



HAL
open science

O modelo desenvolvimentista de Piaget e o uso de jogos na construção das operações aditivas

Anderson Souza Neves, Eliane Santana de Souza Oliveira, Márcia Azevedo Campos, Luiz Marcio Santos Farias

► To cite this version:

Anderson Souza Neves, Eliane Santana de Souza Oliveira, Márcia Azevedo Campos, Luiz Marcio Santos Farias. O modelo desenvolvimentista de Piaget e o uso de jogos na construção das operações aditivas. FENÔMENOS DE APRENDIZAGEM: princípios ativos para o ensino de ciências e matemática, 2021. hal-03750201

HAL Id: hal-03750201

<https://hal.science/hal-03750201>

Submitted on 11 Aug 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

O modelo desenvolvimentista de Piaget e o uso de jogos na construção das operações aditivas

Anderson Souza Neves¹

Eliane Santana de Souza Oliveira²

Márcia Azevedo Campos³

Luiz Márcio Santos Farias⁴

Resumo

Nesse artigo apresentamos a importância da construção do número para a elaboração da estrutura das operações aditivas no conjunto dos números naturais. Os documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular e o Documento Curricular Referencial da Bahia para educação infantil e ensino fundamental apontam que as operações aditivas são essenciais para o ensino da matemática uma vez que alicerçam outros saberes matemáticos, em especial, no 7º ano, os estudantes já devem ter compreensão desse saber. Nesse contexto, resolvemos investigar como os estudantes, dessa modalidade do ensino, utilizam seus conhecimentos matemáticos para resolver o jogo Quadrados Mágicos. Para tanto, utilizamos elementos do modelo desenvolvimentista proposto por Piaget fundamentado na Teoria da Aprendizagem de base cognitiva para identificar e analisar os fenômenos de aprendizagem da *assimilação* e *acomodação* que sustentam a *reequilibração* que integram o fenômeno da *adaptação*. Essa investigação foi de natureza qualitativa numa perspectiva intervencionista e naturalista com a produção de dados internos e externos a classe. Através da análise do jogo foi possível identificar os fenômenos e a relação desses com os estágios de inteligência proposto por Piaget. Os resultados evidenciaram que os estudantes têm dificuldades em mobilizar o raciocínio lógico relativo aos objetos matemáticos acerca da axiomática hipotético-dedutiva e, dessa forma, elegem o empirismo por meio dos conhecimentos do senso comum no processo de construção dos seus respectivos conhecimentos.

Palavras-chaves: Modelo de desenvolvimento cognitivo. Fenômenos da aprendizagem. Operações aditivas.

1. Introdução

O número é um conceito fundamental à matemática, que foi construído e estruturado ao longo da história. Há mais de 10.000 anos o homem já era capaz de fazer a contagem, segundo

¹ Mestre em Ensino, Filosofia e História das Ciências - UFBA. Professor da Licenciatura em Matemática à distância pela UFBA, das redes de ensino do estado da Bahia e do município de Salvador. andersonsneves@gmail.com

² Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências - UFBA. Professora Assistente da área de Educação Matemática do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana. essoliveira@uefs.br

³ Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências - UFBA. Professora do Ensino Básico e Superior na área de Matemática. azevedoxu@gmail.com

⁴ Doutor em Didática das Ciências e Matemática - UM2-França. Professor Adjunto do Instituto de Humanidades, Artes e Ciências Prof. Milton Santos (IHAC) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS. Coordenador do Núcleo Interdisciplinar de Pesquisa, Ensino e Didática das Ciências, Matemática e Tecnologias - NIPEDICMT. lmfarias@ufba.br

algumas evidências arqueológicas, devido ao avanço das atividades humanas, em especial, da pecuária (EVES, 2004).

Nesse contexto, o número e a matemática foram sendo desenvolvidos tanto para atender as atividades práticas das civilizações quanto àquelas intrínsecas à matemática e as ciências. Mas foi o processo de contar objetos que deu origem ao número natural e todas as civilizações desenvolveram alguma forma de linguagem escrita para aprimorar os símbolos e os relacionarem aos números naturais e suas operações (EVES, 2004; CARAÇA, 1951).

O ser humano foi avançando em suas descobertas, simultaneamente, minimizando a dependência de objetos para fazer a contagem uma vez que era necessário realizar cálculos cada vez mais complexos. Assim, a compreensão dos números naturais desempenha um papel vital na matemática tanto por mostrar o conjunto de técnicas de algoritmos, realização de cálculos, a prova real nas operações fundamentais, dentre outros, quanto pela relevância social desse saber para a formação da cidadania (BRASIL, 1998, 2017; BAHIA, 2020).

