



HAL
open science

Contours actifs pour signaux sur graphes

Olivier Lézoray

► **To cite this version:**

Olivier Lézoray. Contours actifs pour signaux sur graphes. XXVIIIème Colloque Francophone de Traitement du Signal et des Images GRETSI 2022, Sep 2022, Nancy, France. hal-03774375

HAL Id: hal-03774375

<https://hal.science/hal-03774375v1>

Submitted on 10 Sep 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Contours actifs pour signaux sur graphes *

Olivier Lézoray

Normandie Univ, UNICAEN, ENSICAEN, CNRS, GREYC, 14000 Caen, France

olivier.lezoray@unicaen.fr

Résumé – Cet article propose une adaptation pour les signaux sur graphes d’un modèle de segmentation qui combine les modèles de contours actifs géodésiques et de contours actifs sans arêtes. De plus, des termes spécifiques dépendant des graphes sont introduits dans la formulation. Cette adaptation est résolue en utilisant une formulation par ensemble de niveaux avec une descente de gradient qui peut être exprimée comme un processus d’évolution morphologique. Les résultats expérimentaux sur différents types de signaux de graphes montrent les avantages de l’approche.

Abstract – This paper proposes an adaptation for signal on graphs of a segmentation model that combines the Geodesic Active Contour and the Active Contour Without Edges models. In addition, specific terms depending on graphs are introduced in the formulation. This adaptation is solved using a level set formulation with a gradient descent that can be expressed as a morphological front evolution process. Experimental results on different kinds of graphs signals show the benefit of the approach.

1 Introduction

Les signaux sur graphes sont des données résidant sur les noeuds ou arêtes d’un graphe. Les récents progrès technologiques ont fait émerger ce type de données dans de très nombreux domaines comme l’imagerie numérique, les réseaux complexes, l’informatique graphique ou la bioinformatique. Contrairement aux images et vidéos classiques, ces données ne se situent pas nécessairement sur une grille cartésienne et peuvent être distribuées de manière irrégulière. Pour représenter ces données, la représentation la plus naturelle et la plus flexible consiste à utiliser des graphes pondérés en modélisant des relations de similarité, ce qui amène à des signaux sur graphes. La transposition des outils de traitement du signal et de l’image pour le traitement de tels signaux sur graphes suscite un grand intérêt [1]. Dans cet article nous nous intéressons aux contours actifs géométriques afin de partitionner les noeuds d’un graphe. Nous proposons une adaptation sur graphes qui combine et étend les modèles de contour actif géodésique et de contour actif sans arêtes.

2 Opérateurs sur signaux sur graphes

Dans cette section, nous introduisons un cadre de calcul discret pour les signaux sur graphes. Ces ingrédients de base seront utilisés pour adapter les contours actifs aux signaux sur graphes.

2.1 Notations

Un graphe $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ est constitué d’un ensemble \mathcal{V} de noeuds et d’un ensemble $\mathcal{E} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ d’arêtes. Nous considérons des graphes \mathcal{G} non dirigés, sans boucles et arêtes multiples. Soit (v_i, v_j) l’arête de \mathcal{E} qui connecte deux noeuds v_i et v_j de \mathcal{V} . Son poids, noté $w_{ij} = w(v_i, v_j)$, représente la similarité entre ces deux noeuds et est calculé par une fonction symétrique positive w . La notation $v_i \sim v_j$ est utilisée pour désigner deux noeuds

adjacents. Le degré d’un noeud v_i est défini par $\text{deg}(v_i) = \sum_{v_j \sim v_i} w(v_i, v_j)$. Soient $\mathcal{H}(\mathcal{V})$ et $\mathcal{H}(\mathcal{E})$ les espaces de Hilbert des fonctions définies sur les noeuds et les arêtes d’un graphe. Une fonction $f \in \mathcal{H}(\mathcal{V})$ assigne un vecteur à valeurs réelles $f(v_i)$ à chaque noeud $v_i \in \mathcal{V}$. Une telle fonction $f : \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{R}^d$ est appelée un signal sur graphe. Par analogie avec l’analyse fonctionnelle sur espaces continus, l’intégrale d’une fonction $f \in \mathcal{H}(\mathcal{V})$, sur l’ensemble des noeuds \mathcal{V} , est définie par $\int_{\mathcal{V}} f = \sum_{\mathcal{V}} f$.

