



**HAL**  
open science

## Comparaison de méthodes des frontières immergées avec effets de compressibilité et thermiques

Lucas Ménez, Eric Goncalves da Silva, Philippe Parnaudeau, Marianne Beringhier

### ► To cite this version:

Lucas Ménez, Eric Goncalves da Silva, Philippe Parnaudeau, Marianne Beringhier. Comparaison de méthodes des frontières immergées avec effets de compressibilité et thermiques. 25e Congrès français de mécanique (CFM 2022), Association française de mécanique (AFM), Aug 2022, Nantes, France. <hal-03794020>

**HAL Id: hal-03794020**

**<https://hal.science/hal-03794020v1>**

Submitted on 16 Dec 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Comparaison de méthodes des frontières immergées avec effets de compressibilité et thermiques

L. MENEZ<sup>a</sup>, E. GONCALVES<sup>a</sup>, P. PARNAUDEAU<sup>a</sup>, M. BERINGHIER<sup>a</sup>

a. Pprime, UPR 3346 CNRS, ISAE-ENSMA, Université Poitiers 86961 Chasseneuil cedex, France,  
lucas.menez@ensma.fr, eric.goncalves@ensma.fr, philippe.parnaudeau@univ-poitiers.fr,  
marianne.beringhier@ensma.fr

## Résumé :

*Une méthode des frontières immergées avec forçage continu [1] et une méthode de pénalisation [2] ont été adaptées et implémentées afin de simuler des écoulements compressibles en présence de solides avec paroi isotherme ou adiabatique. Elles ont été validées et comparées sur des cas incompressibles stationnaire et instationnaire, puis sur un cas compressible en écoulement supersonique. Les résultats obtenus avec chaque méthode ont montré une bonne cohérence avec ceux présents dans la littérature. En plus des aspects dynamiques, les aspects thermiques et les effets de compressibilité ont tout particulièrement été étudiés.*

## Abstract :

*An immersed boundary method with continuous forcing [1] and a volume penalisation method [2] have been adapted and implemented to simulate compressible flows in the presence of solids with an isothermal or adiabatic wall. They have been validated and compared on stationary and unsteady incompressible cases, as well as on a compressible case in supersonic flow. Results obtained with each method showed good consistency with the results present in the literature. In addition to the dynamic aspects, the thermal and compressibility aspects have been particularly studied.*

**Mots clefs : Méthode des frontières immergées, Pénalisation, Ecoulement compressible, Isotherme, Adiabatique**

## 1 Introduction

Deux approches sont classiquement utilisées pour la simulation d'écoulements en présence de solides mobiles ou déformables avec paroi isotherme ou adiabatique. La première consiste à créer un maillage conforme à la géométrie du solide, puis à imposer les conditions aux limites à l'interface. Cependant, la génération du maillage peut s'avérer coûteuse, surtout lorsque la géométrie est complexe. De plus, lorsque le solide est mobile, il est nécessaire d'adapter le maillage. La seconde approche, dite des frontières immergées, permet de s'affranchir de ces aspects coûteux en prenant en compte les effets du solide directement dans les équations par l'introduction de termes sources. Il devient alors possible d'utiliser un maillage cartésien non conforme à la géométrie du solide.

## 2 Formulation théorique

Dans chacune des méthodes des frontières immergées abordées (forçage continu ou pénalisation), les termes convectif et visqueux des équations de Navier-Stokes sont calculés de la même manière mais la détermination du terme source servant à mimer les conditions aux limites est différente. Le problème peut alors s'écrire de manière générale aux deux méthodes :

$$\dot{\mathbf{W}} + \mathbf{Q}(\mathbf{W}) + \mathbf{L}(\mathbf{W}) = \mathbf{f} \quad (1)$$

avec  $\mathbf{W} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho E)^T$  le vecteur des grandeurs conservatives,  $\mathbf{Q}$  l'opérateur convectif,  $\mathbf{L}$  l'opérateur diffusif et  $\mathbf{f} = (f_\rho, f_u, f_v, f_E)^T$  le terme source servant à modéliser la présence du solide. Les deux méthodes présentées dans les parties suivantes permettent d'imposer une condition d'adhérence sur la vitesse à l'interface fluide-solide, ainsi qu'une condition isotherme ou adiabatique sur la température.

### 2.1 Méthode de forçage continu (IBM)

La première approche est basée sur les travaux de Peskin [1]. Initialement pensée pour les écoulements incompressibles puis adaptée aux écoulements compressibles, elle consiste à calculer un terme de forçage à l'interface fluide-solide, puis à le diffuser sur le domaine fluide. En plus de la grille cartésienne, il est nécessaire de discrétiser le contour lagrangien représentant l'interface (figure 1a). Les points  $\mathbf{X}$  de l'interface  $\Gamma$  sont espacés d'un pas de discrétisation lagrangien  $\Delta s$  et les points  $\mathbf{x}$  font référence au centre des cellules de la grille cartésienne. Le passage des grandeurs entre les repères eulérien et lagrangien est effectué par convolution avec des fonctions de Dirac régularisées, appelées fonctions  $\delta$  [3][4][5].

