



**HAL**  
open science

# Méthodologies éléments finis pour modéliser le transport conducto-radiatif dans des céramiques macroporeuses aux échelles continues et discrètes

Salih Ouchtout, Y. Favennec, Benoit Rousseau

## ► To cite this version:

Salih Ouchtout, Y. Favennec, Benoit Rousseau. Méthodologies éléments finis pour modéliser le transport conducto-radiatif dans des céramiques macroporeuses aux échelles continues et discrètes. 25ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2022, Nantes, France. hal-03782366

**HAL Id: hal-03782366**

**<https://hal.science/hal-03782366>**

Submitted on 21 Sep 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Méthodologies éléments finis pour modéliser le transport conducto-radiatif dans des céramiques macroporeuses aux échelles continues et discrètes

S. OUCHTOUT<sup>a</sup>, Y. FAVENNEC<sup>b</sup>, B. ROUSSEAU<sup>b</sup>

<sup>a,b,c</sup> Nantes Université, CNRS, Laboratoire de Thermique et d'Energie de Nantes, UMR 6607, La Chantrerie, rue Christian Pauc, BP 50609, 44306 Nantes Cedex 3, France

<sup>a</sup> salih.ouchtout@univ-nantes.fr, <sup>b</sup> yann.favennec@univ-nantes.fr, <sup>c</sup> benoit.rousseau@univ-nantes.fr

## Résumé :

*Dans cet article, nous présentons et comparons trois modèles conducto-radiatifs distincts aux échelles mésoscopique et macroscopique qui peuvent être utilisés pour modéliser le transfert de chaleur à haute température en vue d'être intégrés dans un processus d'optimisation de la topologie. Nous utilisons la méthode des éléments finis et nous traitons les non-linéarités à l'aide d'une méthode de point fixe couplée à une méthode de linéarisation Newton-Raphson. A tous les régimes conduction-rayonnement, et même lorsque le rayonnement prédomine, il apparaît que l'approche à échelle continue, qui a été mise en place grâce à de bonnes lois d'homogénéisation, donne des résultats satisfaisants, ce qui n'est pas le cas pour le modèle d'approximation de Rosseland. Le modèle homogénéisé à échelle continue semble être un bon candidat pour être utilisé à l'avenir dans des problèmes d'optimisation de la topologie.*

## Abstract :

*In this paper, we present and compare three distinct conducto-radiative models at mesoscopic and macroscopic scales that can be used for modeling heat transfer at high temperature in order to be integrated within a topology optimization process. We use the finite element method and we treat non-linearities by using a fixed point method coupled with a Newton-Raphson linearization method. At all conduction-to-radiation regimes, and even when radiation predominates, it appears that the continuous-scale approach, which has been set-up thanks to proper homogenization laws, gives satisfactory results, which is not the case for the Rosseland approximation model. The homogenized continuous-scale model appears to be a good candidate for being used in the future in topology optimization problems.*

**Mots clés : céramique poreuse, transfert conducto-radiatif, échelles continue et discrète, éléments finis, Newton–Raphson**

## 1 Introduction

Les céramiques macroporeuses réfractaires (mousses à pores ouverts, structures à gradient de porosité) présentent des performances intéressantes pour la conversion de l'énergie à haute température

( $T > 800^\circ\text{C}$ ) [1, 2]. Une compréhension globale des transferts conductif et radiatif ayant lieu au sein de ces structures peut permettre de les concevoir de façon intelligente, par optimisation, afin de satisfaire, au mieux un objectif pré-établi. Pour ce faire, nous développons une chaîne méthodologique dont le cœur repose sur la résolution numérique de l'équation de transfert radiatif par la méthode des éléments finis. Nous utilisons ainsi des développements précédemment mis au point au LTeN de Nantes et de l'IRIT à Toulouse permettant de traiter, en particulier, les images 3D numériques de ces céramiques qui peuvent atteindre plusieurs centaines de millions de voxels [3, 4]. Les céramiques macroporeuses comportant deux phases, l'une solide et l'autre fluide, une modélisation fine des transferts doit être faite à l'échelle du matériau discrétisé, c'est-à-dire celle qui décrit l'espace poral. Le problème conductif est ici résolu dans le solide ; le problème radiatif est, lui, résolu dans le fluide qui ici, sera le vide ; le transfert entre les deux modes se fait aux interfaces. Une telle modélisation permet d'atteindre de bons niveaux de détail au niveau des champs de température, des champs de flux conductif et radiatifs. Ces simulations peuvent être faites car de nombreux outils ont été développés récemment : éléments finis vectoriels, décomposition de domaine, approche matrix-free et pré-conditionneurs. La même approche peut être appliquée à des modèles homogénéisés décrivant les transferts conducto-radiatifs dans les milieux poreux. Ces modèles se basent sur la connaissance des propriétés physiques effectives. L'intérêt premier est que les temps de calcul sont réduits ; cependant, un biais est créé par l'approximation d'homogénéisation elle-même.

