

Équation des pavillons 1D conservative avec parois mobiles : **Discretisation spatio-temporelle** à **bilan de puissance équilibré** et **simulation** du conduit vocal

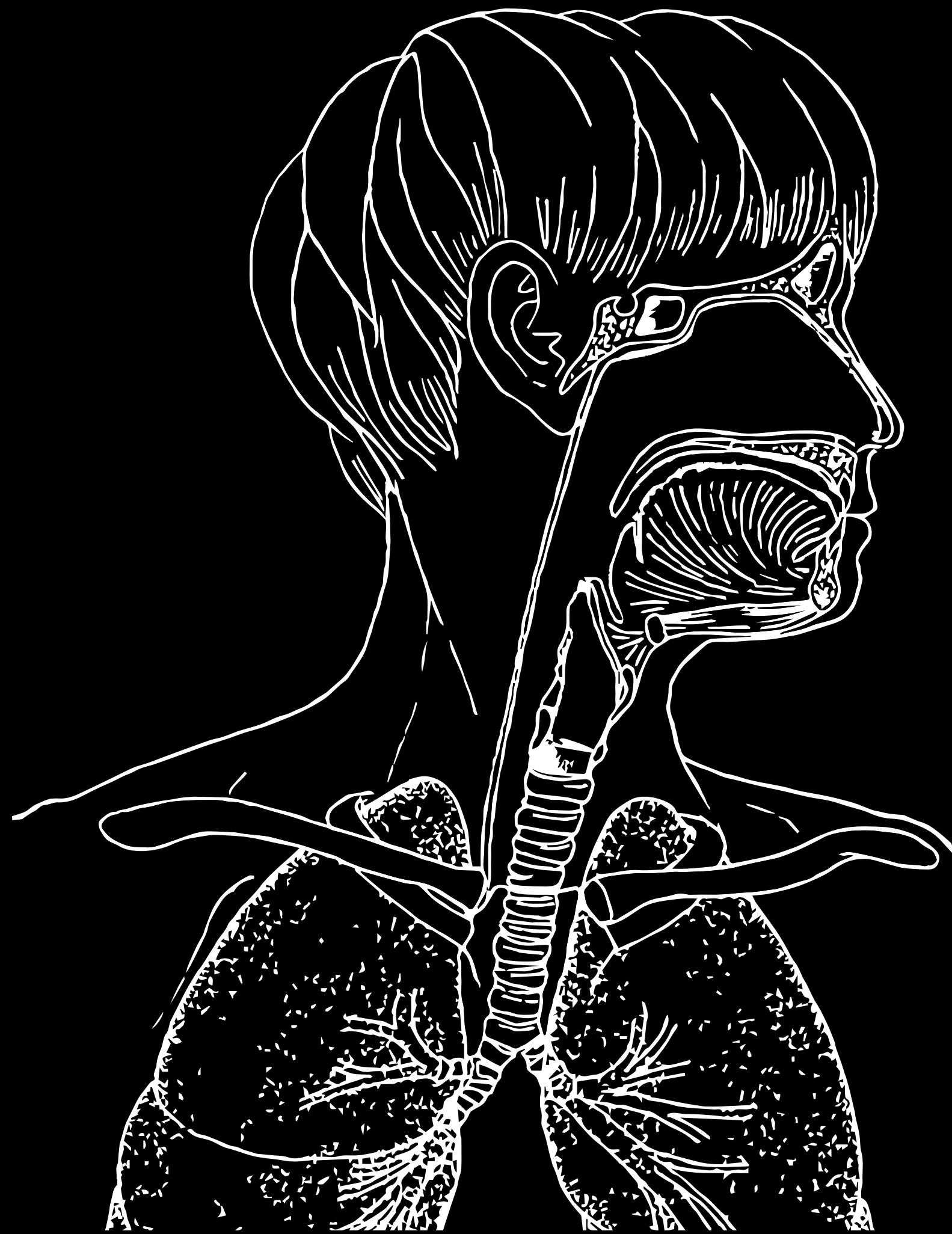
Colette Voisembert, Victor Wetzel, Thomas Hélie, Fabrice Silva

Congrès Français d'Acoustique de la SFA

Mercredi 13 avril 2022 - 15h30



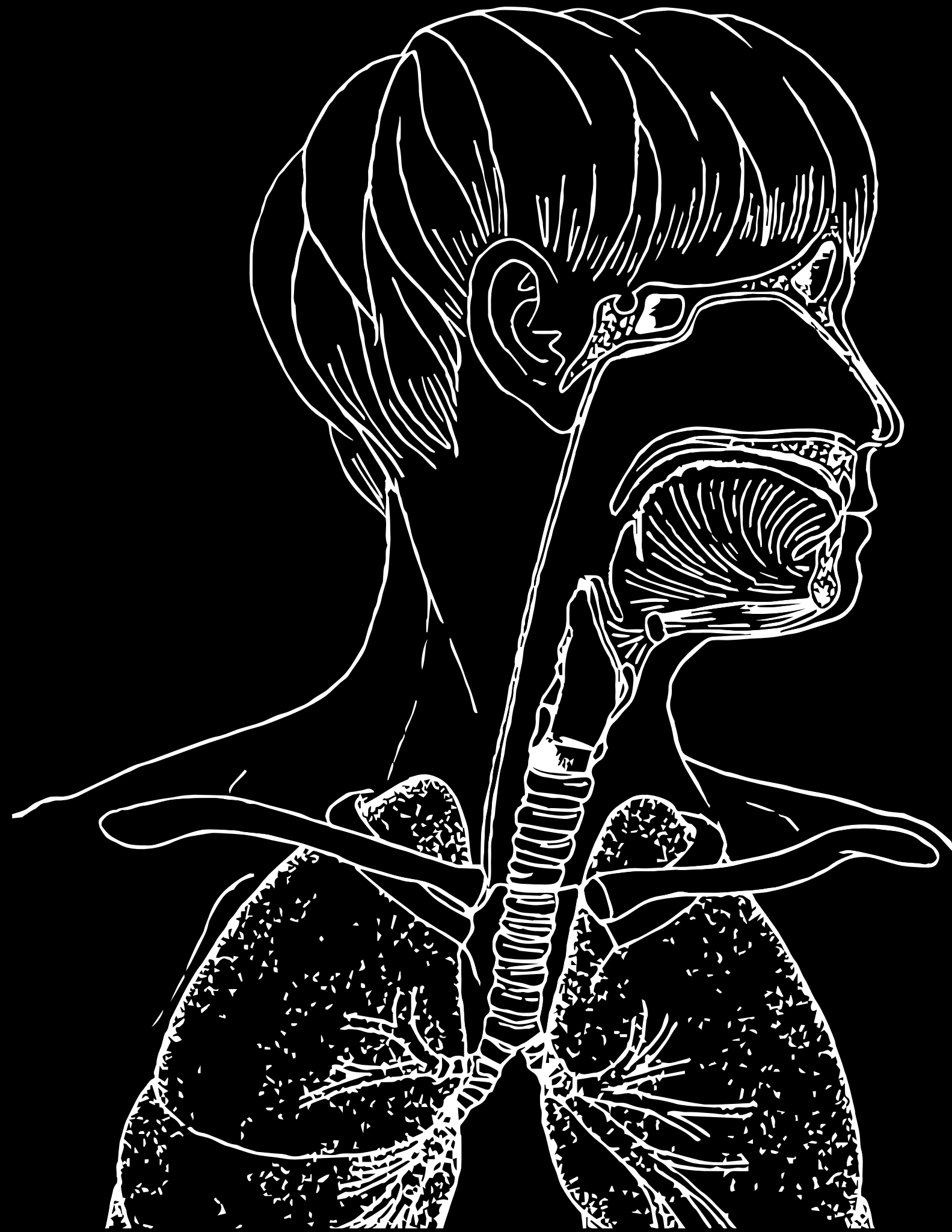
Appareil vocal



Extrait de [Calais-Germain, 2005]

Appareil vocal

Découpage en trois groupes

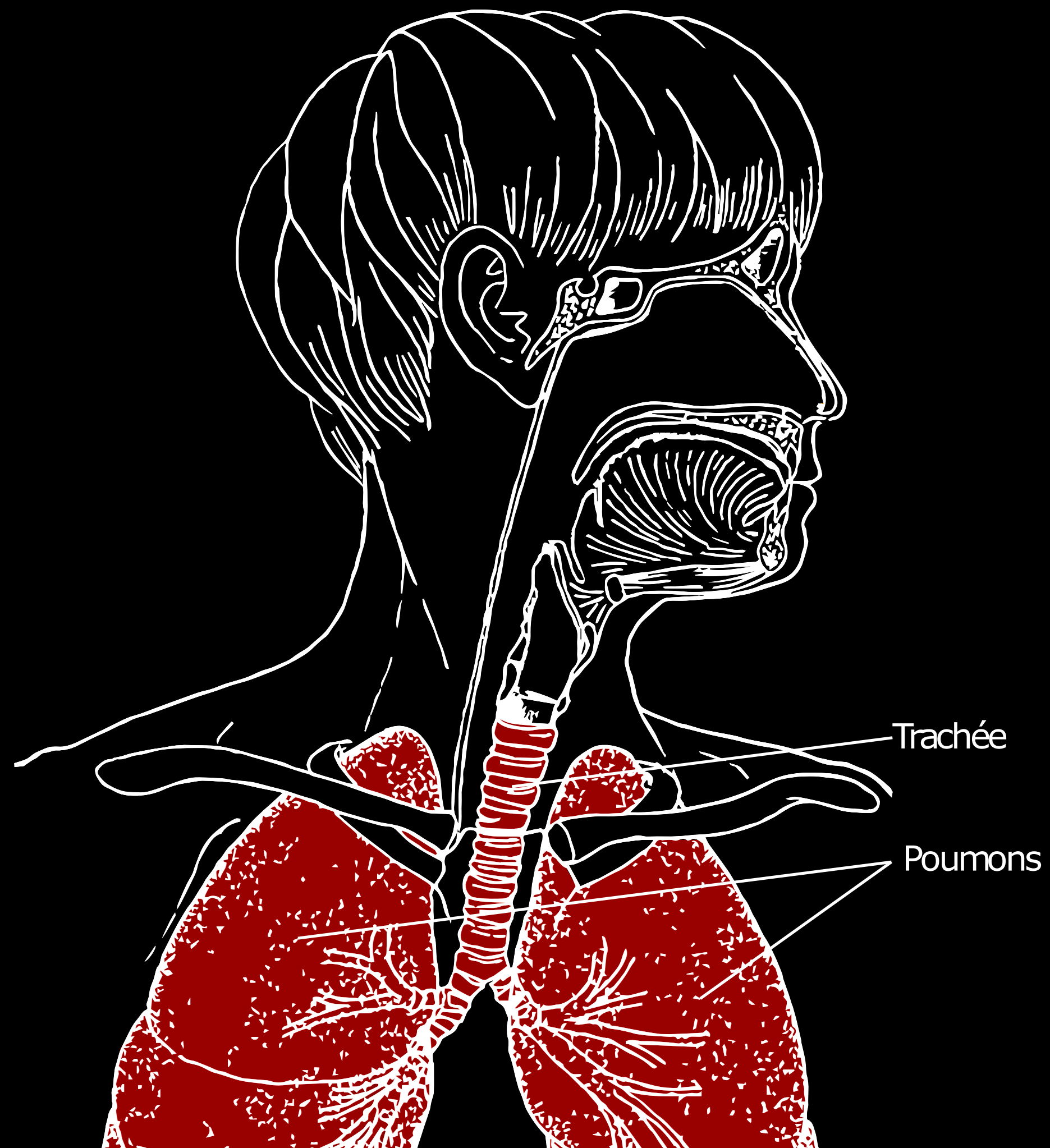


Extrait de [Calais-Germain, 2005]

Appareil vocal

Découpage en trois groupes

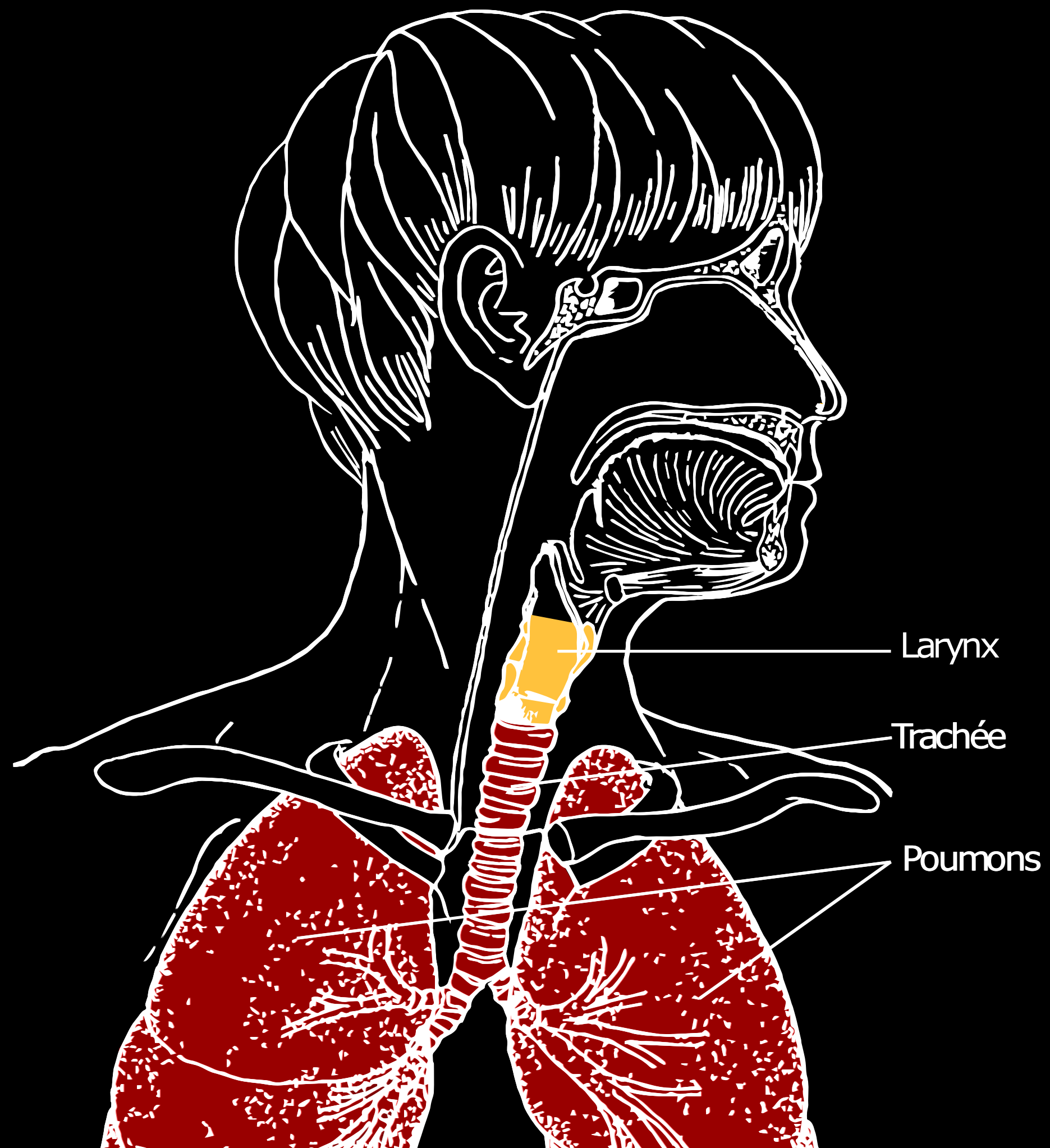
- étage respiratoire



Appareil vocal

Découpage en trois groupes

- étage phonatoire
- étage respiratoire

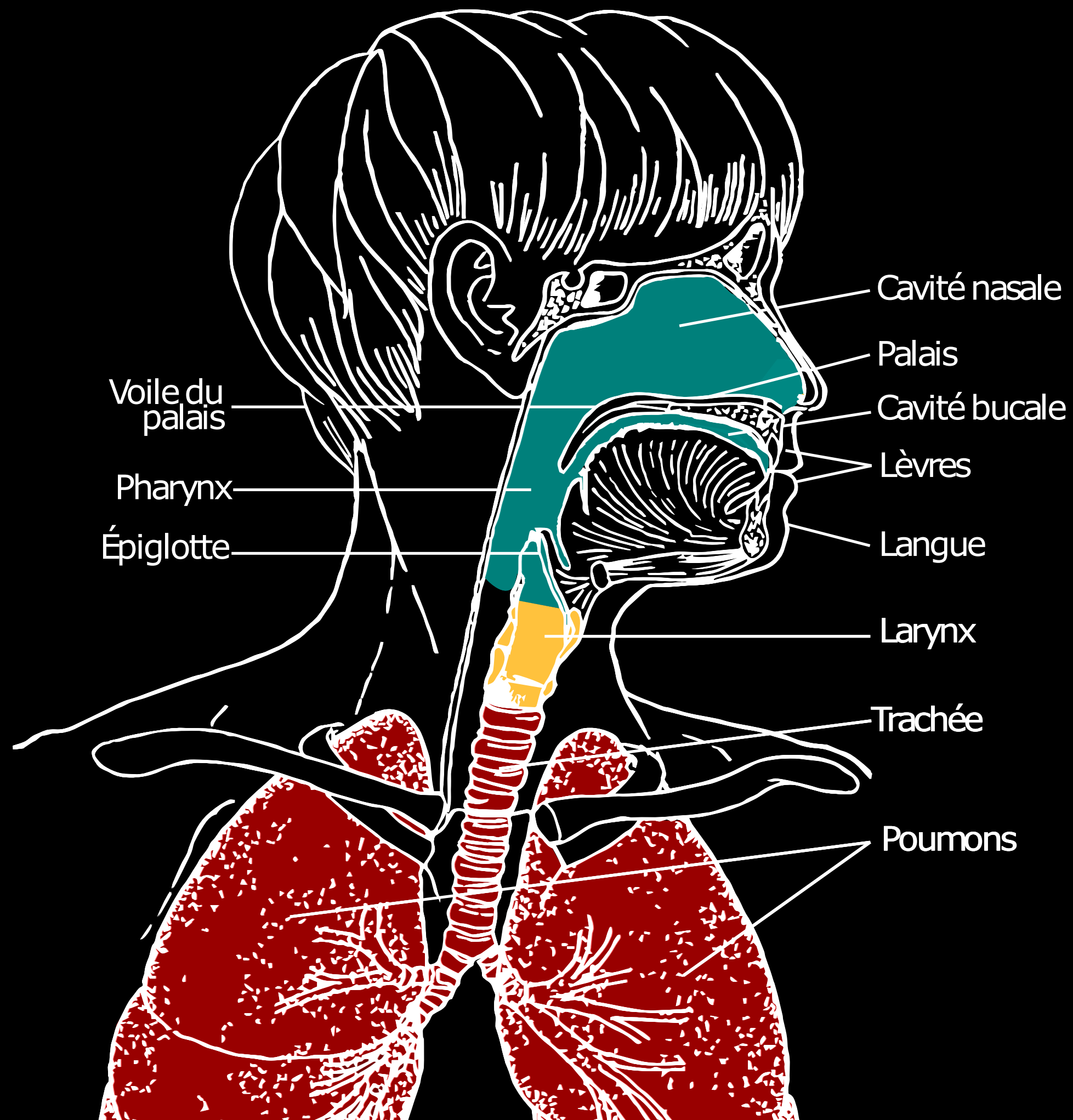


Extrait de [Calais-Germain, 2005]