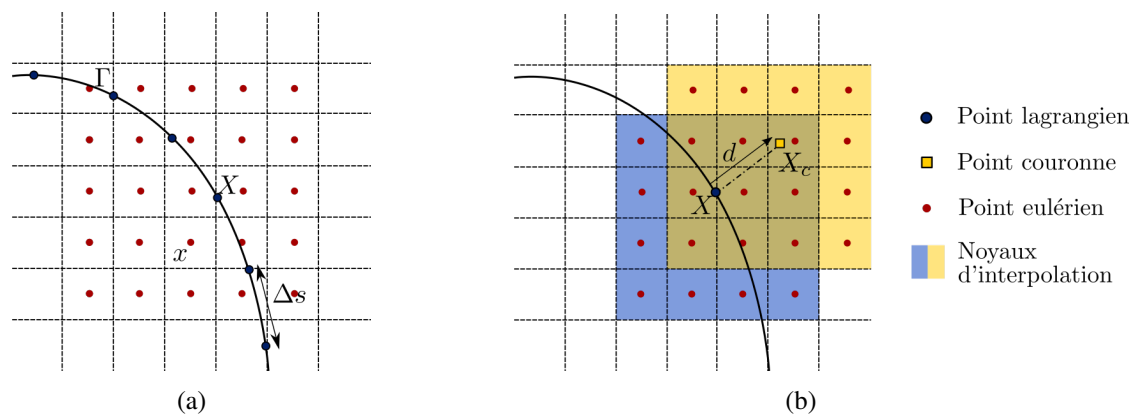


FIGURE 1 – (a) Schéma de l'interface discrétisée qui se superpose à la grille cartésienne, (b) Condition adiabatique en IBM : détermination de la température imposée aux points lagrangiens

La démarche globale de la méthode est dans un premier temps présentée pour l'équation des moments. A partir du champ de vitesse du fluide sur le repère eulérien, la vitesse en chaque point  $\mathbf{X}$  de l'interface est interpolée :

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \int_{D_{\mathbf{X}}} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \delta_h(\mathbf{X} - \mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2)$$

avec  $\delta_h$  la fonction  $\delta$  étendue en 2D,  $D_{\mathbf{X}}$  le support de  $\delta_h$  centrée en  $\mathbf{X}$  et  $h$  le pas de discrétisation

eulérien. Le terme de forçage est ensuite calculé en chaque point lagrangien à partir de (2) :

$$\mathbf{F}_u(\mathbf{X}, t) = \alpha \int_0^t (\mathbf{u}_w - \mathbf{u}(\mathbf{X}, t')) dt' + \beta (\mathbf{u}_w - \mathbf{u}(\mathbf{X}, t)) \quad (3)$$

avec  $\mathbf{u}_w$  la vitesse imposée à l'interface. Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  doivent être choisis assez grands pour pouvoir imposer correctement la vitesse à l'interface. Le choix de ces paramètres, bien qu'empirique, entraîne une condition de stabilité sur le pas de temps en fonction des valeurs choisies. Les composantes sur les moments du terme source présent dans (1) sont ensuite calculées par diffusion de (3) sur le repère eulérien :

$$\mathbf{f}_u(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t) \int_{D_x} \mathbf{F}_u(\mathbf{X}, t) \delta_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (4)$$

Afin de modéliser une paroi isotherme, les équations (2), (3) et (4) sont simplement réécrites pour l'énergie avec  $E_w$  l'énergie imposée à la paroi, calculée à partir de la température imposée  $T_w$  via la loi d'état des gaz parfaits.

Dans le cas d'une condition adiabatique, le gradient nul de température à la paroi est discrétisé à l'ordre 1 afin de se ramener à une condition isotherme. Pour chaque point lagrangien, un point couronne associé est construit à une distance  $d = \sqrt{2}h$  suivant la normale à l'interface (figure 1b). La température est calculée en chacun des points couronne  $\mathbf{X}_c$  de la même manière qu'aux points lagrangiens, similairement à l'équation (2). La température imposée en tout point lagrangien  $\mathbf{X}$  correspond donc à la température du point couronne associé.

## 2.2 Méthode de pénalisation

Contrairement à l'approche précédente, l'interface n'est pas discrétisée en pénalisation. Le terme de pénalisation est directement calculé sur le repère eulérien et s'applique au solide tout entier, repéré avec une fonction masque  $\chi$ , égale à 1 dans le solide et 0 ailleurs (figure 2a). Le principe de la méthode est de modéliser le solide par un milieu poreux dont la perméabilité tend vers 0. De manière générale, le terme de pénalisation adapté aux écoulements compressibles [6] peut s'écrire :

$$\mathbf{f}(\mathbf{W}) = \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{\phi} - 1\right)\chi \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \\ \frac{\chi}{\eta} (\rho u_w - \rho u) \\ \frac{\chi}{\eta} (\rho v_w - \rho v) \\ \frac{\chi}{\eta_T} (\rho E_w - \rho E) \end{pmatrix} \quad (5)$$

avec  $u_w$ ,  $v_w$  et  $E_w$  les conditions imposées au solide,  $\phi$  le paramètre de porosité,  $\eta$  le paramètre de perméabilité visqueuse et  $\eta_T$  le paramètre de perméabilité thermique. Notons que dans le fluide, le terme source est nul car  $\chi = 0$ . Les paramètres de perméabilité doivent tendre vers 0 afin de correctement modéliser le solide.

Pour une condition isotherme, l'énergie à imposer est calculée à partir de la température imposée  $T_w$  via la loi d'état des gaz parfaits.

La condition adiabatique est ramenée à une condition isotherme après discrétisation du gradient de température normal à la paroi. Une méthode de cellule fantôme [7] est adoptée afin de déterminer la température à imposer dans chaque cellule à l'interface. Cette approche est bien adaptée à la pénalisation car le solide est repéré par une fonction masque et non pas par un contour lagrangien. Chaque cellule appartenant au solide dont au moins une cellule voisine est fluide, est appelée cellule fantôme (figure