Dans ce travail, nous considérons dans un premier temps un modèle couplé basé sur l'approche continue (CS-CM) "continuous-scale coupled model" pour décrire les transferts de chaleur par conduction et rayonnement. C'est un problème couplé non linéaire entre une équation vectorielle intégro-différentielle et une équation aux dérivées partielles non linéaire. Nous procédons à l'approximation numérique du modèle dans un cadre variationnel et nous effectuons la discrétisation complète du problème basée sur la méthode des ordonnées discrètes pour la discrétisation angulaire et la méthode des éléments finis vectoriels pour la discrétisation spatiale. La méthode de Newton-Raphson est utilisée pour la linéarisation du problème.

Par ailleurs les contributions conductive et radiative peuvent être déterminées séparément, de manière découplée. L'une des manières les plus simples d'effectuer le calcul radiatif consiste alors à incorporer l'approximation de diffusion de Rosseland (CS-RM) "continuous-scale Rosseland model", qui suppose que le milieu poreux peut être considéré comme optiquement épais [6]. Enfin, nous considérerons l'approche discrète comme troisième modèle (DS-CM) "discrete-scale coupled model" pour décrire les transferts de chaleur par conduction et rayonnement dans les milieux poreux. Au niveau des résultats numériques, et afin de valider le schéma numérique pour le premier modèle, nous considérons d'abord une géométrie tridimensionnelle, prise en sandwich entre deux plaques parallèles à des températures différentes, et remplie de manière continue d'un milieu absorbant et diffusant [9]. Les résultats sont discutés pour différents nombres de Stark, albédos et épaisseurs optiques. En passant au modèle de Rosseland et en réalisant les simulations avec des paramètres identiques à ceux utilisés de l'approche continue, nous présentons des résultats de validation ainsi que de comparaison entre (CS-CM) et (CS-RM). Enfin, pour l'échelle discrète, nous traitons les transferts de chaleur par conduction et rayonnement dans un matériau poreux 3D, décrit par des cellules cubiques agencées périodiquement. Cela nous permet de comparer les résultats de (DS-CM) avec ceux de (CS-CM). Enfin, les résultats issus de (CS-CM), (CS-RM) et (DS-CM) seront comparés et discutés.

## 2 Modèles de transferts conducto-radiatifs

Le transfert de chaleur impliqué dans les milieux macroporeux à haute température peut inclure les trois modes de transfert de chaleur, à savoir la conduction, la convection et le rayonnement. L'équilibre entre ces modes est influencé par les conditions opératoires ainsi que par des paramètres texturaux tels que la porosité ou la taille des ligaments, mais aussi des propriétés physiques, telles que la conductivité thermique, le coefficient de diffusion, etc. A haute température, les modes de transfert de chaleur peuvent être couplés de sorte que, par exemple, le flux de chaleur global n'est pas aussi simple que la sommation des flux individuels [7, 4]. La connaissance des contributions individuelles ainsi que de leur effet de couplage est une voie cruciale pour optimiser les processus impliquant une haute température, modifiant de manière adéquate les propriétés physiques dépendantes de l'espace à l'échelle macro ou des cellules unitaires à l'échelle méso. Parmi les trois modes de transfert de chaleur, seuls la conduction et le rayonnement sont considérés dans l'étude ; La contribution des flux de fluides sera prise en compte dans une prochaine étude. De plus, dans cet article, trois modèles conducto-radiatifs distincts sont considérés :

- a) le modèle couplé à échelle discrète (DS-CM) dans lequel deux phases sont considérées, à savoir la phase de vide dans laquelle se produit le rayonnement et la phase solide dans laquelle se produit la conduction. Le transfert entre ces deux physiques s'effectue à la frontière interne entre les deux domaines ;
- b) le modèle couplé à échelle continue (CS-CM) qui couple à la fois la physique du rayonnement et celle de la conduction dans un même domaine. Les propriétés physiques sont celles effectives calculées à la fois à partir de celles du modèle à échelle discrète et à partir de la géométrie elle-même (porosité, taille des pores, etc.) ;
- c) le modèle d'approximation de Rosseland (RM) associé qui combine à la fois la physique du rayonnement et de la conduction dans une seule équation de conduction non linéaire.

Dans ce qui suit, le modèle à échelle continue qui couple à la fois la physique du rayonnement et celle de la conduction est d'abord présenté. La raison en est que ce modèle est entièrement validé par rapport à la littérature. Puis, dans un deuxième temps, le modèle d'approximation de Rosseland est présenté et, dans un troisième temps, le modèle à échelle discrète est présenté.

La physique considérée traite d'un milieu situé entre deux plaques sur lequel une température donnée est prescrite ; sur toutes les autres frontières, une symétrie est considérée.