Appareil vocal

Découpage en trois groupes

- étage articulateur
- étage phonatoire
- étage respiratoire



Extrait de [Calais-Germain, 2005]

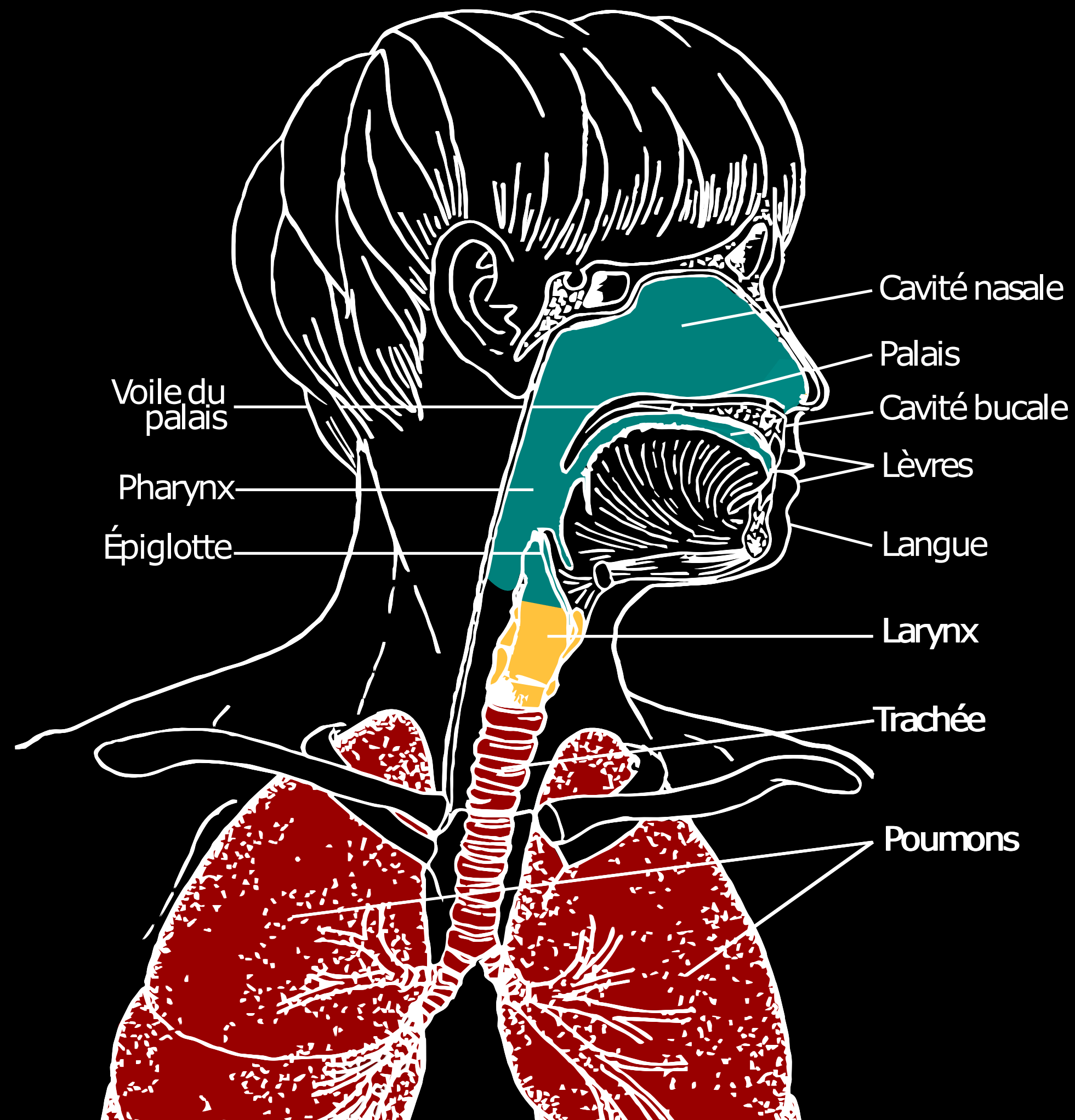
Appareil vocal

Découpage en trois groupes

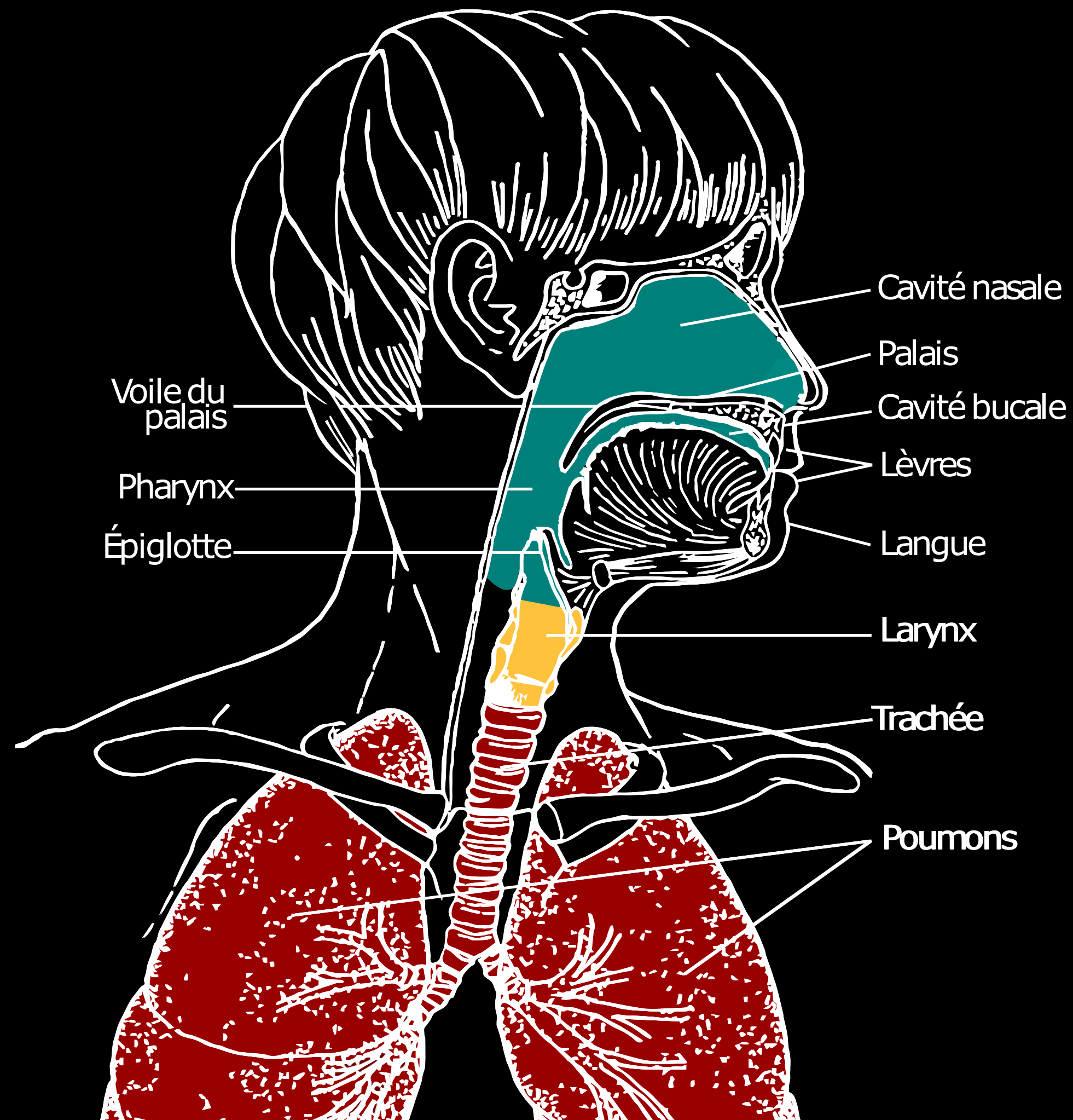
- étage articulateur
- étage phonatoire
- étage respiratoire

Conduit vocal

langue, mandibule, lèvres, voile du palais



Appareil vocal



Extrait de [Calais-Germain, 2005]

Découpage en trois groupes

- étage articulatoire
- étage phonatoire
- étage respiratoire

Conduit vocal

langue, mandibule, lèvres, voile du palais

Constats & difficultés

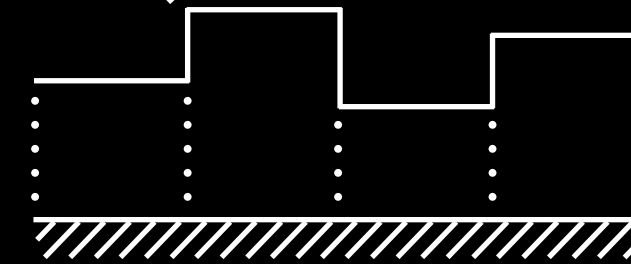
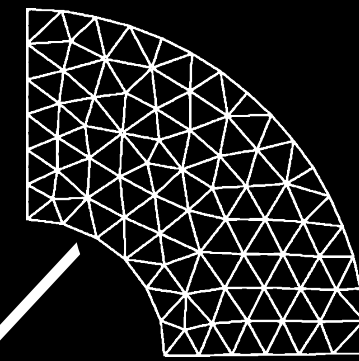
- système multiphysique
- géométrie mobile dans le temps

Différentes approches existantes

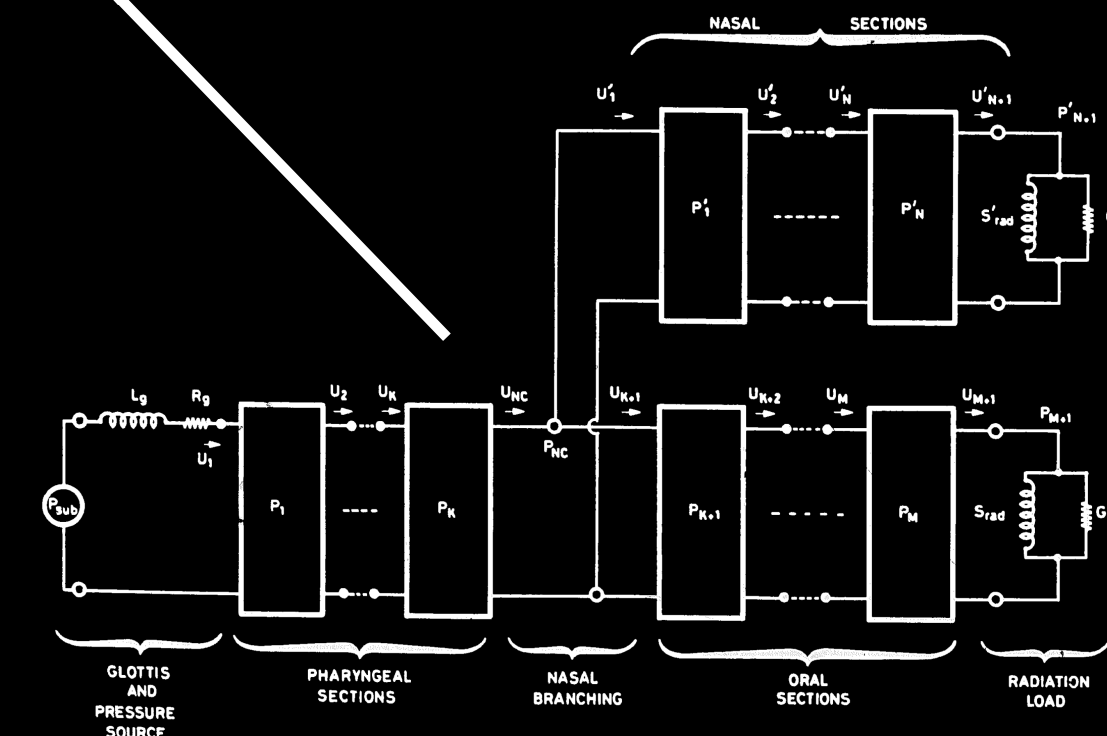
Mécanique des milieux continus

[Tournemenne, Chabassier, 2019]

[Arnela, Guasch, Dabbaghchian, Engwall, 2016]

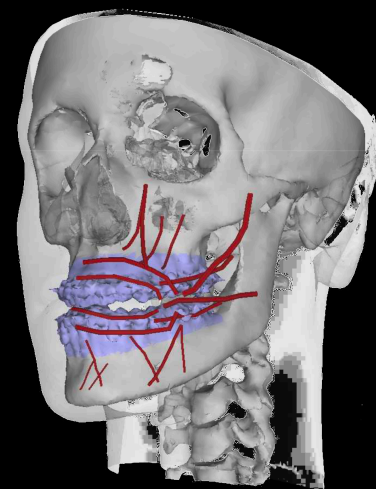


[Kelly, Lochbaum, 1962]



[Maeda, 1982]

[Perrier, 2013]



Biomécanique

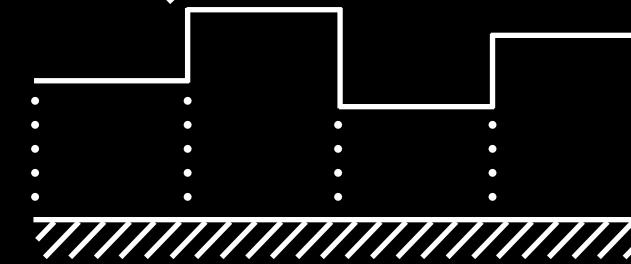
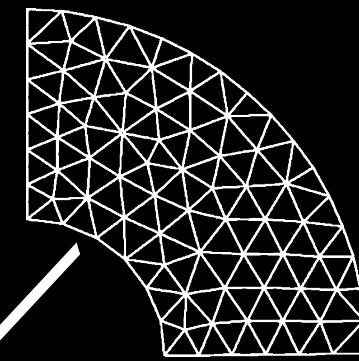
Signal

Différentes approches existantes

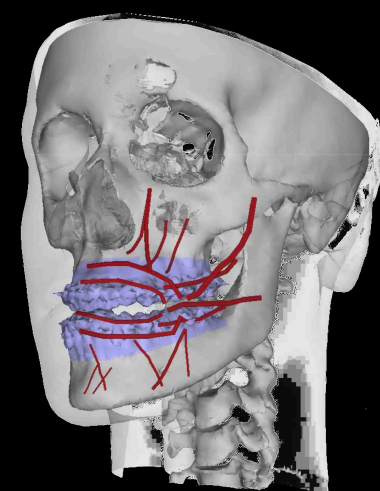
Mécanique des milieux continus

[Tournemenne, Chabassier, 2019]

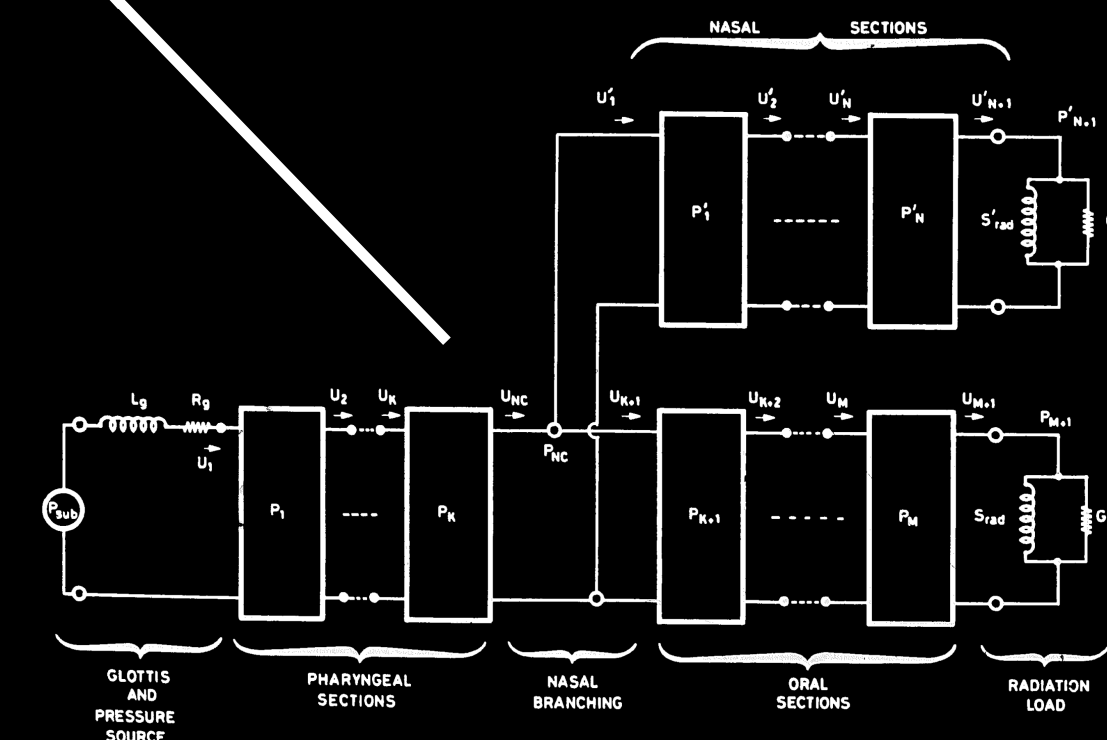
[Arnela, Guasch, Dabbaghchian, Engwall, 2016]