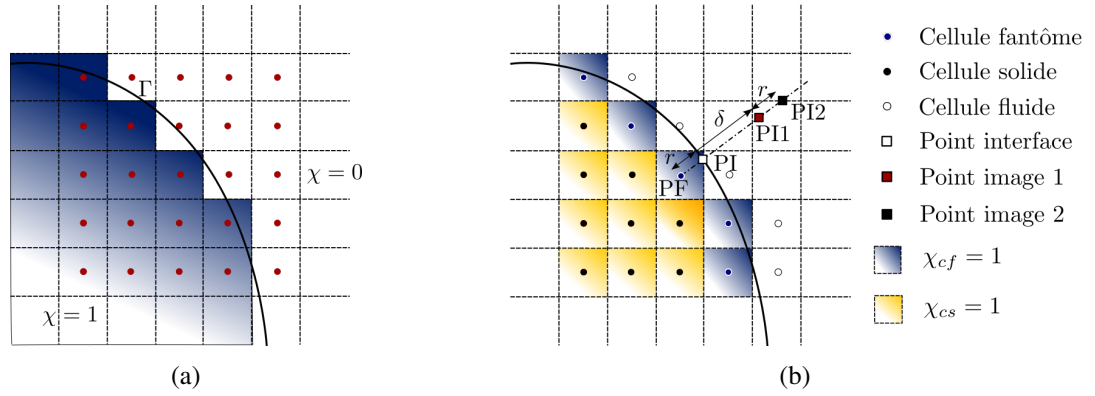


FIGURE 2 – (a) Méthode de pénalisation générale (b) Condition adiabatique pour la méthode de pénalisation, basée sur l'approche cellules fantômes

2b). Les cellules non fantômes où  $\chi = 1$  sont appelées cellules solides. En chaque point fantôme PF, la température imposée doit satisfaire la condition  $(\frac{\partial T}{\partial n})_{PI} = 0$ . Une fois discrétisée à l'ordre 2, cette condition permet de déterminer la température à imposer au point PF à partir des valeurs aux points PI1 et PI2, elles-mêmes obtenues par interpolation bilinéaire. La fonction masque initiale  $\chi$  est divisée en deux fonctions masques distinctes  $\chi_{cf}$  et  $\chi_{cs}$  afin d'appliquer des conditions différentes sur les cellules fantômes et sur les cellules solides car la température ne peut pas être imposée aux cellules solides. Par conséquent, l'énergie cinétique engendrée par le terme de pénalisation sur les moments  $y$  est imposée uniquement. La condition adiabatique est alors modélisée avec le terme source suivant :

$$f_E(\mathbf{W}) = \frac{\chi_{cf}}{\eta_T} \left( \rho(c_v T_{PF} + \frac{\mathbf{u}_w^2}{2}) - \rho E \right) + \frac{\chi_{cs}}{\eta_T} \mathbf{u} \cdot (\rho \mathbf{u} - \rho \mathbf{u}_w) \quad (6)$$

### 3 Résolution numérique

L'équation (1) est résolue dans le formalisme Volumes Finis. Le flux convectif est calculé avec un schéma HLLC et le flux visqueux est calculé avec un schéma centré d'ordre 2. L'ordre 2 en temps et en espace est obtenu pour chacun de ces termes à l'aide d'une reconstruction MUSCL-Hancock [18][20]. La solution est mise à jour par le terme source avec un schéma Euler explicite d'ordre 1 en IBM et avec un schéma semi-implicite d'ordre 1 en pénalisation. Le maillage cartésien est raffiné autour de la zone d'intérêt dans laquelle  $\Delta x$  est régulier, puis il est étiré avec une progression hyperbolique jusqu'aux bords du domaine. Pour un écoulement subsonique, la vitesse est imposée en entrée et la pression en sortie. En régime supersonique, toutes les grandeurs conservatives sont imposées en entrée et rien n'est imposé en sortie car toutes les caractéristiques sont sortantes. Dans les deux cas, des conditions de non-réflexion sont appliquées aux bords haut et bas du domaine. Les conditions aux bords du solide sont imposées par la méthode IBM ou par la pénalisation. Une condition d'adhérence est appliquée sur la vitesse et une condition isotherme ou adiabatique est imposée sur la température. Le solide considéré ici est un cylindre fixe et indéformable, de diamètre  $D$  et positionné en  $(0, 0)$  dans un domaine rectangulaire de dimensions  $[-12.5D, 37.5D] \times [-15D, 15D]$ .

## 4 Validation

### 4.1 Écoulement incompressible et stationnaire

Le nombre de Mach est fixé à  $Ma = 0.1$  afin de négliger la compressibilité du fluide. Un écoulement au nombre de Reynolds  $Re = 40$  avec paroi adiabatique est tout d'abord modélisé. Le nombre de Reynolds est calculé à partir du diamètre du cylindre et des propriétés du fluide en régime libre loin de l'obstacle ( $Re = \rho_\infty u_\infty D / \mu_\infty$ ). Le fluide considéré est de l'air à  $p_\infty = 1$  bar et  $T_\infty = 292.42$  K.

L'usage de la méthode de pénalisation nécessite une résolution spatiale fine, car la fonction masque ne permet pas une description précise de l'interface. Dans le contexte de la méthode IBM, l'interface est finement décrite. Malheureusement, le coût de calcul augmente drastiquement en fonction du nombre de cellules, comme le montre la table 5. Afin de tenir compte de ces deux aspects, le pas de discrétisation spatial dans la zone raffinée est fixé à  $\Delta x_{min} = D/80$  en IBM et  $\Delta x_{min} = D/160$  en pénalisation. Le pas de temps respecte une condition de CFL de 0.2 pour chaque méthode. Pour la méthode IBM, les coefficients présents dans l'équation (3) valent  $\alpha = 20000$  et  $\beta = 300$  et le pas lagrangien est fixé à  $\Delta s = 2\Delta x_{min}$ . Pour la méthode de pénalisation, les paramètres de perméabilité sont fixés à  $\eta = \eta_T = 10^{-10}$ .

Une zone de recirculation se forme en aval du cylindre avec l'apparition de deux tourbillons symétriques et stationnaires. Les grandeurs caractéristiques de l'écoulement sont représentées sur la figure 3.