Durante a formação do cidadão, podemos evidenciar as dificuldades apresentadas pelos estudantes relativas às operações aditivas quando observamos as avaliações de larga escala como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - Pisa e o Sistema de Avaliação da Educação Básica - Saeb, por meio da Provinha Brasil - PB, que apresentaram resultados insatisfatórios (OCDE, 2016), uma vez que há indícios que os estudantes só resolvem problemas com informações evidentes que envolvem operações básicas por meio de técnicas, em geral, do senso comum (OCDE, 2015).

Diante dessa conjuntura, é fundamental rever alguns procedimentos no ensino visto que no documento elaborado pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), instituição de referência normativa no domínio das tendências curriculares internacionais, denominado Princípios e Normas para a Matemática Escolar (APM, 2008, p. 34) indica que “a compreensão dos números e das operações, o desenvolvimento do sentido do número e a aquisição de destreza no cálculo aritmético constituem o cerne da Educação Matemática [...]”.

Uma das ações, no Brasil, a nível nacional, como contestação à essas dificuldades apresentadas pelos estudantes foi a elaboração da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) e a nível regional o Documento Curricular Referencial da Bahia para educação infantil e ensino fundamental – OCEB (BAHIA, 2020). Estes documentos têm um caráter normativo que indica as competências e habilidades que os estudantes devem desenvolver e adquirir durante o estudo do campo da Aritmética, em particular, para o tema de Números e operações que são noções fundamentais da Matemática. E para o avanço dos conhecimentos

dos estudantes, é importante propor atividades que enfatizem registros, usos, significados e operações com argumentação e avaliação dos procedimentos e resultados encontrados (BRASIL, 2017; BAHIA, 2020).

Nesse contexto, os jogos podem ser atividades propostas para a sala de aula visto que são atividades lúdicas inerentes ao ser humano (HUIZINGA, 2012; CAILLOIS, 1990), e neste sentido, consideramos o jogo em duas perspectivas: a primeira de fundamentar, compreender e interpretar os fenômenos da aprendizagem, em um momento que se constata que ensino de conceitos matemáticos tem sido cada vez mais complexo, uma vez que os estudantes têm apresentado diversas dificuldades na resolução de atividades em aulas de matemática. Já a segunda, de proporcionar ao estudante a mobilização dos conhecimentos matemáticos, com a finalidade de verificar a apropriação desse saber matemático já desenvolvido, favorecendo a aprendizagem.

Nesse percurso, a escolha do tipo de jogo deve ser bastante criteriosa, evitando cenários em que em uma aula de matemática de “jogo pelo jogo”, ou seja, a utilização da aula de matemática para jogar sem objetivos matemáticos. Assim, os jogos selecionados pelo professor devem estimular alguns conhecimentos prévios adquiridos pelos estudantes, já que a aprendizagem dos conhecimentos pelo estudante não segue uma ordem determinada (NEVES, 2011).

Partindo desse contexto, os estudantes têm a possibilidade de adquirir autoconfiança, incentivados a elaborar, analisar e verificar suas hipóteses, organizar e estruturar o conhecimento adquirido. Dessa forma, a participação do estudante é fundamental na construção do próprio saber.

Na OCEB (BAHIA, 2020), encontramos que cada estudante deve ser sujeito de seu processo de aprendizagem, enquanto o professor deve ser o mediador na interação dos estudantes com os objetos de conhecimento, o processo de aprendizagem compreende também a interação dos estudantes entre si, essencial à socialização.

2. A Epistemologia do Modelo Desenvolvimentista Piagetiano

As teorias de aprendizagem emergem da discussão na Psicologia a respeito de um estudo do desenvolvimento humano sob três aspectos: motor, afetivo e cognitivo. Nesse sentido, a teoria cognitiva aborda o estudo da consciência (mente) e das inteligências por meios das representações mentais e dos processos centrais do sujeito, ambos dificilmente observáveis (MOREIRA, 1999). Diante disso, entendemos a necessidade de compreender o que/quem é o

sujeito. Nesse sentido, adotamos a proposta de Becker (1999, p. 74) que considera o sujeito como

o centro ativo, operativo, de decisão, de iniciativa, cognitivo, de tomada de consciência, simultaneamente coordenador e diferenciador, que é capaz de aumentar sua capacidade extraindo das próprias ações ou operações novas possibilidades para suas dimensões ou capacidades.