[Kelly, Lochbaum, 1962]



[Perrier, 2013]



[Maeda, 1982]

Biomécanique

Signal

Motivations

1) Acoustique des guides d'onde déformables

- Étendre l'équation des pavillons au cas des parois mobiles

2) Formulation passive

- Garantir un bilan de puissance équilibré avec l'extérieur (entrée/sortie/paroi)

3) Modélisation et simulation en temps

→ Approche Systèmes Hamiltoniens à Ports

Plan

1. Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)
2. Modélisation acoustique
3. Discrétisation spatiale et temporelle
4. Simulation
5. Conclusion

Plan

1. Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)
2. Modélisation acoustique
3. Discrétisation spatiale et temporelle
4. Simulation
5. Conclusion

Systeme Hamiltonien à Ports (SHP)

Dimension finie

$$\underbrace{\left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)}_{f \text{ flux}}(t) = \underbrace{\left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)}_{e \text{ effort}}(t)$$

Bilan de puissance

Systeme Hamiltonien à Ports (SHP)

Dimension finie

composants stockants

x vecteur d'états

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{x} \end{pmatrix}}_{f \text{ flux}}(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} \nabla_x H \end{pmatrix}}_{e \text{ effort}}(t)$$

Énergie $E = H(x) > 0$ Hamiltonien

Bilan de puissance

$$\frac{dE}{dt}(t) \\ \nabla_x H^\top \dot{x}$$

Systeme Hamiltonien à Ports (SHP)

Dimension finie

composants stockants + composants sans mémoire passifs

x vecteur d'états

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{x} \\ w \end{pmatrix}}_{f \text{ flux}}(t) = \begin{pmatrix} \nabla_x H \\ z(w) \end{pmatrix}(t) \underbrace{\phantom{\begin{pmatrix} \nabla_x H \\ z(w) \end{pmatrix}}}_{e \text{ effort}}$$

Énergie $E = H(x) > 0$ Hamiltonien

Bilan de puissance

$$\frac{dE}{dt}(t) + \overbrace{P_{pass}(t)}^{\geq 0}$$
$$\nabla_x H^\top \dot{x} + z(w)^\top w$$

Systeme Hamiltonien à Ports (SHP)

Dimension finie

composants stockants + composants sans mémoire passifs + ports (*extérieur*)

x vecteur d'états

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{x} \\ w \\ -y \end{pmatrix}}_{f \text{ flux}}(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} \nabla_x H \\ z(w) \\ u \end{pmatrix}}_{e \text{ effort}}(t)$$

Énergie $E = H(x) > 0$ Hamiltonien

Bilan de puissance

$$\frac{dE}{dt}(t) + \overbrace{P_{pass}(t)}^{\geq 0} - P_{ext}(t)$$
$$\nabla_x H^\top \dot{x} + z(w)^\top w - u^\top y$$

Systeme Hamiltonien à Ports (SHP)

Dimension finie

Interconnexion de composants stockants + composants sans mémoire passifs + ports (*extérieur*)

x vecteur d'états

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{x} \\ w \\ -y \end{pmatrix}}_{f \text{ flux}}(t) = S \underbrace{\begin{pmatrix} \nabla_x H \\ z(w) \\ u \end{pmatrix}}_{e \text{ effort}}(t)$$

Énergie $E = H(x) > 0$ Hamiltonien

Bilan de puissance

$$\frac{dE}{dt}(t) + \overbrace{P_{pass}(t)}^{\geq 0} - P_{ext}(t)$$
$$\nabla_x H^\top \dot{x} + z(w)^\top w - u^\top y$$

Systeme Hamiltonien à Ports (SHP)

Dimension finie

Interconnexion de composants stockants + composants sans mémoire passifs + ports (*extérieur*)

x vecteur d'états

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{x} \\ w \\ -y \end{pmatrix}}_{f \text{ flux}}(t) = S \underbrace{\begin{pmatrix} \nabla_x H \\ z(w) \\ u \end{pmatrix}}_{e \text{ effort}}(t)$$

Énergie $E = H(x) > 0$ Hamiltonien

Bilan de puissance

$$\frac{dE}{dt}(t) + \overbrace{P_{pass}(t)}^{\geq 0} - P_{ext}(t)$$

$$\nabla_x H^\top \dot{x} + z(w)^\top w - u^\top y$$

$$e^\top f = e^\top S e$$

Systeme Hamiltonien à Ports (SHP)

Dimension finie

Interconnexion de composants stockants + composants sans mémoire passifs + ports (*extérieur*)

x vecteur d'états

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{x} \\ w \\ -y \end{pmatrix}}_{f \text{ flux}}(t) = S \underbrace{\begin{pmatrix} \nabla_x H \\ z(w) \\ u \end{pmatrix}}_{e \text{ effort}}(t)$$

Énergie $E = H(x) > 0$ Hamiltonien

Bilan de puissance équilibré $\langle \text{effort}, \text{flux} \rangle = \sum \text{effort} \times \text{flux} = 0$

$$\frac{dE}{dt}(t) + \overbrace{P_{pass}(t)}^{\geq 0} - P_{ext}(t) = 0$$

$$\nabla_x H^\top \dot{x} + z(w)^\top w - u^\top y = 0$$

$$e^\top f = e^\top S e = 0$$

avec $S = -S^\top$ (matrice antisymétrique)

Systeme Hamiltonien à Ports (SHP)

Dimension infinie

Interconnexion de composants stockants + composants sans mémoire passifs + ports

x vecteur d'états

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{x} \\ w \\ -y \end{pmatrix}}_{f \text{ flux}}(t, M) = \mathcal{F} \underbrace{\begin{pmatrix} \delta_x H(x) \\ z(w) \\ u \end{pmatrix}}_{e \text{ effort}}(t, M)$$

$$H(x) = \int_{\Omega} \mathcal{H}(x, M) d\Omega(M) \quad \text{Hamiltonien}$$

$$(t, M) \in \mathbb{R}^+ \times \Omega$$

Bilan de puissance équilibré $\langle \text{effort}, \text{flux} \rangle = 0$

$$\frac{dE}{dt}(t, M) + P_{pass}(t, M) - P_{ext}(t, M) = 0$$

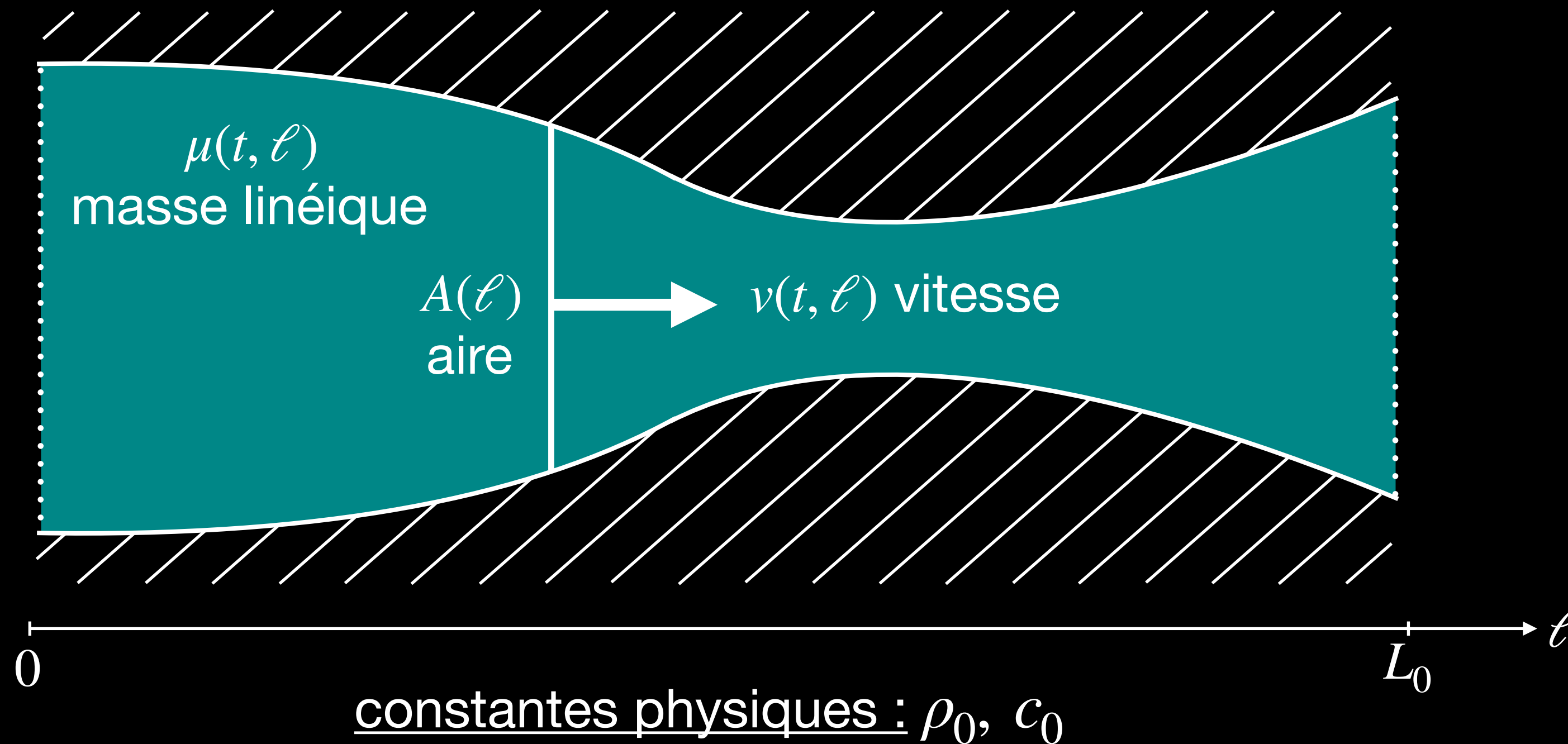
avec $\mathcal{F} = -\mathcal{F}^*$ (opérateur antiautoadjoint $\langle e, f \rangle = \langle e, \mathcal{F}e \rangle = \langle -\mathcal{F}^*e, e \rangle$)

Plan

1. Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)
2. Modélisation acoustique
 - Modèle statique
 - Modèle dynamique
3. Discrétisation spatiale et temporelle
4. Simulation
5. Conclusion

Modèle statique

Hypothèses → équation des pavillons



H1 Acoustique linéaire

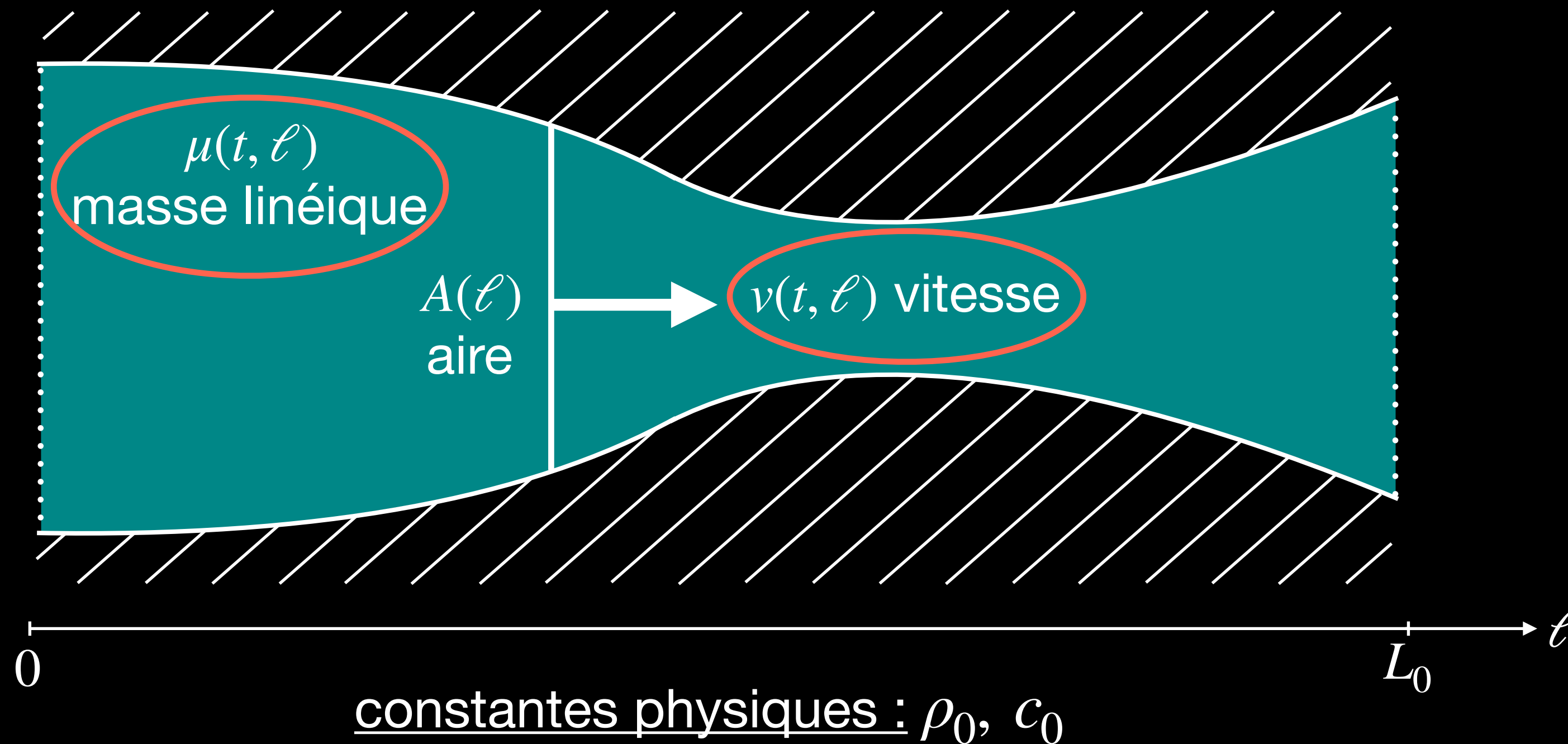
H2 Fluide non visqueux, pas d'échange thermique

H3 Paroi étanche, section variable

H4 Propagation du mode plan

Modèle statique

Hypothèses → équation des pavillons



H1 Acoustique linéaire

H2 Fluide non visqueux, pas d'échange thermique

H3 Paroi étanche, section variable

H4 Propagation du mode plan

Choix du vecteur d'état $x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$

Modèle statique

SHP

Modèle statique

SHP $x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$ vecteur d'état

Modèle statique

SHP $x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$ vecteur d'état

$$E = H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

Modèle statique

SHP $x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$ vecteur d'état

$\left(\begin{array}{c} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \end{array} \right)$
 \dot{x} flux

$$E = H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$\left(\begin{array}{c} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \end{array} \right)$
 $\delta_x H$ efforts

Modèle statique

SHP

$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$ vecteur d'état

$$E = H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\text{Cons. qt. mvt} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \end{pmatrix}}_{\dot{x} \text{ flux}} = \begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \end{pmatrix}}_{\delta_x H \text{ efforts}}$$

Modèle statique

SHP

$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$ vecteur d'état

$$E = H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cons. qt. mvt} \\ \text{Cons. masse} \end{array} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \end{pmatrix}}_{\dot{x} \text{ flux}} = \begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell \\ -\partial_\ell & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \end{pmatrix}}_{\delta_x H \text{ efforts}}$$

Modèle statique

SHP

$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$ vecteur d'état

$$E = H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cons. qt. mvt} \\ \text{Cons. masse} \end{array} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \end{pmatrix}}_{\dot{x} \text{ flux}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell \\ -\partial_\ell & 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \end{pmatrix}}_{\delta_x H \text{ efforts}}$$

Modèle statique

SHP $x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$ vecteur d'état

$$E = H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cons. qt. mvt} \\ \text{Cons. masse} \end{array} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \end{pmatrix}}_{\dot{x} \text{ flux}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell \\ -\partial_\ell & 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \end{pmatrix}}_{\delta_x H \text{ efforts}}$$

On retrouve l'équation des pavillons (conservative)

Modèle statique

SHP

$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$ vecteur d'état

$$E = H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cons. qt. mvt} \\ \text{Cons. masse} \end{array} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \end{pmatrix}}_{\dot{x} \text{ flux}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell \\ -\partial_\ell & 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \end{pmatrix}}_{\delta_x H \text{ efforts}}$$

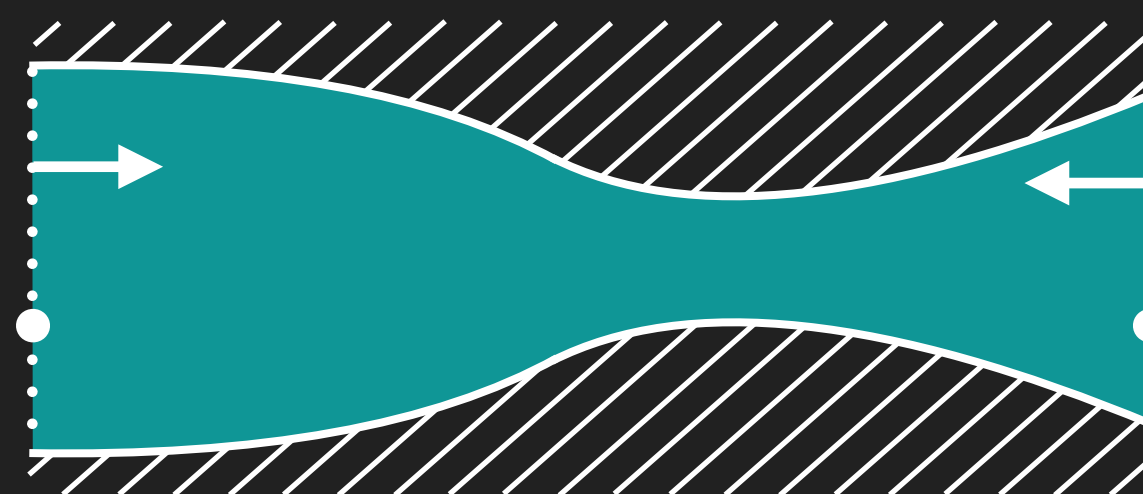
On retrouve l'équation des pavillons (conservative)

