leur orientation spécifique vers l'analyse du lancement et de la diffusion de nouveaux produits ou services, dans le prolongement du modèle fondateur de Bass (**voir par**

exemple Meade et Islam, 2006). Dans le même temps, les recherches consacrées aux méthodes d'analyse des séries chronologiques sont restées peu nombreuses : dans les principales revues académiques en marketing<sup>1</sup>, vingt-trois publications sur ce thème entre 1975 et 1994 et le flux de ces parutions s'est réduit depuis lors (Dekimpe et Hanssens, 2000). La théorie du chaos pourrait permettre de relancer ce second courant de recherche.

Même si les techniques économétriques connaissent quelques perfectionnements, on peut parler d'un épuisement de la recherche dans le domaine des prévisions de ventes. La littérature dans les revues spécialisées dans ce domaine, citées ci-dessus, semble se borner à constater un fossé entre la pratique et la théorie (Lynn et alii, 1999, entre beaucoup d'autres). Comment peut-on dépasser ce « fossé entre le développement des techniques de prévision et leur application » (Schultz, 1992 : 410) ? Un renouvellement théorique plus fondamental semble nécessaire afin de combler ce fossé. En abordant ce travail, nous pensons que la théorie du chaos permettrait d'ouvrir la voie à de nouveaux développements comblant ce fossé. Pour les chercheurs, cette théorie aurait le potentiel de faire le pont entre des approches modélisatrices déterministes et celles stochastiques. Pour le praticien, elle pourrait apporter des outils permettant de décider du type de méthodes de prévision des ventes à utiliser et d'un horizon de prévision des ventes pertinent.

Le développement des méthodes de prévision mettant en œuvre les apports de la théorie du chaos constitue l'une des voies de ce renouvellement. Autrement dit, ce papier permet de répondre à la question suivante : en quoi la théorie du chaos permet de renouveler la problématique de la prévision des ventes ?

Avant de souligner les contributions de ce papier, clarifions brièvement les concepts utilisés pour répondre à cette question. Un modèle chaotique peut être défini intuitivement comme un système déterministe non linéaire, sensible aux conditions initiales et imprévisible sur une longue période. Ces caractéristiques s'avèrent particulièrement adaptées à la problématique de la prévision des ventes : de nombreux déterminants de cette variable l'influencent suivant une relation non linéaire et l'intensité de l'affrontement concurrentiel, associée au caractère souvent peu prévisible des évolutions de la demande, réduit sensiblement l'horizon temporel de prévision (Makridakis et alii, 2009).

---

<sup>1</sup> *International Journal of Research in Marketing, Journal of Marketing, Journal of Marketing Research, Marketing Science et Management Science.*

Notre étude des apports de la théorie du chaos à la problématique des prévisions de ventes présente des intérêts théoriques, méthodologiques et pratiques.

Sur le plan théorique, nous espérons par cette étude montrer la pertinence de la théorie du chaos pour comprendre la diffusion d'un produit dans un marché potentiel. La théorie du chaos permet notamment de comprendre et rendre compte de situations a priori paradoxales. Les ventes de certains produits peuvent présenter des comportements semblant aléatoires et difficilement prévisibles avec les outils usuels de prévision des ventes, alors qu'elles ont pour origine des interactions entre consommateurs pouvant être modélisées comme déterministes. Le dépassement d'un tel paradoxe est une réelle contribution théorique : il permet de rendre compte, avec une seule théorie, de cas expliqués auparavant par un seul des deux courants opposés (les approches modélisatrices et celles passant par l'analyse des séries temporelles).

Sur le plan de la méthode, les deux courants proposaient des méthodes de prévisions différentes pour expliquer le comportement des ventes. La théorie du chaos mobilise d'autres outils permettant, du moins en théorie, de mieux prévoir les ventes issues d'interactions non linéaires : réseaux de neurones, méthode des plus proches voisins, entre autres. Les outils mobilisés ont le potentiel de renouveler les méthodes utilisées dans les recherches en marketing sur les prévisions de ventes. Du moins en réalisant ce travail, nous espérons montrer que les méthodes déployées par les théoriciens du chaos peuvent donner aux chercheurs comme aux praticiens des outils améliorant la qualité des prévisions de ventes. **Nous verrons alors que les résultats de ce travail incitent à la prudence à ce sujet.**

Sur le plan pratique, nous espérons faire découvrir aux responsables des ventes de nouveaux outils permettant d'améliorer la qualité des prévisions des ventes et d'évaluer l'horizon de prévisibilité des ventes. L'exposant de Lyapunov, un outil fréquemment utilisé pour détecter la présence de chaos dans des ventes, permet aussi d'évaluer le laps de temps durant lequel il est possible de faire des prévisions. Il s'agit d'un outil très intéressant pour un responsable de l'établissement du budget. Généralement, l'horizon de prévision des ventes est arbitrairement fixé, alors que l'on pourrait avec l'exposant de Lyapunov le déterminer judicieusement.

Pour montrer cette contribution pratique, cet article présente les apports de la théorie du chaos à la prévision des ventes avec une application à une catégorie de biens de consommation caractérisée par des effets de mode : **les consoles de jeux vidéo.**

Ainsi, après avoir rappelé les objectifs attendus dans ce domaine d'une amélioration de la prévision des ventes (1.), les apports **attendus** de la théorie du chaos à la prévision seront exposés (2.). Enfin, nous testerons la présence de chaos dans des ventes de jeux vidéo et **discutons de** l'intérêt de leur prévision par un réseau de neurones (3.).

## **1. LES OBJECTIFS D'UNE AMÉLIORATION DE LA PRÉVISION DES VENTES**

Paradoxalement, alors que les entreprises ont besoin d'améliorer leur prévision de ventes, les nouvelles méthodes de prévision de ventes sont peu adoptées (1.1). Ce besoin non satisfait ouvre la voie à un « changement de paradigme » (1.2). La théorie du chaos pourrait alors être intéressante compte tenu de ses avantages (1.3).

### *1.1 Besoin de nouvelles méthodes et leur faible adoption*

L'une des raisons évoquées par la littérature pour expliquer la faible adoption par les entreprises des méthodes de prévision les plus récentes est l'absence de supériorité prouvée de ces méthodes par rapport à des techniques de prévision plus « rustiques » (Goldstein et Gigerenzer, 2009) : la valeur ajoutée du recours à des méthodes d'analyse des séries chronologiques compliquées ne serait pas significative. Cela expliquerait la faible adoption de méthodes de prévision nouvelles. Une autre explication **avancée serait leur caractère essentiellement empirique, notamment par rapport aux modèles explicatifs (Dekimpe et Hanssens, 2000).**

Les besoins des organisations en matière de prévisions des ventes sont actuellement importants, notamment **pour prévoir** la diffusion d'un produit nouveau. L'intensité de l'affrontement concurrentiel impose des investissements massifs dans la communication et la distribution, alors même que la durée du cycle de vie du produit tend à se réduire (Dekimpe et Hanssens, 2000).

Face à ce besoin de perfectionnement des méthodes non satisfait, il y a une place pour un « changement de paradigme » permettant d'apporter des nouvelles méthodes d'analyse de séries chronologiques.

### *1.2 Le besoin d'un « changement de paradigme »*

L'utilisation de la théorie du chaos et des méthodes associées pour la prévision des ventes semble particulièrement opportune à un moment où le statut théorique de la fonction marketing fait l'objet de profondes controverses.

La compréhension de la dynamique des interactions entre offre et demande constitue l'objectif central de la recherche en marketing. Le paradigme fondateur, le

paradigme « kotlérien », fait l'hypothèse que l'organisation est capable à un instant donné de cerner la demande à satisfaire, de la décrire et de la mesurer, pour conduire à l'élaboration d'une offre répondant à cette demande. Les méthodes de prévision qui découlent de ce paradigme reposent sur la notion de segment : un taux d'adoption est estimé sur la population totale (Armstrong *et alii*, 2000), une quantité moyenne achetée est évaluée à partir de données déclaratives, et le volume potentiel des ventes est ainsi calculé. Cette estimation ponctuelle peut être complétée par le recours à un modèle dynamique de simulation du marché prenant en compte les investissements engagés par l'organisation (budgets publicitaires et promotionnels), les actions des distributeurs et différentes hypothèses de réaction de la concurrence.