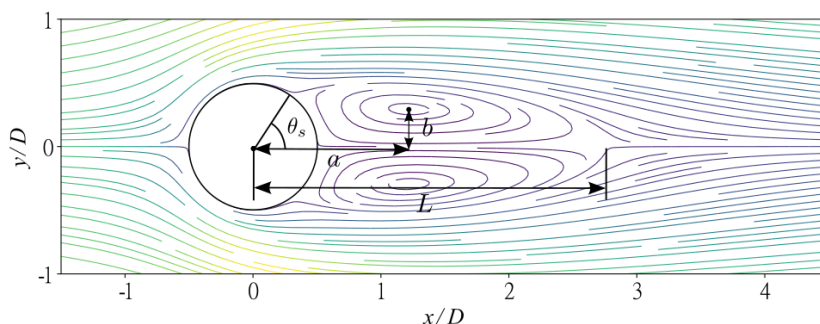


FIGURE 3 – Cylindre fixe à  $Re = 40$  avec paroi adiabatique : lignes de courant et grandeurs caractéristiques de l'écoulement (le domaine n'est pas représenté en entier)

De nombreux résultats de référence existent dans la littérature concernant la longueur de recirculation  $L$ , la position du centre des tourbillons ( $a, b$ ), l'angle de séparation  $\theta_s$  et le coefficient de traînée  $C_d$ . Les résultats obtenus sont présentés et comparés dans la table 1. Ils montrent une bonne cohérence avec les résultats de référence.

$Ma = 0.1, Re = 40$	$C_d$	$L$	$\theta_s$	$a$	$2b$
Riahi et al. [9]	1.58	2.35	53.7	0.7	0.60
Gautier et al. [10]	1.49	2.24	53.6	0.71	0.59
IBM (present)	1.61	2.33	51.8	0.75	0.60
Pénalisation (present)	1.58	2.25	52.6	0.71	0.59

TABLE 1 – Cylindre fixe à  $Re = 40$  avec paroi adiabatique : comparaison des grandeurs caractéristiques de l'écoulement avec des résultats de référence

Les coefficients de pression et de frottement sont également calculés afin d'observer le comportement dynamique du fluide à l'interface :

$$C_p = \frac{2(p - p_\infty)}{\rho_\infty u_\infty^2} \quad C_f = \frac{2\mu \left(\frac{\partial u_t}{\partial n}\right)_w}{\rho_\infty u_\infty^2} \quad (7)$$

avec  $u_t$  la vitesse tangentielle à la paroi,  $n$  le vecteur normal au cylindre et l'indice  $(\cdot)_w$  désigne une grandeur calculée à l'interface. Les résultats sont présentés sur la figure 4 et coïncident avec ceux de [14], [9] et [15].

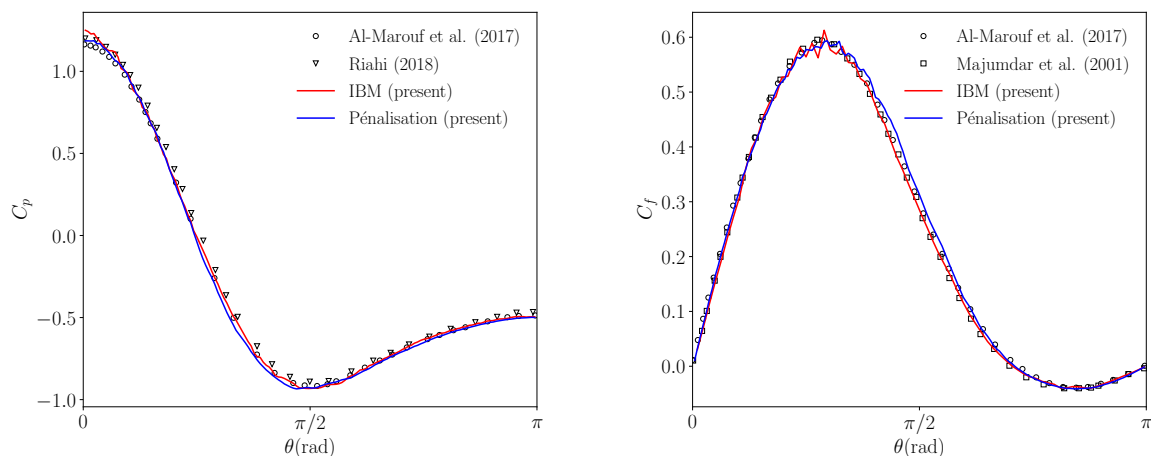


FIGURE 4 – Cylindre fixe à  $Re = 40$  avec paroi adiabatique : coefficients de pression et de frottement ( $\theta = 0$  au bord d'attaque et  $\theta = \pi$  au bord de fuite)

Considérons maintenant un cylindre chauffé à la température  $T_w = 1.5T_\infty$ . La viscosité du fluide dépend de la température (loi de Sutherland). Elle est donc plus élevée au contact du cylindre chauffé qu'au contact du cylindre adiabatique. Par conséquent, l'écoulement est caractérisé par un nombre de Reynolds effectif  $Re_f = u_\infty D / \nu(T_f)$ . Il est défini à partir de la viscosité cinématique  $\nu(T_f)$  calculée à la température effective de *film* [8] :  $T_f = (T_w + T_\infty)/2$ . Le nombre de Reynolds effectif est fixé à  $Re_f = 20$ , équivalent à un nombre de Reynolds réel de 29.6. Afin de caractériser les transferts thermiques à l'interface, le nombre de Nusselt est calculé en tenant compte de la température paroi :

$$Nu = \frac{D}{T_w - T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_w \quad (8)$$

Le coefficient de pression et le nombre de Nusselt local sont représentés sur la figure 5. Ils sont comparés à [13] et à une simulation maillage conforme réalisée avec un code Navier-Stokes interne validé [19]. La distribution de pression est correctement modélisée pour chaque méthode mais les transferts thermiques à la paroi sont moins bien représentés en IBM. Dans cette approche, le terme de forçage est calculé aux points lagrangiens. La condition est donc correctement imposée en ces points, mais ce n'est plus vraiment le cas sur le repère eulérien. Cette difficulté est également mentionnée dans [16] et il a été démontré qu'un renforcement du forçage avec quelques sous-itérations au sein d'un même pas de temps permet d'améliorer considérablement la solution au voisinage de l'interface. Cependant, l'ajout de sous-itérations rend la méthode extrêmement lente, déjà très coûteuse par rapport à la pénalisation.