2.2 Opérateurs de différence

Soit $f : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de $\mathcal{H}(\mathcal{V})$. L’opérateur de différence pondérée [2] de f , noté $d_w : \mathcal{H}(\mathcal{V}) \rightarrow \mathcal{H}(\mathcal{E})$, est défini sur une arête $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ par $(d_w f)(v_i, v_j) = w(v_i, v_j)^{1/2}(f(v_j) - f(v_i))$. Des opérateurs morphologiques de différences externe et interne sont définis comme [3] : $(d_w^+ f)(v_i, v_j) = \max(0, (d_w f)(v_i, v_j))$ et $(d_w^- f)(v_i, v_j) = -\min(0, (d_w f)(v_i, v_j))$. L’adjoint de l’opérateur de différence, noté $d_w^* : \mathcal{H}(\mathcal{E}) \rightarrow \mathcal{H}(\mathcal{V})$, est un opérateur linéaire défini pour tout $f \in \mathcal{H}(\mathcal{V})$ et $H \in \mathcal{H}(\mathcal{E})$ par $\langle d_w f, H \rangle_{\mathcal{H}(\mathcal{E})} = \langle f, d_w^* H \rangle_{\mathcal{H}(\mathcal{V})}$. Cet opérateur adjoint $d_w^* = -\text{div}_w$ d’une fonction $H \in \mathcal{H}(\mathcal{E})$ peut être exprimé en un noeud $v_i \in \mathcal{V}$ par $(d_w^* H)(v_i) = \sum_{v_j \sim v_i} w(v_i, v_j)^{1/2}(H(v_j, v_i) - H(v_i, v_j))$.

2.3 Gradients et normes

Le gradient pondéré d’une fonction $f \in \mathcal{H}(\mathcal{V})$ en un noeud $v_i \in \mathcal{V}$ est un opérateur vectoriel défini par $(\nabla_w f)(v_i) = [(d_w f)(v_i, v_j) : v_j \sim v_i]^T$. La norme \mathcal{L}_p de ce vecteur est définie par [2] $\|(\nabla_w f)(v_i)\|_p^p = \sum_{v_j \sim v_i} w(v_i, v_j)^{p/2} |f(v_j) - f(v_i)|^p$. De manière similaire, nous avons $(\nabla_w^\pm f)(v_i) = [(d_w^\pm f)(v_i, v_j) : v_j \sim v_i]^T$ et $\|(\nabla_w^\pm f)(v_i)\|_p^p = \sum_{v_j \sim v_i} w(v_i, v_j)^{p/2} |M^\pm(0, f(v_j) - f(v_i))|^p$ avec $M^+ = \max$ et $M^- = \min$. Ces normes ont la propriété suivante [3] : $\|(\nabla_w f)(v_i)\|_p^p = \|(\nabla_w^+ f)(v_i)\|_p^p + \|(\nabla_w^- f)(v_i)\|_p^p$.

2.4 Courbure d’un signal sur graphe

L’opérateur p -Laplacien isotrope d’une fonction $f \in \mathcal{H}(\mathcal{V})$ est noté $\Delta_{w,p}^i : \mathcal{H}(\mathcal{V}) \rightarrow \mathcal{H}(\mathcal{V})$. Il est défini par $(\Delta_{w,p} f)(v_i) =$

*Ce travail de recherche a bénéficié de fonds de Saint-Lo Agglo pour le projet TP2SL.

