



**HAL**  
open science

## Couplage global/local non-intrusif et calcul asynchrone

Pierre Gosselet, Ahmed El Kerim, Frederic Magoules

► **To cite this version:**

Pierre Gosselet, Ahmed El Kerim, Frederic Magoules. Couplage global/local non-intrusif et calcul asynchrone. Congrès Français de Mécanique, Aug 2022, Nantes, France. hal-03818251

**HAL Id: hal-03818251**

**<https://hal.science/hal-03818251v1>**

Submitted on 17 Oct 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Couplage global/local non-intrusif et calcul asynchrone

P. GOSSELET<sup>a,b</sup>, A. EL KERIM<sup>b,c</sup>, F. MAGOULES<sup>c</sup>

a. Univ. Lille, CNRS, Centrale Lille, UMR 9013 - LaMcube, pierre.gosselet@univ-lille.fr

b. LMPS, ENS Paris-Saclay/CentraleSupélec/CNRS, ahmed.elkerim@ens-paris-saclay.fr

c. MICS, CentraleSupélec/Univ. Paris-Saclay, frederic.magoules@centralesupelec.fr

## Résumé :

*Le calcul Global/Local est une technique de calcul qui s'intègre aisément dans les chaînes de calcul industrielles, puisqu'elle peut s'adapter à la majorité des codes de calcul commerciaux. Elle peut s'interpréter comme une correction itérative du submodeling, permettant restituer exactement les interactions entre les différents modèles. Le calcul Global/Local possède de nombreux avantages en termes de preprocessing puisqu'il simplifie la gestion des maillages mais les performances de calcul sont souvent limitées malgré l'existence de bons accélérateurs. Cette présentation propose d'investiguer le passage au paradigme asynchrone pour converger plus rapidement et mieux s'adapter aux déséquilibres de charges fréquemment rencontrés, en particulier pour les problèmes non-linéaires.*

Ce travail est réalisé dans le cadre de l'ANR ADOM (ANR-18-CE46-0008).

## Abstract :

*The Global/Local coupling is a calculation technique that can be easily integrated into industrial calculation chains, since it can be adapted to most commercial codes. It can be interpreted as an iterative correction of the submodeling, allowing to restore exactly the interactions between the different models. Global/Local computation has many advantages in terms of preprocessing since it simplifies the management of meshes but the computational performance is often limited despite the existence of good accelerators. This presentation proposes to investigate the transition to the asynchronous paradigm in order to converge faster and to better adapt to the load imbalances frequently encountered, in particular for nonlinear problems.*

Part of this work is supported by the French National Research Agency, under project ADOM (grant ANR-18-CE46-0008).

**Mots clefs :** Couplage global/local, non-intrusivité, asynchronisme, décomposition de domaine

## 1 Introduction

Le couplage global/local (voir [4] et les références incluses) peut être vu comme une correction itérative du *submodeling* (ou *zoom structural*), une technique très employée dans les simulations industrielles.

Il permet de traiter des modèles « emboîtés » où des zones d'intérêt sont modélisées plus finement et réanalysées dans des « patches », en assurant que l'ensemble des interactions (entre tous les patches fins et tous les niveaux) sont bien prises en compte. Il a par exemple été appliqué pour l'introduction de détails géométriques, de comportements complexes (élastoviscoplasticité, fissuration) ou de données stochastiques dans des simulations de structures, en quasi-statique ou en dynamique. Il a même été employé pour mettre en œuvre une méthode de décomposition de domaine non-linéaire [2]. Le couplage global/local a l'avantage de pouvoir être mis en place en exploitant uniquement des traitements et entrées-sorties standards pour des codes élément-fini (déplacements et réactions), même commerciaux (par exemple Abaqus ou Code\_Aster).