Já o indivíduo entendemos como um sujeito incorporado historicamente a uma cultura (científica, social, etc.) em um meio (físico, geográfico, matemático, linguístico, etc.). O meio é considerado em duas perspectivas: meio físico e social. O primeiro⁵ entendemos como um espaço que acomoda todos os outros meios, sustentando e fornecendo condições para que haja o desenvolvimento de todos os outros meios (SANTOS, 200?). Já o segundo, de acordo com Weller e Pfaff (2012) compreendemos como um espaço onde surgem fatos sociais que são representados pelas ações dos indivíduos. Exemplificamos essas duas perspectivas quando um indivíduo estuda em uma classe numa mesa com outros colegas ou em casa em sua mesa individual. Há uma reflexão sobre o estudo coletivo (meio social) e o local de estudo (meio físico). A forma como é organizada o ensino pode influenciar na aprendizagem dos estudantes.

Nesse sentido, o sujeito supracitado é cognitivo, ou seja, que tem a capacidade de passar de um conhecimento para outro; de um conhecimento mais simples a outro mais complexo; de uma ação prática que busca êxito a uma pergunta que mira a verdade, a explicação, a razão, a compreensão, o porquê.” (WELLER, PFAFF, 2012, p. 76). Nessa perspectiva entendemos que a presença ativa do sujeito diante do saber é primordial uma vez que o sujeito precisa “agir sobre o objeto para transformá-lo” (PIAGET, SZEMINSKA, 1975).

Diante desse contexto, inferimos que o construtivismo⁶ foi elaborado no intuito de comparar a construção do conhecimento a construção civil, que deve ter materiais próprios e ações de pessoas, em suas respectivas áreas do conhecimento, para que uma construção seja realizada. Dessa forma Piaget explicou o caminho de aprendizagem uma vez que o sujeito tem potencialidades e características próprias, alicerçadas pelo meio que devem ser efetivadas.

Para evocar essas potencialidades, o professor deve criar condições, promover ações e instigar os estudantes no intuito de promover a aprendizagem, como indica Coll (2009) ao

⁵ Definição dada no dicionário informal. Disponível em: < <https://www.dicionarioinformal.com.br/meio%20f%C3%ADsico/>>. Acesso em 30 set. 2020.

⁶ Termo elaborado por Piaget no intuito de comparar a construção do conhecimento a construção civil, que deve ter materiais próprios e ações de pessoas, em suas respectivas áreas do conhecimento, para que uma construção seja realizada.

propor que o conhecimento deve ser estruturado em uma atividade que organize e integre os conhecimentos já adquiridos pelos estudantes, ou seja, é fundamental que o professor elabore um planejamento *a priori* robusto que considere a epistemologia do saber (operação aditiva), as demandas da turma (aspectos culturais e sociais prévios) e propor desafios que permitam diversas ações que promovam a aprendizagem. Neste sentido, o conhecimento não é incorporado pelo sujeito, mas fruto da ação deste no meio.

Nessa acepção, Piaget define a inteligência como a *adaptação* que tem como característica o *(re)equilíbrio* entre o organismo (organização interna) e o meio (adaptação) resultado da interação entre fenômeno do processo de *assimilação* e *acomodação*. Essa interação é considerada o coração da aprendizagem.

O fenômeno de *assimilação* consiste em uma mudança quantitativa no sujeito mediante a incorporação de elementos que dispostos no meio para as suas estruturas mentais já existentes, o que implica no seu desenvolvimento intelectual. O processo de aprendizagem é observado por meio da assimilação mental de fatos, fenômenos e relações do mundo, da natureza e da sociedade, por meio do estudo da Matemática e outras áreas das ciências.

Já o fenômeno de *acomodação* consiste em uma mudança qualitativa na estrutura intelectual do sujeito pelas quais se adapta ao meio no intuito de se criar novas estruturas ou alterar as já existentes em função das características de novas situações. Nessa perspectiva, Mizukami (1986) acrescenta que a aquisição do conhecimento cognitivo ocorre quando uma nova informação é assimilada as estruturas mentais já existentes, que ao fazer esta acomodação, modifica-se permitindo um processo contínuo dos mecanismos internos. Moreira (1999, p. 100) afirma que durante o processo de aprendizagem “não há acomodação sem assimilação, pois a acomodação é a reestruturação da assimilação”.

A *adaptação* é caracterizada pela ação simultânea desses dois fenômenos, a *assimilação* e *acomodação*, que combinados formam esquemas mais complexos, ou seja, as estruturas do conhecimento. Nessa dialética entre assimilação e acomodação há a reorganização e possível complexificação dos esquemas iniciais no intuito de equilibrar as ações, que caracterizam o fenômeno de *equilíbrio*. Este fenômeno representa o equilíbrio entre a assimilação e acomodação.

Diante disso, experiências acomodadas podem originar novos esquemas de assimilação e um novo estado de equilíbrio é atingido, e, por conseguinte, novas experiências não

assimiláveis deverão levar o sujeito às novas acomodações e aos novos equilíbrios (adaptações) cognitivos (MOREIRA, 1999). Esses processos podem ser visualizados na Figura 1.