$\frac{1}{2}d_w^*(\|(\nabla_w f)(v_i)\|_2^{p-2}(d_w f)(v_i, v_j))$. Il peut être calculé en un noeud $v_i \in \mathcal{V}$ par [2] :

$$(\Delta_{w,p}f)(v_i) = \frac{1}{2} \sum_{v_j \sim v_i} (\gamma_{w,p}f)(v_i, v_j)(f(v_i) - f(v_j)), \text{ avec}$$

$$(\gamma_{w,p}f)(v_i, v_j) = w_{ij} \left(\|(\nabla_w f)(v_j)\|_2^{p-2} + \|(\nabla_w f)(v_i)\|_2^{p-2} \right).$$

Quand $p = 1$ cela correspond à la courbure pondérée d'un signal sur graphe $f : (\kappa_w f)(v_i) = (\Delta_{w,1}f)(v_i)$.

3 Contours actifs sur graphes

Au lieu de considérer séparément les contours actifs géodésiques (GAC) [4] et les contours actifs sans arêtes (ACWE) [5], comme cela été fait dans les précédents travaux de contours actifs sur graphes [6–8], nous considérons une énergie qui combine GAC et ACWE :

$$E(C, c_1, c_2) = \mu \int_0^1 g(C(p)) |C'(p)| dp + \nu \cdot \int_{\text{intérior}(C)} g(C(p)) dA +$$

$$\frac{\lambda_1}{d} \int_{\text{intérieur}(C)} \|I(x) - c_1\|_2^2 dx + \frac{\lambda_2}{d} \int_{\text{extérieur}(C)} \|I(x) - c_2\|_2^2 dx \quad (1)$$

avec $I : [0, h] \times [0, w] \rightarrow \mathbb{R}^d$ une image, $C(p) : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ une courbe, c_1 et c_2 les valeurs moyennes de I dans et hors de C , et $g : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^+$ une fonction strictement décroissante dont les valeurs sont élevées sur les contours. Ceci peut être résolu en utilisant une descente de gradient à partir des équations d'Euler-Lagrange associées. Nous obtenons alors l'équation d'évolution d'ensemble de niveaux suivante (de manière similaire à [9, 10]) :

$$\frac{\delta f}{\delta t} = \delta_\varepsilon(f) \left[\mu \operatorname{div} \left(g(I) \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \right) + \nu \cdot g(I) - \frac{\lambda_1}{d} \|I - c_1\|_2^2 + \frac{\lambda_2}{d} \|I - c_2\|_2^2 \right]$$

avec $\delta_\varepsilon(x) = \frac{\varepsilon}{\pi(\varepsilon^2 + x^2)}$ (une fonction de Dirac régularisée), et que nous réécrivons et simplifions en

$$\frac{\delta f}{\delta t} = \delta_\varepsilon(f) \left[\mu \cdot g(I) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla f}{|\nabla f|} \right) + \mu \nabla g(I) \cdot \nabla f + \nu \cdot g(I) \right. \\ \left. - \frac{\lambda_1}{d} \|I - c_1\|_2^2 + \frac{\lambda_2}{d} \|I - c_2\|_2^2 \right] \quad (2)$$

Dans la suite, nous montrons comment cela peut être adapté pour traiter des signaux sur des graphes pondérés.

3.1 EDPs sur graphes

Dans [6], nous avons proposé une adaptation des EDPs sur graphes. Par analogie avec la formulation à base d'ensemble de niveaux pour le cas continu, un front Γ évoluant sur un graphe \mathcal{G} est défini comme un sous-ensemble $\Omega_0 \subset \mathcal{V}$. Il est implicitement représenté au temps t par une fonction d'ensemble de niveaux $f_t : \mathcal{V} \rightarrow \{-1, +1\}$ définie par $f_t = \chi_{\Omega_t} - \chi_{\overline{\Omega_t}}$ avec $\chi : \mathcal{V} \rightarrow \{0, 1\}$ la fonction indicatrice et $\overline{\Omega_t}$ le complémentaire de Ω_t (on a $\Omega_t \cup \overline{\Omega_t} = \mathcal{V}$). L'évolution du front Γ est dirigée par une fonction de vitesse $\mathcal{F} : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}$ et la direction de propagation est contrôlée par le signe de \mathcal{F} . Le front s'étend (i.e., des noeuds sont ajoutés à Ω_t) quand le signe est positif et se rétracte quand le signe est négatif (i.e., des noeuds sont retirés de Ω_t). La propagation du front sur le graphe peut alors être décrite par $\frac{\delta f(v_i, t)}{\delta t} = \mathcal{F}(v_i) \|(\nabla_w f)(v_i, t)\|_p^p$ avec $f(v_i, t = 0) = f_0$ (la représentation par ensemble de niveaux de Ω_0). Avec les propriétés des normes, cela peut s'exprimer comme la combinaison de deux processus morphologiques d'érosion et de dilata-

