



HAL
open science

Positionnement des bobines de transformateurs de puissance minimisant les pertes cuivre

Bernardo Cougo, Thierry Meynard, François Forest, Eric Labouré

► **To cite this version:**

Bernardo Cougo, Thierry Meynard, François Forest, Eric Labouré. Positionnement des bobines de transformateurs de puissance minimisant les pertes cuivre. *European Journal of Electrical Engineering*, 2009, 12 (2), pp.209-223. 10.3166/ejee.12.209-223 . hal-03796508

HAL Id: hal-03796508

<https://hal.science/hal-03796508v1>

Submitted on 9 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial 4.0 International License

Positionnement de bobines de transformateurs de puissance minimisant les pertes cuivre

Bernardo Cougo* — **Thierry Meynard***
François Forest** — **Eric Labouré*****

* *Université de Toulouse; INPT, UPS; LAPLACE (Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie)*
2, rue Camichel. BP 7122 - 31071. Toulouse, France
{cougo, meynard}@laplace.univ-tlse.fr

** *Université de Montpellier 2, IES (Institut d'Electronique du Sud)*
79, place Eugène Bataillon. 34095. Montpellier, France.
forest@univ-montp2.fr

*** *LGEP, Supelec*
3, rue Joliot Curie, Plateau du Moulon. 91190. Gif Sur Yvette, France.
eric.laboure@lgep.supelec.fr

RÉSUMÉ. Cet article étudie le positionnement de bobines de transformateurs de puissance haute fréquence. Les pertes cuivre dues à des effets de peau et de proximité sont analysées afin de choisir la meilleure configuration des spires à l'intérieur de la fenêtre de bobinage. Initialement, les résultats sont une application directe de la formule de Dowell. Ensuite, des simulations utilisant un logiciel de calcul de champs par éléments finis (FEA) confirmeront la relation entre la fréquence du courant, la largeur de la fenêtre de bobinage et la position de la bobine.

ABSTRACT. This paper deals with the positioning of parallel windings in a high-frequency power transformer. Analysis of copper losses due to skin and proximity effects is performed in order to choose the best configuration of the turns inside the winding area. Initially results are a direct application of Dowell's formula. Later, FEA simulations confirm the relationship between current frequency, core window width and winding position.

MOTS-CLÉS : Transformateur de puissance, effet de proximité, effet de peau, pertes cuivre, simulation par élément finis, résistance AC, Dowell.

KEYWORDS: power transformers, proximity effect, skin effect, copper losses, finite-element simulation, AC resistance, Dowell.

1. Introduction

Les pertes cuivre constituent un aspect important de la conception d'un transformateur de puissance fonctionnant en haute fréquence. Un grand nombre de couches entraîne une augmentation des pertes cuivre dues à l'effet de peau et à l'effet de proximité.

Dowell, dans son article publié en 1966, propose une formulation analytique du calcul de la résistance alternative des conducteurs dans un transformateur (Dowell, 1966). Il explique l'effet de proximité mathématiquement, en résolvant les équations de Maxwell pour un modèle 1D d'un transformateur. Initialement, ses travaux considèrent des conducteurs de section transversale rectangulaire qui occupent entièrement la fenêtre de bobinage. Ensuite des ajustements sont proposés afin d'inclure l'utilisation de conducteurs ronds ainsi que des conducteurs ne remplissant pas toute la fenêtre de bobinage. Puisque l'approche unidimensionnelle de Dowell est une représentation imparfaite d'un phénomène 3D, d'autres auteurs ont complété ce travail (Sullivan, 1999 ; Boggetto *et al.*, 2002 ; Nan *et al.*, 2003), ou ont développé d'autres méthodes (Lofti *et al.*, 1993 ; Perry, 1979 ; Ferreira, 1989 ; Bartoli *et al.*, 1996).

Le travail présenté dans cet article n'a pas pour objectif une formulation analytique des pertes cuivre. Le but est de fournir aux concepteurs de transformateurs une règle permettant de déterminer simplement quelle est la meilleure disposition d'un nombre de spires donné dans une fenêtre et à une fréquence de découpage données. Ce travail détaillera, en particulier, comment déterminer le nombre optimal de couches et de spires dans chaque couche.

2. Position d'une bobine dans la fenêtre

Conformément à la formule de Dowell, si l'épaisseur de la couche (et des conducteurs) et la fréquence (et par conséquent l'épaisseur de peau) sont fixées, le rapport R_{ac}/R_{dc} des conducteurs augmente avec le nombre de couches de conducteurs, comme le montre la figure 1. D'autre part, si le noyau et le nombre de spires sont relativement imposés, le concepteur doit rechercher le nombre de couches et le nombre de spires par couche qui minimisent les pertes cuivre.

Prenons la figure 2 comme base de nos analyses. Dans ce transformateur, la bobine à droite doit rentrer dans l'espace qui lui est réservé. Ce dernier admet une largeur L et une hauteur Z et est représenté par la surface représentée en gris clair dans la figure 3.

Si nous devons mettre, dans cet espace, 12 spires par exemple, nous pouvons déduire 6 configurations possibles de disposition des conducteurs dans la fenêtre, comme montré dans la figure 4 :

- Configuration 1 - 1 couche de 12 spires
- Configuration 2 - 2 couches de 6 spires
- Configuration 3 - 3 couches de 4 spires
- Configuration 4 - 4 couches de 3 spires
- Configuration 5 - 6 couches de 2 spires
- Configuration 6 - 12 couches de 1 spire

