



**HAL**  
open science

# Modélisation de la fissuration dans les matériaux bois par la méthode des champs de phase : simulation numérique d'un essai de compression sur des échantillons en bois d'épicéa

Matthieu Noel, Florent Pled, Luc Chevalier, François Wilquin, Eric Launay

## ► To cite this version:

Matthieu Noel, Florent Pled, Luc Chevalier, François Wilquin, Eric Launay. Modélisation de la fissuration dans les matériaux bois par la méthode des champs de phase : simulation numérique d'un essai de compression sur des échantillons en bois d'épicéa. 25ème Congrès Français de Mécanique (CFM 2022), Aug 2022, Nantes, France. hal-03774344

**HAL Id: hal-03774344**

**<https://hal.science/hal-03774344>**

Submitted on 10 Sep 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **Modélisation de la fissuration dans les matériaux bois par la méthode des champs de phase : simulation numérique d'un essai de compression sur des échantillons en bois d'épicéa**

**M. NOEL<sup>a</sup>, F. PLED<sup>a</sup>, L. CHEVALIER<sup>a</sup>, F. WILQUIN<sup>b</sup>, E. LAUNAY<sup>b</sup>**

a. Univ Gustave Eiffel, Univ Paris Est Creteil, CNRS, MSME UMR 8208, F-77454, Marne-la-Vallée, France, {matthieu.noel, florent.pled, luc.chevalier}@univ-eiffel.fr

b. Institut technologique Forêt Cellulose Bois-construction Ameublement (FCBA), F-77420 Champs-sur-Marne, France, {francois.wilquin, eric.launay}@fcba.fr

## **Résumé :**

*La prédiction des mécanismes de rupture dans les assemblages en bois représente un défi et un objectif important pour l'industrie du meuble. Dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire MSME et l'Institut Technologique FCBA, un mode de dégradation par fissuration a été identifié lors de tests normalisés de validation des meubles. Une campagne d'essais de compression via un écrou noyé a été réalisée sur des éprouvettes en bois d'épicéa afin de mesurer la force critique à la rupture et de prédire la résistance d'une connexion entre éléments de meuble [1]. L'objectif de ce travail est de mettre en œuvre la méthode des champs de phase en développant un modèle dédié aux matériaux isotropes transverses afin de simuler numériquement la rupture par fissuration des échantillons en bois d'épicéa observée lors des essais expérimentaux de compression.*

## **Abstract :**

*Prediction of failure mechanisms in wood assemblies represents an important challenge and goal for the furniture industry. As part of a collaboration between MSME laboratory and FCBA Technological Institute, a mode of degradation by cracking has been identified during standard furniture validation tests. A series of compression tests using an embedded nut was carried out on spruce wood specimens in order to measure the critical failure force and to predict the strength of a connection between furniture elements [1]. The purpose of this work is to implement the phase field method by developing a model dedicated to transverse isotropic materials in order to numerically simulate the cracking failure of spruce wood samples observed during experimental compression tests.*

**Mots clefs : Rupture, Fissuration, Champ de phase, Matériaux isotropes transverses, Bois, Essai de compression**

## 1 Introduction

Les meubles en bois tels que les lits superposés sont largement fabriqués pour un usage domestique. Les meubles peuvent être décrits comme des structures mécaniques soumises à diverses charges, et sont classiquement répertoriés en trois groupes en fonction de leur conception :

- les structures de type cadre constituées d'éléments de type poutre en bois ou en matériaux dérivés du bois (panneaux de particules, panneaux de fibres à densité moyenne, contreplaqués) ;
- les structures de type boîte faites d'éléments en forme de plaque en matériaux dérivés du bois ;
- les structures combinées constituées d'éléments de type poutre et plaque.

Les différents composants de chaque structure sont assemblés en utilisant différentes techniques d'assemblage. Ces dernières sont soit simples avec seulement un ou deux éléments de fixation, soit plus complexes (tourillon + colle, vis à bois, goujon + excentrique). Dans ce contexte, l'institut technologique FCBA (Forêt Cellulose Bois-construction Ameublement) et en particulier la division ameublement fournit des tests de validation aux fabricants de meubles. Son laboratoire d'essais déclare ainsi l'invalidité de meubles pour lesquels les tests ont conduit à une détérioration inacceptable. Ces essais mécaniques sont des tests de résistance où des charges statiques, dynamiques ou cycliques sont appliquées sur des zones spécifiques du mobilier. Ces tests de validation sont essentiels pour assurer la conformité aux normes de la commercialisation des meubles, mais pourraient être réalisés par des simulations numériques moins coûteuses dans un processus d'essais et d'erreurs qui conduit à la conception finale [2]. Dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire MSME et l'institut technologique FCBA, un mode de dégradation par fissuration a été identifié au niveau des connexions lors de tests normalisés de validation sur des meubles. Dans ce contexte, une campagne d'essais de compression via un écrou noyé a été réalisée sur des éprouvettes en bois d'épicéa afin de mesurer la force critique à la rupture et prédire la résistance d'une connexion entre éléments de meuble [1].