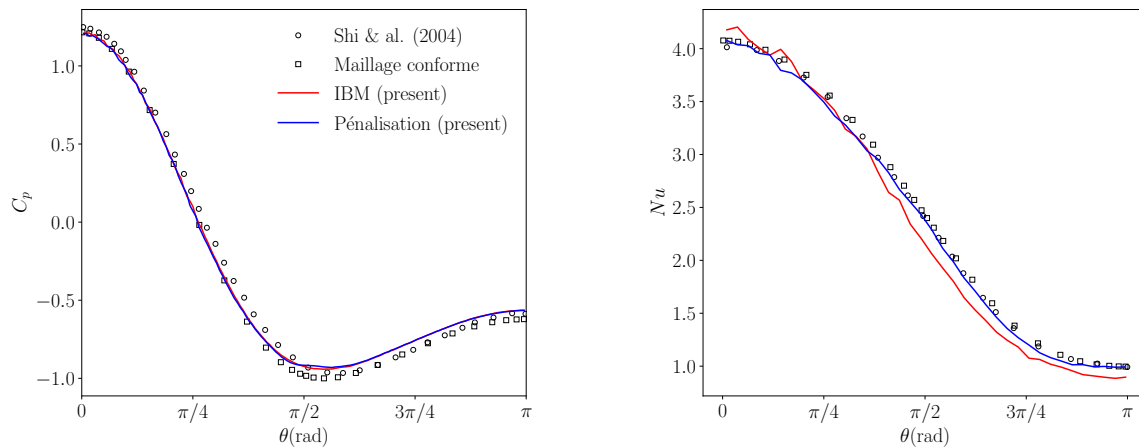


FIGURE 5 – Cylindre fixe à  $Re_f = 20$  avec paroi isotherme : coefficient de pression et nombre de Nusselt local ( $\theta = 0$  au bord d'attaque et  $\theta = \pi$  au bord de fuite)

## 4.2 Écoulement incompressible et instationnaire

Dans un premier temps, considérons un écoulement au nombre de Reynolds  $Re = 100$  avec paroi adiabatique. Des allées tourbillonnaires apparaissent dans le sillage du cylindre. Le nombre de Strouhal  $St = fD/u_\infty$  correspond à la fréquence adimensionnée des lâchers tourbillonnaires. La fréquence  $f$  est mesurée avec la fréquence d'oscillation du coefficient de portance  $C_l$ . Les coefficients de traînée  $C_d$ , de portance  $C_l$  et le nombre de Strouhal  $St$  sont présentés dans la table 2. Ils montrent une bonne cohérence avec les résultats de référence.

$Ma = 0.1, Re = 100$	$C_d$	$C_l$	$St$
Choi et al. [11]	$1.34 \pm 0.011$	$\pm 0.315$	0.164
Pingjian et Wenping [12]	$1.34 \pm 0.008$	$\pm 0.313$	0.165
IBM (present)	$1.36 \pm 0.011$	$\pm 0.297$	0.157
Pénalisation (present)	$1.35 \pm 0.010$	$\pm 0.315$	0.165

TABLE 2 – Cylindre fixe à  $Re = 100$  avec paroi adiabatique : comparaison des grandeurs caractéristiques de l'écoulement avec les résultats de référence

Dans un second temps, considérons le cas d'un écoulement au nombre de Reynolds de *film*  $Re_f = 100$  autour d'un cylindre chauffé à  $T_w = 1.5T_\infty$ . Le nombre de Reynolds effectif considéré correspond à un nombre de Reynolds réel  $Re = 148.3$ . La dynamique des lâchers tourbillonnaires est atténuée par le chauffage du cylindre. Le coefficient de traînée moyen  $\bar{C}_d$ , l'amplitude du coefficient de portance  $C_l^{max}$  et le nombre de Strouhal  $St$  obtenus avec chaque méthode sont présentés dans la table 3. Ils sont comparés aux résultats de [13] à Reynolds effectif identique et montrent une bonne cohérence. Le coefficient de pression et le nombre de Nusselt sont également calculés pour chaque méthode (figure 6). L'écoulement étant instationnaire, on se place à un temps où  $C_l = 0$  afin de comparer les résultats obtenus avec [13]. Une bonne cohérence est observée pour le coefficient de pression. Concernant le nombre de Nusselt, un écart apparaît au bord d'attaque ( $\theta = 0$  et  $2\pi$ ) où le gradient de température est maximal. Il est aussi sous-estimé au bord de fuite ( $\theta = \pi$ ) en IBM pour les mêmes raisons qu'avec le cylindre chauffé en régime stationnaire.