### 2.1 Le modèle couplé à échelle continue (CS-CM)

Afin de décrire le modèle mathématique qui régit la physique du rayonnement couplée à celle de la conduction, dans un milieu continu, notons l'ensemble ouvert borné  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  qui représente le domaine spatial d'intérêt. (Dans la présente étude, ce domaine est un parallélépipède, soit  $\Omega = \{(x, y, z) | x \in [0, L_x], y \in [0, L_y], z \in [0, L_z], \}$ .)

La frontière du domaine, notée  $\partial\Omega$ , forme l'union des conditions de Neumann et de Dirichlet, notées respectivement  $\Gamma_N$  et  $\Gamma_D$ , et  $\Gamma_D$  elle-même est l'union de  $\Gamma_D^+$  et  $\Gamma_D^-$ , de sorte que différentes conditions peuvent être appliquées à la frontière du domaine tridimensionnel, telles que la température prescrite, la condition adiabatique, la réflexion de l'intensité radiative, l'émission, etc. Pour les dérivations mathématiques, soit  $\mathbf{n}$  le vecteur unitaire extérieur normal au domaine  $\Omega$ .

L'équation de transfert radiatif monochromatique stationnaire (RTE) impliquée dans le CS-CM qui implique l'absorption, la diffusion et l'émission s'écrit comme l'équation intégral-différentielle :

$$\mathbf{s} \cdot \nabla I(\mathbf{x}, \mathbf{s}) + \beta I(\mathbf{x}, \mathbf{s}) - \sigma \int_{4\pi} I(\mathbf{x}, \mathbf{s}') \Phi(\mathbf{s}, \mathbf{s}') d\mathbf{s}' - \kappa \frac{1}{\pi} \sigma_B n^2 T^4 = 0 \quad (1)$$

Dans cette équation,  $\mathbf{x} = (x, y, z) \in \Omega$ ,  $\mathbf{s} \in \mathcal{S}^2$  est la direction de propagation,  $\beta = \kappa + \sigma$  est le coefficient d'extinction,  $\sigma$  est le coefficient de diffusion,  $\kappa$  est le coefficient d'absorption,  $\sigma_B$  est la constante de Stephan-Boltzmann,  $n$  est l'indice de réfraction du milieu et  $T$  est la température. De plus,  $\Phi(\mathbf{s}, \mathbf{s}')$  est la fonction de phase ; dans la présente étude, le Henyey-Greenstein normalisé pour les domaines tridimensionnels est utilisé :

$$\Phi(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}')^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

où  $g \in ]-1, 1[$  est le facteur d'anisotropie. L'intégral-différentiel 1 pour le transport du rayonnement est accompagné de ses conditions aux limites. Afin d'imiter l'émission là où la température est prescrite, c'est-à-dire

sur  $x = x_{\min}$  et  $x = x_{\max}$ , et la périodicité sur d'autres bords (avec réflexion spéculaire), on laisse, pour  $\mathbf{s} \cdot \mathbf{n} < 0$  :

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = \epsilon \frac{1}{\pi} \sigma_B n^2 T^4 \quad \forall x = \{x_{\min}, x_{\max}\} \quad (3)$$

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = (1 - \epsilon) I(\mathbf{x}, \mathbf{s}') \quad \forall x \in ]x_{\min}, x_{\max}[ \quad (4)$$

où  $\epsilon$  l'émissivité de la frontière, et  $\mathbf{s}'$  est déduit de  $\mathbf{s}$  de la matrice de rotation Householder  $\mathcal{R}(\mathbf{n}) = 2\mathbf{n}\mathbf{n}^\top - I$ .

L'équation de conduction thermique en régime permanent impliquant la contribution du rayonnement consiste à égaliser à la fois les flux de conduction et de rayonnement. Le premier est donné par la loi de Fourier, et le second est le terme source radiatif. On obtient [6] :

$$\nabla \cdot (-\lambda \nabla T) + k4\pi I_b - kG = 0 \quad (5)$$

avec  $\lambda$  étant la conductivité thermique. Dans cette équation d'équilibre,  $G$  désigne la densité radiative et  $I_b$  désigne le terme source du corps noir :

$$G(x) = \int_{4\pi} I(x, S) d\mathbf{s} \quad (6)$$

$$I_b = I_b(T) := \frac{1}{\pi} \sigma_B n^2 T^4 \quad (7)$$

L'équation aux dérivées partielles 5 pour la conduction thermique est accompagnée de ses conditions aux limites. La température est prescrite sur  $x = x_{\min}$  et  $x = x_{\max}$ , et la condition adiabatique est

prescrite partout ailleurs :

$$T = T^- \quad \forall x = \{x_{\min}\} \quad (8)$$

$$T = T^+ \quad \forall x = \{x_{\max}\} \quad (9)$$

$$-\nabla T \cdot \mathbf{n} = T_N = 0 \quad x \in ]x_{\min}, x_{\max}[ \quad (10)$$