Figura 1 – Fenômeno de adaptação e equilibração proposto por Piaget.



Fonte: Os autores

A partir das convicções apresentadas na Figura 1, e das implicações descritas por Moreira (1999, p. 101), entendemos a inteligência como um “conjunto de esquemas que se aplicam a realidade”. Nos diversos trabalhos de Piaget aparece-nos que o desenvolvimento da inteligência pode ser compreendido como um processo contínuo, e que os possíveis avanços no desenvolvimento intelectual são gradativos e, conseqüentemente e da mesma forma, os esquemas são construídos ou modificados de forma gradual. Esse avanço cognitivo pode ser analisado em estágios ou etapas, proposto por Ferracioli (1999 *apud*. PIAGET, 1967, 1983) e que podem ser representadas conforme o Quadro 1.

Quadro 1 – Os estágios de desenvolvimento das estruturas de inteligência por faixa etária proposto por Piaget.

| ESTÁGIO | FAIXA ETÁRIA (aproximada) |
|--|---------------------------|
| Inteligência sensório motor | Até 2 anos de idade |
| Inteligência simbólica ou pré-operatória | De 2 a 7,8 anos |
| Inteligência operatória concreta | De 7,8 anos a 11, 12 anos |
| Inteligência operatória formal | A partir de 12 anos |

Fonte: Ferracioli (1999).

Esses estágios podem definir então o avanço cognitivo do sujeito, sendo que,

cada estágio é caracterizado pelas estruturas originais que diferem das estruturas anteriores pela natureza de suas coordenações e pela extensão do campo de aplicação. Essas estruturas correspondem a características momentâneas que são alteradas pelo desenvolvimento subsequente[...] (FERRACIOLI, 1999, p. 8).

Dessa forma, caracterizamos a primeira forma de inteligência como uma estrutura sensório-motora, pelo comportamento do sujeito basicamente motor, ou seja, o sujeito coordena e integra as informações que recebe pelos sentidos, restrito à sua realidade, visto que ele não pensa conceitualmente, e não há lógica. Mas, ressaltamos que há o prelúdio da elaboração de um conjunto de (sub)estruturas cognitivas (ou esquemas de assimilação) que servirão de alicerce futuramente para a construção de (novas) estruturas.

O estágio da inteligência simbólica ou pré-operatória, caracteriza-se pela representação de objetos ou acontecimentos, o que possibilita o desenvolvimento da linguagem (e outros símbolos). Ferracioli (1999, p. 8) acrescenta que é partir dessa inteligência que “[...] há o desenvolvimento de um pensamento simbólico e pré-conceitual e, em seguida, pelo pensamento intuitivo, em progressivas articulações, conduzem ao limiar das operações”, ou seja, ações internalizadas. O raciocínio (pré-lógico ou semiológico) que o sujeito adquire, por meio da ação, possibilitará aprender a fazer em pensamentos.

No período das operações concretas, revela-se as articulações das intuições materializando-se em operações, ou seja, classificação e ordenamento dos números, correspondência entre objetos e números, além de “[...] se observar o surgimento das noções de tempo, causalidade, conservação, entre outras” (FERRACIOLI, 1999, p. 8), ou seja, nas propostas deste autor, “o pensamento ainda conserva seus vínculos com o mundo real, isto é, as operações se prendem às experiências concretas, não envolvendo operações de lógica de proposições” (*ibid*, p. 8). Nesse sentido, entendemos que o sujeito concebe novas modificações e desenvolve habilidades de utilizar o pensamento lógico a problemas concretos.

Já no estágio das operações formais, as estruturas cognitivas alcançam seu nível mais elevado de desenvolvimento; os sujeitos tornam-se capazes de aplicar o raciocínio lógico a todas as classes de problemas, e aplicam não mais aos objetos presentes, mas aos objetos ausentes e hipotéticos.

O espaço das estruturas mentais do sujeito alcança a independência do mundo real, seu modo de raciocinar deixa de se basear apenas em realidades observáveis e objetos. Este é um processo coerente de sucessivas mudanças qualitativas das estruturas cognitivas, permitindo a construção de reflexões, teorias e premissas do pensamento hipotético-dedutivo.

2.1 Os propósitos do modelo desenvolvimentista no ensino e na aprendizagem

O ensino em uma concepção cognitivista, de acordo com as propostas de Piaget, deve ser desenvolvido priorizando a inteligência, *a priori*, por meio de atividades em que o sujeito deva estar inserido uma situação social.