Bien que dominant, ce paradigme fait l'objet d'importantes critiques théoriques. Premièrement, la question de l'échelle d'observation est soulevée. Les données qui servent à estimer ces modèles sont recueillies au niveau « micro-individuel » (enquêtes auprès du consommateur isolé). L'agrégation mécanique des données individuelles doit alors révéler le phénomène global, dans une démarche d'individualisme méthodologique. Les interactions à l'échelle micro-sociale (groupes) ou macro-sociale (culture) ne sont donc pas envisagées : le risque de faire un sophisme de composition est ignoré.

Deuxièmement, la question de l'horizon temporel de l'analyse est posée. Le cycle d'achat / ré-achat constitue l'unité d'analyse traditionnelle. À l'échelle de l'individu, un achat est motivé par un besoin identifié et un ré-achat sera envisagé lorsque le produit sera épuisé. Ce modèle peut paraître acceptable pour rendre compte d'une demande de nature fonctionnelle. Mais il semble peu adapté pour rendre compte de motivations plus symboliques, de nature hédonique ou sociale (produits de mode au sens large). Les modèles de diffusion chaotiques semblent alors plus adaptés (Granovetter et Soong, 1986).

Troisièmement, la question du déterminisme de la demande reste entière. Alors que les travaux fondateurs du marketing considéraient que la demande pré-existait, sous l'influence des besoins et désirs des consommateurs, la théorie contemporaine fait de la demande le résultat d'une interaction entre la dynamique des attentes des individus et la dynamique de l'offre des organisations. Il semble peu plausible de pouvoir prévoir le volume des ventes à partir de la seule connaissance des attentes individuelles, comme le préconisent les méthodes traditionnelles d'étude des



marchés. Des interactions complexes (entre les consommateurs et les vecteurs de l'offre des organisations, et entre les consommateurs eux-mêmes) influencent la formation de la demande. Or, les cycles de ces différents types d'interactions n'ont aucune raison d'être en phase. Par exemple, une opération promotionnelle en grande surface dure une semaine et demie, une opération promotionnelle fondée sur la géolocalisation des clients peut durer une heure, et un même client peut être simultanément la cible de ces deux actions. L'absence de synchronisation induit des perturbations supplémentaires dans la formation de la demande.

Enfin, l'évolution des marchés accorde une importance croissante aux comportements autonomes de consommateurs en mesure, à travers les réseaux sociaux par exemple, d'exercer une influence sur la demande. Par exemple, ce phénomène est l'objet de la théorie de l'« effet podium », adaptée par Brynjolfsson *et alii* (2010) pour rendre compte des phénomènes de demande massive de produits dans une période brève, comme les lancements de jeux vidéo, d'équipements multi-média ou encore de créations musicales ou cinématographiques.

Eu égard aux critiques subies par le paradigme dominant pouvant expliquer l'inadaptation des nouvelles méthodes de prévision de ventes aux besoins des entreprises, il convient de proposer un autre fondement pour les prévisions de ventes. La théorie du chaos pourrait être ce nouveau fondement, du moins pour les approches utilisant l'analyse des séries chronologiques de ventes.

### *1.3 Les avantages des méthodes et modèles issus de la théorie du chaos*

Les caractéristiques des « modèles chaotiques » les rendent particulièrement adaptés à cet objectif de perfectionnement des méthodes d'analyse des séries chronologiques tournées vers la prévision des ventes.

Premièrement, un système chaotique est caractérisé par des *relations non linéaires* (cf. annexe 1). Les méthodes issues de la théorie du chaos dépassent les contraintes de linéarité associées aux méthodes utilisées habituellement en marketing pour la décomposition de séries chronologiques.

Deuxièmement, un modèle chaotique est sensible aux conditions initiales : une faible modification de la valeur initiale de la variable induit une évolution radicalement différente de la série. Les méthodes, comme celles des plus proches voisins ou des réseaux de neurones (cf. annexe 2), semblent adaptées pour réaliser des prévisions lorsque l'impact des conditions initiales sur la série n'apparaît qu'après un grand nombre de périodes (Bordignon et Lisi, 2001). Or, les méthodes empiriques mises en

œuvre pour collecter les données sur les ventes effectives peuvent être sujettes à **des erreurs d'estimation plus ou moins importantes.**

Troisièmement, l'estimation d'un modèle non linéaire ne requiert pas de connaissance préalable du modèle à utiliser. Il existe des procédures statistiques, réseaux de neurones ou fonctions splines par exemple, permettant d'estimer un modèle non linéaire. À partir du moment où le modèle non linéaire est bien reconstruit, des prévisions peuvent être réalisées à court terme (Guégan, 2009, 92-93). Le court terme est, dans ce cadre, défini comme l'horizon de prévisibilité.

Enfin, l'un des apports majeurs de développements de la théorie du chaos est de permettre de préciser cet horizon praticable de la prévision en fonction des caractéristiques de la série (*cf. annexe 3*).

En somme, après avoir souligné l'inadaptation aux besoins des entreprises des nouvelles méthodes d'analyse des séries chronologiques fondées sur le paradigme dominant, nous avons souligné les avantages de la théorie du chaos et des techniques associées pour prévoir les ventes. **La théorie du chaos propose de dépasser l'hypothèse de linéarité et suggère de nouvelles méthodes de prévisions, et permet d'évaluer l'horizon de prévisibilité des ventes.** Mais peut-on appliquer ces apports pour la prévision des ventes ? L'objet des développements suivants est de montrer le caractère actionnable de ces apports dans le cas des ventes de consoles de jeux vidéo.

## **2 DONNÉES ET MÉTHODE**

Pour montrer que les apports de la théorie du chaos sont actionnables, nous prendrons le cas de ventes de consoles de jeux vidéo. Les données utilisées seront d'abord présentées (2.1). Puis, nous étayerons les méthodes utilisées pour montrer qu'il est plausible que ces ventes soient chaotiques (2.2).

### *2.1 Données*

Pour montrer les apports de la théorie du chaos pour la prévision de ventes, il convient de choisir des chroniques de ventes pour lesquelles on peut trouver un comportement chaotique. Pour choisir une base de données de ventes, la littérature nous a guidés, et la disponibilité et l'accessibilité nous ont contraints.

Granovetter et Soong (1986) et Nakayama et Nakamura (2004) incitent à explorer des ventes de produits où il peut exister des phénomènes d'imitation à l'origine de la présence de chaos dans ces ventes. Plus précisément, Pindyck et Rubinfeld (2005 :

136) admettent que des phénomènes d'imitation entre acheteurs se retrouvent pour des achats de jouets d'enfants : des poupées et des consoles de jeux vidéo.

Or, des séries de ventes de poupées n'étant pas disponibles (du moins nous ne possédons pas au moment de l'étude des ventes longues de poupées), ce sont les données de ventes hebdomadaires de consoles de jeux vidéo du site Internet [www.vgchartz.com](http://www.vgchartz.com) qui ont été utilisées.

Avant d'utiliser ces bases de données, nous nous sommes renseignés sur la qualité de la collecte organisée par les exploitants du site. Cette base est constituée à partir de sondages hebdomadaires d'un échantillon de revendeurs de consoles de jeux sélectionnés aléatoirement dans plusieurs pays. Puis, les données obtenues sont recoupées avec les estimations faites par les fabricants de consoles de jeux. Cette procédure nous semble satisfaisante. Mais, pour nous assurer de la qualité du résultat de cette collecte, nous avons testé l'adéquation à la loi de Benford de cette base de données. Ce test permet de contrôler l'absence de biais dans la base de données. À l'issue de ce test, la base de ventes hebdomadaires de ce site semble être de qualité, car on ne peut rejeter l'hypothèse d'adéquation à la loi de Benford des ventes contenues dans cette base : p-value [Chi-deux(8)]  $\approx 0,9921$  ; p-value (Kolmogorov-Smirnov)  $\approx 1$  ; p-value (Cramer-Von Mises)  $\approx 1$ .