Il a été montré que le couplage pouvait s'interpréter comme une méthode de décomposition de domaine de type Dirichlet-Robin alternée, cadre dans lequel il est possible de mettre en place un traitement asynchrone [6]. Dans l'ANR ADOM (ANR-18-CE46-0008), nous investiguons les bénéfices de ce nouveau paradigme pour le couplage global/local. Les gains espérés sont de nombreuses natures : temps de calcul réduit, meilleure adaptation aux déséquilibres de charge, aux calculateurs hétérogènes, aux défaillances matérielles (réseau et unités de calcul).

Ce cours article présente la méthode et l'illustre sur un cas test académique.

## 2 Le couplage global/local

Le point de départ de la méthode est un modèle simplifié de la structure que l'on souhaite étudier. Ce modèle, dit Global ou Grossier, doit permettre une représentation correcte des grands flux d'effort dans la structure. Pour satisfaire à la théorie actuellement établie [9], il doit être linéaire, néanmoins certaines non-linéarités semblent être acceptables en pratique [1].

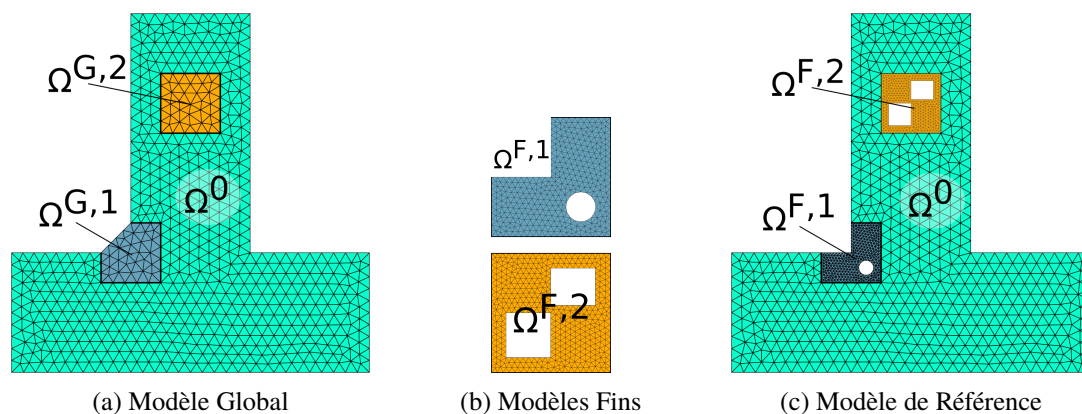


FIGURE 1 – Modèle 2D simple.

Suite à un calcul initial sur le modèle Global (voir fig. 1a), des zones ( $\Omega^{G,s}$ ) sont détectées pour être raffinées (voir fig. 1b). Ce sont typiquement des régions où des critères métiers ont été dépassés (par exemple les éléments où la contrainte de Mises excède 80% de la limite élastique). Cela peut également être des zones où le modèle Grossier est notoirement insuffisant, parce qu'il simplifie la géométrie exacte (par exemple en supprimant des perforations) ou le comportement (élasticité à la place de plasticité). Les zones raffinées sont regroupées en patches Fins ( $\Omega^{F,s}$ ), constitués d'ensembles connexes d'éléments grossiers éventuellement contigus, mais ne se recouvrant pas. Si l'union des patches Fins ne couvre pas l'ensemble de la structure, on appelle zone Complémentaire le sous-domaine Global non couvert,

noté  $\Omega^0$ . La zone Complémentaire est également considérée comme un patch Fin, puisque implicitement on la considère comme suffisamment précise pour atteindre la qualité souhaitée de simulation. On peut alors définir le modèle de Référence formé par l'ensemble des patches Fins (voir fig. 1c). La théorie actuellement fonctionne pour des Patches associés à des comportements monotones (pour la mécanique, les comportement à écrouissage positif comme l'élastoviscoplasticité usuelle), même si en pratique il est possible de simuler des comportements plus variés sous réserve d'un contrôle précis de la stabilité [10].

La technique utilisée classiquement dans l'industrie, appelée *submodeling* ou zoom structural, consiste à réaliser un calcul Global et à se servir du champ de déplacement obtenu comme condition limite pour les patches Fins. Elle est connue pour risquer de conduire à des erreurs importantes que l'on peut matérialiser par le déséquilibre sur le bord des patches dans le modèle de référence.