## 2.2 Le modèle de Rosseland à échelle continue (CS-RM)

Dans l'approximation de Rosseland, le terme source radiatif est une fonction non linéaire explicite de la température, selon, par exemple, [6] :

$$-\nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \nabla \cdot (\alpha T^3 \nabla T) = 0 \quad (11)$$

avec

$$\alpha = \frac{16n^2\sigma_B}{3\beta} \quad (12)$$

où  $n$  est l'indice de réfraction,  $\sigma_B$  la constante de Stephan-Boltzmann et  $\beta$  le coefficient d'extinction. Notez que l'approximation de Rosseland ne doit généralement être utilisée que sur des supports optiquement épais. Ajoutées à cette équation aux dérivées partielles non linéaires, les conditions aux limites (8)-(10) sont à appliquer.

## 2.3 Le modèle couplé à échelle discrète (DS-CM)

Dans le modèle couplé à échelle discrète, le domaine de la phase solide est entièrement intégré dans une boîte. Cette boîte, sans la phase solide, est la phase vide. La phase solide est notée  $\Omega_s \subset \mathbb{R}^3$ , et la phase vide est notée  $\Omega_v \subset \mathbb{R}^3$ . L'union de ces deux domaines donne le domaine entier traité dans la section précédente, c'est-à-dire  $\Omega_s \cup \Omega_v := \Omega$ . De plus, la limite de phase solide (resp. vide) est notée  $\partial\Omega_s$  (resp.  $\partial\Omega_v$ ). L'interface solide-vide est notée  $\Gamma = \partial\Omega_s \cap \partial\Omega_v$ . Aussi, notons  $\mathbf{n}_s$  (resp.  $\mathbf{n}_v$ ) le vecteur unitaire extérieur normal à la phase solide (resp. vide). 1 représente schématiquement les deux domaines distincts ainsi que le processus d'immersion du domaine solide dans le domaine vide.

Le modèle couplé à échelle discrète est assez similaire à celui présenté dans [4]; il est cependant, par souci de clarté, donné ci-après.

L'équation de conduction thermique en régime permanent est résolue en phase solide uniquement. Comme cette phase est supposée opaque, le transfert d'énergie entre les deux phases se produit uniquement sur la frontière et, par conséquent, aucun terme source n'intervient dans cette équation aux dérivées partielles. Le problème de conduction consiste alors à rechercher une fonction scalaire  $T : \Omega_s \mapsto \mathbb{R}$  telle que :

$$-\nabla \cdot \lambda \nabla T = 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega_s \subset \mathbb{R}^3 \quad (13)$$

où  $\lambda$  désigne la conductivité thermique homogène du matériau. Comme pour les deux modèles précédents, la température est prescrite aux deux extrémités du milieu, donc :

$$T = T_{s,g-}^\partial \quad \text{on } \partial\Omega_{s,D,-} \subset \Gamma; \partial\Omega_{s,D,-} = \{\mathbf{x} \in \partial\Omega_s, \mathbf{x} < \delta + \min_{\Omega_s} \mathbf{x}'\}, \quad (14)$$

$$T = T_{s,g+}^\partial \quad \text{on } \partial\Omega_{s,D,+} \subset \Gamma; \partial\Omega_{s,D,+} = \{\mathbf{x} \in \partial\Omega_s, \mathbf{x} < -\delta + \max_{\Omega_s} \mathbf{x}'\}. \quad (15)$$

Dans ces relations, l'indice 'D' signifie 'Dirichlet', et  $\delta$  est un paramètre défini par l'utilisateur positif suffisamment petit pour que la condition de Dirichlet soit appliquée sur une limite de surface suffisamment grande, c'est-à-dire  $|\partial\Omega_{s,D,\pm}| > \epsilon$ .  $T_{s,g+}^\partial$  and  $T_{s,g-}^\partial$  sont respectivement les températures de Dirichlet chaudes et froides données.

L'équation de conduction dans la phase solide est en outre alimentée par la condition d'échange de flux qui a lieu sur la frontière et qui tient compte à la fois du rayonnement sortant et du rayonnement entrant :

$$-\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n}_s = \epsilon \sigma n_s^2 \left(T_{s-v}^\partial\right)^4 - \epsilon \int_{\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_v > 0} I |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_v| \, d\mathbf{s} \quad (16)$$

Dans cette équation,  $T_{s-v}^\partial$  représente la température de l'interface solide-vide,  $\epsilon$  désigne l'émissivité du milieu solide,  $\sigma_B$  désigne la température de Stefan–Boltzmann constante,  $n_s$  est l'indice de réfraction de la phase solide. Le premier terme du côté droit du signe d'égalité désigne la perte d'émission, tandis que le second terme désigne le flux de rayonnement entrant.