$Ma = 0.1, Re_f = 100$	$C_d$	$C_l^{max}$	St
Shi et al. [13]	1.31	0.321	0.171
IBM (present)	1.38	0.330	0.164
Pénalisation (present)	1.34	0.343	0.166

TABLE 3 – Cylindre fixe à  $Re_f = 100$  avec paroi isotherme : coefficients de traînée, de portance et nombre de Strouhal

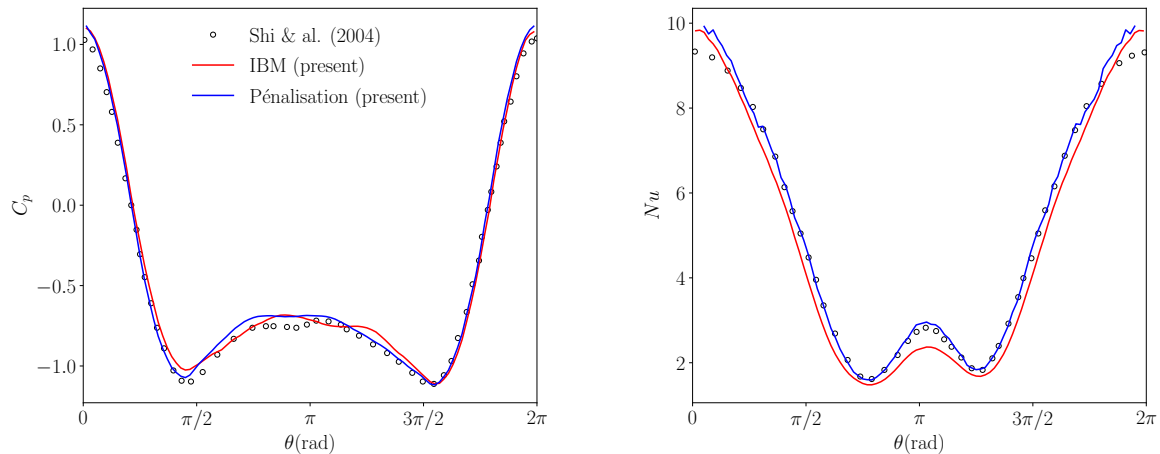


FIGURE 6 – Cylindre fixe à  $Re_f = 100$  avec paroi isotherme : coefficient de pression et nombre de Nusselt local ( $\theta = 0$  au bord d'attaque et  $\theta = \pi$  au bord de fuite)

### 4.3 Écoulement compressible

Le couplage entre les effets dynamiques et de compressibilité est tout d'abord étudié à travers la simulation d'un écoulement supersonique avec paroi adiabatique. Le nombre de Mach est fixé à  $Ma = 2$  et le nombre de Reynolds à  $Re = 300$ . Les grandeurs génératrices de l'écoulement sont  $T_i = 293$  K et  $p_i = 7.8244$  bars. Le pas de temps respecte une condition de CFL de 0.05 pour les deux méthodes. Les paramètres IBM sont fixés à  $\alpha = 60000$  et  $\beta = 1000$ . Un choc détaché se forme en amont du cylindre puis le régime devient stationnaire. Il est donc possible de calculer le coefficient de traînée à l'état stationnaire ainsi que la distance  $\Delta_{choc}$  du front de choc par rapport à l'extrémité du cylindre le long de la ligne de stagnation (figure 7). Ces résultats sont rassemblés dans la table 4 et comparés à

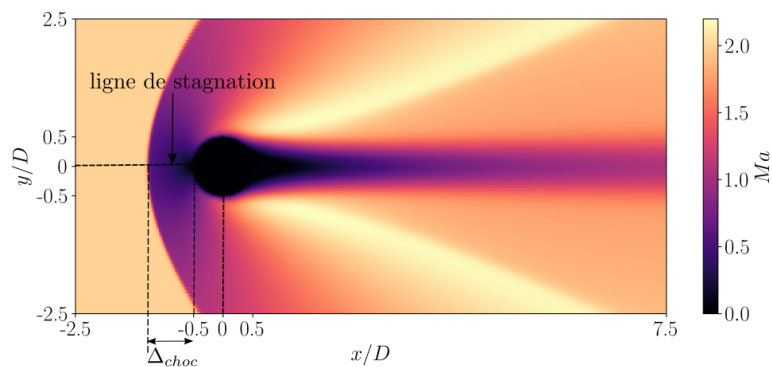


FIGURE 7 – Cylindre fixe avec paroi adiabatique en écoulement compressible : nombre de Mach et définition de la structure du choc (le domaine n'est pas représenté en entier)

ceux présents dans la littérature. Les deux présentes méthodes tendent à surestimer le  $C_d$  et le  $\Delta_{choc}$  par rapport à [17] et [9]. Cependant, les résultats sont cohérents avec la simulation sur maillage conforme (figure 8b). Le coefficient de pression est représenté sur la figure 8a pour chaque méthode. Le  $C_p$  obtenu en IBM se rapproche de [9] tandis que celui obtenu avec pénalisation coïncide avec [17]. En effet, [9] utilise également une discrétisation lagrangienne tandis que [17] adopte une méthode cellules fantômes, dans laquelle les conditions aux limites sont imposées directement aux cellules eulériennes. Par ailleurs, les sauts à travers le choc peuvent être prédits par la théorie des chocs normaux en gaz parfait. La pression obtenue directement après le choc (figure 8b) correspond à celle calculée analytiquement ( $p_2$ ) et la pression au point d'arrêt en  $x/D = -0.5$  est également celle attendue par la théorie ( $p_{i2}$ ).