Bilan de puissance

entrées / sorties

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \dots \right) = e_v(0) e_\mu(0) - e_v(L_0) e_\mu(L_0) = U^T Y$$

débit mass.
pression / ρ_0



- débit mass.
pression / ρ_0

Conservation aux interfaces

Modèle statique

SHP

$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$ vecteur d'état

$$E = H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{matrix} \text{Cons. qt. mvt} \\ \text{Cons. masse} \end{matrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \end{pmatrix}}_{\dot{x} \text{ flux}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell \\ -\partial_\ell & 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{F} = -\mathcal{F}^*} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \end{pmatrix}}_{\delta_x H \text{ efforts}}$$

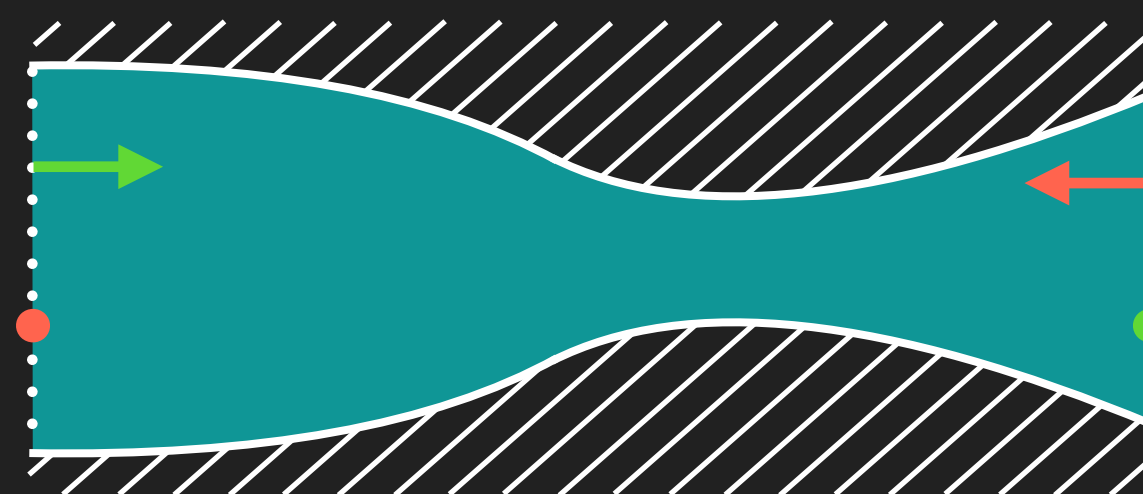
On retrouve l'équation des pavillons (conservative)

Bilan de puissance

entrées / sorties

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \dots \right) = e_v(0)e_\mu(0) - e_v(L_0)e_\mu(L_0) = U^T Y$$

débit mass.
pression / ρ_0

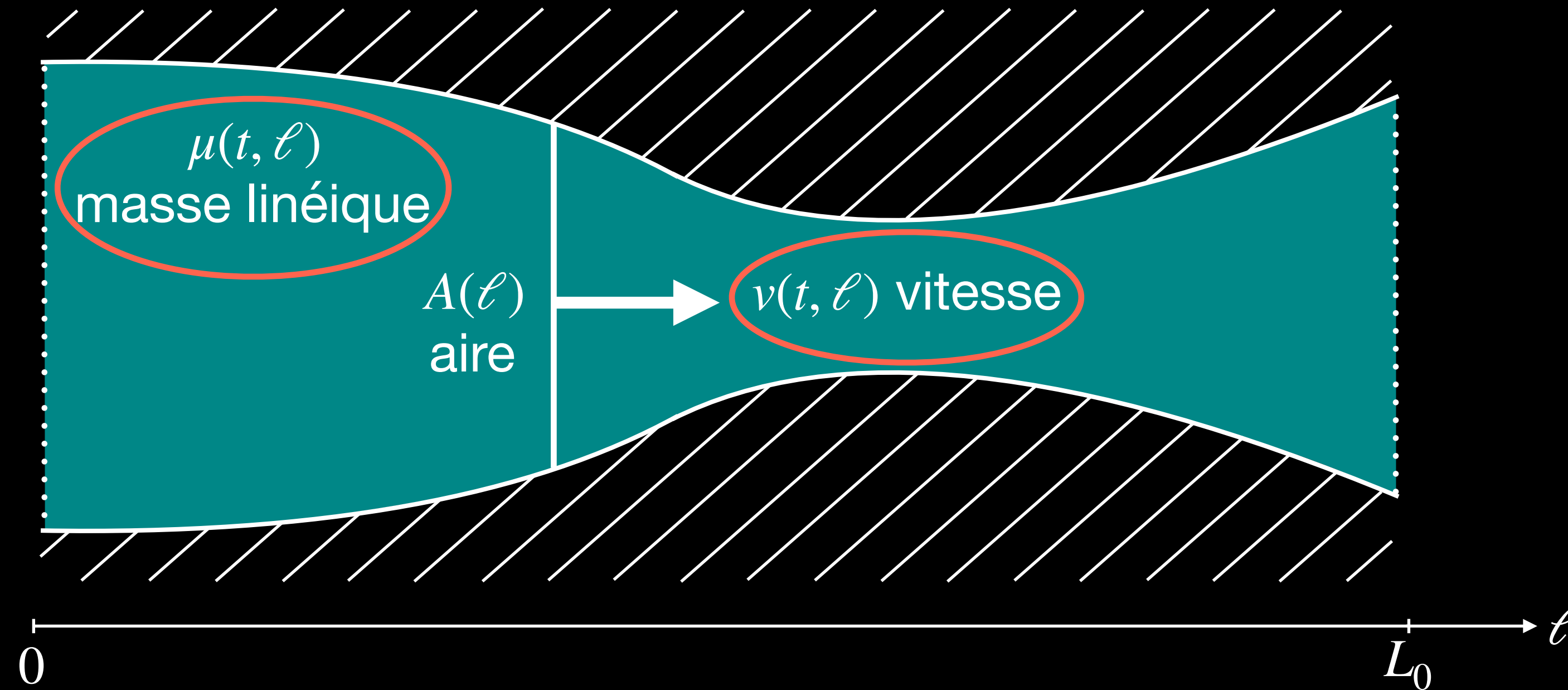


- débit mass.
pression / ρ_0

Conservation aux interfaces

Modèle dynamique

Hypothèses

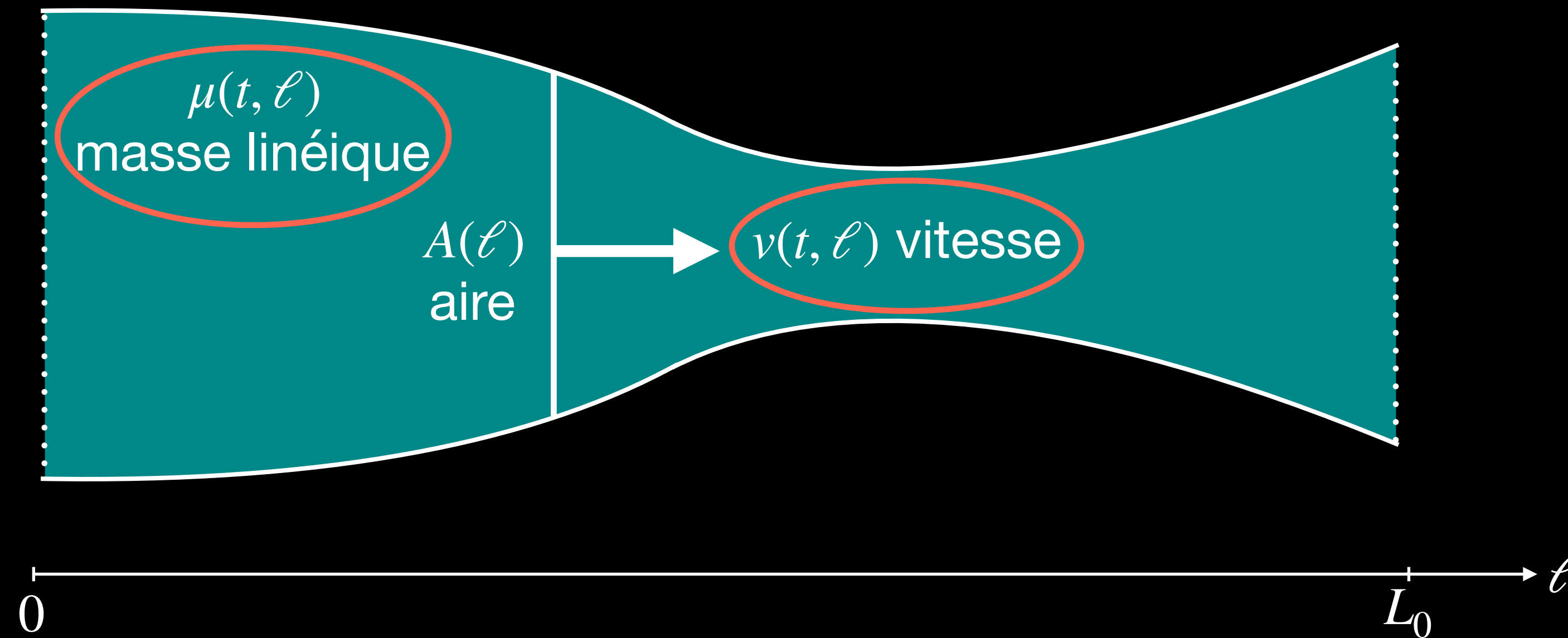


constantes physiques : ρ_0, c_0

Choix du vecteur d'état $x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$

Modèle dynamique

Hypothèses

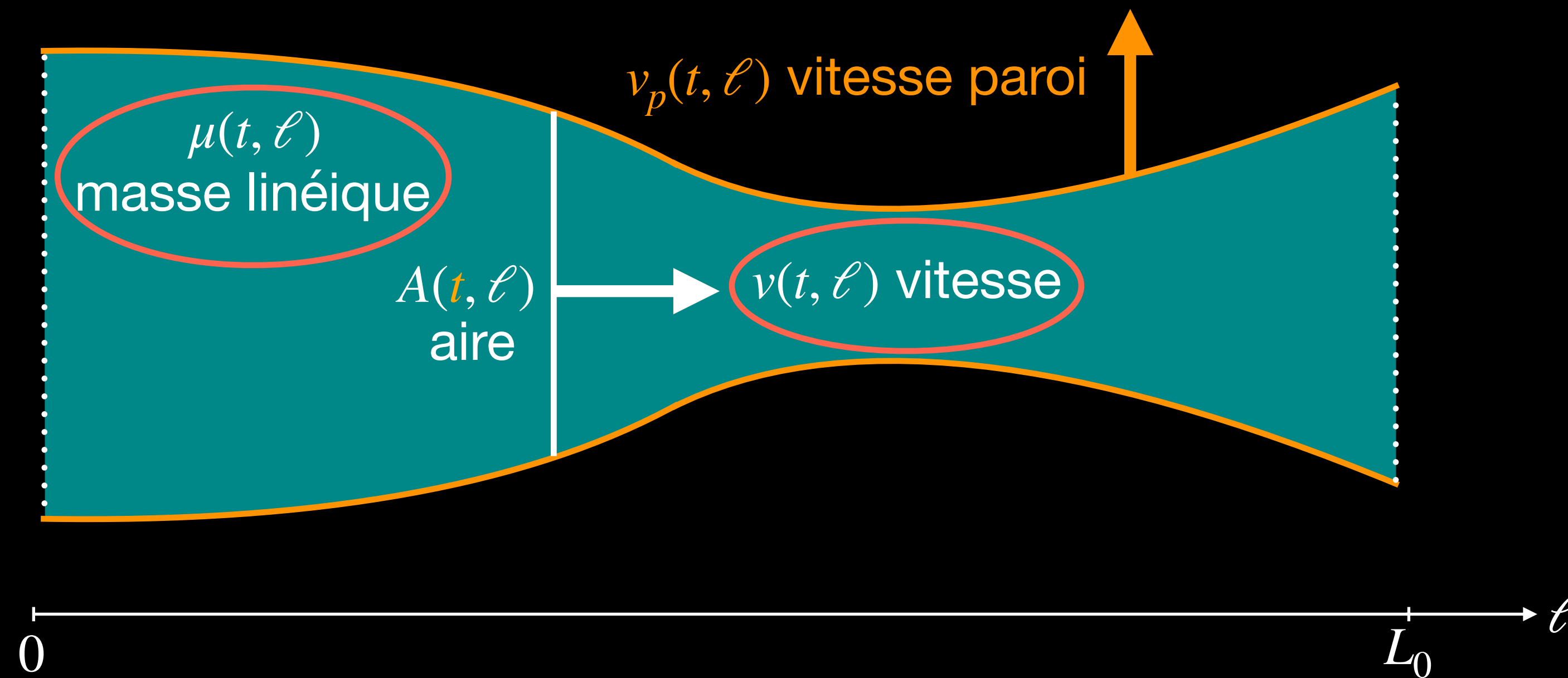


constantes physiques : ρ_0, c_0

Choix du vecteur d'état $x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$

Modèle dynamique

Hypothèses

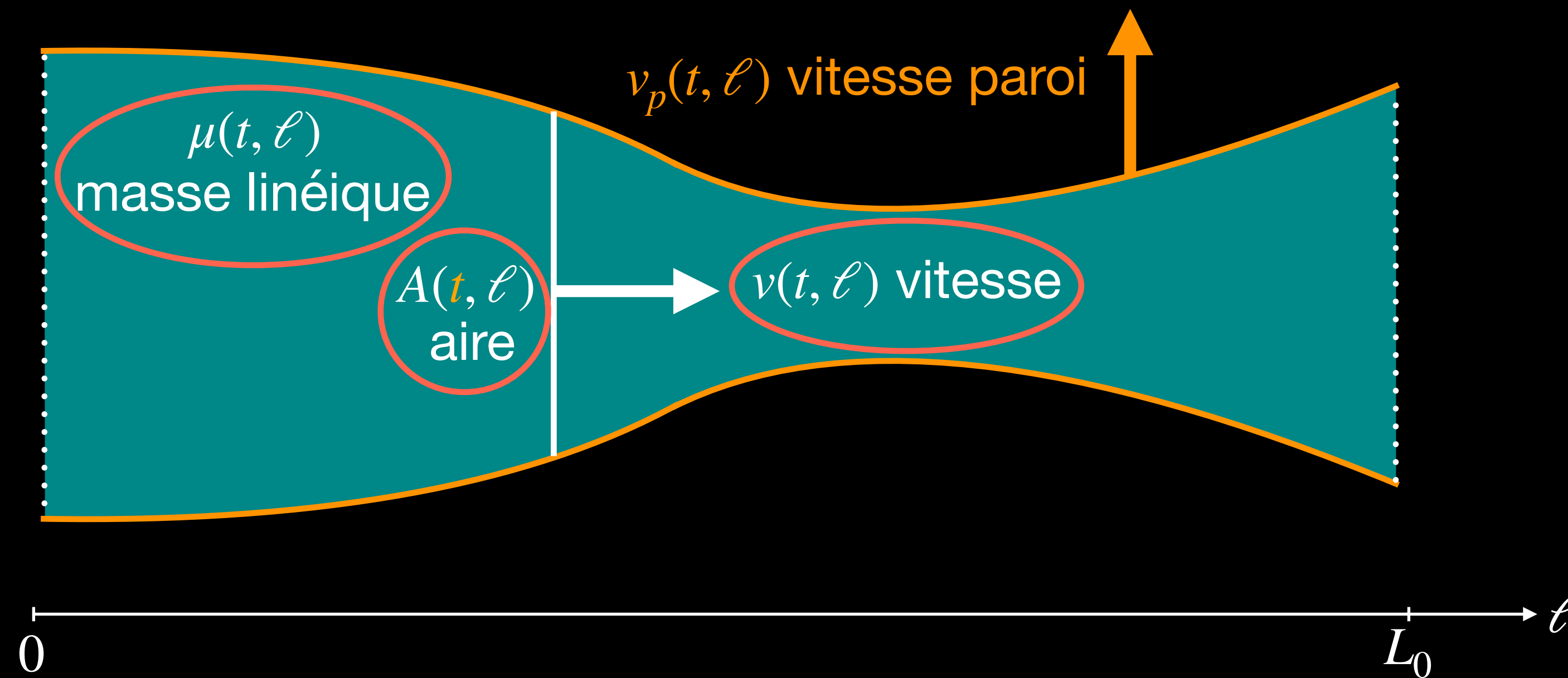


constantes physiques : ρ_0, c_0

Choix du vecteur d'état $x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix}$

Modèle dynamique

Hypothèses



constantes physiques : ρ_0, c_0

Choix du vecteur d'état $x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \\ A \end{pmatrix}$

Modèle dynamique

SHP

$$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \end{pmatrix} \text{ vecteur d'état}$$

$$H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cons. qt. mvt} \\ \text{Cons. masse} \end{array} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \end{pmatrix}}_{\dot{x} \text{ flux}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell \\ -\partial_\ell & 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \end{pmatrix}}_{\delta_x H \text{ efforts}}$$

Bilan de puissance

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \dots \right) = e_v(0) e_\mu(0) - e_v(L_0) e_\mu(L_0) \\ &= U^T Y \end{aligned}$$