Pendant cette campagne d'essais de compression, de fortes dispersions sur la force critique à la rupture ont été observées. Actuellement, nous cherchons à reproduire numériquement ces essais en utilisant la méthode des éléments finis avec un modèle de champ de phase (ou à gradient d'endommagement) pour décrire les mécanismes de fissuration. La méthode des champs de phase représente aujourd'hui l'un des outils numériques les plus robustes et efficaces pour simuler la rupture fragile, ductile et cohésive dans des matériaux hétérogènes [3, 4, 5, 6]. L'objectif de ce travail est de mettre en œuvre la méthode des champs de phase en développant un modèle dédié aux matériaux isotropes transverses afin de simuler numériquement la rupture par fissuration des échantillons en bois d'épicéa observée lors des essais expérimentaux de compression.

Dans ce qui suit, nous décrivons en partie 2 les résultats obtenus à l'issue des essais expérimentaux. Puis dans la partie 3, nous donnons un bref résumé de la méthode de champ de phase. Enfin en partie 4, nous présentons des résultats de simulation numérique en utilisant un modèle de champs de phase sur un cas test en compression proche de l'essai réel.

## 2 Essais expérimentaux

Lors d'une collaboration entre le MSME et le FCBA, une campagne de vingt essais de compression via un écrou noyé a été réalisée sur des éprouvettes en bois d'épicéa. Cet essai expérimental est supposé être représentatif du principal mécanisme de rupture se produisant aux jonctions entre les différentes parties du meuble (montants verticaux et traverses horizontales) comme représenté en Figure 1a.