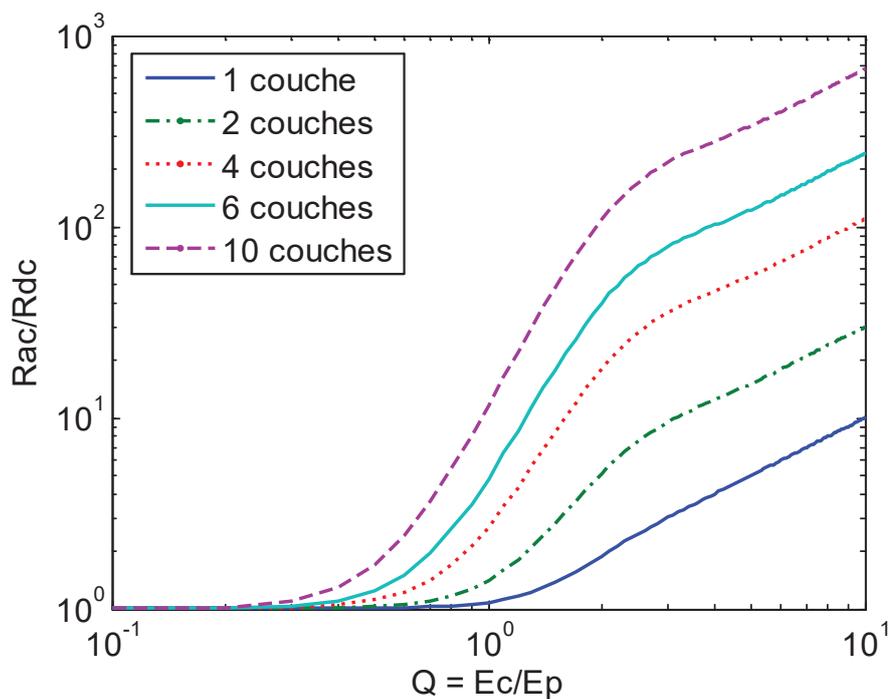


Figure 1. *Variation de la résistance AC avec la fréquence.*

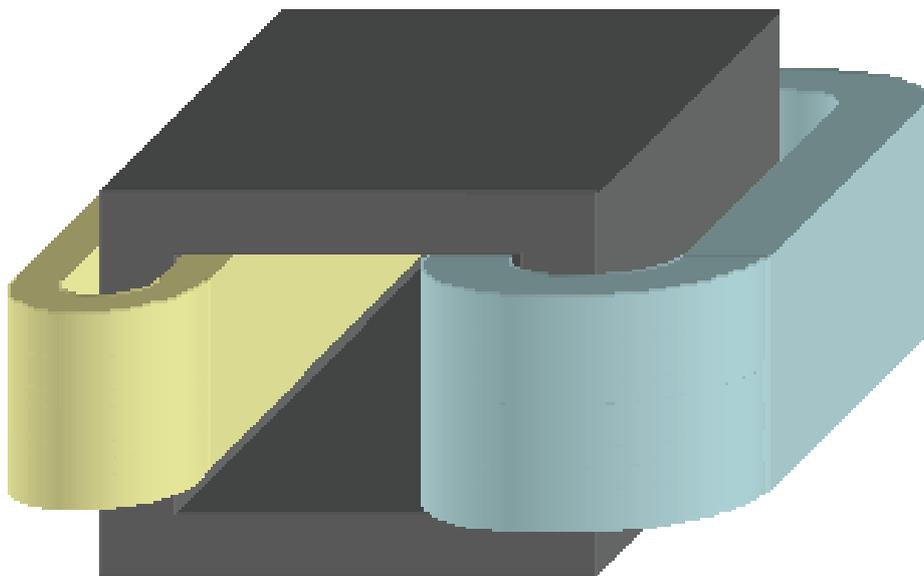


Figure 2. *Transformateur*

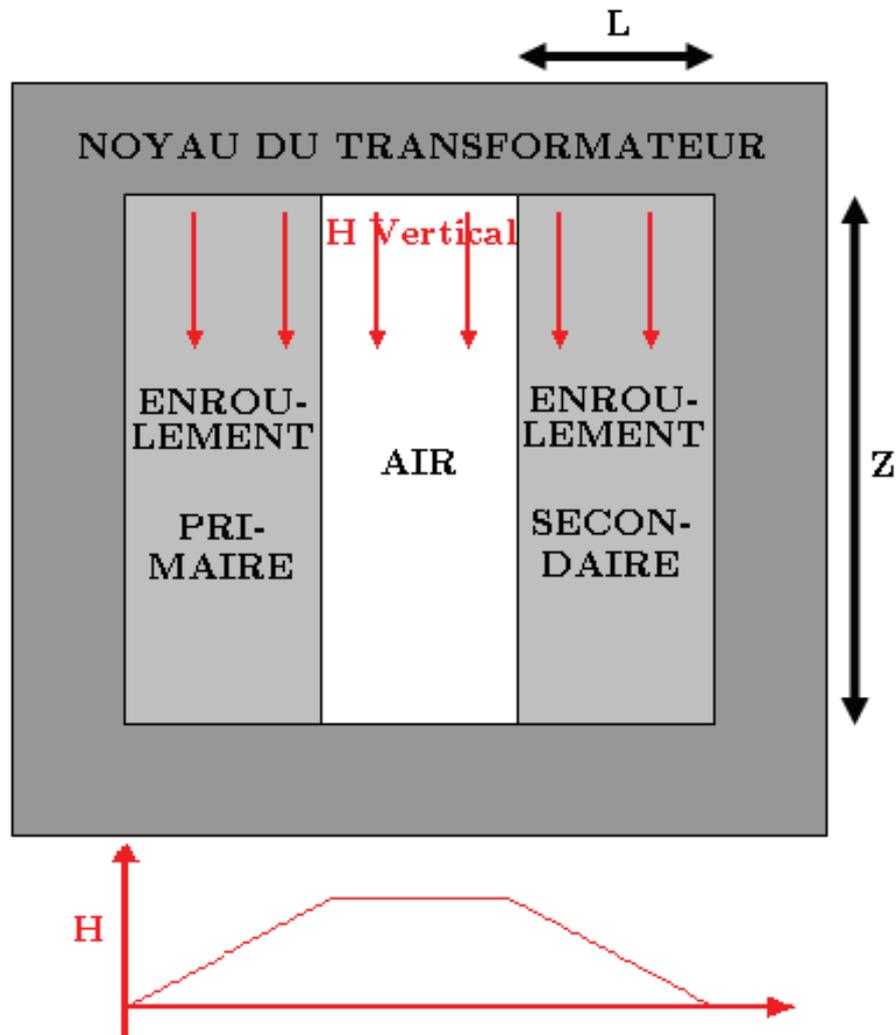


Figure 3. *Section du transformateur*

Dans toutes ces configurations, les sections des conducteurs sont égales (résistances DC égales). Cependant, leurs dimensions (L_c et Z_c) ne le sont pas (résistances AC différentes). Pour cette raison, la détermination de la configuration permettant le moins de pertes n'est ni immédiate ni unique ; elle dépend de la fréquence.