Modèle dynamique

SHP

$$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \\ A \end{pmatrix} \text{ vecteur d'état}$$

$$H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cons. qt. mvt} \\ \text{Cons. masse} \end{array}
 \underbrace{\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \\ \text{vit. section} \end{pmatrix}}_{\dot{x} \text{ flux}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell \\ -\partial_\ell & 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*} \underbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \\ e_A \end{pmatrix}}_{\delta_x H \text{ efforts}}$$

Bilan de puissance

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \dots \right) = e_v(0) e_\mu(0) - e_v(L_0) e_\mu(L_0) \\ &= U^T Y \end{aligned}$$

Modèle dynamique

SHP

$$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \\ A \end{pmatrix} \text{ vecteur d'état}$$

$$H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Cons. qt. mvt} \\
 \text{Cons. masse} \\
 \text{Contrôle} \\
 \text{distribué}
 \end{array}
 \overbrace{\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \\ \text{vit. section} \\ \hline -y \end{pmatrix}}^{\dot{x} \text{ flux}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell & & \\ -\partial_\ell & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*} \overbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \\ \hline e_A \\ u = \partial_t A \end{pmatrix}}^{\delta_x H \text{ efforts}}$$

1. choix du contrôle

Bilan de puissance

$$\begin{aligned}
 \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \dots \right) = e_v(0)e_\mu(0) - e_v(L_0)e_\mu(L_0) \\
 &= U^T Y
 \end{aligned}$$

Modèle dynamique

SHP

$$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \\ A \end{pmatrix} \text{ vecteur d'état}$$

$$H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Cons. qt. mvt} \\
 \text{Cons. masse} \\
 \text{Contrôle} \\
 \text{distribué}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\left(\begin{array}{c} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \\ \text{vit. section} \\ \hline -y \end{array} \right)}^{\dot{x} \text{ flux}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell & & \\ -\partial_\ell & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*} \overbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \\ \hline e_A \\ u = \partial_t A \end{pmatrix}}^{\delta_x H \text{ efforts}}
 \end{array}$$

1. choix du contrôle

2. étanchéité de la paroi

Bilan de puissance

$$\begin{aligned}
 \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \dots \right) = e_v(0) e_\mu(0) - e_v(L_0) e_\mu(L_0) \\
 &= U^T Y
 \end{aligned}$$

Modèle dynamique

SHP

$$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \\ A \end{pmatrix} \text{ vecteur d'état}$$

$$H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cons. qt. mvt} \\ \text{Cons. masse} \\ \text{Contrôle} \\ \text{distribué} \end{array} \begin{array}{c} \overbrace{\left(\begin{array}{c} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \\ \text{vit. section} \\ \hline -y \end{array} \right)}^{\dot{x} \text{ flux}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell & 0 & -\frac{v}{A} \\ -\partial_\ell & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*} \overbrace{\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \\ \hline e_A \\ u = \partial_t A \end{pmatrix}}^{\delta_x H \text{ efforts}}$$

1. choix du contrôle

2. étanchéité de la paroi

3. éq. mvt. sur qt. lin.

Bilan de puissance

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \dots \right) = e_v(0)e_\mu(0) - e_v(L_0)e_\mu(L_0) \\ &= U^T Y \end{aligned}$$

Modèle dynamique

SHP

$$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \\ A \end{pmatrix} \text{ vecteur d'état}$$

$$H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

	\dot{x} flux		$\delta_x H$ efforts
<p>Cons. qt. mvt</p> <p>Cons. masse</p> <p>Contrôle</p> <p>distribué</p>	$\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \\ \text{vit. section} \\ \hline -y \end{pmatrix}$	$= \begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell & 0 & -\frac{v}{A} \\ -\partial_\ell & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{v}{A} & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \\ \hline e_A \\ u = \partial_t A \end{pmatrix}$
		$\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*$	

1. choix du contrôle

2. étanchéité de la paroi

3. éq. mvt. sur qt. lin.

4. antiautoadjoint

Bilan de puissance

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \dots \right) = e_v(0)e_\mu(0) - e_v(L_0)e_\mu(L_0) \\ &= U^T Y \end{aligned}$$

Modèle dynamique

SHP

$$x = \begin{pmatrix} v \\ \mu \\ A \end{pmatrix} \text{ vecteur d'état}$$

$$H(x) = \int_0^{L_0} \left(\underbrace{\frac{1}{2} A \rho_0 v^2}_{\text{cinétique}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{c_0^2}{A \rho_0} \mu^2}_{\text{potentielle}} \right) d\ell \quad \text{Hamiltonien}$$

	\dot{x} flux		$\delta_x H$ efforts
Cons. qt. mvt Cons. masse Contrôle distribué	$\begin{pmatrix} \text{accélération} \\ \text{var. masse lin.} \\ \text{vit. section} \\ \hline -y \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} \text{débit mass.} \\ \text{press}/\rho_0 \\ \hline e_A \\ u = \partial_t A \end{pmatrix}$
		$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell & 0 & -\frac{v}{A} \\ -\partial_\ell & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{v}{A} & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{J} = -\mathcal{J}^*}$	

1. choix du contrôle

2. étanchéité de la paroi

3. éq. mvt. sur qt. lin.

4. antiautoadjoint

Bilan de puissance

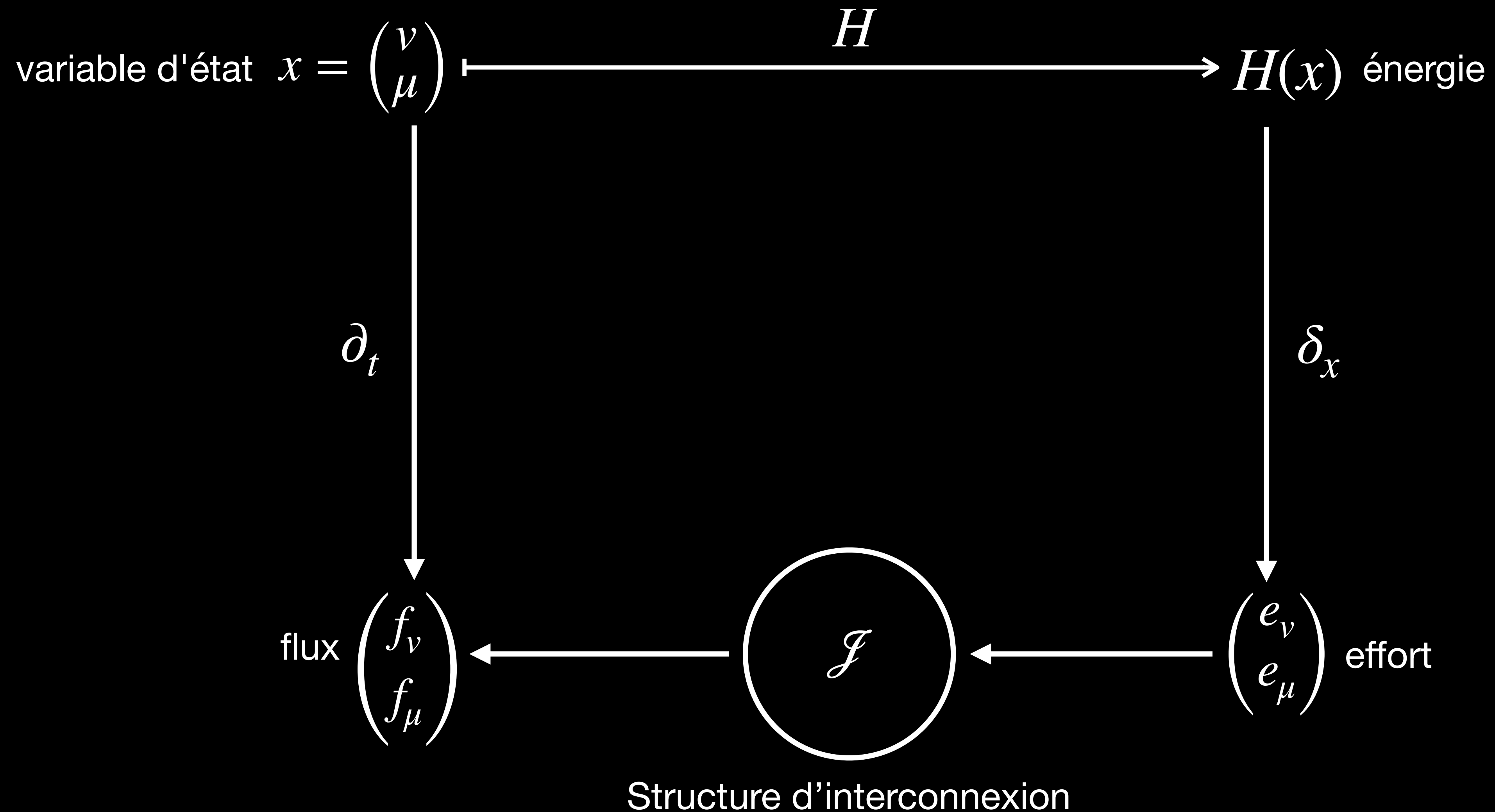
$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \dots \right) = e_v(0)e_\mu(0) - e_v(L_0)e_\mu(L_0) - \int_0^{L_0} uy \, d\ell \\ &= U^T Y - \int_0^{L_0} uy \, d\ell \end{aligned}$$

Plan

1. Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)
2. Modélisation acoustique
3. Discrétisation spatiale et temporelle
 - Modèle statique
 - Modèle dynamique
4. Simulation
5. Conclusion

Modèle statique

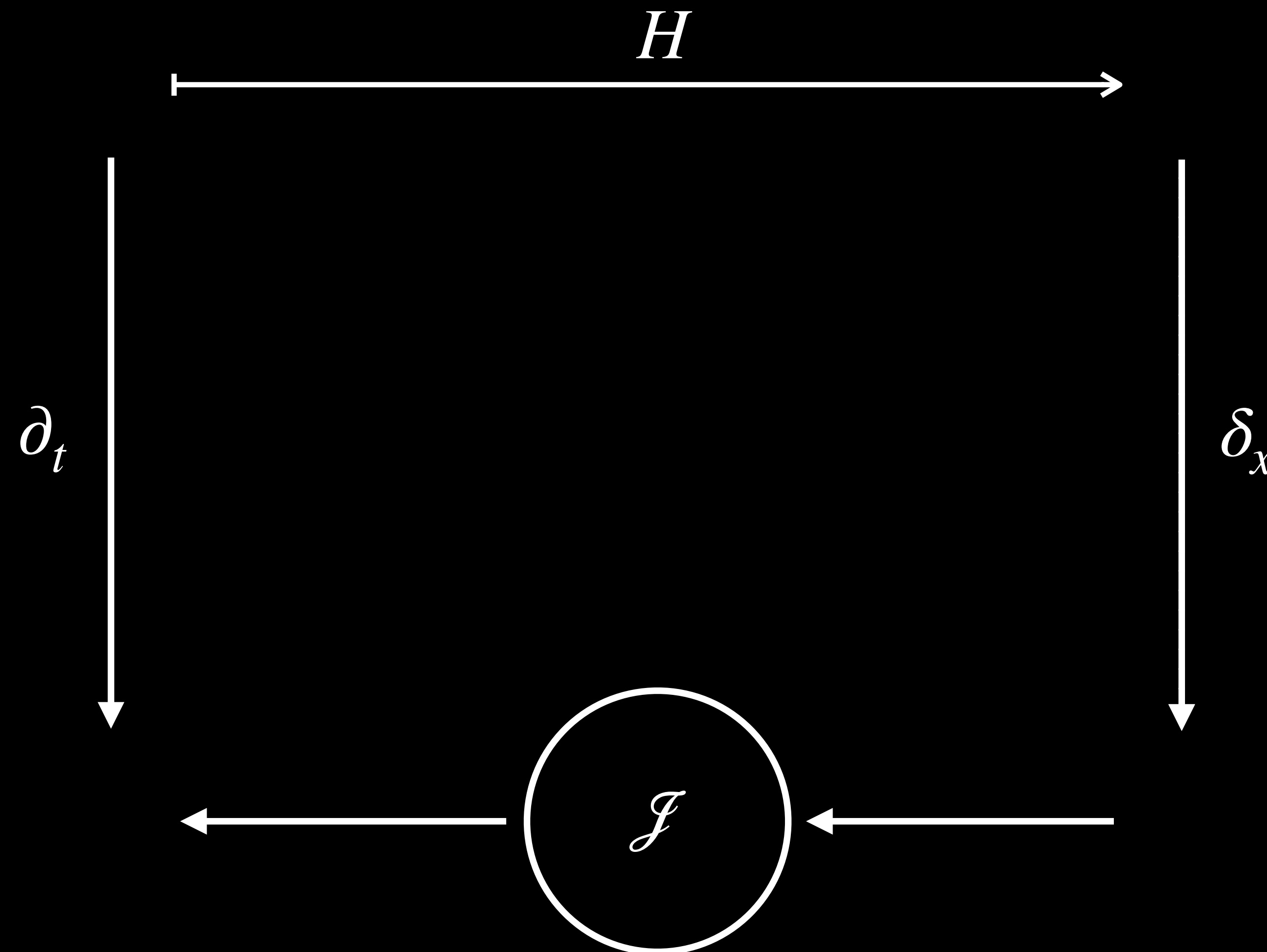
Discrétisation de la structure



Modèle statique

Discrétisation de la structure

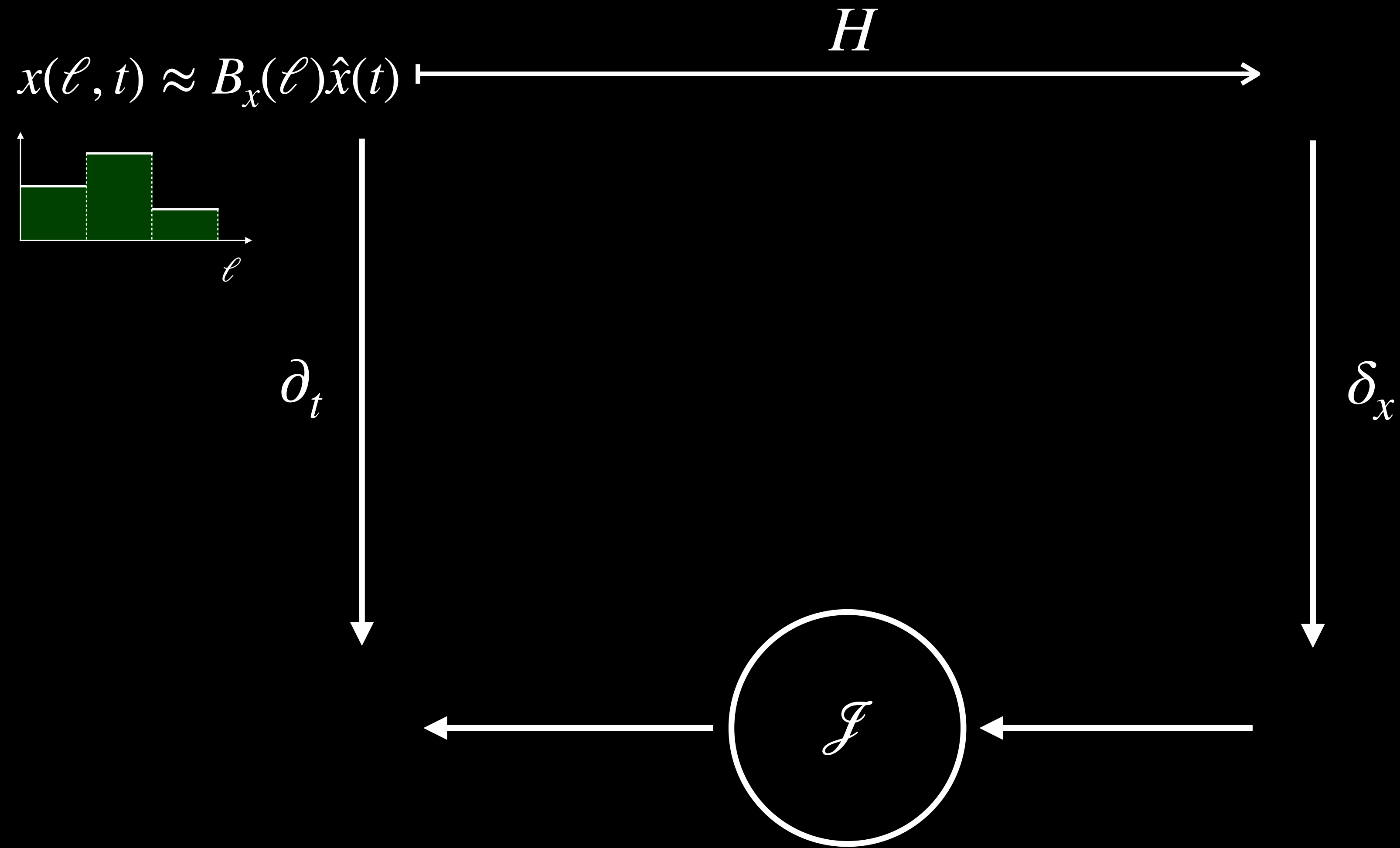
[Golo, Talasila, van der Schaft, Maschke, 2003]