$Ma = 2, Re = 300$	$C_d$	$\Delta_{choc}$
Takahashi et al. [17]	1.53	-
Riahi [9]	1.51	0.69
IBM (present)	1.60	0.72
Pénalisation (present)	1.59	0.73

TABLE 4 – Cylindre fixe à Mach 2 avec paroi adiabatique : coefficient de traînée et distance du front de choc par rapport à l'extrémité du cylindre

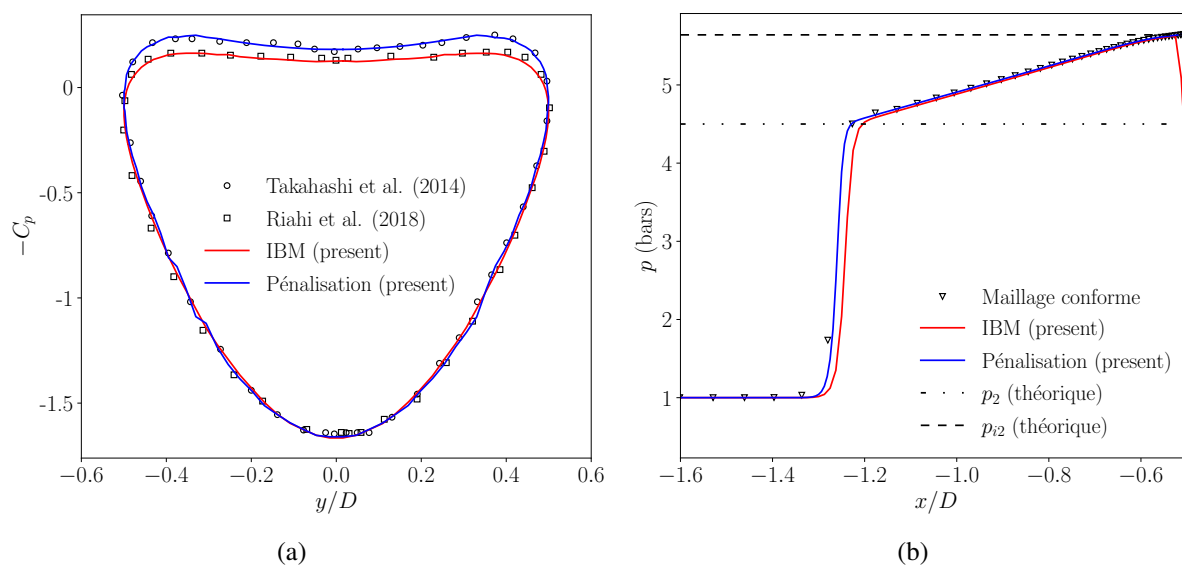


FIGURE 8 – Cylindre fixe à Mach 2 avec paroi adiabatique : (a) coefficient de pression, (b) profil de pression suivant la ligne de stagnation (extrémité amont du cylindre en  $x/D = -0.5$ )

Considérons maintenant une paroi isotherme, avec un cylindre chauffé à  $T_w = 2T_i$ . A notre connaissance, il n'existe pas de cas de cylindre chauffé en écoulement supersonique dans la littérature. Les résultats sont comparés à une simulation sur maillage conforme. Le nombre de Nusselt est représenté sur la figure 9a. Sur la partie avale du cylindre ( $\theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ ), un écart plus important est observé entre les résultats IBM et maillage conforme. En revanche, le choc en amont du cylindre est correctement modélisé avec les deux méthodes, d'après le profil de pression représenté sur la figure 9b.

## 5 Coût de calcul

Les temps de calcul représentent un enjeu majeur lors d'une comparaison de méthodes numériques. Une étude du coût de chaque méthode est réalisée sur le cas du cylindre chauffé à Mach 2. Pour chaque

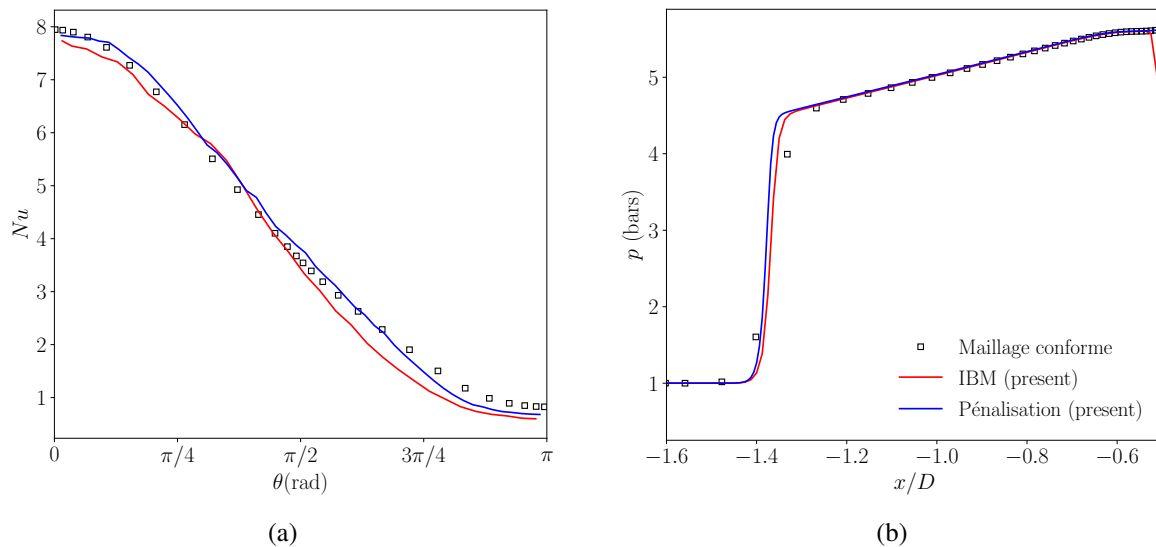


FIGURE 9 – Cylindre fixe à Mach 2 avec paroi isotherme : (a) nombre de Nusselt local, (b) profil de pression suivant la ligne de stagnation (extrémité amont du cylindre en  $x/D = -0.5$ )

méthode, 10 000 itérations en temps sont réalisées avec différents degrés de raffinement du maillage :  $\Delta x_{min} \in \{\frac{D}{10}, \frac{D}{20}, \frac{D}{40}, \frac{D}{80}, \frac{D}{160}\}$ . Le maillage est alors respectivement composé de  $(56 \times 38)$ ,  $(109 \times 72)$ ,  $(216 \times 140)$ ,  $(430 \times 276)$  et  $(858 \times 548)$  cellules. Pour la méthode IBM,  $\Delta s = 2\Delta x_{min}$  donc l'interface est respectivement composée de  $\{16, 32, 63, 126, 252\}$  points lagrangiens. La table 5 montre que la méthode de pénalisation est beaucoup plus performante que l'IBM.