Diante disso, o professor tem a atribuição de propor atividades que privilegiem condições que estabeleçam nos estudantes a reciprocidade intelectual e cooperação, no intuito do trabalho coletivo em busca de respostas para as atividades, e simultaneamente, autonomia moral e intelectual com o propósito de tomar as decisões certas para o bem coletivo diante das propostas levantadas por si (KAMII, 1995). Essas atividades devem proporcionar aos estudantes desequilíbrios, diante dos desafios, revisar conhecimentos matemáticos já adquiridos (KAMII e DECLARK, 1990; KAMII e LIVINGSTON, 1995; KAMII e HOUSMAN, 2002), uma vez que o processo de resolução dessas atividades deve ficar a cargo dos estudantes e sua autonomia intelectual.

Diante desse contexto, cabe ao professor assumir o papel de mediador e orientador do estudo favorecendo a autonomia e o autocontrole aos estudantes. Mas, para isso, é essencial que o professor tenha uma certa convivência com os estudantes enriquecendo as observações relativos aos comportamentos, diálogos, conjecturas, dentre outros, na finalidade de auxiliar o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem.

No processo de aprendizagem, o estudante deve ser ativo e observador já que a aprendizagem ocorre com base no método empírico, em tentativas e erros, no processo de experimentar, levantar hipóteses, comparar e/ou relacionar, analisar e argumentar através de pesquisas eliminando as fórmulas, nomenclaturas, definições (e outros) prontas.

Sendo assim, o professor deve considerar, durante o processo avaliativo do estudante, as noções, relações e aplicações, bem como a modelização apresentada nas atividades propostas. A aprendizagem é verificada quando o estudante elabora o seu próprio conhecimento.

3. Fenômenos de Aprendizagem nas Estruturas Aditivas

A ideia de número foi construída e estruturada ao longo da história desde técnicas primitivas, como pinturas rupestres, as técnicas atuais, como as representações numéricas hindu-arábicas. Caraça (1951, p. 7) apontou que “a necessidade de contar começou com o

desenvolvimento das atividades humanas, em particular, quando foi necessário a ideia de correspondência biunívoca”.

O trabalho de Teixeira (2019) reforça essa concepção sobre a importância da contagem como primeira ferramenta matemática cultural aprendida pelas crianças e que a observação dos princípios de contagem é essencial para a aprender a contar como também compreender as regularidades desse sistema de contagem e o uso dos números em diferentes situações seja para quantificar unidades ou conjuntos.

O processo de contagem pressupõe o conhecimento da sequência numérica, ou seja, a percepção de comparação entre objetos. Esse processo torna a noção de quantidade mais precisa, aproxima-se da definição de contagem, que partiu de noções do senso comum para uma rigorosa teoria axiomático-dedutiva, enunciada por meio da construção do conjunto dos números naturais.

Entendemos por conjunto como uma coleção de objetos de mesma natureza. Sendo assim, o conjunto dos números naturais permite-nos organizar os conceitos e propriedades relevantes desses números numa estrutura lógica bem definida, permitindo a compreensão de suas propriedades e aplicações tanto para a matemática quanto para as demais áreas das ciências.

A estrutura do Conjunto dos Números Naturais está alicerçada pela Teoria dos Números, em especial, iniciada pelas propostas de *Giussepe Peano* (1858-1932), a partir da construção dos *axiomas de Peano*, que auxiliaram a definição da operação aditiva, proposta por Lima (1992). Esses autores propõe essa estrutura aditiva da seguinte forma:

Sejam dois números $m, n \in \mathbb{N}$ (naturais);

A adição é definida por: $m + n = \begin{cases} m + 1 = s(m) \\ m + s(n) = s(m + n) \end{cases}$, sendo $s(m)$ o sucessor do

número m . Por exemplo, caso $m = 1$, $m + 1 = s(m) \Leftrightarrow s(m) = m + 1 \Rightarrow s(1) = 1 + 1 = 2$. Logo o sucessor de 1 é 2.

A partir dessa definição, inferimos as seguintes propriedades da adição, sendo $m, n, p \in \mathbb{N}$, temos:

$$A_1: m + (n + p) = (m + n) + p \quad (\text{Associatividade})$$

$$A_2: m + n = n + m \quad (\text{Comutatividade})$$

A₃: $m + n = m + p \Rightarrow n = p$ (Lei do corte ou Lei do cancelamento aditivo)

A₄: Para qualquer $m, n \in \mathbb{N}$, temos as seguintes condições:
$$\begin{cases} m = n \\ \exists p \in \mathbb{N}; m = n + p \\ \exists p \in \mathbb{N}; n = m + p \end{cases}$$

(tricotomia)

A₅: $m + n = n + m = m \Rightarrow n = 0$ (Lei do Elemento Neutro)