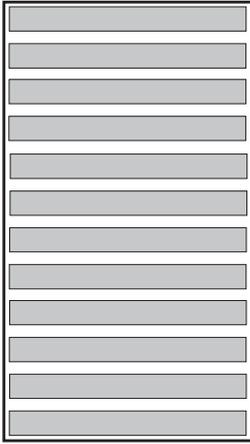
Pour calculer les pertes cuivre ou les résistances AC de chaque configuration, nous devons d'abord considérer les hypothèses suivantes :

- L'isolant entre les conducteurs est négligeable (il sera pris en compte ultérieurement).
- Toutes les spires, dans une configuration spécifique, ont les mêmes dimensions (L_c et Z_c).
- Le champ dans la fenêtre est parfaitement vertical (comme il a été déjà considéré par Dowell).

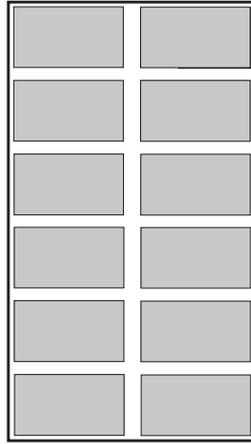
La formule de Dowell, qui calcule le rapport (F_r) entre la résistance AC (R_{ac}) et la résistance DC (R_{dc}) est présentée ci-dessous :

$$Fr = \frac{R_{ac}}{R_{dc}} = Q \frac{\sinh 2Q + \sin 2Q}{\cosh 2Q - \cos 2Q} + 2Q \frac{p^2 - 1}{3} \frac{\sinh Q - \sin Q}{\cosh Q + \cos Q} \quad [1]$$

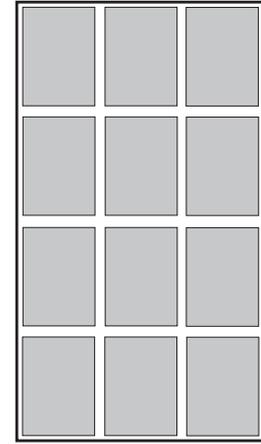
où 'p' est le nombre de couches de la bobine et Q est le rapport entre l'épaisseur de la couche (Lc) et l'épaisseur de peau (Ep).



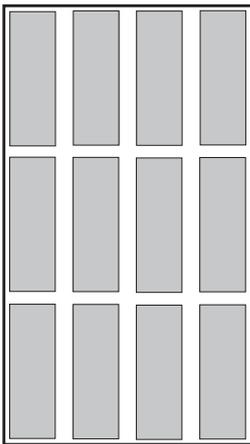
(a) 1 couche de 12 spires



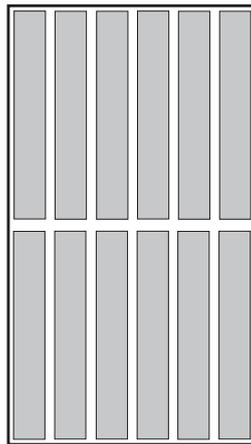
(b) 2 couches de 6 spires



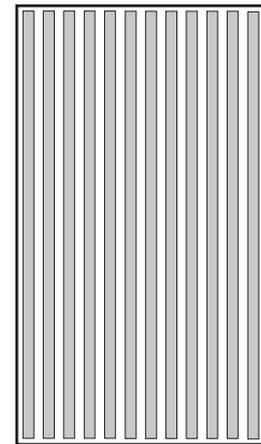
(c) 3 couches de 4 spires



(d) 4 couches de 3 spires



(e) 6 couches de 2 spires



(f) 12 couches de 1 spire

Figure 4. Configurations pour mettre 12 conducteurs dans la fenêtre de bobinage

Afin de comparer les pertes associées à chaque configuration, l'équation [1] a été utilisée pour calculer 'Fr'. Noter que toutes les configurations ont le même Rdc et, en conséquence, plus Fr est petit plus les pertes sont faibles.

Dans la figure 5, Fr a été calculé pour toutes les configurations, et pour une plage de fréquence allant de 10Hz à 1MHz. Les dimensions de la fenêtre de bobinage sont L = 7,24mm et Z = 13,1mm.

En analysant les courbes présentées par la figure 5, quelques conclusions peuvent être tirées :

- Pour les basses fréquences, la configuration avec 12 couches est celle qui a le moins de pertes.

– Pour les hautes fréquences, la configuration avec 1 seule couche est celle qui a le moins de pertes.

– Par rapport aux pertes cuivre, les autres configurations ne sont jamais plus intéressantes que les 2 extrêmes (soit 12 couches d'une spire, soit une couche de 12 spires).

En utilisant MATLAB, plusieurs graphes ont été générés. Il a été observé que les 3 conclusions déclarées ci-dessus sont valides indépendamment des dimensions de la fenêtre de bobinage. Ces graphes ont tous la même forme que celle de la figure 5, par contre, la fréquence à partir de laquelle la Configuration 1 a moins de pertes que la Configuration 6 change avec la largeur de la fenêtre (L). A partir d'ici, cette fréquence sera appelée 'Fréquence Limite' (f_{lim}).

Noter que f_r et f_{lim} peuvent varier avec la largeur de la fenêtre de bobinage mais pas avec sa hauteur vu que la formule de Dowell est une approche unidimensionnelle.