Nous utilisons en outre les équations simplifiées de transfert radiatif en régime permanent pour le vide qui est un milieu non absorbant et non diffusant, et où aucune émission ne se produit :

$$\mathbf{s} \cdot \nabla I = 0 \quad (17)$$

La température non nulle produisant une émission sur la limite commune vide-solide  $\Gamma$  entre en jeu comme condition de valeur limite (l'indice 'in' signifie 'ingoing'), et la condition limite de réflexion spéculaire est également prescrite ( il est du même type que pour le modèle couplé à échelle continue) :

$$I_{\text{in}}(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = \frac{1}{\pi} \sigma_B \epsilon n_v^2 \left(T_{s-v}^\partial\right)^4 + (1 - \epsilon) I(\mathbf{x}, \mathbf{s}') \quad \text{on } \Gamma, \mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_v < 0 \quad (18)$$

où  $\rho$  désigne la réflectivité de la surface. Finalement, aux deux extrémités du domaine, des températures chaude et froide sont prescrites, donnant la condition d'émission :

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = \epsilon \frac{1}{\pi} \sigma_B n^2 T^4 \quad \forall \mathbf{x} = \{x_{\min}, x_{\max}\} \quad (19)$$

Pour résumer cette configuration, un milieu solide est immergé dans une région vide représentée par la boîte englobante de sorte que le milieu solide ne touche aucune limite de la boîte englobante. Le rayonnement qui sort de ces six limites de la boîte englobante rentre dans la boîte englobante en raison de la réflexion spéculaire. A la jonction entre le solide et le vide, il y a un échange d'énergie : il y a émission due à la température (du solide vers le vide), absorption du rayonnement (du vide vers le solide), et réflexion partielle du rayonnement (du vide vers le vide) . De plus, sur deux parties extrêmes du milieu solide, la température est prescrite de sorte qu'un gradient de température est créé numériquement.

### 3 Résultats numériques

Cette section détaille et discute les résultats numériques des trois modèles présentés.

Premièrement, la validation du modèle couplé tridimensionnel à échelle continue est effectuée par rapport aux travaux pionniers unidimensionnels de Viskanta et al. [8, 9]. En se basant sur les données de ces références, la première validation est effectuée sur un milieu absorbant non diffusant, pour des nombres

de Stark égaux à 10, 1, 0,1 et 0,01 (see 2). Ensuite, le deuxième cas de test de validation, tenant compte de l'opérateur de diffusion, a été réalisé pour différentes valeurs de  $\omega_0$  et  $\Theta_0$  (voir 3). Notons que notre modèle est tridimensionnel.

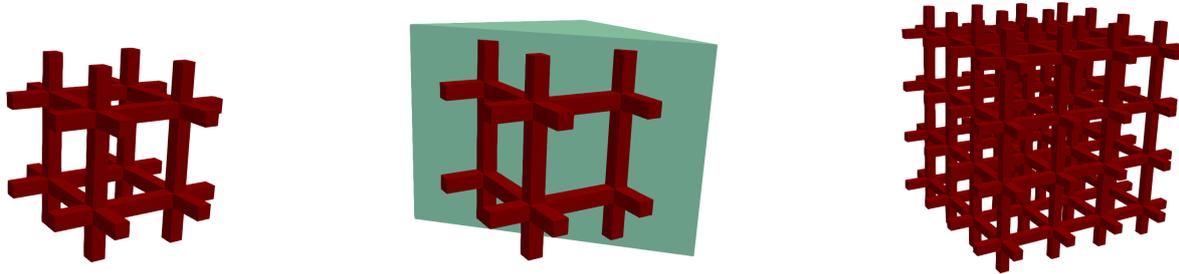


FIGURE 1 – Domaines de calcul utilisés dans l'approche à échelle discrète. A gauche : la phase solide  $\Omega_s$  (1 VER) ; milieu : immersion de  $\Omega_s$  dans  $\Omega_v$  (1 VER) ; à droite : la phase solide  $\Omega_s$  (3 VER dans chaque direction).