Enfin, pour que les tests de présence de chaos et de non-linéarité donnent des résultats fiables, il est souhaitable d'avoir des ventes longues (Phillips et Kim, 1996 ; Lin, 1997 ; cf. 2.2). Ainsi, pour tester la présence de chaos et obtenir des résultats fiables, nous avons retenu des séries longues de consoles de jeux vidéo, c'est-à-dire comprenant plus de 400 points : ventes de Game Boy, de Play Station, de Play Station 2 et de Super Nintendo. Ces séries ne sont disponibles que pour un seul pays : le Japon.

Ainsi, la méthode décrite ensuite n'a été appliquée qu'aux séries longues japonaises de ventes hebdomadaires de consoles de jeux (les données brutes sont disponibles auprès du premier auteur).

## 2.2 Méthode

Après avoir expliqué l'utilisation de quatre séries de ventes de consoles de jeux pour tester la présence de chaos, présentons leur traitement. Nous exposerons d'abord la « stationnarisation » de ces séries (2.2.1). Cette « stationnarisation » est nécessaire pour ne pas accepter à tort l'hypothèse de présence de non-linéarités (Hsieh, 1991) et celle de présence de chaos (Benincà *et alii*, 2008 : 5, *supplementary information*).

Pour tester ces deux hypothèses, nous avons utilisé respectivement le test de Brock, Dechert et Scheinkman (test BDS) (2.2.2) et une estimation directe de l'exposant de Lyapunov robuste au bruit (2.2.3).

### 2.2.1 « Stationnarisation » des séries

Pour vérifier le caractère stationnaire des séries étudiées, nous avons d'abord effectué un test ADF et un test KPSS. Il s'est avéré qu'elles ne sont pas stationnaires. Ainsi, un tracé des séries a fait apparaître une évolution de la moyenne et de la variance au cours des séries étudiées.

Pour « stationnariser » des séries dont la variance évolue au fil du temps, la transformation de Box-Cox peut être mobilisée (Mills, 1990). **Nous avons alors utilisé l'algorithme de Guerrero (1993) minimisant le coefficient de variation de sous-ensembles de chaque série.**

**Puis, pour les « stationnariser » en moyenne, nous avons utilisé un filtre des différences premières en suivant les résultats de tests ADF, KPSS et de Phillips et Perron (1988).**

Enfin, pour vérifier l'efficacité de notre procédure de stationnarisation, nous avons, à nouveau, réalisé un test ADF et un test KPSS. Une fois la série stationnarisée, il est possible de tester la présence de non-linéarités avec le test de Brock *et alii* (1996).

### 2.2.2 Technique de détection de non-linéarités

Pour tester la présence de non-linéarités, le test BDS a été utilisé sur les séries « stationnarisées », après retrait de l'éventuelle dépendance linéaire (opération de blanchiment). Cette opération de blanchiment a été réalisée en estimant pour différents retards un modèle autorégressif pour chaque série. La série des résidus du modèle autorégressif ayant le critère d'Akaike le plus bas a été retenue comme série blanchie. Sans cette opération de blanchiment, le test BDS ne peut pas tester l'hypothèse de linéarité de la série.

Nous avons fixé les paramètres de ce test en suivant Brock *et alii* (1996) et Lin (1997). Pour limiter le risque de rejet à tort de l'hypothèse de linéarité de chaque série, nous avons retenu des écarts  $e$  entre deux valeurs de la série compris entre 0,5 et 2 fois l'écart-type  $s$  de la série (Lin, 1997). De plus, nous avons testé l'hypothèse de linéarité de la série en prenant des dimensions de plongement  $d$  allant de 2 à 10 (Brock *et alii*, 1996). Cela permet de juger la sensibilité de nos résultats à une modification de ces paramètres.

Ce test permet de tester la linéarité des ventes stationnarisées et blanchies, mais il ne permet pas de détecter la présence de chaos. Pour ce faire et présenter les apports de la théorie du chaos, nous avons utilisé une estimation directe de l'exposant de Lyapunov.

### 2.2.3 Détection robuste de la présence *de* chaos

Pour détecter la présence de chaos, il convient d'estimer l'exposant de Lyapunov (*cf. annexe 3*). Il existe plusieurs techniques pour détecter la présence de chaos. L'objet de ce point est de motiver notre choix en faveur d'un de ces algorithmes.

L'algorithme de Wolf est basé sur l'hypothèse d'une divergence exponentielle et ne permet donc pas de tester l'hypothèse de sensibilité aux conditions initiales. De plus, cet algorithme laisse à la discrétion de l'utilisateur le choix de l'écart initial (proximité entre deux points) et du laps de temps entre deux mesures de la divergence entre deux trajectoires. Ces choix peuvent biaiser le résultat final. Enfin, cet algorithme est sensible à la présence de bruit et à la longueur de la série.

Malgré son absence de sensibilité à la présence de bruit et à la longueur de la série, l'algorithme de Nychka *et alii* (1992) semble peu fiable lorsqu'on l'utilise pour estimer l'exposant de Lyapunov à partir d'une seule série et de ses valeurs passées (Benincà, 2010 : 17).

L'algorithme de Rosenstein donne des très *bons* résultats sur des séries courtes, mais supérieures à 400 points. Cependant, comme l'algorithme de Wolf, il ne permet pas de distinguer la divergence de trajectoire due au chaos de celle due au bruit (Benincà, 2010 : 17). Cet algorithme a donc été longtemps considéré comme peu robuste au bruit. Pourtant, depuis les travaux de Liu *et alii* (2005), il existe un ajustement simple pour distinguer la divergence de trajectoire due au chaos et celle due au bruit avec cet algorithme. Nous avons donc utilisé l'amélioration de l'algorithme de Rosenstein proposée par Liu pour estimer l'exposant de Lyapunov et détecter la présence de chaos.

Pour calculer l'exposant de Lyapunov, il convient de fixer certains paramètres pour chaque série : le délai optimal, la dimension de plongement et la fenêtre de Theiler. Nous avons fixé ces paramètres en suivant Benincà (2010).

Après avoir précisé les données utilisées et notre méthode, nous présentons nos résultats découlant de cette méthode dans le point suivant.