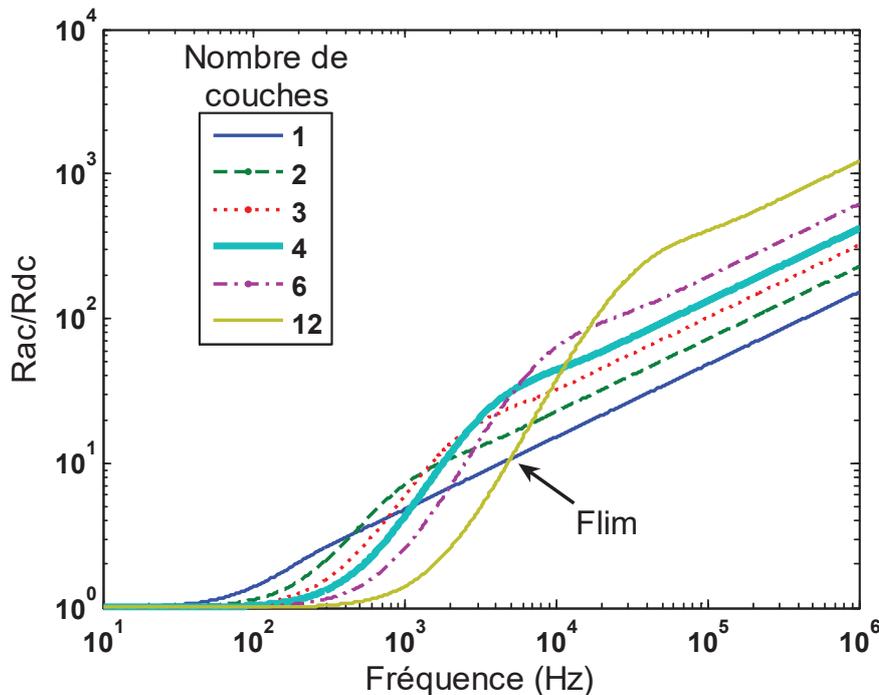


Figure 5. Variation de la résistance AC avec la fréquence pour chaque configuration de la figure 4

3. Generalisation

La même procédure montrée ci-dessus pour une bobine de 12 spires a été réalisée pour des bobines de 'p' spires, avec 'p' variant de 2 à 30. Pour chacune des bobines, toutes les configurations possibles ont été calculées et le comportement décrit dans la section précédente a été observé là aussi:

- Pour les basses fréquences, la configuration avec ‘p’ couches est celle qui a le moins de pertes.
- Pour les hautes fréquences, la configuration avec 1 seule couche est celle qui a le moins de pertes.
- Par rapport aux pertes cuivre, les autres configurations ne sont jamais plus intéressantes que les 2 extrêmes (soit ‘p’ couches d’une spire, soit une couche de ‘p’ spires).

Pour une explication visuelle de ce phénomène, nous avons étudié la distribution de courant dans une bobine de 12 spires d’un transformateur. Un courant total de 1A crête est imposé dans chaque conducteur et les densités de courant sont calculées en utilisant un logiciel de calcul par éléments finis qui s’appelle FEMM (Meeker, 2007). Grâce à la symétrie existante, seule la moitié supérieure du secondaire est montrée (figure 6). Quatre simulations ont été réalisées, en utilisant les configurations de la section précédente : Configuration 1 en utilisant des courants à la fréquence de 3kHz (figure 6a) et 300kHz (figure 6b) et Configuration 6 en utilisant les mêmes courants et fréquences (figure 6c et 6d respectivement). Notez que la correspondance couleur/densité de courant des figures 6a et 6c a la même échelle ainsi que les figures 6b et 6d. Pour une meilleure visualisation, les figures 6e et 6f montrent une représentation 1D de la distribution de la densité de courant dans les conducteurs des figures 6a, 6b, 6c et 6d, sur une ligne horizontale qui passe à travers les conducteurs.

De la figure 6 nous pouvons conclure, pour les fréquences élevées, que dans la Configuration 1 (figure 6b), les surfaces concernées par des densités de courant élevées sont peu importantes. A l’inverse, dans la Configuration 6 (figure 6d) les surfaces concernées par de fortes densités de courant sont beaucoup plus importantes ; c’est la raison pour laquelle, dans cette situation, il y a plus de pertes dans les bobines multicouches.

Dans le cas contraire, pour les fréquences basses, la Configuration 1 (figure 6a) voit une concentration de la densité de courant sur la partie gauche du bobinage alors que dans la Configuration 6 (figure 6c), le courant se distribue quasi-uniformément dans toute la surface. Les pertes sont donc beaucoup plus importantes pour la bobine à couche unique.

Le tableau 1 montre les résultats de Fr pour ces simulations spécifiques.

	Fréquence du courant	
	3kHz	300kHz
configuration 1	3,53	35,59
configuration 6	1,07	219,96