tion [6] :

$$\frac{\delta f(v_i, t)}{\delta t} = \max(\mathcal{F}(v_i, t), 0) \|(\nabla_w^+ f)(v_i)\|_p^p + \min(\mathcal{F}(v_i, t), 0) \|(\nabla_w^- f)(v_i)\|_p^p \quad (3)$$

Ceci montre explicitement qu'une dilatation ajoute des sommets au front lorsque la vitesse est positive et qu'une érosion enlève des sommets au front lorsque la vitesse est négative.

3.2 Adaptation sur graphes pondérés

À présent nous proposons une adaptation sur graphes de l'Eq. (2). Avant cela, nous introduisons la notion de patches locaux sur graphes et les utilisons pour définir une fonction de potentiel g sur graphes ainsi que des moyennes de régions basées sur les patches.

3.2.1 Patches locaux sur graphes

Un patch local $B_k(v_i)$ sur un graphe \mathcal{G} au noeud v_i est un sous-graphe de \mathcal{G} . Pour un noeud v_i et un rayon k , $B_k(v_i)$ est composé de tous les noeuds qui peuvent être atteints de v_i en k sauts :

$$B_k(v_i) = \begin{cases} \{v_i\} & \text{if } k = 0 \\ \{v_j \sim v_i\} \cup \{v_i\} & \text{if } k = 1 \\ B_{k-1}(v_i) \cup \left(\bigcup_{v_j \in B_{k-1}(v_i)} B_1(v_j) \right) & \text{if } k \geq 2 \end{cases}$$

Le nombre de noeuds dans un voisinage $B_k(v_i)$ dépend du noeud v_i quand le graphe est irrégulier. Sur des graphes grilles comme les images, $B_k(v_i)$ correspond à un patch centré en v_i et de taille $(2k + 1)^2$. Notons $\mathcal{P}_k(f, v_i)$ l'ensemble des valeurs du signal sur graphe f associé aux noeuds de $B_k(v_i)$.

3.2.2 Fonction de potentiel

Pour des signaux sur graphes, un noeud peut être considéré comme important si il est différent de ses voisins. Cela revient à dire que le sommet a des distances spectrales élevées avec ses voisins. En revanche, un sommet situé dans une zone presque plate aura des distances spectrales faibles avec ses voisins. Ceci peut être utilisé pour construire une fonction de potentiel qui différencie les structures les plus saillantes dans le signal du graphe. Nous proposons de considérer une somme normalisée des distances spectrales entre le sommet v_i et ses voisins dans $B_k(v_i)$ pour construire cette fonction de potentiel. Celle-ci est

définie par $\rho(v_i) = \frac{\sum_{v_j \in B_k(v_i)} d(\mathcal{P}_\alpha(f, v_j), \mathcal{P}_\alpha(f, v_i))}{|B_k(v_i)|}$ avec $\alpha < k$ et d une distance pour comparer les valeurs de deux patches, et est normalisée : $g(v_i) = 1 - \frac{\rho(v_i) - \wedge \rho}{\vee \rho - \wedge \rho}$ avec $\vee \rho = \max_{v_i} \rho(v_i)$ et $\wedge \rho = \min_{v_i} \rho(v_i)$ les valeurs maximum and minimum de $\rho(v_i)$.