On peut donc formuler le problème de Référence comme « trouver le déplacement d'interface tel que les calculs de Dirichlet sur chacun des patches Fins conduisent à des réactions en équilibre entre les patches ». Cette formulation évoque fortement les méthodes primales de décomposition de domaine [5]; nous allons montrer que le calcul Global/Local peut être vu comme un préconditionnement original.

Pour formaliser cela, on étudie le problème sur un incrément de chargement après discrétisation spatiale en supposant les maillages conformes. Pour chaque sous-domaine, on introduit l'opérateur Dirichlet-vers-Neumann  $\mathcal{S}^{F,s}$  qui renvoient les réactions nodales  $\lambda^{F,s}$  associées à des conditions de Dirichlet  $\mathbf{u}_\Gamma^{F,s}$  sur l'interface :

$$s \in \{0, \dots, N\}, \quad \lambda^{F,s} = \mathcal{S}^{F,s}(\mathbf{u}_\Gamma^{F,s}; \mathbf{f}^{F,s}) \quad (1)$$

où  $\mathbf{f}^{F,s}$  symbolise les chargements extérieurs imposés. On définit l'opérateur  $\mathbf{A}^s$  qui injecte l'interface locale ( $\Gamma^{F,s} = \partial\Omega^{F,s} \cap \Omega$ ) dans l'interface globale  $\Gamma = \cup \Gamma^s$ . L'opérateur transposé  $\mathbf{A}^{sT}$  est la restriction de l'interface globale vers l'interface locale.

Le problème de référence peut alors s'écrire comme la recherche du déplacement  $\mathbf{u}_\Gamma$  sur l'interface globale tel que :

$$\sum_{s=0}^N \mathbf{A}^s \mathcal{S}^{F,s}(\mathbf{A}^{sT} \mathbf{u}_\Gamma; \mathbf{f}^{F,s}) = 0. \quad (2)$$

Ce système est à la base des méthodes de décomposition de domaine non-linéaires primales, également appelées méthodes avec relocalisation non-linéaire [8]. Dans le cas linéaire, l'opérateur  $\mathcal{S}^{F,s}$  est affine et peut s'écrire :

$$\mathcal{S}_{lin}^{F,s}(\mathbf{A}^{sT} \mathbf{u}_\Gamma; \mathbf{f}^{F,s}) = \mathbf{S}^{F,s} \mathbf{A}^{sT} \mathbf{u}_\Gamma - \mathbf{b}^{F,s} \quad (3)$$

où  $\mathbf{S}^{F,s}$  est la matrice du complément de Schur et  $\mathbf{b}^{F,s}$  la contribution des efforts donnés condensée à l'interface. Le préconditionnement de l'opérateur primal (2) prend alors traditionnellement la forme :

$$\mathbf{P}^T \left( \sum_s \tilde{\mathbf{A}}^s \mathbf{S}^{F,s} \tilde{\mathbf{A}}^{sT} \right) \mathbf{P}. \quad (4)$$

On reconnaît une partie dite « Neumann-Neumann » formée par assemblage pondéré (symbole  $\tilde{\mathbf{A}}^s$ ) de pseudo-inverses des opérateurs locaux (symbole  $\mathbf{S}^{F,s^\dagger}$ ), qui est hautement parallélisable. Pour atteindre l'extensibilité, elle doit être complétée par un correcteur grossier, noté ici  $\mathbf{P}$  qui doit contenir a minima l'information relative à l'équilibre des torseurs d'efforts par sous-domaine [7], qui doit être complétée par des informations plus subtiles en cas de problèmes plus complexes [11].