Structure d'interconnexion

Modèle statique

Discrétisation de la structure

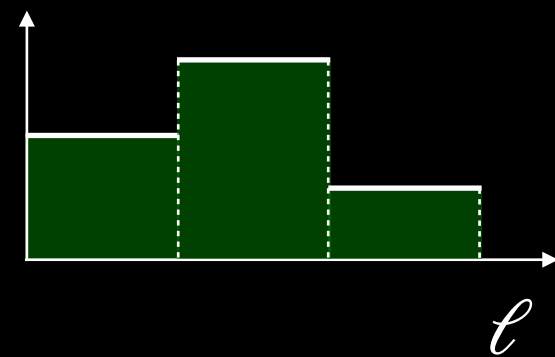


Structure d'interconnexion

Modèle statique

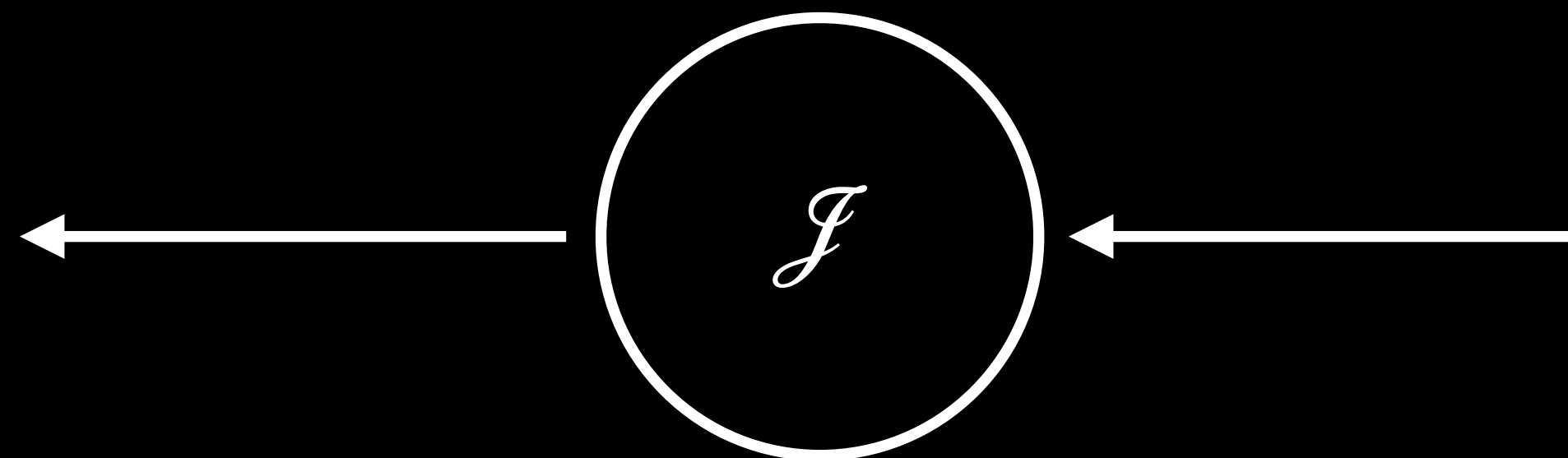
Discrétisation de la structure

$$x(\ell, t) \approx B_x(\ell)\hat{x}(t) \xrightarrow{H} H(B_x(\ell)\hat{x}(t)) = \hat{H}(\hat{x}(t))$$



