



**HAL**  
open science

# Automates cellulaires pour la modélisation des transferts thermiques au sein de matériaux hétérogènes

Alix Violet, Eddy El-Tabach, Mame William-Louis

## ► To cite this version:

Alix Violet, Eddy El-Tabach, Mame William-Louis. Automates cellulaires pour la modélisation des transferts thermiques au sein de matériaux hétérogènes. Congrès National de la Recherche des IUT (CNR-IUT), Jun 2022, Roanne, France. hal-03820696v1

**HAL Id: hal-03820696**

**<https://hal.science/hal-03820696v1>**

Submitted on 19 Oct 2022 (v1), last revised 28 Nov 2022 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Automates cellulaires pour la modélisation des transferts thermiques au sein de matériaux hétérogènes

---

Alix Violet<sup>1</sup>

alix.violet@etu.univ-orleans.fr

Eddy El-Tabach<sup>1</sup>

eddy.el-tabach@univ-orleans.fr

Mame William-Louis<sup>1</sup>

mame.william-louis@univ-orleans.fr

<sup>1</sup> IUT de Bourges, Université d'Orléans  
Laboratoire PRISME, EA 4229

**Thèmes** – *Énergie - Matériaux*

**Résumé** – *La modélisation des transferts thermiques au sein des matériaux hétérogènes tels que les milieux granulaires est complexe et peu présente dans la littérature. Ce travail porte sur le développement d'un modèle 2D à base d'automates cellulaires (AC) pour la simulation des transferts thermiques au sein des milieux granulaires (composition pyrotechnique). L'originalité des AC est qu'ils permettent de tenir compte des propriétés des différents composants du milieu étudié. La comparaison entre les simulations par AC et des données expérimentales indique que le modèle développé donne de bons résultats.*

**Mots-Clés** – *Automates cellulaires, Matériaux énergétiques, Modélisation, Transferts thermiques*

## 1 Introduction

Les matériaux énergétiques ont des applications dans de nombreux domaines, aussi bien civil que militaire. Les compositions pyrotechniques sont des matériaux énergétiques constitués d'un mélange granulaire compressé d'un ou plusieurs couples d'oxydant-réducteur. Dans la littérature, la modélisation des transferts thermiques au sein de ces milieux fait intervenir des formules approximatives permettant d'homogénéiser les propriétés thermiques. Ces formules ne permettent pas de tenir compte de l'influence de la répartition des grains. Ainsi, avoir un modèle numérique qui simule le transfert thermique dans un milieu hétérogène (matériau énergétique) en tenant compte de la répartition des grains est très utile pour limiter le nombre et le coût des essais expérimentaux.

Par conséquent dans cette étude, un modèle numérique à base d'automates cellulaires (AC) est proposé afin de modéliser le transfert thermique dans un milieu hétérogène. L'originalité de ce modèle est qu'il reproduit la distribution granulaire. Les AC ont été inventés dans les années 1950 par J. Von Neumann [1] et S. Ulam [2]. Ils sont constitués de cellules ayant un nombre fini d'états qui évoluent au cours du temps en fonction de règles et de l'état de leur voisinage. Un exemple connu d'AC est le Jeu de la vie inventé par Conway [3] dans les années 1970. Par la suite, Wolfram [4] réalisa une étude empirique et systématique des AC. Depuis les AC ont été utilisés dans différents domaines tels que la biologie [5], la sécurité incendie [6] ou encore la gestion du trafic routier [7].

La principale caractéristique des AC est que chaque cellule interagit avec son voisinage. Le futur état de la cellule ne dépend pas uniquement de son état actuel, mais aussi des états de son voisinage [8].

## 2 Présentation du modèle développé

L'AC présenté ici est un modèle 2D permettant de modéliser les transferts thermiques au sein d'un cylindre axisymétrique hétérogènes.

L'espace est discrétisé en une grille 2D de  $m \times n$  (m lignes et n colonnes) cellules carrées de dimension  $e \times e$  (Figure 1). Chaque cellule est caractérisée par le type de matériau et la température. Au sein d'une cellule, les propriétés thermiques ainsi que la température sont supposées être homogènes. Le voisinage de Neumann (Figure 1) est utilisé.