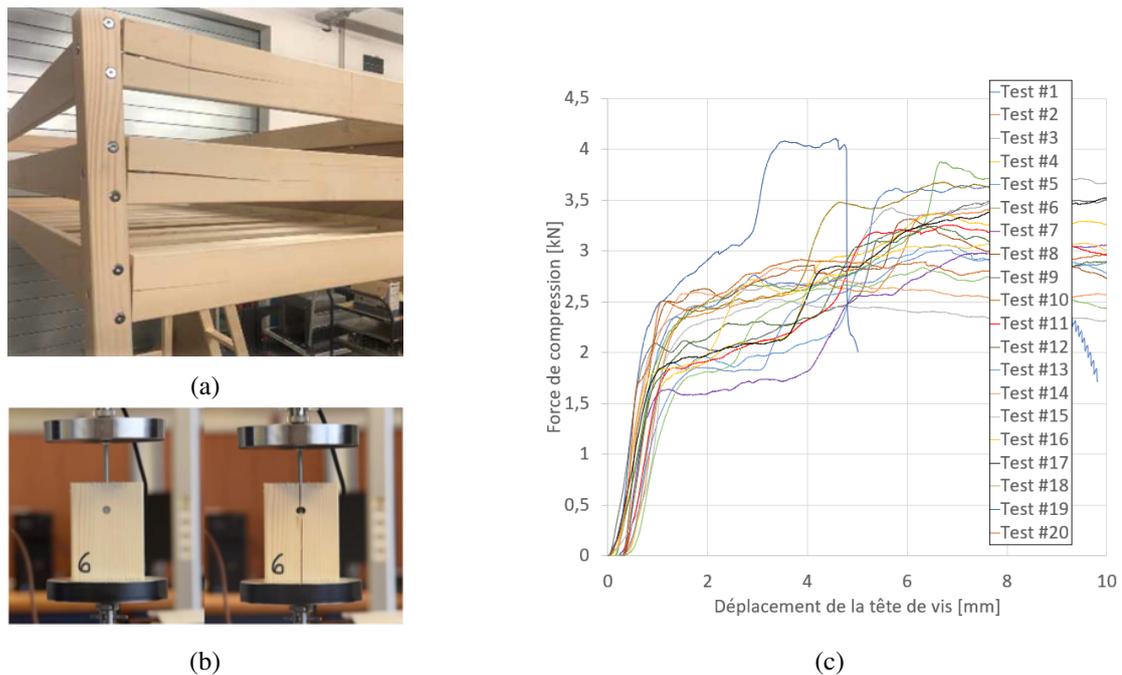


FIGURE 1 – (a) Rupture provoquée par fissuration dans un lit superposé, (b) Essai de compression réalisé sur un échantillon d'épicéa, (c) Évolution de la force mesurée en fonction du déplacement imposé de la tête de la vis pour chaque essai de compression.

Les vingt essais de compression sont réalisés sur des échantillons constitués de bois d'épicéa à l'aide d'un composant de connexion traversant composé d'une vis et d'un écrou (voir Figure 1b). Les échantillons parallélépipédiques ont été préalablement découpés dans une traverse en épicéa. La machine de compression sur laquelle les essais expérimentaux ont été réalisés est une INSTRON 3366 équipée de deux plateaux de compression circulaires et d'un logiciel pour l'acquisition des données : la force de compression appliquée et le déplacement de la tête de vis. Pour chaque échantillon de bois d'épicéa, nous utilisons une vis de 100 mm de long reliée à un écrou situé dans le trou central traversant de l'échantillon (voir Figure 1b-gauche). La vis est positionnée à une profondeur de 50 mm à l'intérieur de l'échantillon de bois et 50 mm à l'extérieur. L'échantillon est placé au centre de la plaque inférieure et la tête de la vis est en contact avec la plaque supérieure qui est entraînée verticalement en déplacement à une vitesse de 0.1 mm/s. L'essai s'arrête après la rupture de l'éprouvette.

L'évolution de la force de compression mesurée en fonction du déplacement imposé de la tête de vis est représentée sur la Figure 1c pour chacun des vingt essais. On distingue une partie linéaire et une rupture de pente marquée à partir d'une force critique, correspondant au moment où la fissure s'initie. Les forces critiques varient entre 1,80 kN et 2,70 kN. La force critique moyenne est de 2,15 kN et son écart type estimé à partir des vingt résultats d'essais vaut 0,335 kN. Dans la continuité de ce travail et dans l'objectif de prédire les mécanismes de rupture dans les assemblages en bois, nous souhaitons aujourd'hui simuler numériquement ces essais à l'aide de la méthode des champs de phase. Dans la suite, nous faisons un bref rappel des principes fondamentaux de la méthode des champs de phase.

### 3 Méthode des champs de phase

La méthode des champs de phase est un modèle régularisé de la formulation variationnelle du modèle de Griffith [7, 3]. La fissure est alors représentée par un champ d'endommagement continu  $\phi$  défini sur l'ensemble du domaine  $\Omega$  et à valeurs dans l'intervalle  $[0, 1]$ , où 0 représente un matériau intact et 1 représente un matériau complètement endommagé (fissuré) sur une surface / bord interne  $\Gamma$ . Contrairement à la formulation variationnelle du modèle de Griffith, cette méthode rend le champ d'endommagement  $\phi$  et le champ de déplacement  $\mathbf{u}$  continu sur le domaine  $\Omega$ .

Dans cette formulation, le champ de déplacement  $\mathbf{u}$  et le champ d'endommagement  $\phi$  sont obtenus par la minimisation d'un potentiel énergétique  $\mathcal{E}(\mathbf{u}, \phi)$  défini par

$$\mathcal{E}(\mathbf{u}, \phi) = \Psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi) - \mathcal{P}(\mathbf{u}) + \Psi_c(\phi, \nabla\phi) \quad (1)$$

sous la contrainte d'irréversibilité  $\dot{\phi} \geq 0$ ,  $\phi \in [0, 1]$ , avec  $\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi)$  l'énergie de déformation élastique dans laquelle  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T)$  est le tenseur des déformations linéarisées,  $\mathcal{P}(\mathbf{u}) = \int_{\partial\Omega_F} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} \, dS + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} \, d\Omega$  le travail des efforts extérieurs dans lequel la force surfacique  $\mathbf{F}$  est appliquée sur le bord  $\partial\Omega_F$  et la force volumique  $\mathbf{f}$  est appliquée dans  $\Omega$ . L'énergie de fissure  $\Psi_c(\phi, \nabla\phi)$  s'écrit