Tableau 1. “ Fr ” pour les simulations montrées en figure 6

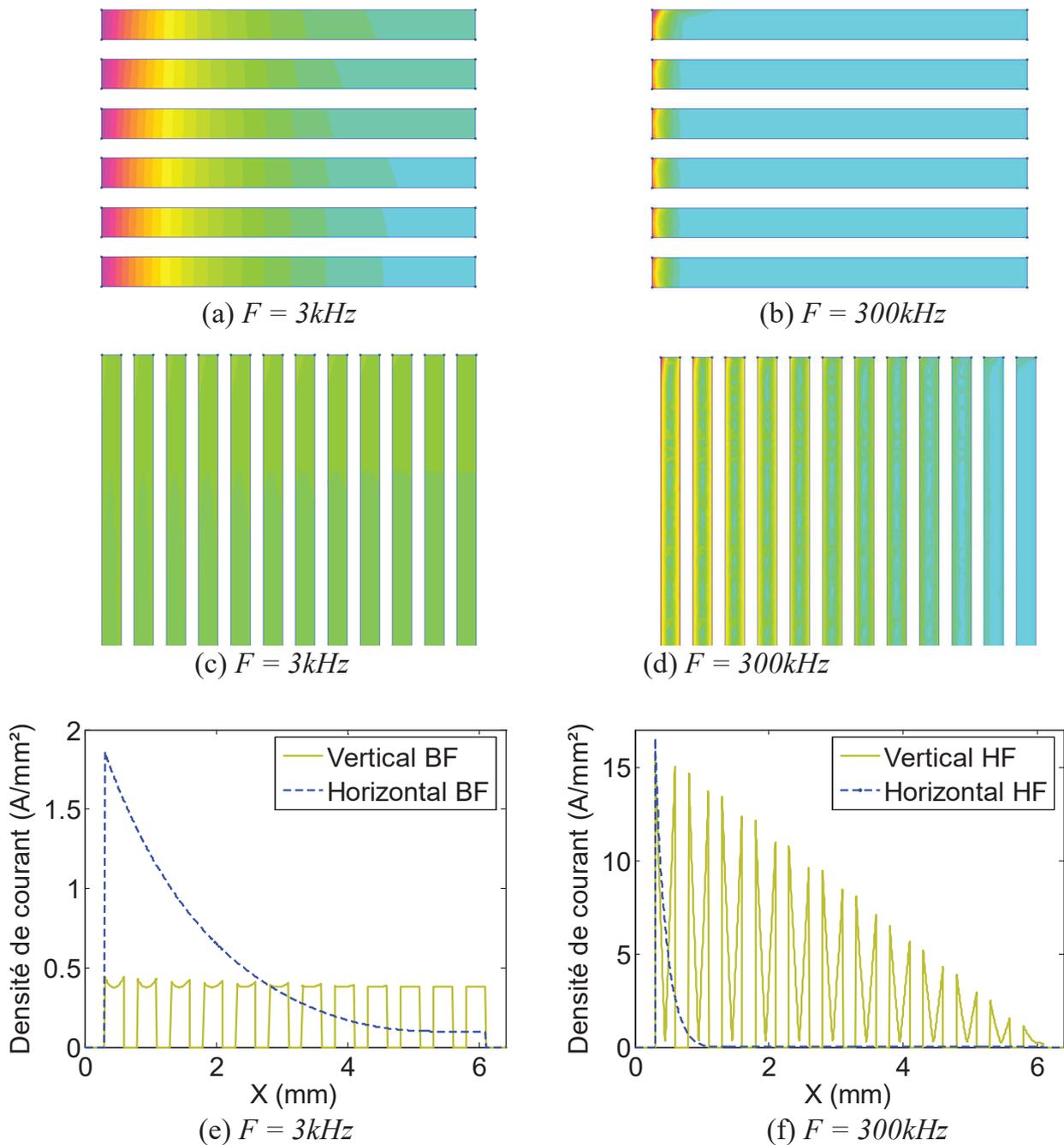


Figure 6. Simulation de densités de courant avec FEMM pour les configurations 1 et 6. (a), (b), (c), (d): représentation 2D. (e), (f) représentation 1D dans la direction horizontale

Une autre façon d'expliquer ce phénomène est que quand la fréquence est haute, l'effet de proximité est plus important que l'effet de peau et par conséquent, plus le nombre de couches est petit plus les pertes sont faibles. Inversement, quand la fréquence est basse, l'effet de peau n'est pas très important et pour cela, l'effet de proximité est encore moins important ; c'est pourquoi les configurations avec un nombre important de couches (qui ont des conducteurs de largeur réduite) ont moins de pertes.

Les plages de fréquences dans lesquelles l'effet de proximité est plus important que l'effet de peau et vice-versa sont déterminées par la largeur de la fenêtre de bobinage, comme cité auparavant. La section suivante explique comment.

4. Variation de la fréquence limite

Comme il a été montré dans la section 2, la fréquence limite pour chaque bobine de 'p' spires change par rapport à la largeur de la fenêtre de bobinage. Afin de vérifier comment cela change, plusieurs courbes comme celles de la figure 5 ont été générées pour différentes largeurs de fenêtre. Un algorithme a été développé permettant d'identifier automatiquement la fréquence limite pour chaque largeur. Le comportement de cette fréquence est illustré dans la figure 7 et ce pour des bobines de nombre de spires 'p' différent.

La figure 7 montre que plus la fenêtre est large, plus la fréquence limite est basse. Si nous faisons attention aux courbes, nous pouvons noter que la fréquence limite est une fonction quadratique de la largeur de la fenêtre. Ceci veut dire que si nous multiplions la fréquence limite par le carré de la largeur correspondante, nous trouverons toujours la même constante, pour n'importe quelle largeur. Les valeurs des constantes trouvées pour des bobines de 2 à 30 spires sont montrées dans le tableau 2.

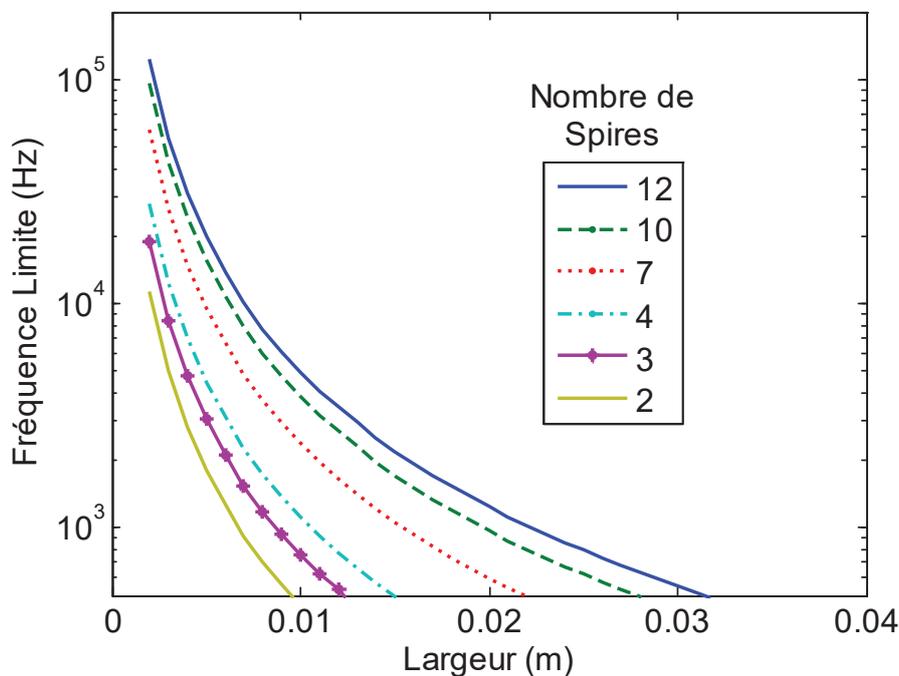


Figure 7. Variation de la fréquence limite

p	$f_{lim} * L^2$	p	$f_{lim} * L^2$	p	$f_{lim} * L^2$
---	-----------------	---	-----------------	---	-----------------