Pour modéliser les transferts thermiques par AC, l'équation de la chaleur sans terme source est utilisée :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\varphi)$$

Où  $\rho$  est la masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ ),  $C_p$  la capacité thermique massique ( $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) et  $\varphi$  la densité de flux thermique ( $\text{W.m}^{-2}$ ).

Cette équation est discrétisée en calculant chaque flux traversant la cellule centrale C (Figure 1) :

$$T_C^{k+1} = T_C^k + \frac{\Delta t}{e \cdot \rho_C \cdot C_{pC}} (\varphi_S - \varphi_N + \varphi_W - \varphi_E)$$

Où  $\Delta t$  est le pas de temps (s).

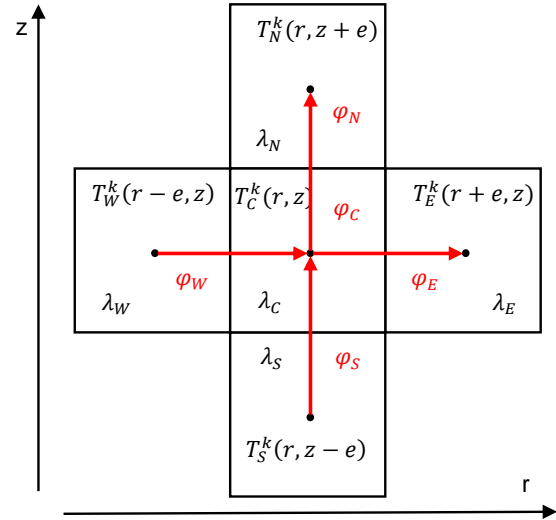


Figure 1 - Représentation de la discrétisation de l'espace

Les flux sont calculés grâce à la formule suivante :

$$\varphi = \frac{\Delta T}{R}$$

Où  $R$  est la résistance thermique ( $\text{W.m}^{-2}$ ) et  $\Delta T$  est la différence de température entre une cellule voisine et la cellule C (K). Les résistances sont calculées en mettant en série des résistances cartésiennes ou cylindriques selon le sens du flux.

Une méthode explicite de type Runge-Kutta pour la discrétisation temporelle est utilisée. Il est important de respecter le critère de stabilité suivant :

$$Fo = \frac{\max(\alpha_i) \Delta t}{e^2} < \frac{1}{2}$$

Où  $Fo$  est le nombre de Fourier et  $\alpha_i$  est la diffusivité ( $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ) du matériau i.

## 3 Validation du modèle développé

Pour valider le modèle développé, ses résultats sont comparés à des mesures expérimentales trouvées dans la littérature [9].

Roux et al. [9] propose une méthode permettant de déterminer la diffusivité thermique d'une composition pyrotechnique, le mélange fer/soufre. Pour cela, un échantillon cylindrique de 70 mm de hauteur et de 7 mm de rayon est chauffé dans un four tubulaire dont les parois supérieures et inférieures sont isolées. Les températures sont relevées à la paroi ( $T_W$ ) et au centre ( $T_C$ ) de la composition (Figure 2). La paroi est chauffée de 18 à 35°C. Le relevé de température à la paroi sert de condition aux limites de Dirichlet.

Pour reproduire l'échantillon, les grains de soufre, de fer et les pores (ici de l'air) sont supposés être de taille identique (une cellule). La grille (500×50) est remplie aléatoirement en respectant les proportions volumiques V% de l'échantillon (Figure 2). Les propriétés thermiques sont celles des matériaux à 20°C (Table 1).

Les profils de température numérique et expérimentaux sont représentés en Figure 3.

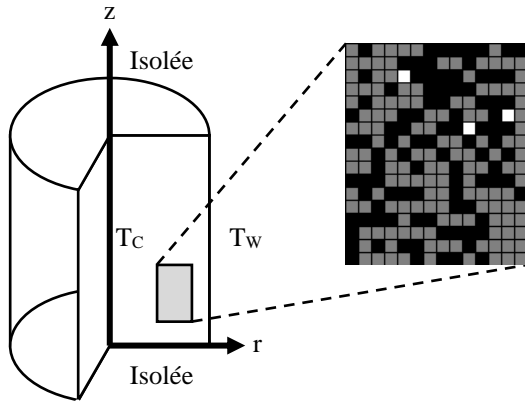


Figure 2 – Représentation du cylindre et d'une partie de sa discrétisation, avec le fer, le soufre et l'air, en noir, gris et blanc respectivement.