A definição e as propriedades da operação aditiva supracitadas foram utilizadas na atividade de investigação com os estudantes. Essa pesquisa, na qual foi proposta este trabalho, é de natureza qualitativa, uma vez que esta modalidade de pesquisa está na

[...] preponderância dos processos indutivos, a predominância de dados descritivos, a ênfase ao processo em detrimento do produto, a necessidade de questões geradoras e regras bem definidas de ação para a análise dos dados coletados, critérios de avaliação públicos, discutidos e acordados pela comunidade, e a responsabilidade do pesquisador em relação à sua pesquisa [...] definida em um contexto teórico-metodológico qualquer” (GUARNICA, 2001, p.8-9)

A investigação, por meio de intervenções, iniciou com a apresentação do jogo quadrados Mágicos (de ordem 3), ou seja, um quadrado que possui 3 linhas e 3 colunas contendo nove partes (espaços) iguais, em forma de quadrados como no Quadro 2. A atividade consiste em preencher esses espaços com os números de 1 à 9, sem repeti-los, de tal forma que a soma dos elementos de cada linha, coluna ou diagonais seja sempre igual. Esse valor é chamado de constante mágica que consideramos com um dos elementos principais dessa atividade.

Quadro 2 – Quadrado Mágico de ordem 3.

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |

Fonte: Os autores

Durante a análise *a priori* da atividade, observamos que a soma de todos os números a serem inseridos deverá ser dividido por 3 (a ordem do quadrado) e este número deverá ser colocado no centro do quadrado maior (ou quadrado menor localizado no centro); os números a serem colocados nos cantos (ou quadrados menores que estão localizados nas “pontas”) do

quadrado maior deverão ser pares, já que o centro é ímpar e o último número a ser colocado deverá ser o número que está localizado no centro adicionado do número 4.

Assim, têm-se que:

$$\text{Primeira linha: } 4 + 9 + 2 = 15;$$

$$\text{Segunda linha: } 3 + 5 + 7 = 15;$$

$$\text{Terceira linha: } 8 + 1 + 6 = 15;$$

$$\text{Primeira coluna: } 4 + 3 + 8 = 15;$$

$$\text{Segunda coluna: } 9 + 5 + 1 = 15;$$

$$\text{Terceira coluna: } 2 + 7 + 6 = 15;$$

$$\text{Uma diagonal: } 4 + 5 + 6 = 15;$$

$$\text{Outra diagonal: } 2 + 5 + 8 = 15.$$

Assim, há uma pequena formalização matemática para fundamentar as informações supracitadas. Para isto, consideramos os quadrados do tabuleiro numerados no Quadro .

Quadro 3 - Quadrado enumerado com as possibilidades de disposição dos números.

| | | |
|-------|-------|-------|
| A_1 | A_2 | A_3 |
| A_4 | A_5 | A_6 |
| A_7 | A_8 | A_9 |

Fonte: Os autores

Observe que:

$$A_1 + A_5 + A_9 = 15$$

$$A_3 + A_5 + A_7 = 15$$

$$A_2 + A_5 + A_8 = 15$$

$$A_4 + A_5 + A_6 = 15$$

Somando esses termos têm-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_9 + 3A_5 = 60$$

$$45 + 3A_5 = 60$$

$$3A_5 = 15$$

$$A_5 = 5$$

A partir dessa formulação, o estudante consegue validar sua estratégia, devendo ser institucionalizada pelo professor. Mas, ressaltamos que para os estudantes elaborarem essa estratégia, eles devem ter se apropriado de elementos da Aritmética Elementar, como o conjunto de conhecimentos sobre operações aditivas.

Após a apresentação do jogo, iniciou-se a produção de dados que foi caracterizada numa perspectiva clínica, que permite a análise sob duas perspectivas: a primeira é alusiva ao *levantamento* de dados “naturais”, por meio de uma *observação naturalista*, uma vez que ocorreu em seu ambiente natural, a sala de aula. A segunda perspectiva é tocante à produção de dados causada pela criação de uma “natureza artificial”, em que o professor *produz* os dados que ele mesmo coletará por meio da descrição e interpretações, tanto das várias perspectivas dos estudantes participantes quanto das variações das análises.

Diante do exposto, a nossa investigação foi realizada no 7º ano do ensino fundamental, uma escola da rede de ensino do estado da Bahia, com crianças de 12 anos, considerando a idade série prevista conforme a Lei nº 11.274/2006. (BRASIL, 2006). Durante a atividade, os estudantes foram organizados em dez grupos de quatro estudantes. Dessa forma os estudantes poderiam promover o trabalho cooperativo e, simultaneamente, a autonomia moral e intelectual.

3.1 Análise dos fenômenos de aprendizagem nas estruturas aditivas

A aplicação do jogo Quadrados Mágicos foi iniciada pelos professores com a apresentação desse jogo e suas regras. Todos os estudantes aceitaram participar da atividade de investigação (*evento novo*).