∂_t

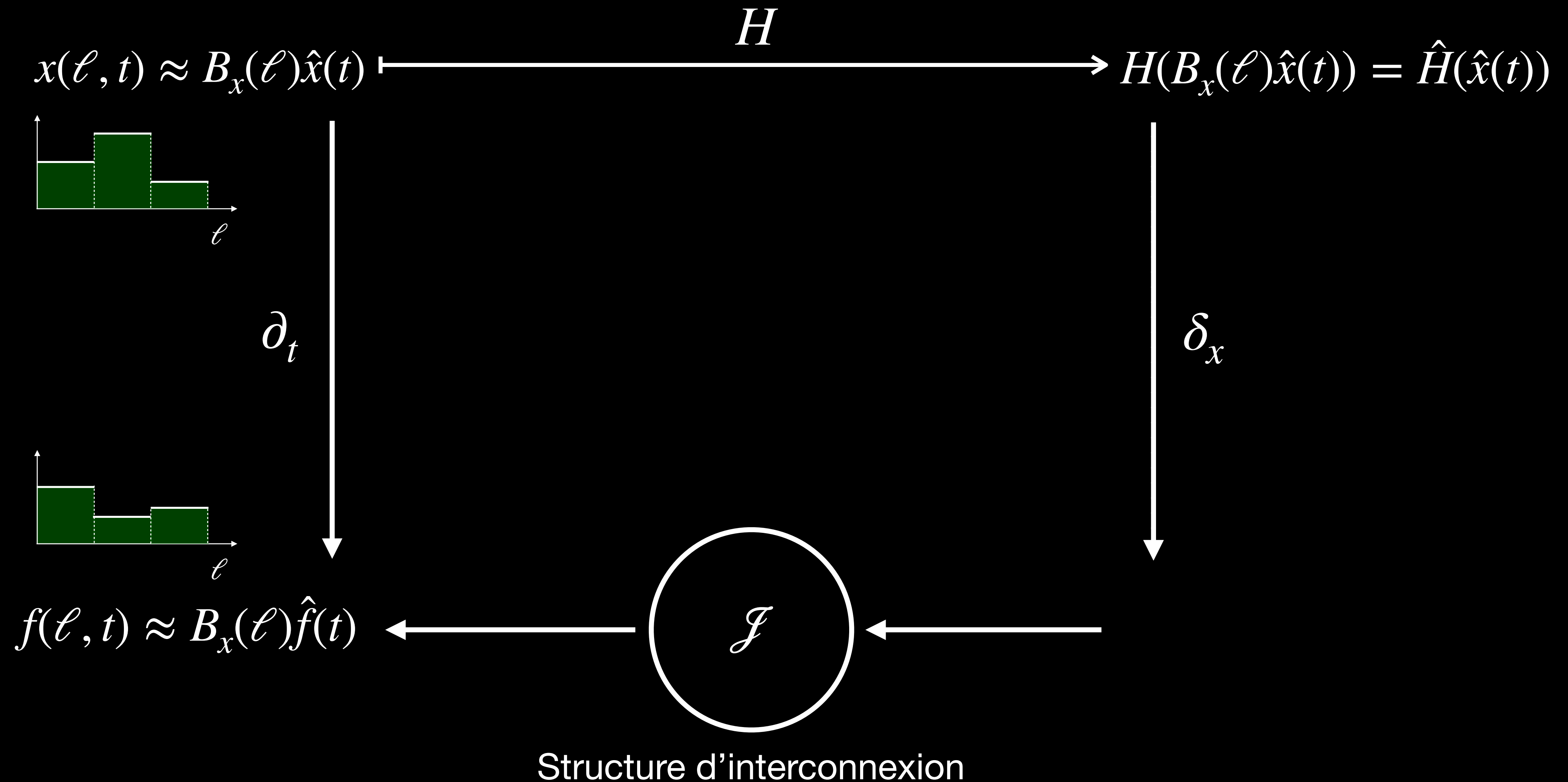
δ_x



Structure d'interconnexion

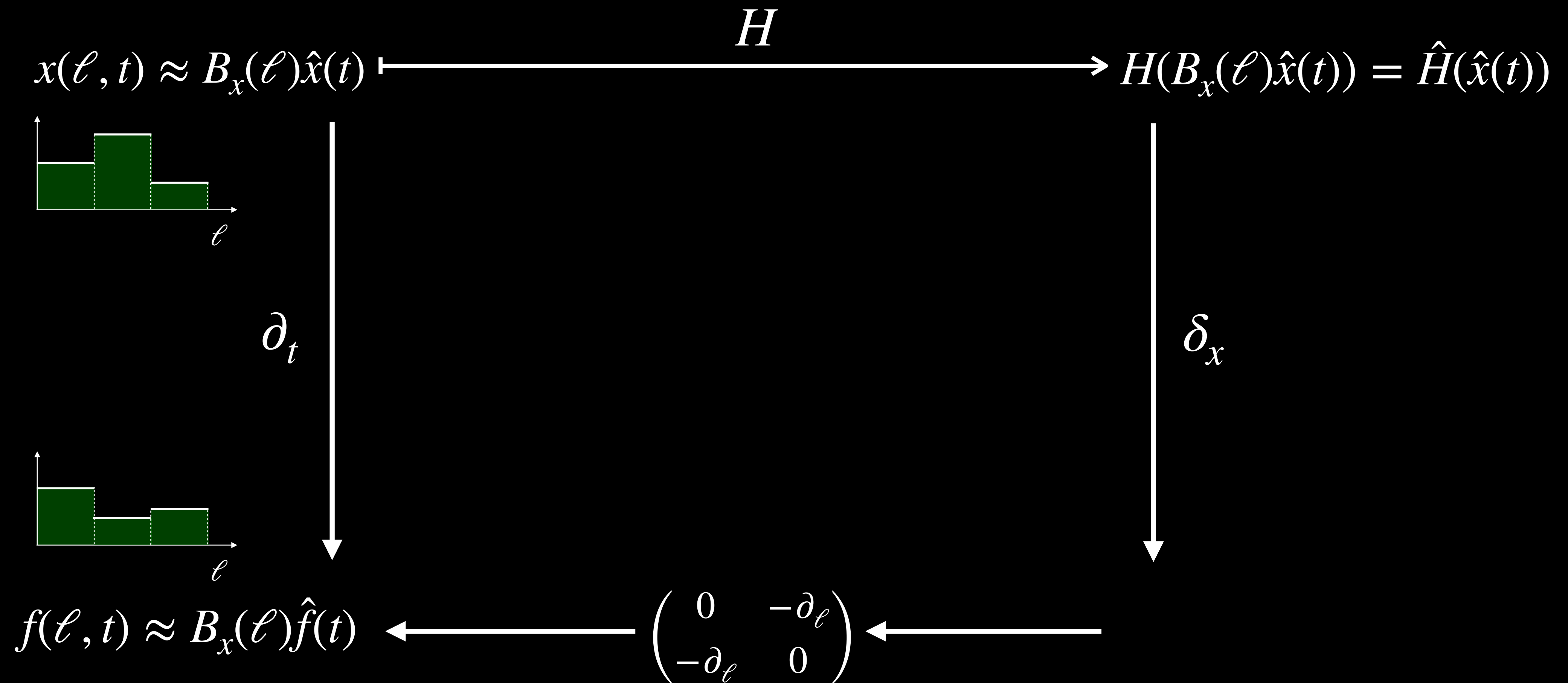
Modèle statique

Discrétisation de la structure



Modèle statique

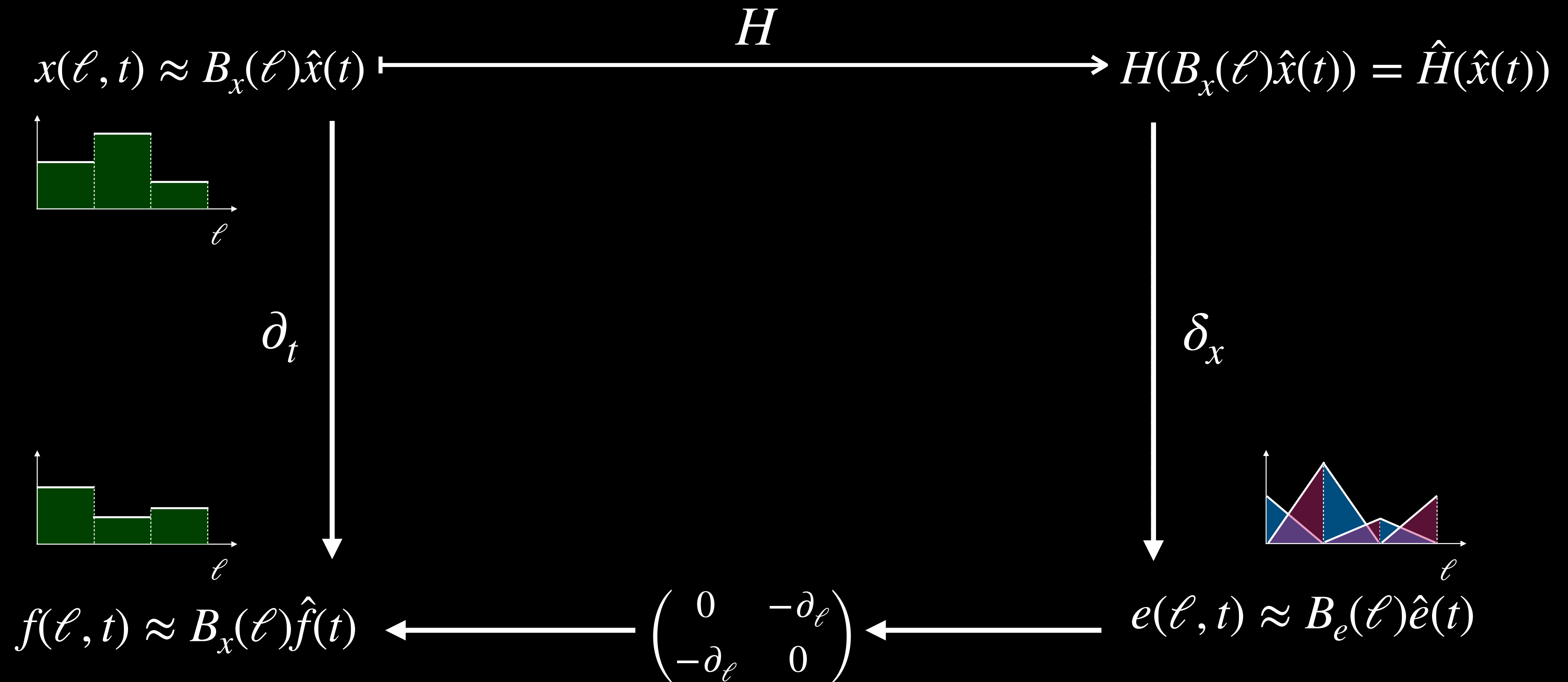
Discrétisation de la structure



Structure d'interconnexion

Modèle statique

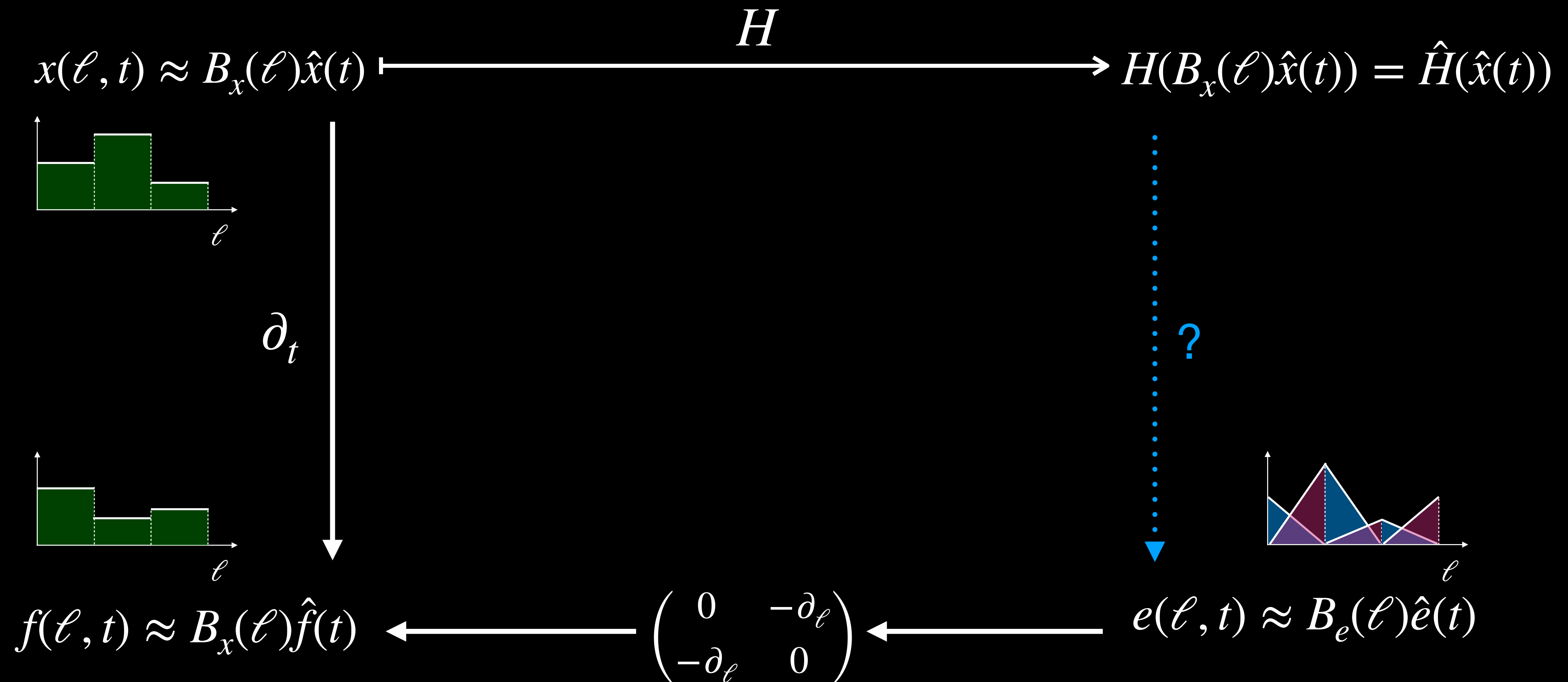
Discrétisation de la structure



Structure d'interconnexion

Modèle statique

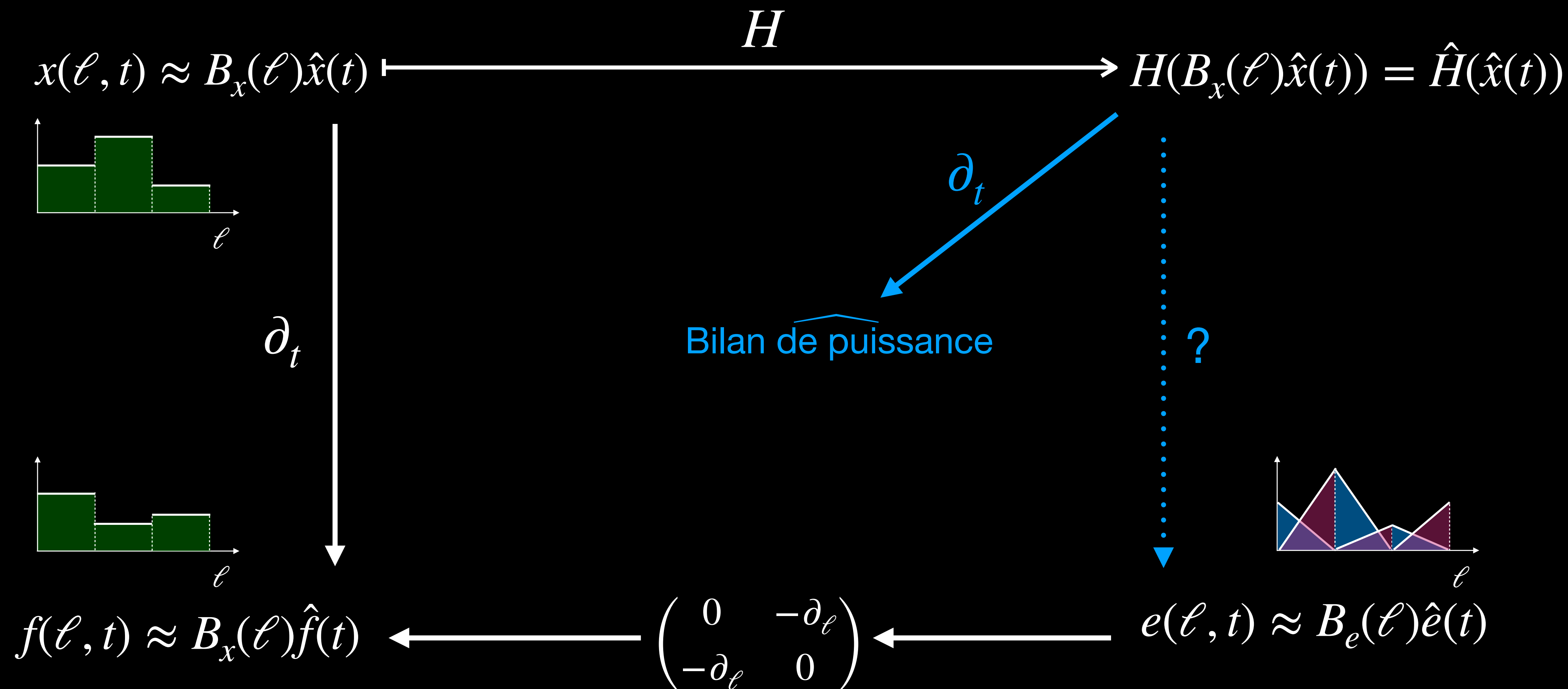
Discrétisation de la structure



Structure d'interconnexion

Modèle statique

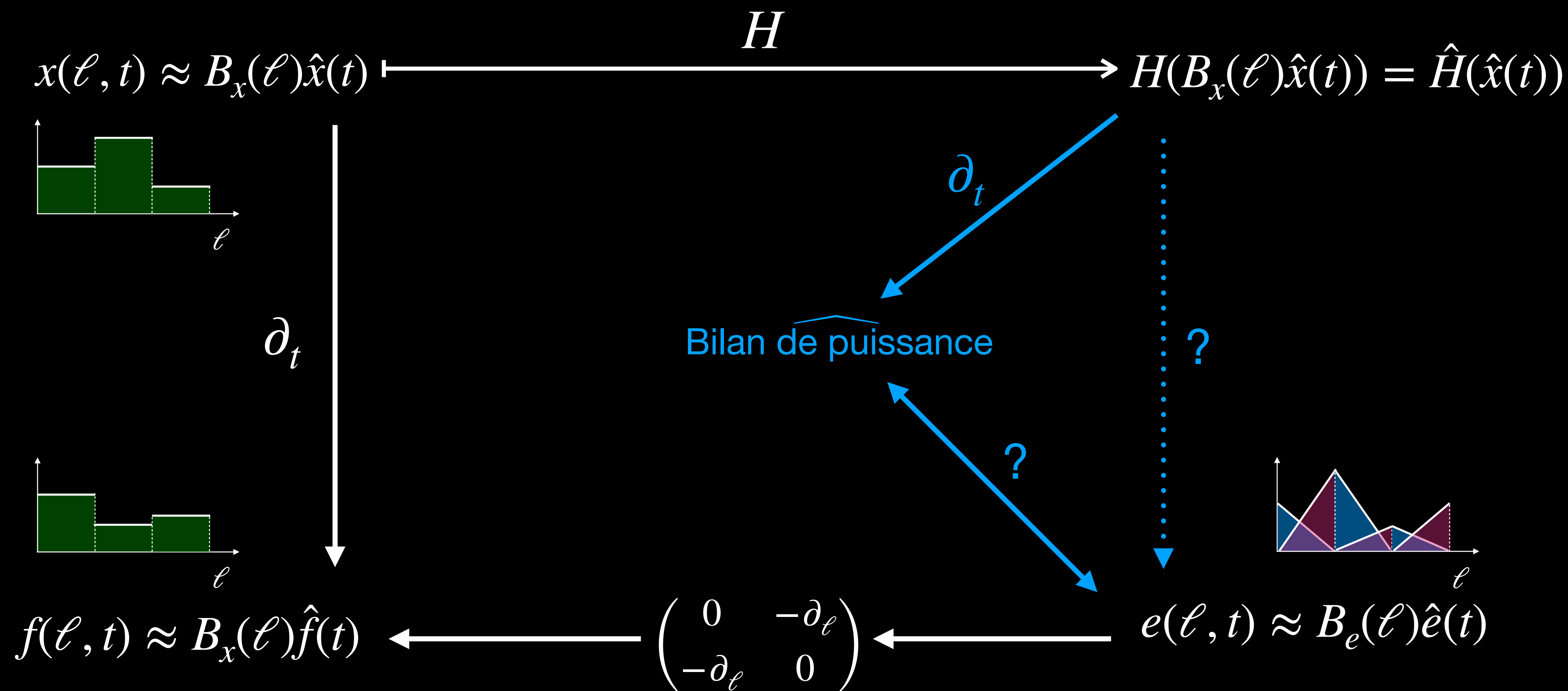
Discrétisation de la structure



Structure d'interconnexion

Modèle statique

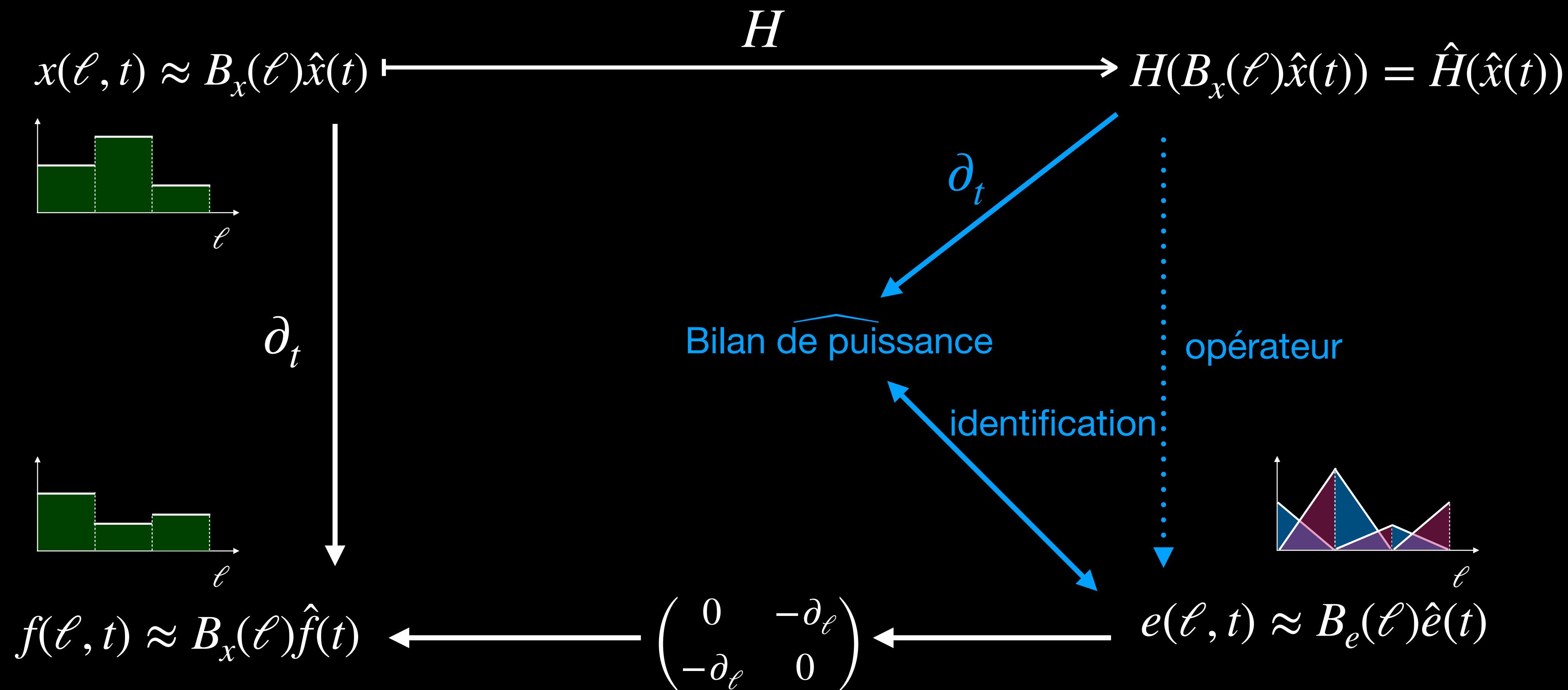
Discrétisation de la structure



Structure d'interconnexion

Modèle statique

Discrétisation de la structure



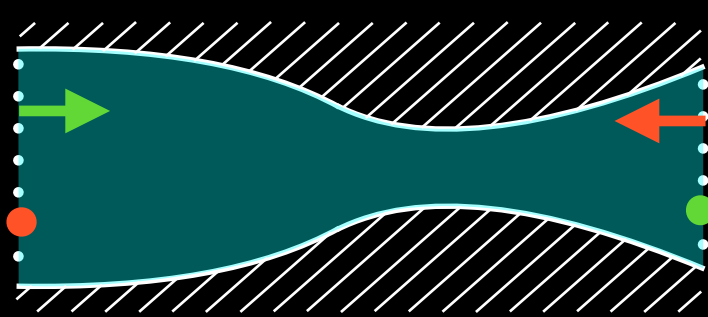
Structure d'interconnexion

Modèle statique

Rappel en SHP continu

$$\begin{pmatrix} f_v \\ f_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell \\ -\partial_\ell & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_v \\ e_\mu \end{pmatrix}$$

et ports (U, Y)



SHP discrétisé

$$\begin{pmatrix} \hat{f}_v \\ \hat{f}_\mu \\ \underline{Y}_{1,g} \\ \underline{Y}_{N,d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{U} & 0 & \mathbb{C}_d \\ -\mathbb{U}^T & 0 & \mathbb{C}_g & 0 \\ 0 & -\mathbb{C}_g^T & 0 & -\beta \\ -\mathbb{C}_d^T & 0 & \beta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_v \\ \hat{e}_\mu \\ \underline{U}_{1,g} \\ \underline{U}_{N,d} \end{pmatrix}$$

avec \mathbb{U} matrice triangulaire supérieure
 $\mathbb{C}_{g/d}$ vecteurs couplage entrées
 β un coefficient

Discrétisation temporelle

Méthode existante

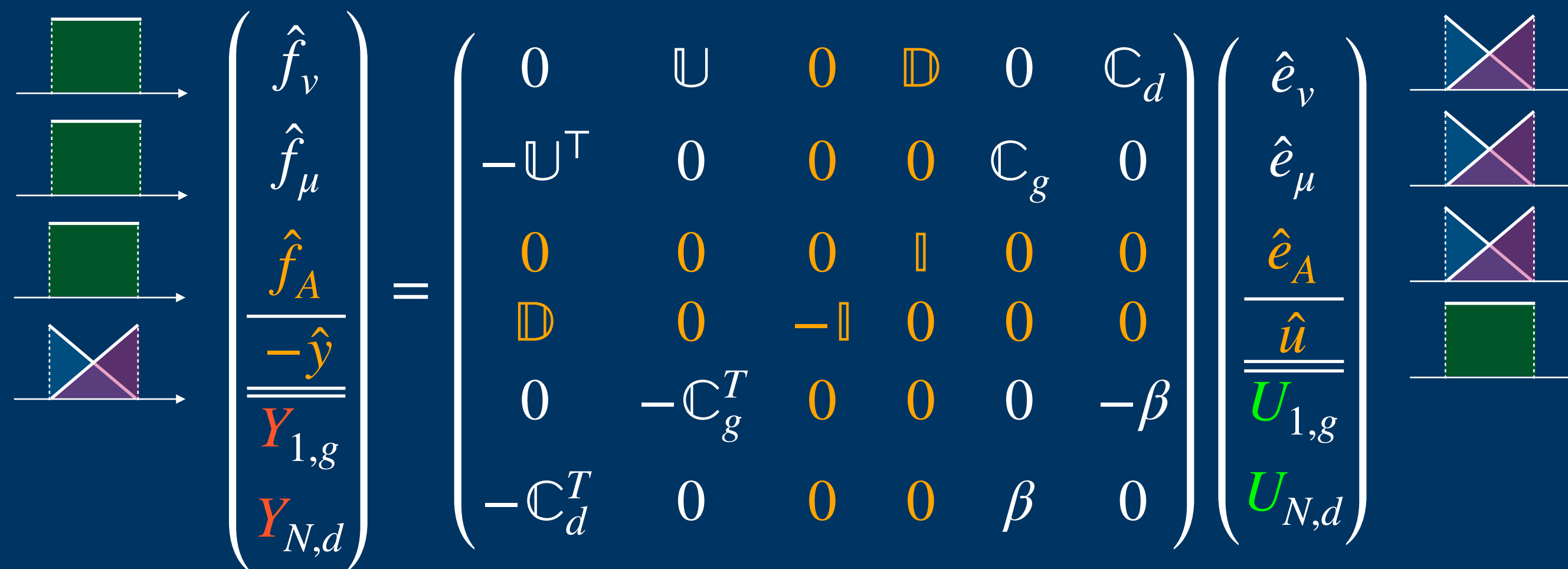
[Lopes, Hélie, Falaize, 2015]

Modèle dynamique

Rappel en SHP continu

$$\begin{pmatrix} f_v \\ f_\mu \\ f_A \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\partial_\ell & 0 & -\frac{v}{A} \\ -\partial_\ell & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{v}{A} & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_v \\ e_\mu \\ e_A \\ u \end{pmatrix} \quad // \quad \text{et ports } (U, Y)$$

SHP discrétisé



$$\begin{pmatrix} \hat{f}_v \\ \hat{f}_\mu \\ \hat{f}_A \\ \underline{\underline{-\hat{y}}} \\ \underline{\underline{Y_{1,g}}} \\ \underline{\underline{Y_{N,d}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{U} & 0 & \mathbb{D} & 0 & \mathbb{C}_d \\ -\mathbb{U}^T & 0 & 0 & 0 & \mathbb{C}_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbb{I} & 0 & 0 \\ \mathbb{D} & 0 & -\mathbb{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbb{C}_g^T & 0 & 0 & 0 & -\beta \\ -\mathbb{C}_d^T & 0 & 0 & 0 & \beta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_v \\ \hat{e}_\mu \\ \hat{e}_A \\ \underline{\underline{\hat{u}}} \\ \underline{\underline{U_{1,g}}} \\ \underline{\underline{U_{N,d}}} \end{pmatrix}$$

avec \mathbb{D} matrice diagonale
 \mathbb{I} matrice identité

Plan

1. Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)
2. Modélisation acoustique
3. Discrétisation spatiale et temporelle
4. Simulation
 - Modèle statique
 - Modèle dynamique
5. Conclusion

Modèle statique

Voyelles /a/ et /i/ statique

Paramètres physiques :

$$c_0 = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho_0 = 1.1379 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Paramètres géométriques :

A profil en espace

Frontières en $\ell = 0$:

Signal de débit glottique
(modèle Klatt & Klatt)

Frontières en $\ell = L_0$:

Rayonnement

On retrouve les données mesurées par IRM
[Beautemps, Badin, Laboissière, 1995]

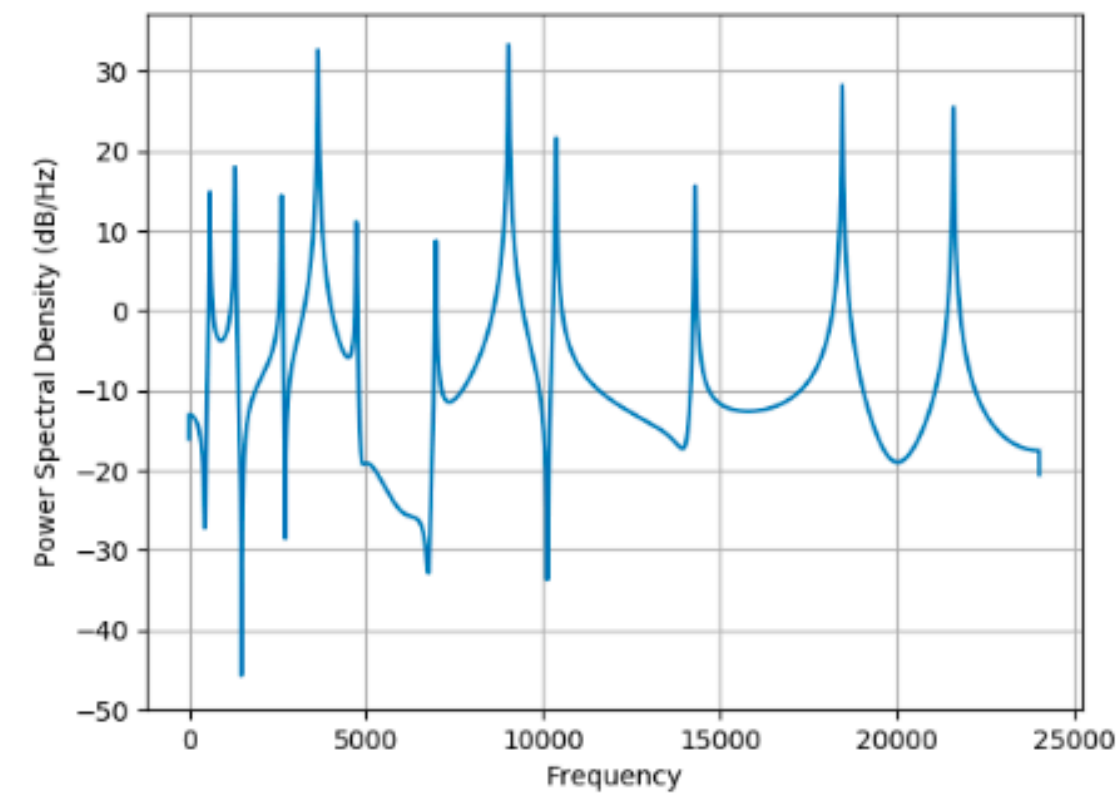


FIGURE 1 - Voyelle /a/ de 0 à 25 kHz.