Table 1 : Propriétés de la composition

| Propriétés thermiques                           | Fer  | Soufre | Air   |
|---|------|--------|-------|
| $\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) | 80,2 | 0,269  | 0,026 |
| $\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )                    | 7800 | 2070   | 1,225 |
| Cp (J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )       | 444  | 710    | 1004  |
| V%  | 38%  | 61%    | 1%    |

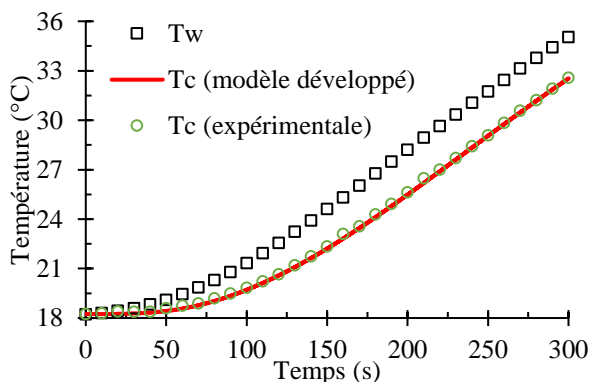


Figure 3 – Profils de température expérimental et numérique au centre et à la paroi du cylindre.

La Figure 3 montre que les résultats expérimentaux et numériques coïncident. Ce résultat montre que le modèle développé peut correctement simuler les transferts thermiques au sein d'un cylindre composé d'un empilement aléatoire de grains ayant des propriétés thermiques différentes.

## 4 Conclusions

Un modèle numérique à base d'AC a été développé pour modéliser les transferts au sein d'un milieu hétérogène. La bonne correspondance entre les résultats du modèle développé et les résultats expérimentaux montre la capacité du modèle à simuler correctement les transferts thermiques dans un matériau hétérogène.

Par la suite, l'influence du mode de répartition des grains sur les transferts thermiques doit être étudiée.

## 5 Remerciements

Les auteurs remercient P. Gillard pour son aide scientifique.

Ce travail a été financé par le projet « *Chaire Industrielle ACXEME* » soutenu par l'ANR, en France.

## Références

- [1] J. von Neumann, *Theory of Self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press, 1967.
- [2] S. Ulam, "Random processes and transformations," *Proceedings of the International Congress of Mathematics, Vol. 2*, 1952.
- [3] M. Gardner, "Mathematical games: the fantastic combinations of John Conway's new solitaire game 'life,'" *Scientific American*, 1970.
- [4] S. Wolfram, *A New Kind of Science*. Wolfram Media, 2002. [Online]. Available: [www.wolframscience.com](http://www.wolframscience.com)
- [5] D. G. Mallet and L. G. de Pillis, "A cellular automata model of tumor-immune system interactions," *Journal of Theoretical Biology*, vol. 239, no. 3, pp. 334–350, Apr. 2006, doi: 10.1016/J.JTBI.2005.08.002.
- [6] C. Wang, Y. Tang, M. A. Kassem, H. Li, and Z. Wu, "Fire evacuation visualization in nursing homes based on agent and cellular automata," *Journal of Safety Science and Resilience*, vol. 2, no. 4, pp. 181–198, Dec. 2021, doi: 10.1016/J.JNLSSR.2021.08.006.
- [7] J. Wang, W. Lv, Y. Jiang, S. Qin, and J. Li, "A multi-agent based cellular automata model for intersection traffic control simulation," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 584, p. 126356, Dec. 2021, doi: 10.1016/J.PHYSA.2021.126356.
- [8] D. G. Green and T. Leishman, "Computing and Complexity - Networks, Nature and Virtual Worlds," in *Philosophy of Complex Systems*, Elsevier, 2011, pp. 137–161. doi: 10.1016/B978-0-444-52076-0.50004-3.
- [9] M. Roux, F. Marlin, C. Brassay, and P. Gillard, "Numerical Determination of the Thermal Diffusivity and Kinetic Parameters of Solid Explosives," *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, vol. 18, no. 4, pp. 188–194, 1993, doi: 10.1002/prep.199300004.