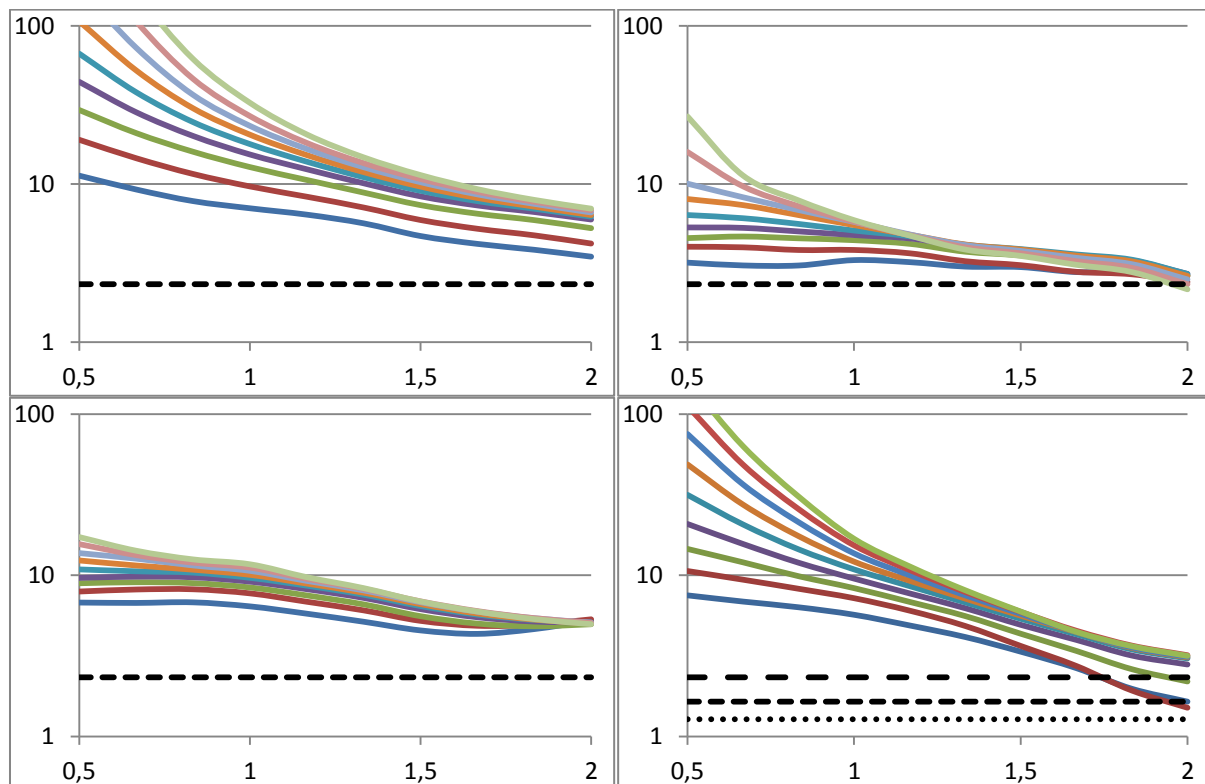
## 3 RÉSULTATS D'UNE APPLICATION AUX VENTES DE CONSOLES DE JEUX

Pour présenter empiriquement les apports de la théorie du chaos à la prévision, il est souhaitable de nous assurer que les ventes étudiées sont chaotiques. Pour ce faire, nous montrerons d'abord qu'elles sont non linéaires (3.1) et ensuite qu'il est plausible qu'elles soient chaotiques (3.2). Nous pourrions alors faire ressortir sur ces ventes de consoles les apports **limités** de la théorie du chaos à la prévision en marketing (3.3).

### 3.1 Test de la non-linéarité des ventes

La **figure 1** présente le résultat d'un test BDS testant la non-linéarité des ventes étudiées. Quels que soient les paramètres du test retenus en fonction de la littérature (Brock *et alii*, 1996 ; Lin, 1997), les statistiques de tests sont supérieures aux valeurs critiques. Ces résultats montrent la présence **significative** de non-linéarités dans les quatre séries de ventes étudiées.

**Figure 1 : Résultats du test de non-linéarité**



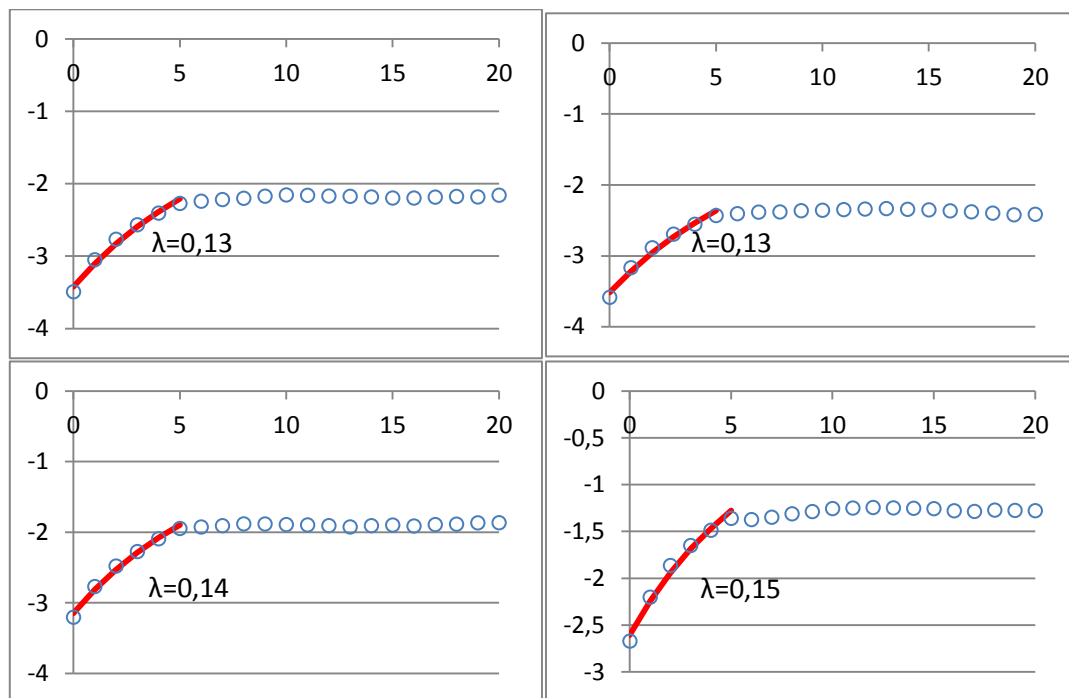
Notes : de haut en bas et de gauche à droite, il s'agit des résultats d'un test BDS sur les séries blanches et stationnarisées de ventes de Game Boy, PlayStation, PlayStation 2 et Super Nintendo. Les pointillés longs, mi-longs et courts rendent compte respectivement des valeurs critiques à 1 %, 5 % et 10 %. Pour juger de la sensibilité de nos résultats aux paramètres du test fixés par l'utilisateur, nous avons fait varier la dimension de plongement et l'écart en dessous duquel deux points sont dits proches. L'axe des abscisses rend compte du rapport entre cet écart et l'écart-type de chaque série. Dans chaque cadran, les traits de couleur représentent de bas en haut les valeurs de la statistique de test pour une dimension de plongement allant de 2 à 10.

Cependant, ce résultat ne permet pas de nous assurer de la plausibilité de la présence de chaos dans les ventes étudiées. **Pour ce faire**, nous présentons le résultat d'une estimation robuste de l'exposant maximum de Lyapunov.

### 3.2 Test de la présence de chaos

La **figure 2** représente les résultats principaux d'un test de détection de chaos. Pour les quatre séries de ventes étudiées, l'exposant maximum de Lyapunov est positif. La dynamique gouvernant ces chroniques de ventes présente donc une sensibilité aux conditions initiales : une caractéristique des systèmes chaotiques.

**Figure 2 : Estimation de l'exposant maximum de Lyapunov**



Note : de haut en bas et de gauche à droite, il s'agit des résultats de l'algorithme de Rosenstein et al. (1993) visant à estimer l'exposant maximal de Lyapunov sur les séries blanchies et stationnarisées de ventes de Game Boy, Play Station, Play Station 2 et Super Nintendo.  $\lambda$  est l'exposant maximum de Lyapunov calculé avec la méthode de Liu et al. (2005). Cette méthode passe par un ajustement (trait rouge) sur les six premiers points de chaque cadran. Chaque point correspond, pour une série donnée, à l'estimation du logarithme de la divergence exponentielle (en ordonnées) des trajectoires de deux ventes initialement très semblables, dans un délai en semaines (en abscisses).

Une fois montrée la plausibilité du caractère chaotique des séries de ventes étudiées, nous allons pouvoir illustrer les apports de la théorie du chaos aux prévisions des ventes en marketing : l'efficacité des prévisions non linéaires et l'évaluation de l'horizon de prévisibilité des ventes.

#### 3.3.3 Illustration des apports

Premièrement, en partant de l'estimation de l'exposant de Lyapunov pour chaque série étudiée, il est possible d'estimer l'horizon de prévisibilité des ventes. L'horizon de prévisibilité peut être estimé par l'inverse de l'exposant de Lyapunov. En l'occurrence, l'horizon de prévisibilité pour les ventes de consoles de jeu vidéo étudié varie d'environ 6,5 à 7,5 semaines.

Deuxièmement, il est théoriquement possible, en utilisant un réseau de neurones par exemple, de faire des prévisions avec un modèle non linéaire d'une meilleure qualité que les prévisions que l'on peut obtenir avec des techniques usuelles (Hsieh, 1991 : 1845) : méthode de Box-Jenkins, lissage exponentiel, lissage exponentiel de Holt et méthode naïve de prévision (report de la dernière valeur connue) (Table 1).