3.2.3 Adaptation proposée

En utilisant les opérateurs présentés dans la Section 2, et les notions de patch et potentiel sur graphes, nous proposons l'adaptation suivante de l'Eq. (2) :

$$\frac{\delta f(v_i, t)}{\delta t} = \delta_\varepsilon(f(v_i, t)) \left[\mu g(v_i) (\kappa_w f)(v_i, t) + \mu \nabla g(v_i) \cdot (\nabla_w f)(v_i, t) + \nu g(v_i) \right. \\ \left. - \frac{\lambda_1}{d} \sum_{v_j} d^2(\mathcal{P}_\beta(f, v_i), \mathcal{P}_\beta^{c_1}(f)) + \frac{\lambda_2}{d} \sum_{v_j} d^2(\mathcal{P}_\beta(f, v_i), \mathcal{P}_\beta^{c_2}(f)) \right] \quad (4)$$

avec $\mathcal{P}_\beta^{c_1}(f) = \{\mathcal{P}_\beta(f, v_i) : f(v_i) \geq 0\}$, f_t le signal sur graphe initial et $\mathcal{P}_\beta^{c_2}(f) = \{\mathcal{P}_\beta(f, v_i) : f(v_i) < 0\}$. Cela signifie que nous considérons des modèles de moyennes basés patches pour

représenter les régions et non pas seulement leurs valeurs moyennes (obtenues quand $\beta = 0$). Comme dans l'Eq. (3), nous pouvons exprimer la propagation du front comme une combinaison de gradients morphologiques. Nous introduisons une nouvelle fonction de vitesse définie par

$$\mathcal{F}(v_i, t) = v g(v_i) + \mu g(v_i)(\kappa_w f)(v_i, t) - \frac{\lambda_1}{d} \sum_{v_j} d^2(\mathcal{P}_\beta(f_i, v_j), \mathcal{P}_\beta^{c_1}(f_i)) + \frac{\lambda_2}{d} \sum_{v_j} d^2(\mathcal{P}_\beta(f_i, v_j), \mathcal{P}_\beta^{c_2}(f_i)) \quad (5)$$

Il s'agit d'une extension de la fonction de vitesse proposée dans [6] pour inclure les forces de ballon et de lissage, pondérées par le potentiel g , et avec des modèles à base de patches pour représenter les régions. La propagation du front peut alors être exprimée comme

$$\frac{\delta f(v_i, t)}{\delta t} = \delta_\varepsilon(f(v_i)) [\mu \nabla g(v_i) \cdot (\nabla_w f)(v_i, t) + \max(\mathcal{F}(v_i, t), 0) \|(\nabla_w^+ f)(v_i)\|_p^p + \min(\mathcal{F}(v_i, t), 0) \|(\nabla_w^- f)(v_i)\|_p^p] \quad (6)$$

La variable temporelle est discrétisée à l'aide de la méthode explicite d'Euler sous la forme $\frac{\delta f(v_i)}{\delta t} = \frac{f^{t+1}(v_i) - f^t(v_i)}{\Delta t}$. Le schéma itératif général pour calculer f au temps $t + 1$ en un sommet donné v_i est alors donné par

$$f^{t+1}(v_i) = f^t(v_i) + \Delta t \delta_\varepsilon(f) \left[\mu \sum_{v_j \sim v_i} (d_w g)(v_i, v_j) (d_w f)(v_i, v_j) + \max(\mathcal{F}(v_i, t), 0) \|(\nabla_w^+ f)(v_i)\|_p^p + \min(\mathcal{F}(v_i, t), 0) \|(\nabla_w^- f)(v_i)\|_p^p \right] \quad (7)$$

Étant donné un front Ω_t au pas de temps t , sa frontière interne est $\partial^- \Omega_t = \{v_i \in \Omega_t : \exists v_j \in \Omega_t \text{ avec } (v_i, v_j) \in \mathcal{E}\}$ et sa frontière externe est $\partial^+ \Omega_t = \{v_i \in \Omega_t : \exists v_j \in \bar{\Omega}_t \text{ avec } (v_i, v_j) \in \mathcal{E}\}$. Puisque les $(d_w f)(v_i, v_j)$ sont nuls sur les zones constantes de f , l'ensemble des sommets à mettre à jour à chaque itération peut être restreint à $\partial^- \Omega_t \cup \partial^+ \Omega_t$. Cela signifie qu'à chaque itération, seuls les sommets autour de la bande étroite du front doivent être considérés. En outre, nous réinitialisons la fonction d'ensemble de niveaux f par $f = \min(\max(f, -1), 1)$ toutes les dix itérations car nous avons expérimentalement pu constater que cela accélère la convergence. Ces deux astuces permettent d'accélérer considérablement le calcul (la convergence peut être obtenue en environ 100 itérations). La solution finale est donnée par le niveau zéro de la fonction d'ensemble de niveaux $f^t(v_i)$.