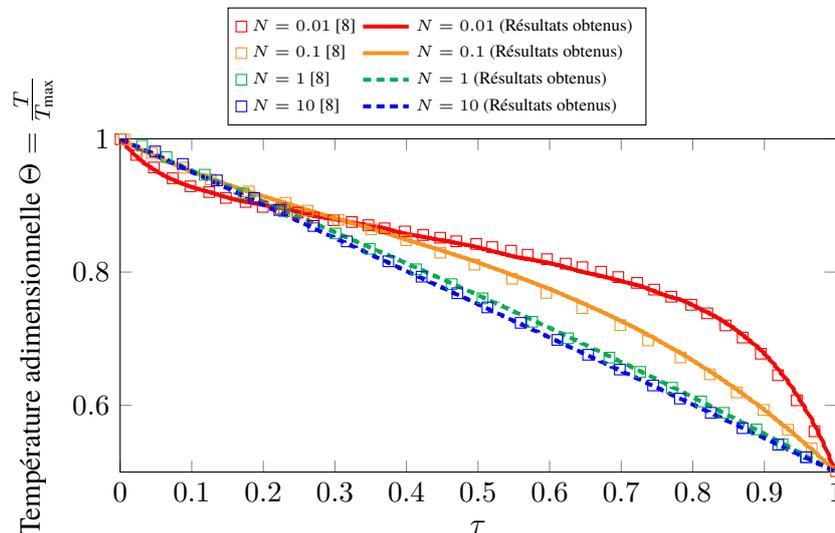


FIGURE 2 – Comparaison de nos résultats de calcul avec les résultats de Viskanta et al. [8] pour différents paramètres de conduction à rayonnement  $N$ , ( $N=0.01, 0.1, 1, 10$ ) avec  $\Theta_0 = T_{\min}/T_{\max} = 0.5$  ( $T_{\max} = 2222.22$  K,  $\tau_0 = \kappa L = 1.0$  ( $\kappa = 2624.6719$  m<sup>-1</sup>) et  $\sigma = 0$ ).

## 4 Conclusion

L'article a comparé trois modèles conducto-radiatifs distincts qui peuvent être utilisés pour modéliser le transfert de chaleur à haute température en vue d'être intégrés dans un processus d'optimisation de la topologie. Les éléments finis sont largement utilisés pour tous les modèles, soit en utilisant Galerkin standard pour l'approximation de Rosseland ainsi que pour d'autres équations de conduction, soit sous forme vectorielle basée sur la version stabilisée des éléments finis pour l'équation de transfert radiatif. Le modèle au niveau discret, à l'échelle des pores, était le modèle de référence. Pour les petits nombres de Stark, lorsque le paramètre conduction-rayonnement est faible, c'est-à-dire lorsque le rayonnement prédomine, il apparaît que l'approche à échelle continue, qui a été mise en place grâce à de bonnes lois d'homogénéisation, donne des résultats satisfaisants. Le modèle de Rosseland, parce qu'il est très simple et facile à intégrer dans un optimiseur, a également été testé. Celui-ci, cependant, donne des

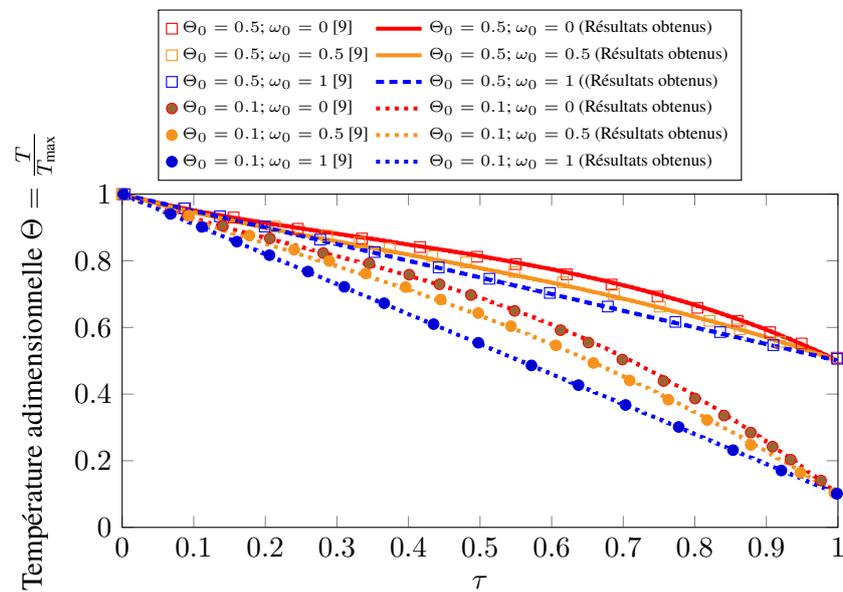


FIGURE 3 – Comparaison de nos résultats de calcul avec les résultats de Viskanta et al. [9]. Effet de l'albédo de diffusion sur la distribution de température. Pour  $\Theta_0 = 0.5$  et  $\Theta_0 = 0.1$ , avec  $N = 0.1$  et  $\tau_0 = 1.0$ .