		11	0,4395	21	1,0563
2	0,0451	12	0,4945	22	1,1246
3	0,0759	13	0,5513	23	1,1940
4	0,1115	14	0,6095	24	1,2653
5	0,1507	15	0,6695	25	1,3373
6	0,1929	16	0,7308	26	1,4093
7	0,2378	17	0,7932	27	1,4839
8	0,2851	18	0,8570	28	1,5582
9	0,3346	19	0,9226	29	1,6346
10	0,3860	20	0,9886	30	1,7101

Tableau 2. Constantes observées pour différent nombre de spires

Ce tableau est un outil simple à utiliser pour choisir la configuration qui entraîne le moins de pertes. Le concepteur doit simplement multiplier la fréquence du courant qui passe dans le transformateur par le carré de la largeur de la fenêtre. Si le résultat est plus grand que la constante dans le tableau 2 correspondant au nombre de spires de la bobine, alors la configuration avec 1 couche de ‘p’ spires entraîne moins de pertes. Autrement, c’est la configuration avec ‘p’ couches d’une spire qui est préférable.

5. Explication analytique sur les constantes

Comme vu dans la section 3, les deux configurations qui entraînent le moins de pertes sont celles avec une couche de ‘p’ spires ou ‘p’ couches d’une spire. La fréquence limite est celle où une configuration devient plus avantageuse que l’autre, par rapport aux pertes cuivre. Par conséquent, afin de trouver analytiquement la fréquence limite, nous devons égaliser la formule de Dowell pour les deux configurations. L’équation [2] est celle pour la configuration d’une couche de ‘p’ spires et l’équation [3] est celle de la configuration de ‘p’ couches d’une spire.

$$Fr_1 = Q_1 \frac{\sinh 2Q_1 + \sin 2Q_1}{\cosh 2Q_1 - \cos 2Q_1} \quad [2]$$

$$Fr_2 = Q_2 \frac{\sinh 2Q_2 + \sin 2Q_2}{\cosh 2Q_2 - \cos 2Q_2} + 2Q_2 \frac{p^2 - 1}{3} \frac{\sinh Q_2 - \sin Q_2}{\cosh Q_2 + \cos Q_2} \quad [3]$$

Q_1 et Q_2 sont les rapports entre l'épaisseur de chaque couche et l'épaisseur de peau pour leurs configurations correspondantes. Ils sont donnés par les équations ci-dessous:

$$Q_1 = \frac{L}{E_p} = L\sqrt{\sigma\pi\mu f} \quad [4]$$

$$Q_2 = \frac{L/p}{E_p} = \frac{L}{p}\sqrt{\sigma\pi\mu f} = \frac{Q_1}{p} \quad [5]$$

où μ est la perméabilité du conducteur, σ est la conductivité et f est la fréquence du courant qui passe par le conducteur. Quand nous égalisons les équations [4] et [5], nous trouvons l'expression suivante:

$$p \frac{\sinh 2pQ_2 + \sin 2pQ_2}{\cosh 2pQ_2 - \cos 2pQ_2} - \frac{\sinh 2Q_2 + \sin 2Q_2}{\cosh 2Q_2 - \cos 2Q_2} -$$

$$- 2 \frac{p^2 - 1}{3} \frac{\sinh Q_2 - \sin Q_2}{\cosh Q_2 + \cos Q_2} = 0 \quad [6]$$

La partie à gauche de l'équation [6] produit les courbes de la figure 8, pour chaque bobine de 'p' spires. Pour une meilleure visualisation, nous avons choisi de ne montrer que les courbes correspondant aux bobines de 2 à 15 spires.

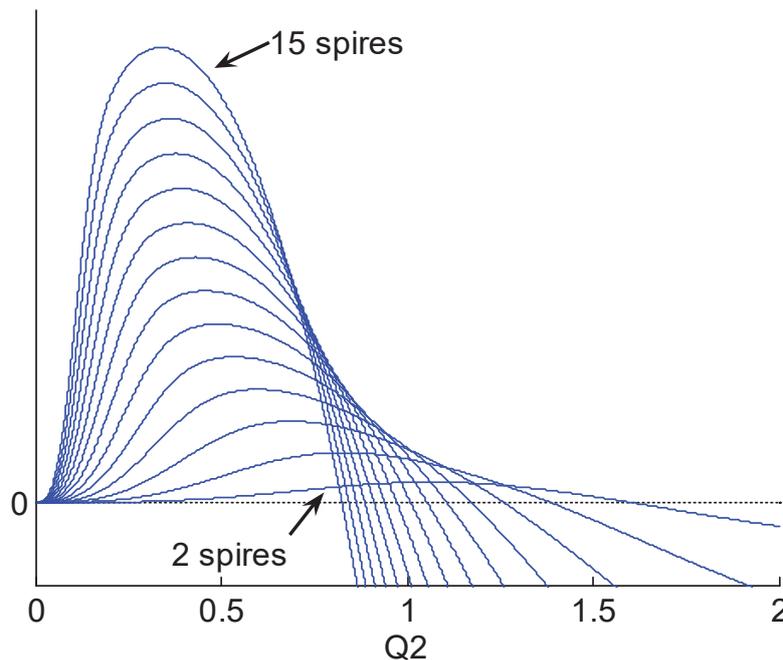


Figure 8. Courbes de l'équation [6], pour chaque bobine de p spires

Par ces courbes, nous pouvons voir que, pour chaque bobine de ‘p’ spires, il y a seulement un $Q_2 = Q_0$ qui satisfait l’équation [6] correspondant à une fréquence égale à la fréquence limite. Comme Q_2 est donné par l’équation [5], nous pouvons noter que

$$Q_0 = \frac{L}{p} \sqrt{\sigma \pi \mu f_{\text{lim}}} \quad [7]$$

ou

$$f_{\text{lim}} L^2 = \frac{(p Q_0)^2}{\sigma \pi \mu} \quad [8]$$

De l’équation [8] nous vérifions que le produit de la fréquence limite par le carré de la largeur de la fenêtre est une constante pour chaque bobine de ‘p’ spires, si nous considérons que la perméabilité et la conductivité des conducteurs sont constantes. Le tableau 2 a été généré pour des conducteurs en cuivre à température de 20°C, qui ont $\mu = 4\pi \times 10^{-7} \text{N/A}^2$ et $\sigma = 58 \times 10^6 \text{S/m}$.