4 Résultats

Pour illustrer l'approche proposée (nommée GSAC), nous considérons plusieurs types de signaux sur graphes : des images couleur (signaux couleur sur graphes grille), des maillages 3D colorés (signaux couleur sur maillages triangulés), et des bases d'images. Nous fixons quelques valeurs de paramètres : $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $v = -1$, $p = 2$ et $\Delta t = \frac{1}{\max_{v_i} \deg(v_i)}$. Pour terminer les itérations, nous stoppons lorsque la différence L_2 entre f^{t+1} et f^t est sous 10^{-2} et n'allons pas au delà de 100 itérations. Les poids des graphes sont obtenus par $w(v_i, v_j) = \exp\left(\frac{-d(\mathcal{P}_\beta(f_i, v_i), \mathcal{P}_\beta(f_i, v_j))^2}{\sigma^2}\right)$ avec d une distance L_2 et f_i le signal sur graphe original.

4.1 Signaux sur graphes grille

Nous considérons tout d'abord le cas classique d'images couleur représentées comme des graphes grille en 8-adjacence,

donnant des signaux sur graphes $f_i : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}^3$. Nous comparons notre modèle avec la méthode Chan-Vese (CV) classique [5] (en utilisant l'implémentation de [11]), et l'adaptation CV sur les graphes de [12]. Nous considérons une initialisation en damier [11]. L'approche CV classique ne parvient pas à extraire l'oiseau, alors que la nôtre (avec $g(v_i) = 1$, $\beta = 0$) y parvient et fournit des résultats similaires à [12] (comme eux, nous considérons également les valeurs Lab au lieu des valeurs RVB). Si nous considérons l'utilisation d'une fonction de potentiel non constante g avec $\alpha = 2$ (patches 5×5) et $k = 7$ (un voisinage de taille 15×15), les petites régions parasites peuvent être éliminées. Enfin, si l'on considère $\beta = 1$, c'est-à-dire l'utilisation de patches pour représenter les régions et pondérer le graphe, on obtient un contour beaucoup plus lisse, montrant l'intérêt de l'ensemble de notre formulation.

4.2 Maillages 3D colorés

Ensuite, nous considérons le cas plus difficile des maillages 3D colorés, où le graphe est un maillage triangulé et où des couleurs sont associées aux sommets, ce qui donne un signal sur graphe $f_i : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}^3$. Le graphe est irrégulier et les sommets peuvent avoir un nombre différent de voisins, ce qui conduit à des patches de tailles différentes qui ne sont donc pas directement comparables avec une norme L_2 . Pour faire face à cela, la distance d pour comparer les patches est la distance EMD [13] entre les histogrammes de couleur des patches (avec des couleurs dans l'espace couleur Lab comme pour les images). Cette distance est utilisée dans le calcul des poids $w(v_i, v_j)$ à la place de la norme L_2 . Nous calculons le potentiel g avec $\alpha = 1$ et $k = 2$. La figure 2 présente un maillage et le potentiel calculé. Ensuite, deux résultats obtenus avec notre approche GSAC à partir d'une initialisation en damier sont présentés : pour $\beta = 0$ et $\beta = 2$. On peut voir que, comme pour les images, l'utilisation de patches pour pondérer le graphe et représenter les régions permet d'obtenir de meilleurs résultats (les parties rouges du maillage ont été isolées dans une seule phase sans les autres petites régions obtenues sans patches).