$$\Psi_c(\phi, \nabla\phi) = \int_{\Omega} \frac{G_c}{c_w \ell} (w(\phi) + \ell^2 \|\nabla\phi\|^2) \, d\Omega \quad (2)$$

où  $G_c$  est le taux de restitution d'énergie critique correspondant à l'énergie nécessaire à la création d'une fissure,  $\ell$  est la longueur de régularisation correspondant à la largeur de la bande de localisation de l'endommagement,  $c_w$  est un paramètre d'échelle adimensionné (ou constante de normalisation) tel que  $c_w = 4 \int_0^1 \sqrt{w(\phi)} \, d\phi$ , et  $w(\phi)$  est la fonction de fissure géométrique qui est une fonction monotone croissante déterminant la distribution du champ de phase  $\phi$  dans le domaine  $\Omega$  et choisie ici linéaire :  $w(\phi) = \phi$ , conduisant à  $c_w = \frac{8}{3}$ . L'énergie de déformation élastique  $\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi)$  est telle que

$$\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi) = \int_{\Omega} \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi) \, d\Omega = \int_{\Omega} [g(\phi) \psi_0^+(\boldsymbol{\varepsilon}) + \psi_0^-(\boldsymbol{\varepsilon})] \, d\Omega \quad (3)$$

où  $g(\phi)$  est la fonction de dégradation de l'énergie qui est une fonction monotone décroissante généralement définie comme  $g(\phi) = (1 - \phi)^2$  et  $\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi)$  est la fonction de densité d'énergie de déformation élastique endommagée, qui est décomposée en partie positive/négative afin d'éviter la fissuration dans les régions en compression. Il existe différents modèles de décomposition de la densité d'énergie élastique endommagée [8, 9]. Un des modèles les plus utilisés s'appuie sur une décomposition spectrale du tenseur des déformations [4] qui permet d'écrire la densité d'énergie de déformation élastique d'un matériau élastique isotrope (de coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$ ) endommagé à travers le champ de phase  $\phi$  sous la forme

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi) = g(\phi) \left[ \frac{1}{2} \lambda \langle tr(\boldsymbol{\varepsilon}) \rangle_+^2 + \mu \boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+ \right] + \frac{1}{2} \lambda \langle tr(\boldsymbol{\varepsilon}) \rangle_-^2 + \mu \boldsymbol{\varepsilon}^- : \boldsymbol{\varepsilon}^-, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\pm} = \sum_{i=1}^3 \langle \boldsymbol{\varepsilon}^i \rangle_{\pm} \mathbf{v}^i \otimes \mathbf{v}^i \quad (5)$$

avec  $\varepsilon^i$  et  $v^i$  les valeurs propres (déformations principales) et les vecteurs propres normalisés (directions principales de déformation) associés à la décomposition spectrale de  $\varepsilon$  et où  $\langle \cdot \rangle_{\pm}$  désigne les opérateurs en partie positive/négative tels que  $\langle a \rangle_{\pm} = \frac{a \pm |a|}{2}$  pour  $a \in \mathbb{R}$ . La résolution du problème de minimisation de l'énergie  $\mathcal{E}(\mathbf{u}, \phi)$  définie en (1) conduit à la formulation forte du problème aux limites couplé (pour un champ de déplacement  $\mathbf{u}_D$  imposé sur une partie non vide  $\partial\Omega_u$  de la frontière  $\partial\Omega$ ) qui consiste à trouver le champ de phase  $\phi$  et le champ de déplacement  $\mathbf{u}$  vérifiant :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, \phi) = \mathbf{f} & \text{dans } \Omega \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, \phi) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{F} & \text{sur } \partial\Omega_F \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}_D & \text{sur } \partial\Omega_u \\ -\nabla \cdot \left( \frac{2 G_c \ell}{c_w} \nabla \phi \right) = Y(\mathbf{u}, \phi) - \frac{G_c w'(\phi)}{c_w \ell} & \text{dans } \Omega \\ \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{sur } \partial\Omega \\ \phi = 1 & \text{sur } \Gamma \end{cases} \quad (6)$$

où  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire normal à  $\partial\Omega$ ,  $Y(\mathbf{u}, \phi) = -g'(\phi)\psi_0^+(\varepsilon)$  est la force motrice qui pilote l'évolution de la fissure représentée par le champ de phase  $\phi$  et  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, \phi) = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi) = \mathbb{C}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi) : \boldsymbol{\varepsilon}$  est le tenseur des contraintes de Cauchy endommagé avec  $\mathbb{C}(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi)$  le tenseur d'élasticité endommagé. Il existe différentes méthodes de résolution du problème couplé en  $(\mathbf{u}, \phi)$ . Dans ce travail, un algorithme de minimisation alternée (également appelé solveur étagé) [4, 6] a été utilisé et conduit, pour chaque itération de chargement, à la résolution d'un sous-problème d'élasticité linéaire formulé en déplacement et d'un sous-problème de diffusion-réaction formulé en champ de phase.