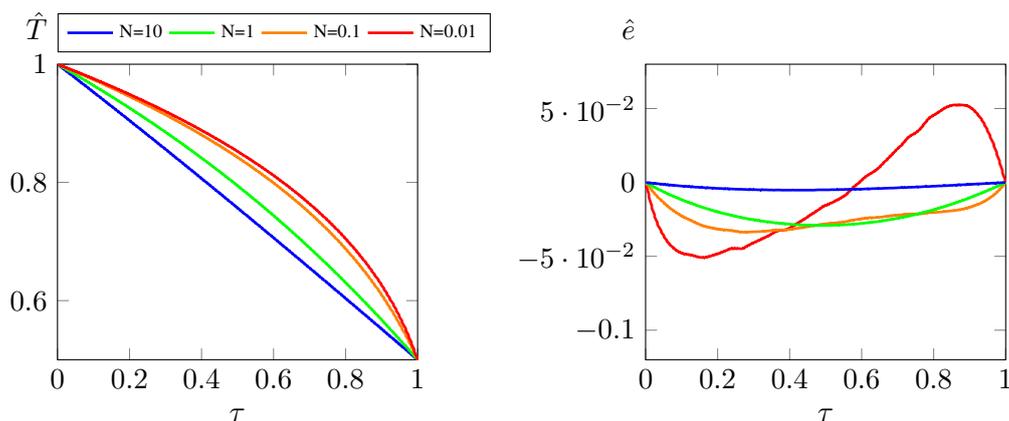


FIGURE 4 – Modèle Rossland. A gauche : température moyenne adimensionnelle  $\hat{T}$  le long de l'axe de propagation  $x$ . A droite : la différence  $\hat{e}(x)$  des températures entre le modèle de Rossland et le modèle couplé à échelle continue associé. Avec ( $N = \{10, 1, 0.1, 0.01\}$ ,  $\omega = 0$ ,  $\Theta_0 = 0.5$ ,  $\tau_0 = 1$ ).

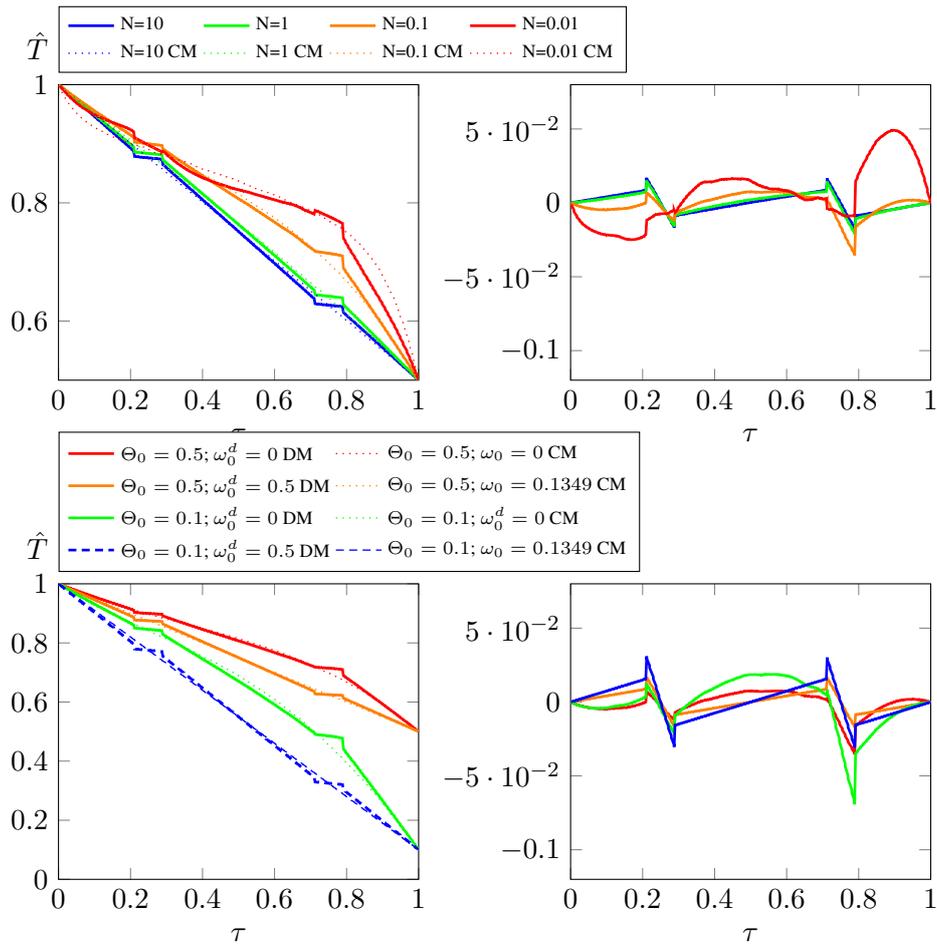


FIGURE 5 – Résultats de l’approche à échelle discrète DS-CM à gauche et sa comparaison avec l’approche à échelle continue CS-CM à droite la différence  $(\text{Val}_{CS-CM} - \text{Val}_{DS-CM})$ ; les sous-figures du haut dans le cas de  $\sigma = 0$  pour différentes valeurs de  $N \in \{10, 1, 0.1, 0.01\}$  et les sous-figures du bas dans le cas de  $\sigma \neq 0$  pour différentes valeurs de  $\Theta_0 \in \{0.5, 0.1\}$  et  $\omega_0 \in \{0, 0.5, 1\}$ .