6. Simulations par éléments finis

Afin d’évaluer la précision de la formule de Dowell et du tableau 2, des simulations utilisant un logiciel de calcul par éléments finis ont été faites. La figure 9 montre le résultat d’une simulation exécutée avec FEMM 4.2, pour une bobine de 12 spires. Pour illustrer le problème, la figure 9 montre un noyau avec une fenêtre de largeur égale à 30mm dont 12mm pour chaque bobine. Dans la figure 9a, la bobine est constituée de 12 couches d’une spire et dans la figure 9b, la bobine admet une couche de 12 spires.

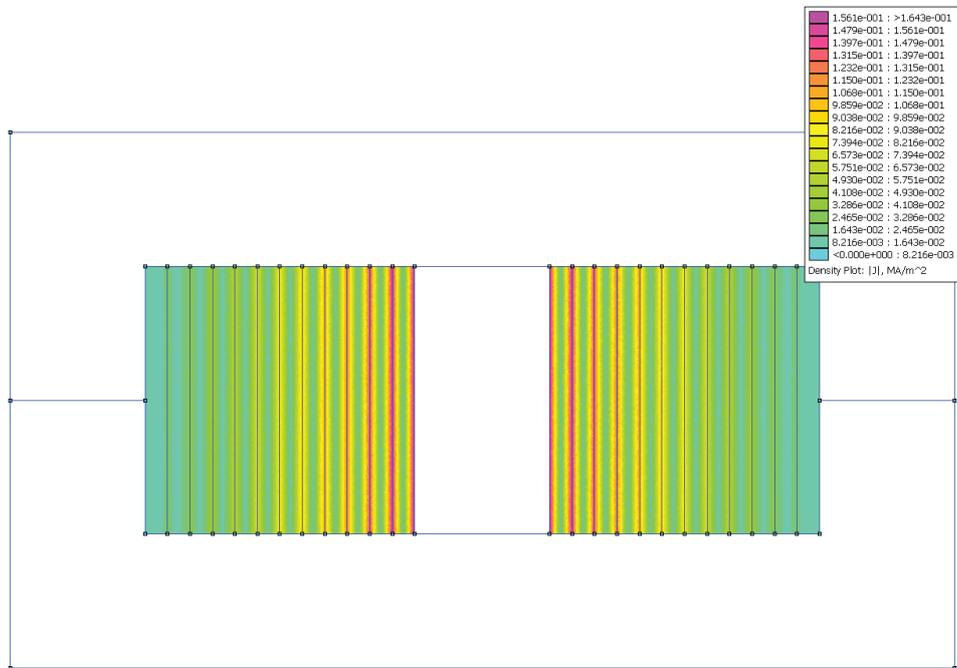
Des simulations pour plusieurs courants de fréquences différentes ont été exécutées et le rapport $R_{\text{ac}}/R_{\text{dc}}$ a été obtenu pour chaque fréquence. Les résultats sont présentés à la figure 10. Dans cette figure, nous représentons également les courbes de Dowell correspondant à ces configurations. Notez que la formule de Dowell et la simulation par éléments finis nous donnent des résultats très proches.

Un inconvénient de l’utilisation de la simulation par éléments finis est le temps d’exécution. Spécifiquement pour les courbes de 200 points de fréquence montrées dans la figure 10. Le temps de calcul avec le logiciel FEMM est d’environ 6 heures.

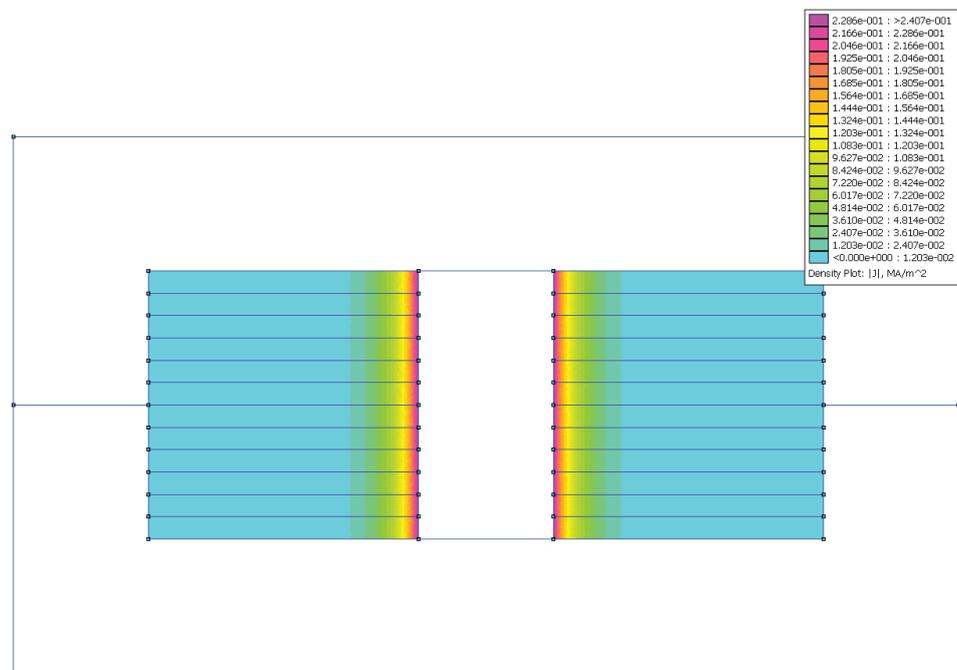
En utilisant FEMM, un ensemble de simulations a été réalisé pour trouver les fréquences limites et ce, en variant le nombre ‘p’ de spires des bobines et la largeur de la fenêtre L. Après avoir trouvé toutes ces fréquences, nous avons pu calculer les constantes $f_{\text{lim}} * L^2$. Ces valeurs sont comparées aux constantes calculées en utilisant

la formule de Dowell (équation [8]) et correspondant aux valeurs données dans le tableau 2.