## 4 Vers la simulation numérique des essais expérimentaux

Simuler les tests mis au point pour quantifier la résistance à la fissuration des traverses en épicea est un problème mécanique qui cumule plusieurs difficultés : anisotropie et hétérogénéité du bois, contact écrou-bois. Concentrer nos efforts sur le formalisme des champs de phase, le "bois" est modélisé comme un matériau élastique isotrope et homogène dans l'exemple présenté. De plus, l'effort de compression est appliqué sur la face supérieure. Néanmoins, cette modélisation simplifiée n'est pas si éloignée du cas test puisqu'elle génère aussi localement des tensions près du trou qui sont de nature à initier des fissures suivant la direction verticale.

Nous nous sommes intéressés à un cas test classique proche de notre essai et disponible dans la littérature [10]. Cet essai permet d'étudier l'initiation et la propagation de fissures dans une structure contenant un trou et soumise à une charge de compression comme schématisée en Figure 2a, de longueur  $L = 15$  mm, de hauteur  $H = 30$  mm et dont le trou a un diamètre  $D = 6$  mm. On se place sous l'hypothèse des déformations planes, le matériau est supposé élastique linéaire isotrope avec un module d'Young  $E = 12$  GPa, un coefficient de Poisson  $\nu = 0,3$ , un taux de restitution d'énergie critique  $G_c = 1,4$  N/m, la longueur de régularisation est choisie comme  $\ell = 0,12$  mm et la taille caractéristique des éléments du maillage  $h$  est définie telle que  $h = \ell/2$ . Des incréments de déplacement en compression suivant la direction verticale  $y$  sont imposés sur le bord supérieur de l'éprouvette, avec  $\Delta u = -8 \cdot 10^{-5}$  mm tant que le champ de phase  $\phi < 0,6$  en tout point du domaine  $\Omega$ , puis  $\Delta u = -2 \cdot 10^{-5}$  mm pour décrire correctement l'initiation et la propagation de fissure.

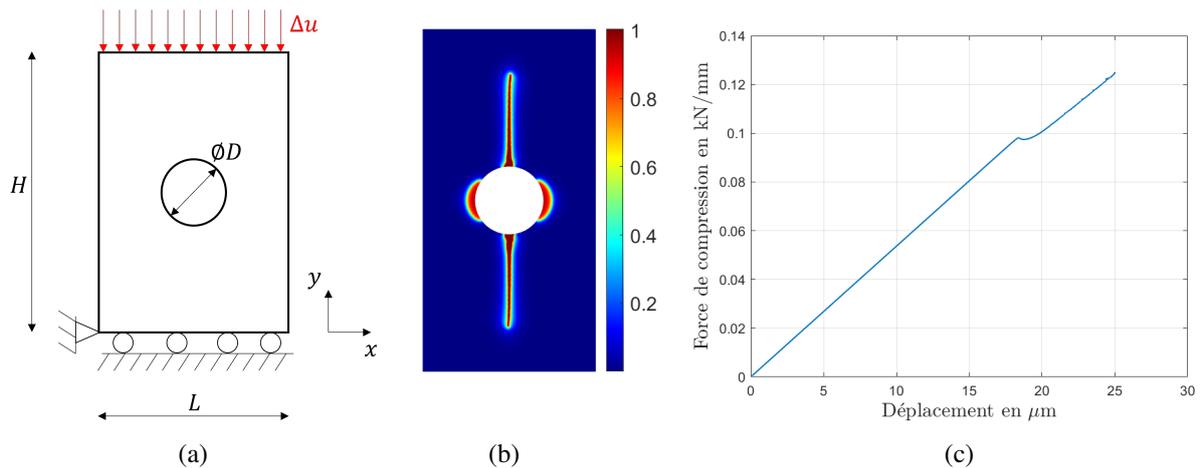


FIGURE 2 – (a) Géométrie et conditions limites, (b) Endommagement obtenu avec la décomposition spectrale sur le tenseur des déformations, (c) Évolution de la force de compressions en fonction du déplacement imposé.