No primeiro momento, o jogo caracterizou-se pela familiarização dos estudantes com o jogo. Os professores passaram em cada mesa e solicitaram o registro de possíveis cálculos e das estratégias construídas por eles uma vez que durante a realização da atividade foram realizados registros das observações visuais e verbais, anotação dos raciocínios observados, interferências nos grupos na resolução da atividade e intervenção dos professores auxiliando

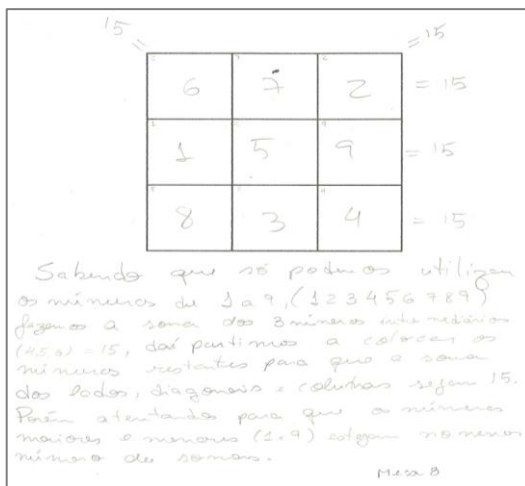
estudantes de cada grupo. Alguns estudantes já conheciam o jogo, como na situação anterior, mas nunca haviam registrado e formalizado uma estratégia para finalizá-lo.

No início da atividade, todos os grupos optaram por resolver a atividade preenchendo os quadrados aleatoriamente, adotando como o método empírico. Esse procedimento já era esperado, pois os estudantes estão vendo uma situação nova uma vez que os professores não apresentaram qualquer objeto do saber relacionado a atividade.

Entendemos, neste momento, o fenômeno da *assimilação*, visto que os estudantes devem mobilizar conhecimentos anteriores para resolver a atividade, ou seja, momentos de *desequilíbrio e ação*. Dessa forma, ao utilizar essa estratégia, os professores observaram que esses grupos usaram como saber matemático a operação de adição. Neste momento, evidenciamos o *reequilíbrio* por meio da mobilização da operação de adição, uma *nova estrutura*.

Sendo assim, iniciamos a análise pelo grupo G₈ que conseguiu construir uma estratégia. Esse grupo tomou como referência os números centrais 4, 5 e 6 em relação aos números dispostos (1 à 9), que somados resulta em 15. Foi dessa forma que eles determinaram a constante mágica. E depois, somaram os números restantes, de forma que os números 1 e 9 deveriam estar na mesma linha ou mesma coluna, conforme a Figura 2. O G₈ descreveu a seguinte estratégia: “Sabendo que só podemos utilizar os números de 1 à 9, fazemos a soma dos três números intermediários (4, 5, 6)=15, daí partimos a colocar os números restantes para que a soma dos lados, diagonais ou colunas sejam 15. Porém atentamos para que os números maiores e menores (1 e 9) estejam no mesmo número de somas”.

Figura 2 - Estratégia desenvolvida pelo grupo G₈.



Fonte: Os autores

Fizemos um recorte da transcrição das estratégias registradas que será apresentada, neste trabalho, apenas para o G₈, logo abaixo:

I₄: Pessoal, devemos fazer todas as somas possíveis para que sejam sempre iguais para esses números. Vocês não acham que esse é o caminho?

I₁: Acho que não, se não vamos passar o tempo todo e não vamos conseguir.

I₃: Gente, vamos pegar os números 4, 5 e 6, os números centrais. Observem que $4 + 5 + 6 = 15$.

I₄: Pode ser. Vou apoiar a sua ideia.

Observamos, nesse período, o fenômeno da *assimilação* dos integrantes do G₈ acerca do trabalho *cooperativo* e da *autonomia intelectual* ao elaborar hipóteses e avaliá-las. O mesmo estudante continua:

I₄: Mas e os demais números?

I₂: Se tenho $4+5+6=15$, sobram 1, 2, 3, 7, 8 e 9 para fazer as outras somas. O 9 só pode ser somado com 1, se não a soma passa de 15. Então, $9+1=10$ para 15 sobra o 5. Já temos outra. Será que o 8 soma com 2, para seguir essa ordem?

I₃: Eu já estou ficando impaciente.

I₄: Não dá. $8+2=10$, faltando 5 para completar os 15. Mas o 5 já foi utilizado. Então não pode.

I₁: Pode sim ser utilizado se o 5 estiver no centro. Podendo ter $9+1+5=15$, $2+8+5=15$. Mas aí faltariam 2, 3 e 7, cuja a soma daria 12. Então tá errado.