**Table 1 : Moyenne (écart-type) [degré de signification] du pourcentage d'erreur absolue pour différentes méthodes**

Méthodes /séries	GB	PS	PS2	SNES
Réseau de neurones	277,0514 (638,3827)	153,1891 (1601421)	204,0832 (2846409)	312,6783 (9507317)
Prévisions naïves	430,3205 (982,9699) [0,3996]	397,4657 (1058,468) [0,2209]	406,9692 (527,029) [0,1059]	2137,684 (9459,095) [0,3566]
Méthode Box et Jenkins	204,9879 (438,4549) [0,5484]	117,2278 (0433207) [0,2435]	231,291 (309,0527) [0,7525]	158,0027 (176,6581) [0,4408]
Lissage exponentiel simple	101,3035 * (015,658) [0,08188]	106,2669 (030,65453) [0,1251]	107,625 (034,49751) [0,1125]	122,5753 (111,9784) [0,3405]
Lissage de Holt	99,22098 * (035,17009) [0,07877]	117,7222 (070,7387) [0,2738]	100,2446 * (046,5595) [0,09038]	242,3083 (647,9009) [0,766]

Note : de gauche à droite, il s'agit des résultats d'un test de différence de moyennes du pourcentage d'erreur absolue sur les séries blanches et stationnarisées de ventes de Game Boy, Play Station, Play Station 2 et Super Nintendo. Les prévisions sont réalisées à partir de la 100<sup>ième</sup> vente, 200<sup>ième</sup> vente... sur un horizon de prévision de six semaines. \* dénote une différence de moyennes du pourcentage d'erreur absolue significative pour une erreur de première espèce de 10 %. Le degré de signification entre crochets est le résultat d'un test de Student comparant la moyenne du pourcentage d'erreur absolue obtenue avec chaque méthode usuelle et celle obtenue avec un réseau de neurones. Ce test a été retenu car il est robuste à la distribution des données, à la non-homogénéité des variances et à la non-indépendance des données (Iman et Conover, 1983 : 263).

Il apparaît, en pratique, que la méthode préconisée pour faire des prévisions de chroniques chaotiques en annexe 2 n'améliore pas la qualité des prévisions. Même si la qualité des prévisions obtenues avec un réseau de neurones est meilleure qu'avec des prévisions naïves, la différence de moyennes du pourcentage d'erreur absolue n'est pas significative. En revanche, le réseau de neurones ne permet pas d'obtenir des prévisions de meilleure qualité qu'avec la méthode de Box et Jenkins et avec un lissage exponentiel. Cependant, la différence de moyennes du pourcentage d'erreur absolue est rarement significative.

Finalement, l'apport de la théorie du chaos à la thématique des prévisions de ventes ne résident pas dans les techniques de prévision non linéaires. Ces techniques sont difficiles à utiliser et, en l'occurrence, n'améliorent pas de façon significative la qualité



des prévisions. L'apport principal de la théorie du chaos réside plutôt dans la possibilité de fixer un horizon de prévisibilité. La fixation de cet horizon permet d'améliorer les prévisions, car elle évite de faire des prévisions erronées pour des horizons temporels pour lesquels tout effort de prévision est vain. Une fois l'horizon de prévisibilité fixé, il est donc possible de mettre en place un dispositif de contrôle et d'incitation stimulant. Ces résultats amènent à discuter la littérature en conclusion.

## CONCLUSION

La prévision des ventes demeure une thématique majeure pour la recherche en marketing dans un environnement caractérisé par l'importance croissante que les organisations accordent à l'optimisation de l'allocation de leurs ressources et au contrôle de l'efficacité de leurs actions en direction du marché.

Or, l'évolution des marchés limite la pertinence du recours systématique à l'hypothèse de linéarité sous-jacente aux méthodes de prévision, utilisant l'analyse des séries temporelles, majoritairement mises en œuvre par les organisations. L'influence directe des consommateurs sur la formation de la demande à travers les réseaux sociaux, la généralisation de comportements multi-canaux pour la préparation et la réalisation de l'achat, et l'extension des phénomènes de mode à de nombreuses catégories de produits rendent opportune une exploration des apports potentiels de nouvelles méthodes de prévision des ventes.

Cette recherche a montré comment le recours à des développements issus de la théorie du chaos permettait d'identifier la présence de non-linéarités et de chaos dans une série chronologique de ventes et enfin d'évaluer l'horizon de prévisibilité des ventes. Notre contribution présente une « originalité révélatrice » et une utilité pour les praticiens et les chercheurs au sens de Corley et Gioia (2011).

Nous avons montré que des ventes pouvaient être chaotiques. Cela n'avait pas été fait jusqu'alors, au mieux de nos connaissances (Phillips et Kim, 1996). Ainsi, nous avons confirmé la pertinence de la théorie du chaos pour comprendre la diffusion d'un produit dans un marché potentiel et généralement à la recherche en marketing. Nous allons donc au-delà des travaux existant en marketing qui se bornent à définir ce qu'est la théorie du chaos (Diamond, 1993), les outils associés (Hibbert et Wilkinson, 1994) et les possibilités d'application (Smith, 2002). La théorie du chaos permet de rendre compte de situations a priori paradoxales. Les ventes de jeux vidéo étudiées présentent des comportements semblant aléatoires et difficilement

prévisibles en théorie avec les outils linéaires de prévision des ventes. Pourtant, elles ont pour origines, entre autres, des interactions entre consommateurs pouvant être modélisées comme déterministes. Le dépassement de ce paradoxe est une contribution théorique originale présentant une utilité pour les chercheurs.

De plus, notre contribution va dans le sens de Goldstein et Gigerenzer (2009) : des méthodes simples (naïves ou lissages exponentiels) permettent de faire des prévisions aussi précises, voire meilleures, que des méthodes complexes (celle de Box et Jenkins ou celles utilisant un réseau de neurones). Notre contribution amène aussi à relativiser Hsieh (1991 : 1845) qui admettait que les méthodes de prévision linéaires ne fonctionneraient pas en présence de chaos. En l'occurrence, la méthode de Box et Jenkins semble faire des prévisions d'une qualité proche de celles obtenues avec un réseau de neurones.

Au-delà de son utilité dans le débat académique sur les prévisions de ventes, notre contribution possède une utilité pour les praticiens. Nous espérons que notre article leur a fait découvrir un outil permettant d'évaluer l'horizon de prévisibilité des ventes : l'exposant de Lyapunov. Cet outil fréquemment utilisé en physique, en médecine ou en biologie, pour détecter la présence de chaos, permet aussi d'évaluer le laps de temps durant lequel il est possible de faire des prévisions. Il s'agit d'un outil très intéressant pour un responsable de l'établissement du budget lors de la fixation de l'horizon budgétaire. Généralement fixé arbitrairement, l'horizon de prévisibilité des ventes peut être déterminé de façon plus judicieuse grâce à l'inverse de l'exposant de Lyapunov. Ce dernier apport pratique semble particulièrement prometteur dans une perspective managériale. Il est de nature à donner plus de validité à des prévisions de ventes qui sont ensuite utilisées aussi bien à des fins de contrôle de l'efficacité des ressources engagées que dans des dispositifs d'incitation, par exemple de la force de vente ou de distributeurs extérieurs.

Cependant, notre article présente un certain nombre de limites. Premièrement, nous n'avons pas montré explicitement la supériorité des méthodes présentées par rapport aux modèles usuels de diffusion (le modèle de Bass, par exemple) sur nos données. Cette limite ouvre quelques pistes de recherches futures. Il pourrait être intéressant dans de futures recherches de voir si le modèle défini par le réseau de neurones s'apparente à un modèle de diffusion déjà présenté dans la littérature. Si ce n'est pas le cas, il conviendrait de comparer la qualité des prévisions obtenues avec un réseau de neurones et celle des prévisions issues de modèles présentés dans la littérature.