Cette modélisation permet d’obtenir un endommagement qui se propage verticalement lié à la traction suivant la direction horizontale  $x$  au voisinage du trou (voir en Figure 2b). En revanche, il est surprenant d’observer un endommagement dans la zone horizontale en compression suivant  $y$  autour du trou. Cet endommagement remet en cause la décomposition de la densité d’énergie élastique basée sur le tenseur des déformations que nous avons utilisé dans la simulation numérique. Nous réfléchissons actuellement à l’utilisation d’une décomposition sur le champ des contraintes pour simuler les mécanismes de fissuration dans des matériaux isotropes transverses tels que le bois et ainsi comparer la trajectoire des fissures et la courbe force-déplacement obtenu numériquement (voir Figure 2c) avec les résultats expérimentaux en vue d’identifier une distribution de probabilité du taux de restitution d’énergie critique  $G_c$ .

## 5 Conclusion

Dans cette étude, nous avons décrit les résultats expérimentaux obtenus lors d’une collaboration avec l’institut technologique FCBA. La méthode des champs de phase a été implémentée pour simuler numériquement une approximation des mécanismes de rupture par fissuration observés lors d’essais expérimentaux. Simuler les tests mis au point pour quantifier la résistance à la fissuration des traverses en épicea est un problème mécanique qui cumule plusieurs difficultés. En effet, il est notamment nécessaire d’établir une nouvelle décomposition de la densité d’énergie élastique pour les matériaux isotropes transverses. Par la suite, il conviendra de modéliser le chargement appliqué pour la tête de vis. La dispersion observée expérimentalement sur la force critique à rupture sera prise en compte à travers la construction d’un modèle probabiliste ad hoc des paramètres du taux de restitution d’énergie critique  $G_c$  intervenant dans le champ de phase. L’identification des (hyper)paramètres de ce modèle probabiliste sera réalisée par la résolution d’un problème inverse statistique en utilisant les données expérimentales.

## Références

- [1] Luc Chevalier, Florent Pled, Laura Winkler, François Wlinquin, and Eric Launay. A multi-model approach for wooden furniture failure under mechanical load. *submitted to Mechanics & Industry*, Jan 2022.

- [2] H. Makhlof, L. Chevalier, E. Favier, and E. Launay. A stochastic approach for the evaluation of the reliability of wood furniture in an industrial context : managing virtual standardization tests. 17(5) :503, 2016. Number : 5 Publisher : EDP Sciences.
- [3] Blaise Bourdin, Gilles A. Francfort, and Jean-Jacques Marigo. The Variational Approach to Fracture. *Journal of Elasticity*, 91(1) :5–148, April 2008.
- [4] Christian Miehe, Martina Hofacker, and Fabian Welschinger. A phase field model for rate-independent crack propagation : Robust algorithmic implementation based on operator splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(45) :2765–2778, 2010.
- [5] T.T. Nguyen, J. Yvonnet, Q.-Z. Zhu, M. Bornert, and C. Chateau. A phase field method to simulate crack nucleation and propagation in strongly heterogeneous materials from direct imaging of their microstructure. *Engineering Fracture Mechanics*, 139 :18–39, 2015.
- [6] Jian-Ying Wu, Vinh Phu Nguyen, Chi Thanh Nguyen, Danas Sutula, Sina Sinaie, and Stéphane P.A. Bordas. Chapter One - Phase-field modeling of fracture. volume 53 of *Advances in Applied Mechanics*, pages 1–183. Elsevier, 2020.
- [7] G. A. Francfort and J. J. Marigo. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. 46(8) :1319–1342, 1998.
- [8] B. Bourdin, G. A. Francfort, and J-J. Marigo. Numerical experiments in revisited brittle fracture. 48(4) :797–826, 2000.
- [9] Hanen Amor, Jean-Jacques Marigo, and Corrado Maurini. Regularized formulation of the variational brittle fracture with unilateral contact : Numerical experiments. 57(8) :1209–1229, 2009.
- [10] Thanh-Tung Nguyen, Julien Yvonnet, Danièle Waldmann, and Qi-Chang He. Implementation of a new strain split to model unilateral contact within the phase field method. 121(21) :4717–4733, 2020.