Les constantes trouvées par la simulation FEA sont données dans le tableau 3. Noter que ces valeurs sont très proches de celles du tableau 2, et leur différence ne dépasse pas 0,5 %. Ce fait prouve que la formule de Dowell peut être utilisée pour calculer les fréquences limites et en conséquence les constantes utilisées pour choisir la configuration entraînant le moins de pertes.



(a) Enroulement avec 12 couches d'une spire.



(b) Enroulement avec une couche de 12 spires.

Figure 9. Transformateurs simulés

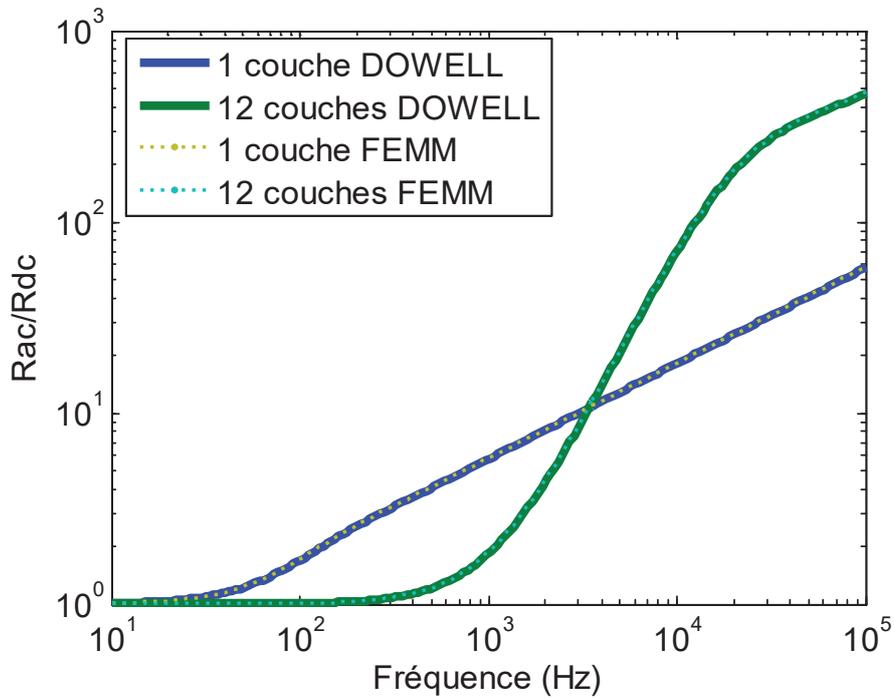


Figure 10. Variation de la résistance AC par simulation et par calcul analytique

p	$f_{lim} * L^2$	p	$f_{lim} * L^2$	p	$f_{lim} * L^2$
		11	0,4410	21	1,0601
2	0,0452	12	0,4962	22	1,1291
3	0,0761	13	0,5533	23	1,1992
4	0,1118	14	0,6118	24	1,2703
5	0,1512	15	0,6719	25	1,3428
6	0,1935	16	0,7334	26	1,4156
7	0,2386	17	0,7963	27	1,4896
8	0,2861	18	0,8604	28	1,5647
9	0,3357	19	0,9257	29	1,6409
10	0,3874	20	0,9924	30	1,7183

Tableau 3. Constantes trouvées par simulation

7. Conclusions

En se basant sur la formule de Dowell, des constantes données dans le tableau 2 liant le nombre de spires d'un enroulement de transformateur, la fréquence des courants et la largeur de l'enroulement permettent au concepteur de définir l'orientation optimale à donner aux conducteurs dans la fenêtre de bobinage. Cette configuration est optimale au sens des pertes cuivre.

Comme la formule de Dowell est une approximation unidimensionnelle d'un phénomène tridimensionnel, des simulations intensives par éléments finis 2D ont été effectuées afin de vérifier la validité des constantes trouvées en utilisant une formulation analytique 1D. L'isolation entre conducteurs et noyaux et la circulation de courants non sinusoïdaux n'ont pas été prises en compte dans le cadre du présent travail et seront traitées ultérieurement.

8. Bibliographie

- Bartoli M., Noferi N., Reatti A., Kazimierczuk M. K., « Modelling winding losses in high-frequency power inductors », *World Sci. J. Circ. Syst. Comput. (Special Issue in Power Electronics, Part II)*, vol. 5, Dec.1996, pp. 607-626.
- Boggetto J. M., Lembeve Y., Ferrieux J. P., Keradec J. P., « Copper losses in power integrated inductors on silicon », *IEEE 37th IAS annual meeting*, vol. 2, Oct. 2002, pp. 977-983.
- Ferreira J. A., *Electromagnetic Modeling of Power Electronic Converters*. Boston, MA: Kluwer, 1989.
- Dowell P. L., « Effect of eddy currents in transformer windings », *Proceedings IEE (UK)*, vol. 113, No. 8, 1966, pp. 1387-1394.
- Lotfi A. W., Lee F. C., « Two dimensional field solutions for high frequency transformer windings », *IEEE 24th PESC*, Jun. 1993, pp. 1098-1104.
- Meeker D. C., *Finite Element Method Magnetics, Version 4.2 (02Apr2007)*, <http://femm.foster-miller.net>.
- Nan X., Sullivan C. R., « An improved calculation of proximity-effect loss in high-frequency windings of round conductors », *IEEE 34th PESC*, vol. 2, Jun. 2003, pp. 853-860.
- Perry M. P., « Multiple layer series connected winding design for minimum losses », *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-98, Jan./Feb.1979, pp. 116-123.
- Sullivan C. R., « Winding loss calculation with multiple windings, arbitrary waveforms, and two-dimensional field geometry », *IEEE 34th IAS annual meeting*, vol. 3, Oct. 1999, pp. 2093-2099.