

**Problèmes différentiels causaux fractionnaires et irrationnels:
outils pour la simulation de systèmes linéaires ou faiblement non linéaires**

Thomas Hélie, CNRS

Equipe S3AM, Laboratoire STMS (IRCAM-CNRS-SU)
1 place Igor Stravinsky, 75004 Paris

Résumé

Les systèmes différentiels fractionnaires sont des systèmes de dimension infinie. Ils permettent de modéliser certains problèmes physiques mettant en jeu des phénomènes à mémoire longue, qu'on peut trouver dans plusieurs domaines dont la mécanique et l'acoustique. Dans le cas des systèmes linéaires causaux invariants dans le temps, la propriété de mémoire longue due aux opérateurs différentiels fractionnaires correspond à des réponses impulsionnelles à décroissance asymptotique plus lente que toute exponentielle. Ainsi, leur fonction de transfert dans le domaine de Laplace présentent des singularités qui ne se limite pas à des pôles, et les simuler efficacement est un enjeu.

Dans cette présentation, on donnera plusieurs exemples de tels systèmes et on exposera une représentation générale (représentations dites diffusives ou intégrales) comportant des pôles et des coupures. Cette représentation s'applique à une classe plus large de fonctions de transfert irrationnelles (ce qui permet par exemple de résoudre certaines EDP incluant des dérivées fractionnaires). A partir de cette représentation, on proposera des approximations en basse dimension qu'on exploitera à des fins de simulation.

Dans un second temps, on examinera comment cette approche peut se combiner avec les séries de Volterra pour traiter le cas de systèmes fractionnaires ou irrationnels faiblement non linéaires. En particulier, on traitera l'exemple d'un modèle approché de propagation d'onde acoustique progressive (EDP) à fort niveau (non-linéarité) en présence de pertes visco-thermiques (dérivée fractionnaire). On proposera une approximation qui en permet la simulation à coût suffisamment faible pour construire un solveur temps-réel utilisable pour des applications musicales (effet de cuivrage de son).