Deuxièmement, montrer qu'il existe quatre séries de ventes chaotiques ne permet pas de généraliser nos résultats à d'autres secteurs. La réplication de la méthode proposée sur d'autres séries statistiques est nécessaire pour préciser ses conditions d'application. Cependant, comme souligné par Phillips et Kim (1996), il conviendrait d'avoir des séries longues dans d'autres secteurs pour ce faire.

Troisièmement, nous n'avons pas pris en compte l'influence d'autres variables dans notre analyse des séries de ventes étudiées : prix, dépenses publicitaires... Cela pourrait être fait dans de futures recherches. Mais l'obtention simultanée de séries de ventes, du prix de ses ventes, des dépenses publicitaires associées... sur une période suffisamment longue pour utiliser les analyses proposées semblent contraindre cette voie de recherche.

Enfin, notre analyse a été réalisée sur l'ensemble de la durée de vie des produits, comprenant différentes phases : lancement, croissance, maturité et déclin. Il conviendrait de mener les analyses **mobilisées** dans notre étude par phase pour voir si les méthodes non linéaires de prévision des ventes s'appliquent davantage à certaines phases. Cette limite ouvre la voie à d'autres recherches, à condition de disposer de séries de ventes très longues. Pour pouvoir mener cette recherche dans l'état actuel des techniques utilisant les fondements de la théorie du chaos, il faudrait avoir une série de ventes comprenant au moins 400 points par phase. De plus, au-delà de cette contrainte de longueur de série, cette recherche poserait aussi des questions d'identification des phases du cycle de vie.

En somme, l'application en marketing des techniques de prévision issues de la théorie du chaos souffre de deux contraintes : l'état de la technique statistique et l'état de la technique de collecte des ventes. Certes, des efforts ont été réalisés ces vingt dernières années pour réduire le nombre de points nécessaires pour détecter la présence de chaos et de non-linéarités dans des séries. Nonobstant, des efforts supplémentaires sont requis pour que ces méthodes se diffusent en recherche et en pratique dans le champ du marketing. D'autre part, on possède actuellement de séries de ventes hebdomadaires pour appliquer les méthodes de prévisions issues de la théorie du chaos. Cependant, la durée du cycle de vie des produits tend à se réduire. De plus, des séries de ventes journalières ou par heure permettraient aux chercheurs de faire des analyses plus fines mettant en œuvre les techniques présentées dans notre article. Ainsi, la mise en place de systèmes d'information permettant un meilleur reporting des ventes devrait être encouragée pour que les

praticiens et les chercheurs puissent bénéficier des apports de la théorie du chaos pour la prévision des ventes.

## **ANNEXE : LES APPORTS DE LA THÉORIE DU CHAOS À LA PRÉVISION**

Le but de cette annexe est d'exposer les apports de la théorie du chaos à la prévision. À cette fin, nous montrerons d'abord que ces modèles invitent à dépasser l'hypothèse de linéarité (annexe 1). Puis, nous présenterons une des méthodes préconisées pour prévoir des phénomènes non linéaires (annexe 2). Enfin, il apparaîtra qu'un test de présence d'une sensibilité aux conditions initiales permet de montrer la pertinence des méthodes issues de la théorie du chaos pour prévoir les ventes et d'évaluer l'horizon de prévisibilité limité de ce type de phénomènes (annexe 3).

### *Annexe 1 Dépassement de l'hypothèse de linéarité*

Le but de cette annexe 1 est de montrer le premier apport des « modèles chaotiques ». Ces modèles invitent les spécialistes du marketing à se détacher de leurs méthodes usuelles de prévision. Les techniques usuelles – méthodes de Meyer, de Buys et Ballot, de Box et Jenkins – fonctionnent pour prévoir les comportements de modèles linéaires ou de ventes se comportant conformément à ces modèles. Dans ce développement, nous considérons deux modèles rendant compte des ventes de biens à la mode. Par bien à la mode, nous entendons ensuite un bien que les consommateurs achètent en fonction du nombre de personnes l'ayant déjà acheté (Granovetter et Soong, 1986 ; Nakayama et Nakamura, 2004).

Le modèle linéaire de Miller *et alii* (1993) rend compte des comportements d'achats des consommateurs de ce type de biens en considérant que chaque individu influence positivement ou négativement les autres. Ces auteurs dérivent alors la dynamique d'achat de biens à la mode avec l'équation matricielle suivante :

$$X_t = AX_{t-1}$$

Où  $X_t$  et  $X_{t-1}$  sont des vecteurs contenant les achats d'un certain bien à la mode par tous les individus d'une population, respectivement, en un temps  $t$  et  $t - 1$ .  $A$  est une matrice exogène décrivant l'influence mutuelle entre les individus.

Si les ventes de biens à la mode se comportaient conformément à ce type de modèle, leurs comportements pourraient être les suivants : convergence des ventes vers un niveau de ventes d'équilibre (avec ou sans oscillation), divergence d'un

équilibre instable (avec ou sans oscillation), oscillation *ad infinitum*. Ces trois comportements seraient alors prévisibles avec une combinaison de méthodes usuelles d'analyse des séries chronologiques. Il est possible d'estimer, par exemple, la tendance (convergente ou divergente) avec la méthode de Meyer et les oscillations avec la technique de Buys et Ballot.

De plus, une erreur d'observation ou d'estimation des ventes actuelles,  $X_t + \varepsilon_t$  au lieu de  $X_t$ , ne rendrait pas impossibles leurs prévisions au-delà d'un certain horizon de prévisibilité. Pour tenir compte de l'influence d'autres facteurs (le climat, la politique, etc.), il est possible de considérer qu'il s'agit de perturbations et d'appliquer la méthode des perturbations. Le fondement de cette méthode est le suivant : l'évolution d'une variable peut s'écrire avec une somme dont le second terme est inférieur au premier, dont le troisième est inférieur au deuxième, etc. L'influence de facteurs climatiques ou politiques peut alors être calculé en effectuant successivement de petites corrections aux résultats obtenus avec des techniques classiques de prévision. Ces résultats sont des approximations d'ordre zéro. Il est possible de faire une première correction tenant compte grossièrement de l'influence de facteurs extérieurs à la dynamique des ventes : une approximation d'ordre un. Il est possible aussi de corriger cette approximation d'ordre un en tenant un peu mieux compte de l'influence des facteurs extérieurs : une approximation d'ordre deux. Cette procédure peut se poursuivre pour améliorer par approximations successives les prévisions des ventes.

À côté de ce modèle linéaire, il existe deux modèles non linéaires pour rendre compte des ventes de biens à la mode : celui de Granovetter et Soong (1986) et celui de Nakayama et Nakamura (2004). Le modèle de Nakayama et Nakamura (2004) rend compte de la proportion d'acheteurs dans une population à une période  $t + 1$ ,  $x_{t+1}$ , comme une fonction non linéaire de la proportion d'acheteurs à la période précédente,  $x_t$  :  $x_{t+1} = 1 / (1 + e^{p - \beta \cdot x_t \cdot (1 - x_t)^\alpha})$

$p$  représente le prix d'un bien à la mode,  $\beta$  rend compte de l'effet de l'interaction sociale sur la satisfaction des individus lors de la consommation d'un certain bien à la mode, et  $\alpha$  est le rapport entre un effet de snobisme (ou de distinction) et un effet de mimétisme (ou d'imitation).

Si les ventes de biens à la mode se comportaient en accord avec ce modèle non linéaire, on pourrait observer un comportement singulier. Pour certaines valeurs de  $p$ ,

$\beta$  et  $\alpha$ , on note paradoxalement un comportement semblant aléatoire dans un modèle déterministe. Si l'on fait une simulation avec  $p = 3$ ,  $\beta = 22$ ,  $\alpha = 1$  et une proportion initiale d'acheteurs égale à  $x_0 = 0,01$ , on obtient la suite de proportions d'acheteurs suivante : 0,01 ; 0,06 ; 0,14 ; 0,42 ; 0,91 ; 0,22 ; 0,68 ; 0,86 ; 0,41 ; 0,91 ; 0,23 ; 0,7 ; 0,83 ; 0,51 ; 0,92 ; 0,19 ; 0,59 ; 0,91 ; 0,23 ; 0,72. Pour montrer le caractère *a priori* aléatoire de cette trajectoire, il est commode d'arrondir les résultats obtenus à l'unité. On obtient alors la suite arrondie suivante : 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1. Cette suite peut être dite *a priori* aléatoire, car il existe un jeu de pile ou face correspondant exactement à la trajectoire arrondie des proportions d'acheteurs simulée ci-dessus.