4.3 Base d'images

Pour terminer ces expériences, nous considérons un dernier type de graphe. Étant donné un ensemble d'images, nous construisons un graphe des τ plus proches voisins. Pour comparer les images, nous utilisons une norme L_2 . Les poids sont définis par $w(v_i, v_j) = 1 - \frac{\|f(v_i) - f(v_j)\|_2}{\max_{v_k \sim v_j \in \mathcal{E}} \|f(v_k) - f(v_j)\|_2}$. Une fois le graphe construit, nous utilisons une initialisation alternée en deux classes : les sommets d'indices pairs sont affectés à la première classe, et les sommets d'indices impairs à l'autre classe. Nous avons considéré des sous-ensembles de la base MNIST avec seulement le chiffre 0 et un autre chiffre. Le signal sur graphe est $f_i : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}^{28^2}$. Les paramètres sont $\tau = 2$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.5$, $k = 1$, et $\alpha = 0$. Le tableau 1 montre les résultats pour toutes les combinaisons par paires entre le chiffre 0 et les autres chiffres. Comme on peut le voir, les taux de classification sont toujours supérieurs à 90% alors même que l'initialisation est aléatoire.

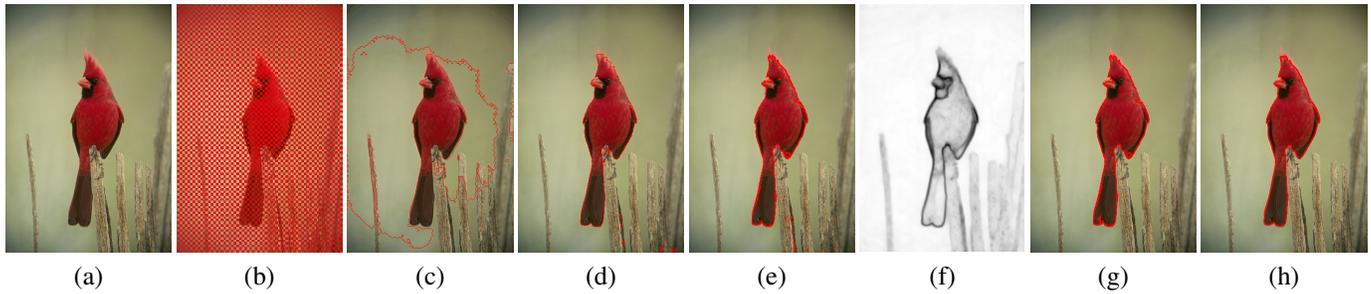


FIGURE 1 – Comparaison entre l'état de l'art et notre approche avec différents paramètres. De gauche à droite : (a) Image originale, (b) Initialisation en damier, (c) [11], (d) [12], (e) GSAC ; $g(v_i) = 1$, $\beta = 0$, (f) $g(v_i)$, (g) GSAC ; $g(v_i)$, $\beta = 0$, (h) GSAC ; $g(v_i)$, $\beta = 1$.