La méthode Globale/Locale peut s'interpréter comme une stratégie alternative de préconditionnement pour (2). L'idée est d'obtenir  $\mathbf{u}_\Gamma$  à l'aide de la résolution du problème Global corrigé par un chargement d'interface :

$$\mathbf{p}_\Gamma \text{ donné, trouver } \mathbf{u}_\Gamma \text{ tel que } \sum_{s=0}^N \mathbf{A}^s \mathcal{S}^{G,s}(\mathbf{A}^{sT} \mathbf{u}_\Gamma; \mathbf{f}^{G,s}) = \mathbf{p}_\Gamma. \quad (5)$$

Et on note  $\mathbf{u}_\Gamma = \mathcal{S}^{G^{-1}}(\mathbf{p}_\Gamma)$ . Le second membre  $\mathbf{p}_\Gamma$  s'interprète comme un déséquilibre imposé entre les sous-domaines grossiers. Le système Global/Local peut donc s'écrire :

$$\text{trouver } \mathbf{p}_\Gamma \text{ tel que } \sum_{s=0}^N \mathbf{A}^s \mathcal{S}^{F,s}(\mathbf{A}^{sT} \mathcal{S}^{G^{-1}}(\mathbf{p}_\Gamma); \mathbf{f}^{F,s}) = 0. \quad (6)$$

Si on compare (6) et le préconditionneur (4), on voit que l'approche globale/locale est bien moins parallèle puisqu'elle repose sur la résolution d'un problème Global bien moins grossier, a priori réalisée par un solveur séquentiel. Néanmoins, la richesse supérieure de ce problème Global laisse espérer une plus grande robustesse du solveur sans besoin d'introduire des outils plus poussés. Enfin, il est à noter que le système (6) peut également s'interpréter comme une méthode de Schwarz sans recouvrement Dirichlet-Robin alternée [4] qui supporte des solveurs de point fixe de type Richardson modifié.

De manière à dépasser les limites inhérentes à un calcul alterné, nous investiguons le passage au paradigme asynchrone où chaque process exécute un calcul dès qu'il a une nouvelle information à sa disposition, voir la figure 2. À l'aide de la théorie des paracontractions [3], nous pouvons prouver que si le processus synchrone converge alors les itérations asynchrones doivent en faire de même. Notre espoir est que l'asynchronisme permette d'éliminer les temps d'attente et de rendre la méthode bien plus efficace et en particulier moins sensible au déséquilibre de charges, et ceci même en l'absence d'accélérateur tel Aitken dont le rapport simplicité/efficacité fait référence en synchrone.

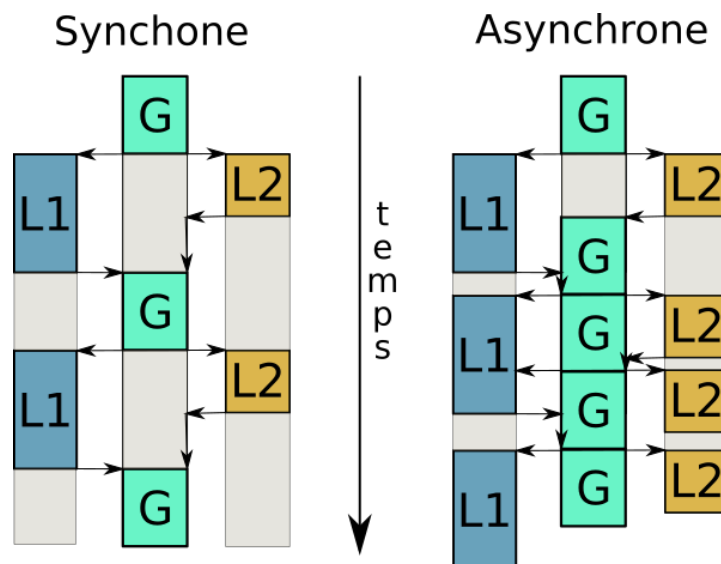


FIGURE 2 – Déroulement des itérations synchrones et asynchrone

### 3 Illustration

On donne dans ce papier les performances associées au problème de la figure 1. Les problèmes considérés sont la thermique linéaire (équation de Laplace avec terme source  $\Delta u = 1$  — Table 1), l'élasticité linéaire (avec chargement de type gravité — Table 2) et la thermique non-linéaire (de la forme  $\Delta u + u^3 = 1$  — Table 3). On utilise des éléments finis P1, le problème global contient 701 nœuds, le premier patch 612 nœuds et le second 692. Pour tous ces problèmes dont la simplicité et le bon équilibrage de charge desservent la méthode asynchrone, on voit qu'une fois une bonne relaxation trouvée, le calcul asynchrone se rapproche du calcul de référence (synchrone avec accélérateur d'Aitken).