Or les techniques de prévisions utiles pour prévoir des modèles linéaires – méthodes de Meyer, de Buys et Ballot, de Box et Jenkins – ne le sont pas pour prévoir des comportements *a priori* aléatoires.

En somme, l'hypothèse de linéarité du modèle, à laquelle sont supposées se conformer les ventes, fonde l'utilisation des méthodes classiques de prévision. Les modèles déterministes non linéaires, en exhibant des comportements *a priori* aléatoires, montrent qu'il est possible que ces méthodes ne soient pas efficaces. Nonobstant, « si les méthodes linéaires traditionnelles de prévision ne marchent pas ; les méthodes non linéaires [de prévision] doivent être utilisées » (Hsieh, 1991 : 1845).

Les modèles de diffusion utilisés en marketing (pour une revue de la littérature, voir Peres, Muller et Mahajan, 2010) pourraient alors être privilégiés pour faire des bonnes prévisions. Cependant, les données peuvent ne pas être en adéquation avec ces modèles. Les méthodes préconisées sont donc celles ne spécifiant pas la forme du modèle non linéaire et construisant un modèle non linéaire à partir d'un algorithme, par exemple un réseau de neurones.

### *Annexe 2 Méthodes préconisées*

Puisqu'un comportement chaotique est un comportement *a priori* aléatoire produit par une équation ou un système **déterministe non linéaire**, il est possible de prévoir un tel système en essayant de retrouver les équations de la dynamique. L'utilisation de méthodes d'ajustement pouvant rendre compte de relations non linéaires, comme celles utilisant des fonctions splines ou des réseaux de neurones, présente un certain intérêt.

Nychka *et alii* (1992) ont proposé une technique permettant d'estimer les relations entre la valeur d'une variable et ses valeurs passées. Il s'agit de construire un modèle supposant que la valeur d'une variable en un temps  $t + T$  dépend de ses valeurs passées :  $V_{t+T} = f_T(V_t, \dots, V_{t-n})$ .

$V_t$  rend compte de la valeur de la variable  $V$ , par exemple des ventes, en un temps  $t$ ,  $T$  est l'horizon de prévision et  $f_T$  une fonction inconnue, estimée par un réseau de neurones. Lorsqu'on utilise un modèle de diffusion comme celui de Bass, cette fonction est connue. Ici, on ne précise pas la fonction et l'algorithme décrit ci-dessous trouve la fonction réalisant le meilleur ajustement. Cette fonction  $f_T$  peut correspondre à un modèle de diffusion connu ou à un modèle inconnu jusqu'alors dans la littérature.

Le réseau de neurones reçoit les valeurs de la variable étudiée via des entrées :  $V_1, \dots, V_N$ . Les entrées attribuent un lien entre la valeur de la variable en  $t + T$  et ses valeurs passées. Puis, les entrées sont combinées dans la  $k$ -ième couche cachée (ou neurone) en fonction du poids  $\alpha_{kj}$  de chaque entrée  $j$  :  $In_k = \alpha_k + \sum_{j=t-n}^{j=t} \alpha_{k-j} \cdot V_j$ .

$In_k$  est la fonction associée à la couche cachée  $k$  combinant les entrées en fonction de leurs poids synaptiques,  $\alpha_k$  représente le niveau d'activité intrinsèque du  $k$ -ième neurone, le second terme situé à droite rend compte de l'activité du  $k$ -ième neurone due aux valeurs passées de la variable.

Puis, chaque couche cachée transforme cette combinaison des entrées avec une fonction d'activation  $\varphi$ . Une approximation de fonction sigmoïde est utilisée par le réseau de neurones de Nychka *et alii* (1992) pour faire ressortir une valeur de

chaque neurone : 
$$\varphi(In_k) = \frac{In_k(1 + \frac{|In_k|}{2})}{2 + |In_k| + In_k^2/2}$$

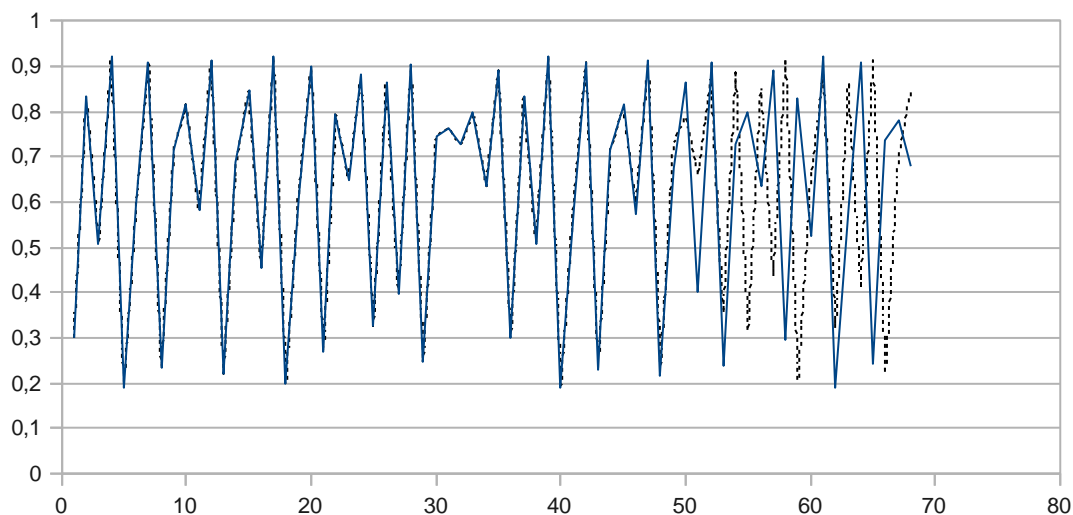
Enfin, la sortie du réseau de neurones somme ces transformations en les pondérant pour réaliser une prévision de la valeur de la variable en  $t + T$  :  $Out = \beta_0 + \sum_{k=1}^{k=K} \beta_k \cdot \varphi(In_k)$ .

$\beta_0$  est la constante ou le niveau d'activité intrinsèque de la sortie du réseau,  $K$  est le nombre de couches cachées ou de neurones devant être suffisamment grand pour avoir des prévisions pertinentes (mais relativement petit pour limiter le temps du calcul réalisé par l'ordinateur), et les  $\beta_k$  sont des pondérations des transformations issues des  $K$  couches cachées ou neurones.

### Annexe 3 Calcul de l'horizon de prévisibilité

Cette méthode utilisant un réseau de neurones permet de faire des prévisions d'une variable ayant un comportement chaotique sur un horizon  $T$ . L'horizon de prévisibilité d'une variable ayant un comportement chaotique dépend de la qualité des estimations de la valeur actuelle de cette variable. En prenant le modèle de Nakayama et Nakamura (2004) avec  $p = 3$ ,  $\beta = 22$  et  $\alpha = 1$ , et une proportion d'acheteurs égale à  $x_0 = 0,03$ , nous avons simulé l'évolution des proportions d'acheteurs apparaissant en bleu dans la figure 1. Si l'on fait la même simulation, avec  $x_0 = 0,03 + 10^{-9}$ , on observe des prévisions visiblement identiques jusqu'à un horizon de 50 (ligne en pointillés figure 3).

**Figure 3 : Sensibilité aux conditions initiales et erreur de  $10^{-9}$**



Note : L'axe des abscisses représente le temps et l'axe des ordonnées rend compte de la proportion d'acheteurs dans une population suivant le modèle de Nankayama et Nakamura (2004) avec  $p = 3$ ,  $\beta = 22$  et  $\alpha = 1$ . La proportion d'acheteur initiale est de 3 % pour la trajectoire représentée par une ligne et de 3,0000001 % pour celle représentée en pointillés.