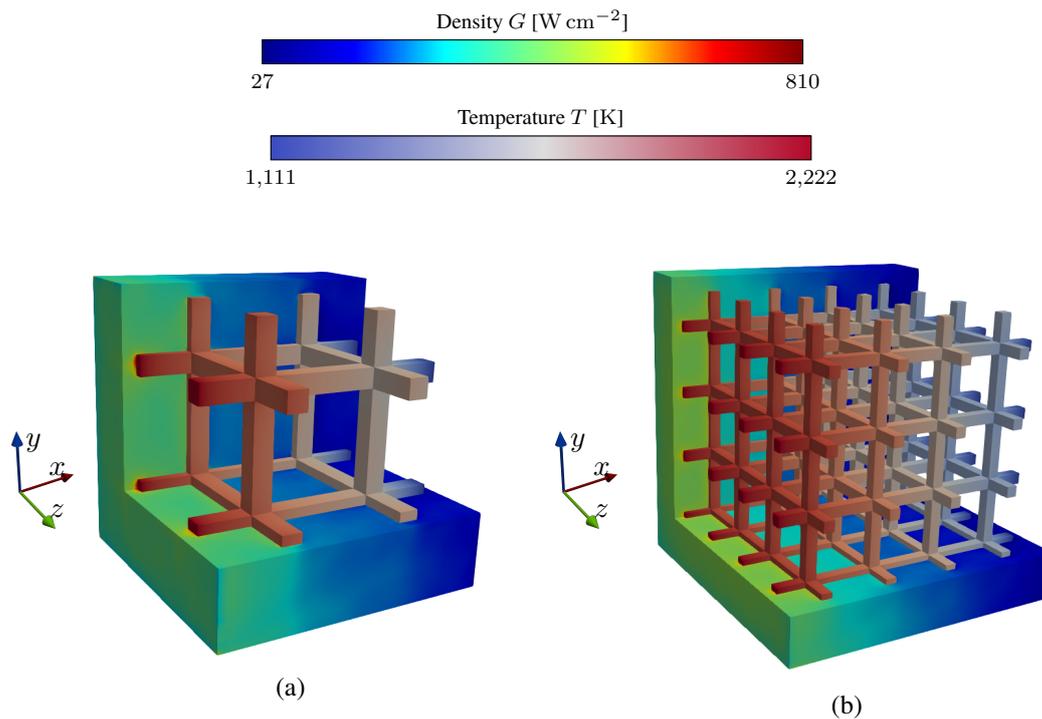


FIGURE 6 – Champ de densité radiative visualisé pour la partie vide du sous-domaine de  $\Omega_v$  et champ de température visualisé pour toute la partie solide  $\Omega_s$ , pour un cas VER en (a) et pour trois cas VER en (b), avec  $N = 0.01$ .

erreurs beaucoup plus importantes : le modèle de Rosseland surestime la température presque partout, sauf dans la région la plus froide. Le modèle de Rosseland ne peut pas être utilisé en toute confiance dans un processus d'optimisation topologique. Le problème couplé homogénéisé à échelle continue, cependant, donne des résultats satisfaisants et peut être utilisé en toute confiance dans les problèmes d'optimisation de la topologie.

## Références

- [1] M. Pelanconi, S. Zavattoni, L. Cornolti, R. Puragliesi, E. Arrivabeni, L. Ferrari, S. Gianella, M. Barbato, A. Ortona, Application of ceramic lattice structures to design compact, high temperature heat exchangers : material and architecture selection, *Materials* 14 (2021) 3225.
- [2] T. Fend, B. Hoffschmidt, R. Pitz-Paal, O. Reutter, P. Rietbrock, Porous materials as open volumetric solar receivers : Experimental determination of thermophysical and heat transfer properties, *Energy* 29 (2004) 823–833.
- [3] M. Badri, P. Jolivet, B. Rousseau, S. Le Corre, H. Digonnet, Y. Favennec, Vectorial finite elements for solving the radiative transfer equation, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 212 (2018) 59–74.
- [4] M. Badri, Y. Favennec, P. Jolivet, B. Rousseau, Conductive-radiative heat transfer within sic-based cellular ceramics at high-temperatures : A discrete-scale finite element analysis, *Finite Elements in Analysis and Design* 178 (2020) 103410.

- [5] Y. Favennec, T. Mathew, M. A. Badri, P. Jolivet, B. Rousseau, D. Lemonnier, P. J. Coelho, Ad hoc angular discretization of the radiative transfer equation, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 225 (2019) 301–318.
- [6] M. F. Modest, S. Mazumder, *Radiative heat transfer*, Academic press, 2021.
- [7] D. Y. Perraudin, S. Haussener, Numerical quantification of coupling effects for radiation-conduction heat transfer in participating macroporous media : Investigation of a model geometry, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 112 (2017) 387–400.
- [8] R. Viskanta, R. Grosh, *Heat transfer by simultaneous conduction and radiation in an absorbing medium* (1962).
- [9] R. Viskanta, *Heat transfer by conduction and radiation in absorbing and scattering materials* (1965).