$\Delta x_{min}$	$t_{IBM}(s)$	$t_{penal}(s)$	$t_{IBM}/t_{penal}$
$\frac{D}{10}$	13.97	8.02	1.74
$\frac{D}{20}$	54.26	29.00	1.87
$\frac{D}{40}$	277.55	97.78	2.84
$\frac{D}{80}$	1726.53	282.24	6.12
$\frac{D}{160}$	14815.46	2004.82	7.39

TABLE 5 – Temps de calcul nécessaires pour réaliser 10 000 itérations en fonction de la discrétisation spatiale, pour les méthodes IBM et pénalisation

## 6 Conclusion

Une méthode des frontières immergées avec forçage continu (IBM) et une méthode de pénalisation ont été adaptées et comparées afin d'étudier des écoulements compressibles autour d'un solide avec paroi isotherme ou adiabatique. Elles ont chacune été testées et validées sur des cas-tests incompressibles et compressibles en présence d'un cylindre adiabatique ou chauffé. Chaque méthode est parfaitement capable de modéliser les effets de compressibilité et dynamiques ainsi que les couplages entre eux. Concernant les aspects thermiques, la méthode IBM est un peu moins performante que la méthode de pénalisation pour simuler les transferts thermiques à l'interface fluide-solide. La méthode de pénalisation remplit entièrement tous ces objectifs avec une résolution spatiale suffisamment importante mais elle reste néanmoins beaucoup moins coûteuse que la méthode IBM.

## 7 Remerciements

Ce travail est co-financé par le Labex INTERACTIFS (ANR-11-LABX-0017-01) et la Direction Générale de l'Armement (DGA).

## Références

- [1] C.S. Peskin, Flow patterns around heart valves : a numerical method, *Journal of Computational Physics*, 10 (1972) 252-271.
- [2] E. Arquis, J.P. Caltagirone, Sur les conditions hydrodynamiques au voisinage d'une interface milieu fluide-milieu poreux : Application a la convection naturelle. CRAS, Paris II, 1984, 299 1–4.
- [3] R.P. Beyer, R.J. Leveque, Analysis of a one-dimensional model for the immersed boundary method, *Journal on Numerical Analysis*, 29 (1992 ) 332–364.
- [4] A.M. Roma, C.S. Peskin, M.J. Berger, An adaptive version of the immersed boundary method, *Journal of Computational Physics*, 153 (1999) 509–534.
- [5] M.C. Lai and C.S. Peskin, An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity, *Journal of Computational Physics*, 160 (2000) 705–719.
- [6] Q. Liu, O.V. Vasilyev, A Brinkman penalization method for compressible flows in complex geometries, *Journal of Computational Physics*, 227 (2007) 946–966.
- [7] C. Chi, B.J. Lee, H.G. Im, An improved ghost-cell immersed boundary method for compressible flow simulations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 83 (2017) 132–148.
- [8] C. Collis, M.J. Williams, Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, 357 (1959) 357.
- [9] H. Riahi, M. Meldi, J. Favier, E. Serre, E. Goncalves, A pressure-corrected Immersed Boundary Method for the numerical simulation of compressible flows, *Journal of Computational Physics*, 374 (2018) 361-383 .
- [10] R. Gautier, D. Biau, E. Lamballais, A reference solution of the flow over a circular cylinder at  $Re=40$ , *Computers and Fluids*, 75 (2013) 103-111.
- [11] J.I. Choi, R.C. Oberoi, J.R. Edwards, et al, An immersed boundary method for complex incompressible flows, *Journal of Computational Physics*, 224 (2007) 757-784.
- [12] M. Pingjian, Z. Wenping, Numerical Simulation of Low Reynolds Number Fluid-Structure Interaction with Immersed Boundary Method, *Chinese Journal of Aeronautics*, 22 (2009) 480-485.
- [13] J.M. Shi, D. Gerlach, M. Breuer, G. Biswas, F. Durst, Heating effect on steady and unsteady horizontal laminar flow of air past a circular cylinder, *Physics of Fluids*, 16 (2004) 4331.
- [14] M. Al-Marouf, R. Samtaney, A versatile embedded boundary adaptive mesh method for compressible flow in complex geometry, *Journal of Computational Physics*, 337 (2017) 339-378.
- [15] S. Majumdar, G. Iaccarino, P. Durbin, RANS solvers with adaptive structured boundary nonconforming grids, *Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, Stanford University* (2001) 353–466.
- [16] C. Santarelli, T. Kempe, J. Fröhlich, Immersed boundary methods for heat transfer, *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 26,2 (2015) 504-514

- [17] S. Takahashi, T. Nonomura, K. Fukuda, A Numerical Scheme Based on an Immersed Boundary Method for Compressible Turbulent Flows with Shocks : Application to Two-Dimensional Flows around Cylinders, *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2014, Article ID 252478, 21 pages, 2014
- [18] E. Goncalves, P. Parnaudeau, Numerical study of pressure loads generated by a shock-induced bubble collapse, *Physics of Fluids*, 33 (2021) .
- [19] F. Bakulu, G. Lehnash, V. Jaunet, E. Goncalves, S. Girard, Jet resonance in truncated ideally contoured nozzle, *Journal of Fluid Mechanics*, 919 (2021) .
- [20] R. Dubois, E. Goncalves, P. Parnaudeau, High performance computing of stiff bubble collapse on CPU-GPU heterogeneous platform, *Computers & Mathematics with Applications*, 99 (2021) 246-256