Au-delà de la cinquantième période, les prévisions des proportions d'acheteurs sont visiblement très différentes. Autrement dit, une petite erreur d'estimation donne naissance à des erreurs importantes : il y a sensibilité aux conditions initiales. Puisqu'il est difficile, voire impossible, d'avoir une estimation parfaite de l'état actuel des facteurs influençant la dynamique des ventes (biais des systèmes d'information, *reporting* des ventes avec retard, absence d'enregistrement de toutes les variables pouvant jouer sur la dynamique des ventes...), il peut exister pour certaines ventes un horizon de prévisibilité limité.



Pour vérifier la présence d'un horizon de prévisibilité limité, il est souhaitable de tester si l'erreur initiale a tendance à s'amplifier de façon exponentielle. Ce faisant, on teste la présence de sensibilité aux conditions initiales. Formellement, la sensibilité aux conditions initiales signifie que même si la différence est petite entre deux conditions initiales,  $d(x_0) = x_0 + \varepsilon - x_0$ , alors au temps  $t$ , les trajectoires associées à ces conditions initiales peuvent être localement radicalement différentes :

$$d(x_t) = |d(x_0)|e^{\lambda t}.$$

$d(x_t)$  rend compte de la différence entre les deux trajectoires au temps  $t$ ,  $e$  représente la fonction exponentielle et  $\lambda$  est l'« exposant de Lyapunov ».

L'exposant de Lyapunov est une mesure de la divergence exponentielle entre deux trajectoires. Il permet de distinguer les variables ayant un comportement chaotique (et un horizon de prévisibilité limité) des autres. Lorsque l'exposant est positif, cela signifie que des erreurs d'estimation des ventes actuelles, par exemple, font diverger exponentiellement les ventes réelles des ventes prévues : il y a sensibilité aux conditions initiales. Dans ce cas, les ventes seraient imprévisibles au-delà d'un horizon égal à l'inverse de l'exposant de Lyapunov,  $1 / \lambda$ . Dans ce cas, aussi compliquée soit la méthode de prévision des ventes supposant des relations linéaires entre éléments jouant sur les ventes actuelles (ventes passées, caractéristiques des consommateurs, variables politiques...), elle ne pourrait pas prévoir les ventes (Hsieh, 1991 : 1845).

## **BIBLIOGRAPHIE**

Armstrong J.S., Morwitz V.G. et Kumar V. (2000) - Sales forecasts for existing consumer products and services : Do purchase intentions contribute to accuracy?, *International Journal of Forecasting*, n° 16, p. 383-397.

Benincà E. (2010) - Is there chaos out of there? Analysis of complex dynamics in plankton communities, Wageningen University Dissertation.

Benincà E., Huisman J., Heerkloss R., Jöhnk K.D., Branco P., Van Nes E.H., Scheffer M. et Ellner S.P. (2008) - Chaos in a long-term experiment with a plankton community, *Nature*, 451, n° 7180, p. 822-825.

Bordignon S. et Lisi F. (2001) - Predictive accuracy for chaotic economic models, *Economics Letters*, n° 70, p. 51-58.

- Brock W.A., Scheinkman J.A., Dechert W.D. et LeBaron B. (1996) - A test for independence based on the correlation dimension, *Econometric Reviews*, 15, n° 3, p. 197-235.
- Brynjolfsson E., Hu Y. et Smith M.D. (2010) - Long tails vs. superstars: The effect of information technology on product variety and sales concentration patterns, *Information Systems Research*, 21, n° 4, p. 736-747.
- Corley, K.J. et Gioia D.A. (2012) - Building theory about theory building: what constitutes a theoretical contribution?, *Academy of Management Review*, 36, n° 1, p. 12-32.
- Cox Jr J.E. et Loomis D. G. (2006) - Improving forecasting through textbooks — A 25 year review, *International Journal of Forecasting*, 22, n° 3, p. 617-624.
- Dekimpe M.G. et Hanssens D.M. (2000) - Time-series models in marketing: Past, present and future, *International Journal of Research in Marketing*, 17, n° 2-3, p. 183-193.
- Diamond A.H. (1993) - Chaos science, *Marketing Research*, 5, n° 4, p. 9-14.
- Fildes R. (2006) - The forecasting journals and their contribution to forecasting research: Citation analysis and expert opinion, *International Journal of Forecasting*, 22, n° 3, p. 415-432.
- Goldstein D.G. et Gigerenzer G. (2009) - Fast and frugal forecasting, *International Journal of Forecasting*, 25, n° 4, p. 760-772.
- Granovetter M. et Soong R. (1986) - Threshold models of interpersonal effects in consumer demand, *Journal of Economic Behavior & Organization*, 7, n° 1, p. 83-99.
- Guégan D. (2009) - Chaos in economics and finance, *Annual Reviews in Control*, n° 33, p. 89-93.
- Guerrero V.M. (1993) - Time-series analysis supported by power transformations, *Journal of Forecasting*, n°12, p. 37-48.
- Hibbert, B. et Wilkinson, I.F. (1994) - Chaos theory and the dynamics of marketing systems, *Journal of the Academy of Marketing Science*, 22, n° 3, p. 218-233.
- Hsieh D.A. (1991) - Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets, *Journal of Finance*, 46, n° 5, p. 1839-1877.
- Iman R. et Conover W.J. (1983) - *Modern Business Statistics*, Wiley, New York.
- Lin K. (1997) - The ABC's of BDS, *Journal of Computational Intelligence in Finance*, n° 5, p. 23-26.

Liu H.-F., Dai Z.-H., Li W.-F., Gong X. et Yu, Z.-H. (2005) - Noise robust estimates of the largest Lyapunov exponent, *Physics Letters A*, 341, n° 1, p. 119-127.

Lynn G.S., Schnaars S.P. et Skov R.B. (1999) - A survey of new product forecasting practices in industrial high technology and low technology businesses, *Industrial Marketing Management*, 28, n° 6, p. 565-571.

Meade N. et Islam T. (2006) - Modelling and forecasting the diffusion of innovation – A 25-year review, *International Journal of Forecasting*, 22, n° 3, p. 519-545.

Makridakis S. et Taleb N. (2009) - Decision making and planning under low levels of predictability, *International Journal of Forecasting*, 25, n° 4, p. 716-733

Miller C., McIntyre S. et Mantrala M. (1993) - Toward formalizing fashion theory, *Journal of Marketing Research*, 30, n° 2, p. 142-157.

Mills T.C. (1990) - *Time Series Techniques for Economists*, Cambridge University Press, Cambridge.

Nakayama S. et Nakamura Y. (2004) - A fashion model with social interaction, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 337, n° 3, p. 625-634.

Nychka D., Ellner S., Gallant A.R. et McCaffrey D. (1992) - Finding chaos in noisy systems, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 54, n° 2, p. 399-426.

Peres R., Muller E., Mahajan V. (2010) - Innovation diffusion and new product growth models: A critical review and research directions, *International Journal of Research in Marketing*, 27, n° 2, p. 91-106.

Phillips F. et Kim N. (1996) - Implications of chaos research for new product forecasting, *Technological Forecasting and Social Change*, 53, n° 3, p. 239-261.

Phillips P.C.B. et Perron P. (1988) - Testing for a unit root in time series regression, *Biometrika*, 75, n° 2, p. 335-346.

Pindyck R., Rubinfeld D. et Sollogoub M. (2005) - *Microéconomie*, 6<sup>ème</sup> édition, Baume-les-Dames: Pearson.

Schultz R.L. (1992) - Fundamental aspects of forecasting in organizations, *International Journal of Forecasting* 7, n° 4, p. 409-411.

Smith, A. (2002) - Three scenarios for applying chaos theory in consumer research, *Journal of Marketing Management*, 18, n° 5-6, p. 517-531.