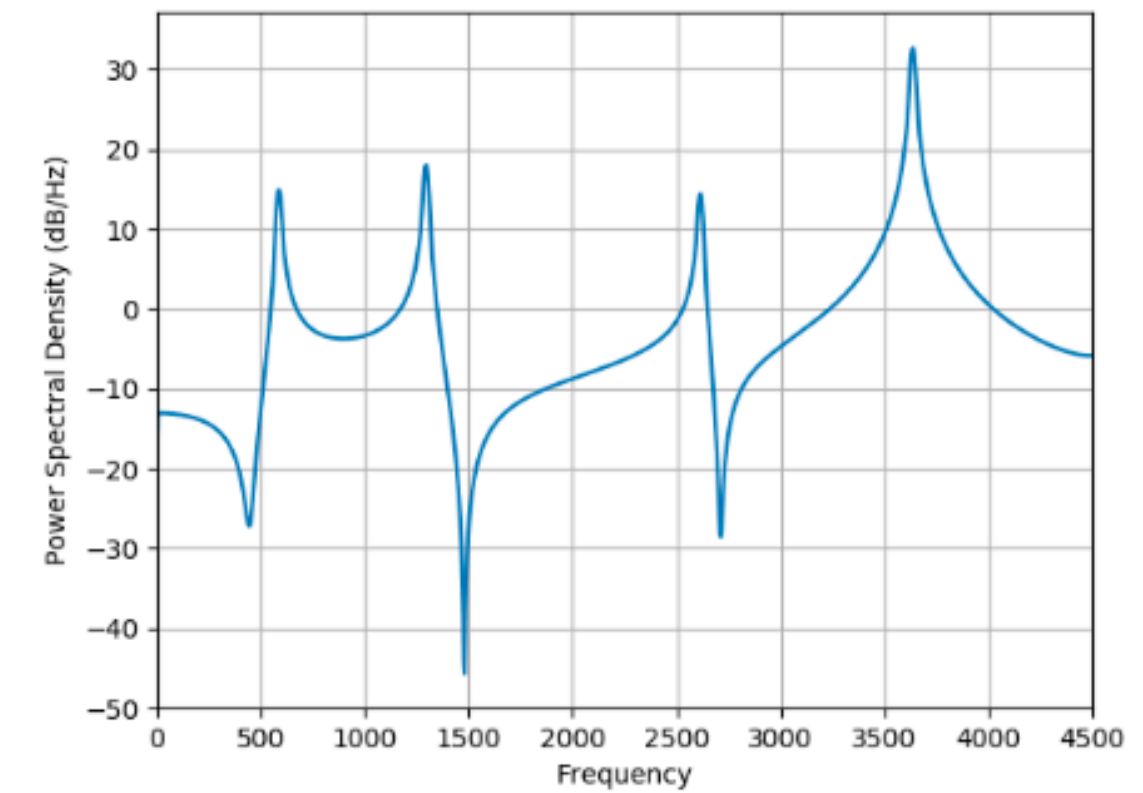
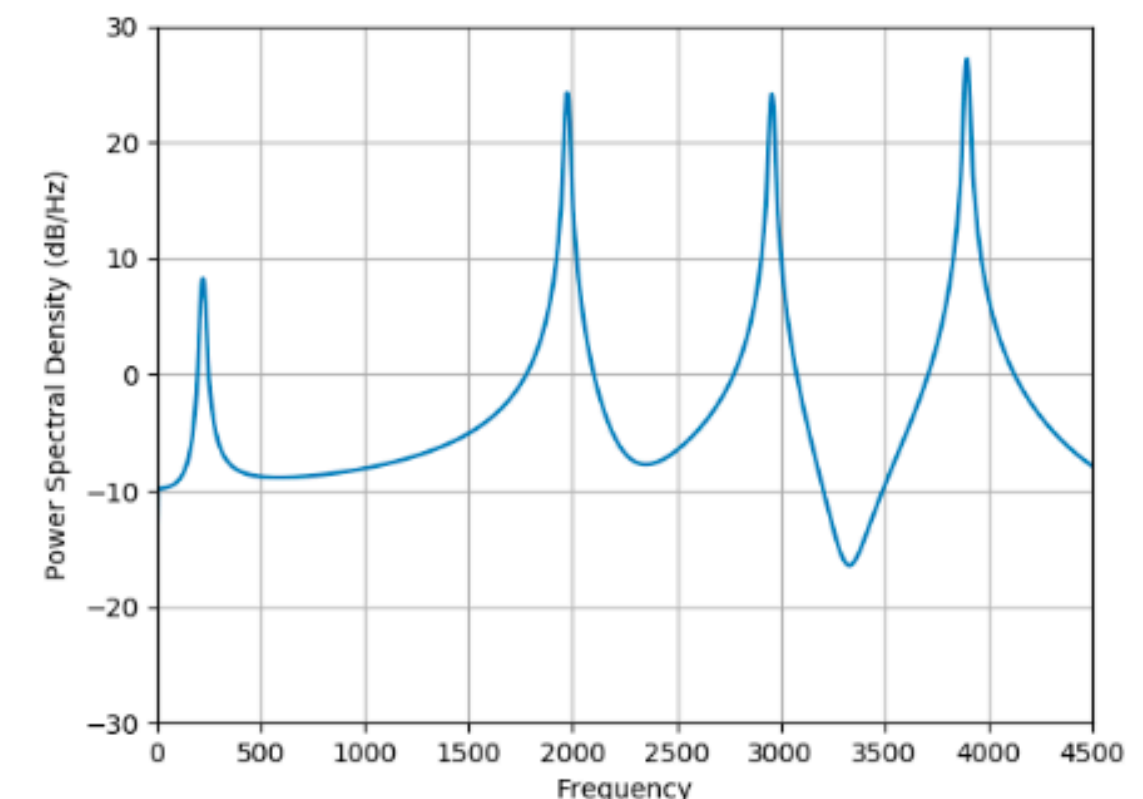
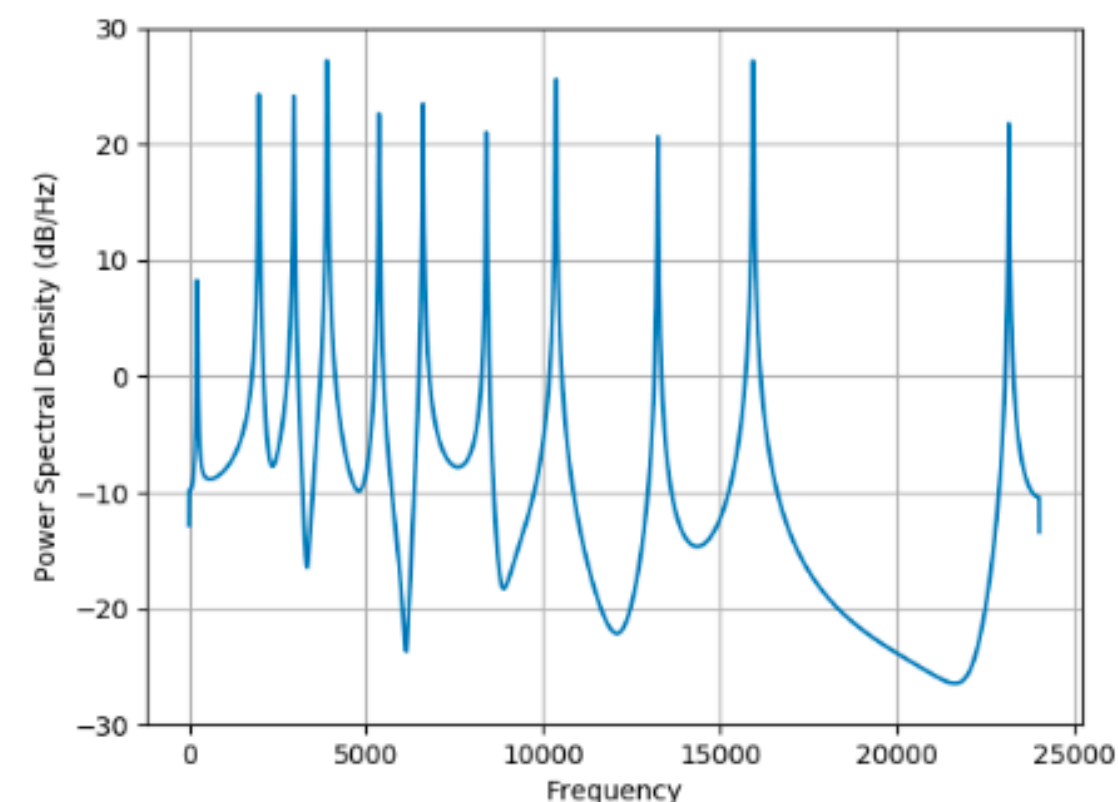


FIGURE 2 - Zoom, voyelle /a/ de 0 à 4.5 kHz.



Modèle dynamique

Coarticulation de voyelle /a/ à /i/

Paramètres physiques :

$$c_0 = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho_0 = 1.1379 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Paramètres géométriques :

A profil en espace
changeant dans le temps

Frontière en $\ell = 0$:

Signal de débit glottique
(modèle Klatt & Klatt)

Frontière en $\ell = L_0$:

Rayonnement

Frontière distribuée :

Mouvement de la paroi

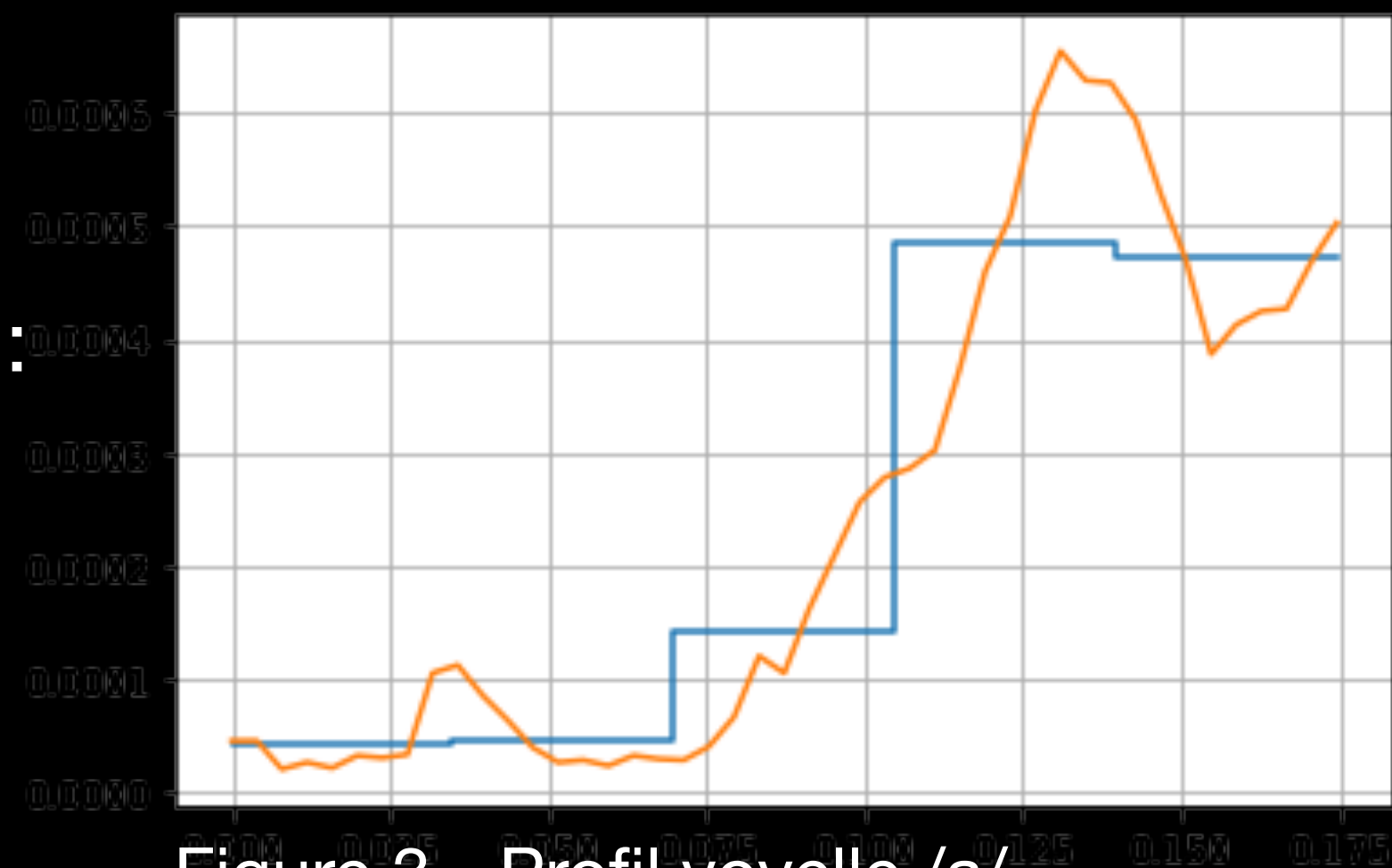


Figure 3 - Profil voyelle /a/

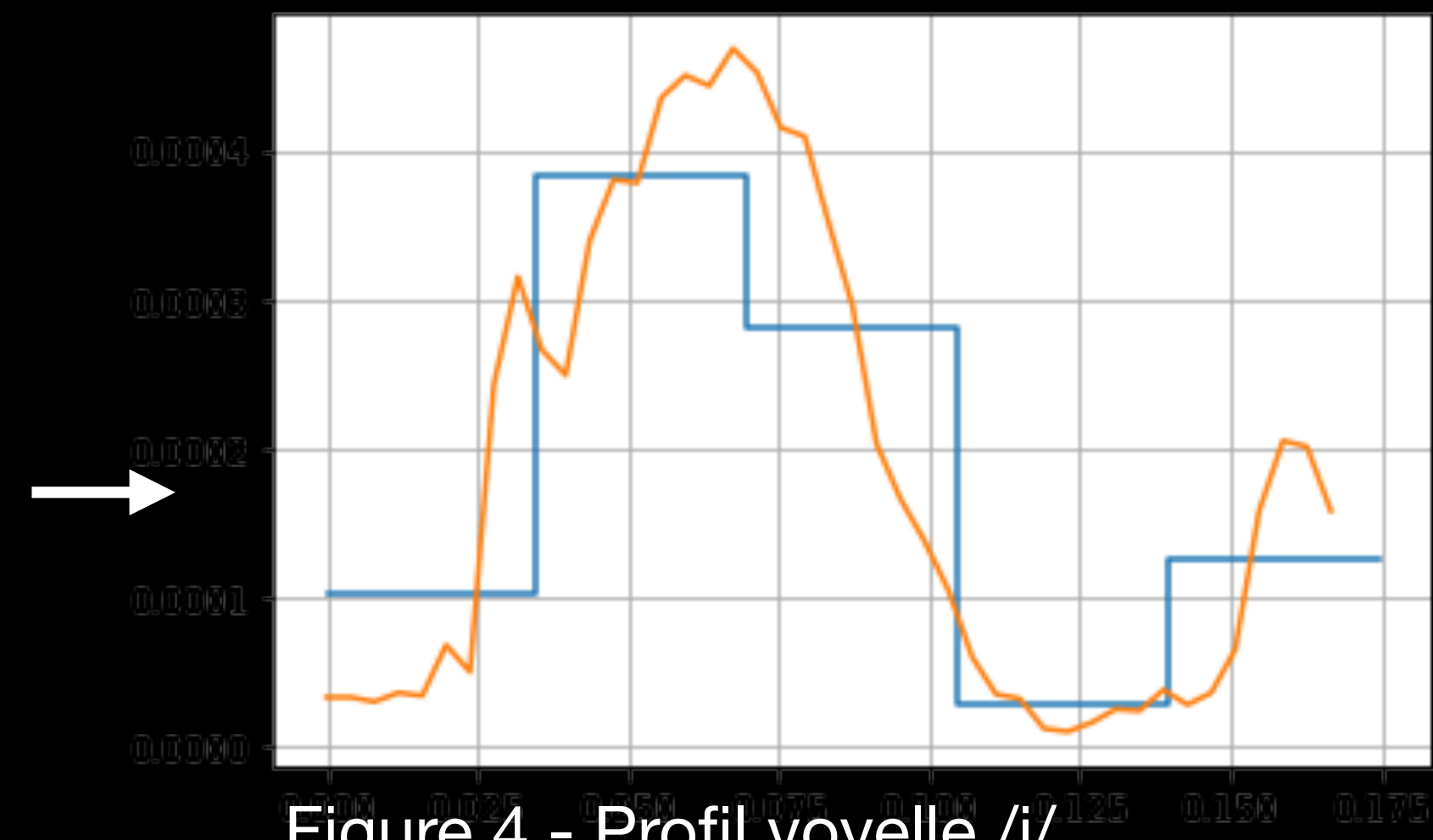


Figure 4 - Profil voyelle /i/

En cours.

Plan

1. Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)
2. Modélisation acoustique
3. Discrétisation spatiale et temporelle
4. Simulation
5. Conclusion

Conclusion

Contributions

- Écriture SHP de l'équation des pavillons en dynamique
- Extension de la méthode de Golo
- Simulation avec bilan de puissance équilibré dans ce cadre

Perspectives

- Tirer partie de structure des matrices pour optimiser (vers du temps réel)
 - Méthode de Golo étendue à des fonctions de formes enrichies (polynômes etc.)
 - PFEM [Cardoso-Ribeiro, Matignon, Lefèvre, 2018]
 - Éléments finis en temps (bilan de puissance, précision ordre p , régularité \mathcal{C}^k) [Rémy Müller]
- Discrétisation espace-temps (en cours)

Merci pour votre attention