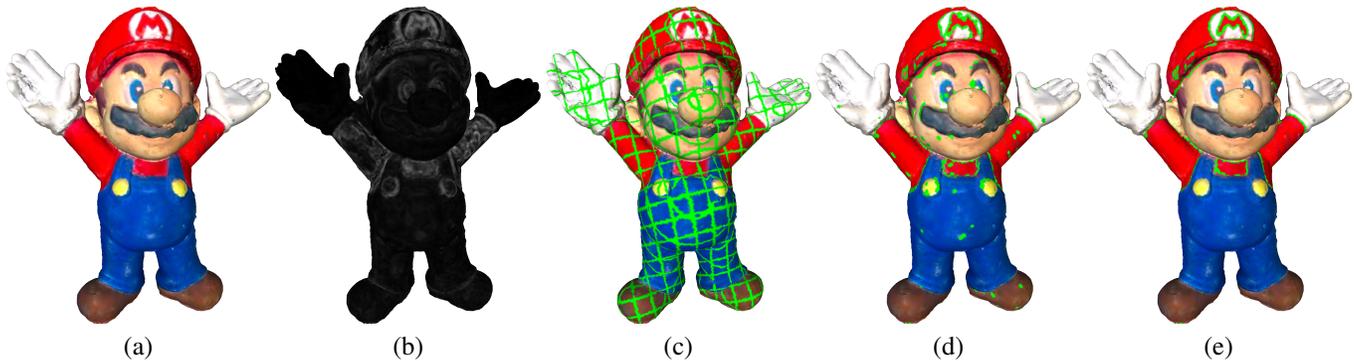


FIGURE 2 – De gauche à droite : (a) Maillage original, (b) $g(v_i)$ (inversé) (c) Initialisation en damier, (d) GSAC ; $g(v_i)$, $\beta = 0$, (e) GSAC ; $g(v_i)$, $\beta = 2$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
98.8	95.8	97	97.05	90,7	95.55	96.75	95.95	96.25

TABLE 1 – Scores de classification en pourcentage pour le chiffre 0 contre les autres chiffres de la base MNIST.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une adaptation des contours actifs sur les graphes qui combine les approches de contours actifs géodésiques et de contours actifs sans arêtes. Une formulation de type ensemble de niveaux est adaptée sur des graphes avec un cadre d'opérateurs de graphes qui peuvent décrire l'évolution d'un front sur un graphe. L'approche proposée intègre des caractéristiques spécifiques au graphe extraites sous la forme d'une fonction de potentiel et de patches locaux du graphe pour améliorer la segmentation. Les résultats ont montré l'intérêt de l'approche sur différents types de graphes.

Références

- [1] A. Ortega, P. Frossard, J. Kovacevic, J. M. F. Moura, and P. Vandergheynst, "Graph signal processing : Overview, challenges, and applications," *Proceedings of the IEEE*, vol. 106, no. 5, pp. 808–828, 2018.
- [2] A. Elmoataz, O. Lezoray, and S. Boughleux, "Nonlocal discrete regularization on weighted graphs : A framework for image and manifold processing," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 17, no. 7, pp. 1047–1060, 2008.
- [3] V. Ta, A. Elmoataz, and O. Lezoray, "Nonlocal pdes-based morphology on weighted graphs for image and data processing," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 20, no. 6, pp. 1504–1516, 2011.
- [4] G. Sapiro, "Color snakes," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 68, no. 2, pp. 247–253, 1997.
- [5] T. F. Chan and L. A. Vese, "Active contours without edges," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 10, no. 2, pp. 266–277, 2001.
- [6] X. Desquesnes, A. Elmoataz, and O. Lezoray, "PDEs level sets on weighted graphs," in *IEEE ICIP*, 2011, pp. 3377–3380.
- [7] O. Lézoray, A. Elmoataz, and V. Ta, "Nonlocal pdes on graphs for active contours models with applications to image segmentation and data clustering," in *IEEE ICASSP*, 2012, pp. 873–876.
- [8] K. Drakopoulos and P. Maragos, "Active contours on graphs : Multiscale morphology and graphcuts," *J. Sel. Topics Signal Processing*, vol. 6, no. 7, pp. 780–794, 2012.
- [9] V. Caselles, F. Catté, T. Coll, and F. Dibos, "A geometric model for active contours in image processing," *Numerische Mathematik*, vol. 66, no. 1, pp. 1–31, Dec 1993.
- [10] L. Pi, Y. Peng, C. Shen, and F. Li, "A modified chan-vese model and its theoretical proof," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 351, no. 2, pp. 627 – 634, 2009.
- [11] P. Getreuer, "Chan-vese segmentation," *IPOL Journal*, vol. 2, pp. 214–224, 2012.
- [12] C. Sakaridis, K. Drakopoulos, and P. Maragos, "Theoretical analysis of active contours on graphs," *SIAM J. Imaging Sciences*, vol. 10, no. 3, pp. 1475–1510, 2017.
- [13] Y. Rubner, C. Tomasi, and L. J. Guibas, "The earth mover's distance as a metric for image retrieval," *International Journal of Computer Vision*, vol. 40, no. 2, pp. 99–121, 2000.