Lors de la présentation orale, des résultats 3D plus significatifs seront présentés, avec des patches plus nombreux (plusieurs centaines) et des comportements plus complexes (plasticité). On étudiera également plusieurs architectures de calcul (cluster ou réseau de stations de travail) et différentes mises en œuvre. Nous montrerons que la méthode asynchrone se montre fréquemment plus efficace que la méthode synchrone, même accélérée.

	Synchrone	Aitken	Asynchrone	Async+relax.
Temps (s)	0.2	0.12	0.32	0.15
Itérations	14	8	46[48-48]	22[23-24]

TABLE 1 – Problème de thermique linéaire

	Synchrone	Aitken	Asynchrone	Async+relax.
Temps (s)	0.64	0.33	1.09	0.51
Itérations	32	15	93[94 - 96]	44[45-47]

TABLE 2 – Problème d'élasticité plane linéaire

	Synchrone	Aitken	Asynchrone	Async+relax.
Temps (s)	0.75	0.5	1.30	0.64
Itérations	17	10	57[58 - 59]	26[27-28]

TABLE 3 – Problème de thermique non-linéaire

### Références

- [1] Maxime Blanchard, Olivier Allix, Pierre Gosselet, and Geoffrey Desmeure. Space/time global/local noninvasive coupling strategy : Application to viscoplastic structures. *Finite Elements in Analysis and Design*, 156 :1–12, 2019.
- [2] Mickaël Duval, Jean-Charles Passieux, Michel Salaün, and Stéphane Guinard. Non-intrusive coupling : recent advances and scalable nonlinear domain decomposition. *Archives of Computational Methods in Engineering*, pages 1–22, 2014.
- [3] Stanley C Eisenstat and Homer F Walker. Choosing the forcing terms in an inexact Newton method. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 17(1) :16–32, 1996.
- [4] Pierre Gosselet, Maxime Blanchard, Olivier Allix, and Guillaume Guguin. Non-invasive global-local coupling as a Schwarz domain decomposition method : acceleration and generalization. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 5(4), 2018.

- [5] Patrick Le Tallec. Domain decomposition methods in computational mechanics. *Comput. Mech. Adv.*, 1(2) :121–220, 1994.
- [6] F. Magoulès, D.B. Szyld, and C. Venet. Asynchronous optimized schwarz methods with and without overlap. *Numerische Mathematik*, 13 :199–227, 2017.
- [7] Jan Mandel. Balancing domain decomposition. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 9(3) :233, 1993.
- [8] Camille Negrello, Pierre Gosselet, Christian Rey, and Julien Pebrel. Substructured formulations of nonlinear structure problems — influence of the interface condition. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 107(13) :1083–1105, 2016.
- [9] Anthony Nouy and Florent Pled. A multiscale method for semi-linear elliptic equations with localized uncertainties and non-linearities. *ESAIM : M2AN*, 52 :1763–1802, 2018.
- [10] Jean-Charles Passieux, Julien Réthoré, Anthony Gravouil, and Marie-Christine Baietto. Local/global non-intrusive crack propagation simulation using a multigrid x-fem solver. *Computational Mechanics*, 52(6) :1381–1393, 2013.
- [11] Nicole Spillane and Daniel J. Rixen. Automatic spectral coarse spaces for robust FETI and BDD algorithms. *Internat. J. Num. Meth. Engin.*, 95(11) :953–990, 2013.