I₃: Bom, bota o 5 no centro e o 9 e o 1 na linha do centro. Bota o 8, 3 e 4 na linha de baixo. Falta apenas 2, 6 e 7 na linha de cima. Pronto!

I₄: É, agora a soma das linhas, colunas e diagonais resulta em 15. Legal!

Agora observamos o fenômeno de *acomodação*, por meio da *reequilibração*. Durante a elaboração da estratégia, o trabalho *cooperativo* foi fundamental para avaliarem e validarem as hipóteses levantadas por eles.

O G₅, usou a mesma estratégia inicial do G₈, e depois distribuiu o restante dos números. como pode ser visto na seguinte descrição “Atribuir os valores intermediários (4, 5 e 6) na diagonal, percebendo que a soma era 15 e distribuir os números afim de colocá-los na posição pedida no enunciado”. Assim como nos manuscritos do G₈, percebemos o fenômeno de *adaptação* desses integrantes.

O G₇ usou como referência os números 1 e 9, ou seja, os números iniciais e finais dessa seqüência (de números), afirmando que esses números deveriam ter ficado na mesma linha, exceto no quadrinho central. Assim, os demais números foram agrupados em conformidade com o método empírico, devido as rasuras apresentadas nas respostas iniciais. A estratégia descrita pelo grupo foi: “O número 9 e o número 1 tinham que ficar na mesma linha e em uma

posição que não interferisse em muitas somas, pois são valores extremos. O restante dos números foi colocado na sorte”.

Já os integrantes do grupo G_{10} afirmaram ter iniciado a resolução da atividade adotando a estratégia do método empírico. Após algum tempo, eles foram escrevendo diversas operações de adição, analisando-as, por exemplo, $7+4$ era impossível, uma vez que haveria necessidade de outro número 4, e não poderia repeti-lo, para a soma resultar em 15. O tabuleiro influenciou bastante, já que este grupo teve diversas possibilidades de determinar esses valores, diferentemente, dos grupos citados anteriormente. A influência do meio foi essencial para que os estudantes mudassem de estratégia. A estratégia desenvolvida desse grupo foi a seguinte: “O método escolhido inicialmente foi por tentativas, após algumas dessas descobri que o número 7 não poderia se alinhar com o número 4, pois a soma precisaria de outro número 4 para somar 15”.

O grupo G_6 , adotou como técnica, primeiramente, a escolha dos números a serem agrupados nos quadrinhos, de um suposto ‘vértice do quadrado’. Logo depois, aplicou como técnica combinação entre os restantes dos números. Vale ressaltar que esse grupo também rasurou a atividade. A estratégia desenvolvida pelo grupo G_6 foi a seguinte: “Estabelecer os valores extremos e o médio que determina uma melhor combinação entre os números para se chegar a uma soma constante. Sendo assim a soma é sempre 15. A partir daí fui testando as combinações possíveis”.

O grupo G_1 , escolheu o 5 como elemento central entre os números de 1 a 9 e o colocou no quadrinho do meio e foi completando os demais quadrados com os outros números por empirismo.

Os integrantes do grupo G_1 , G_6 , G_7 e G_{10} *assimilaram* a proposta da atividade revisitando as estruturas mentais já incorporadas, agindo e criando novas estruturas. Mas o fenômeno de *acomodação* não se deu por completo, visto que o processo de reequilíbrio dos estudantes desses grupos priorizaram o conhecimento do senso comum em virtude das operações aditivas.

Já os grupos G_2 , G_4 e G_9 adotaram o empirismo como estratégia sem mobilizar os conhecimentos matemáticos. Diante disso, entendemos que os estudantes utilizaram apenas o conhecimento do senso comum, ou seja, observamos apenas o fenômeno da *assimilação* sem o processo de *reequilíbrio* já que os estudantes não utilizaram elementos da operação aditiva em suas estratégias.

É importante ressaltar que apenas o G₃ não construiu a estratégia, ou seja, não conseguiram *assimilar* (usar conhecimentos já adquiridos no para agir sobre o problema - o desequilíbrio), apesar da intervenção dos professores auxiliando esse grupo na identificação da atividade. Além disso, nenhum grupo conseguiu explicar corretamente o porquê do valor da constante (soma de três números dos pequenos quadrados) ser igual a 15. Entendemos que esses estudantes ainda não possuem uma *autonomia intelectual* para a *Inteligência operatória formal*.

4. Análise dos Possíveis Pontos Fortes e Fracos Decorrentes da Escolha Teórica

Os pontos fortes que encontramos foram os momentos de interação entre os participantes durante a atividade de investigação. Isso foi possível devido um planejamento prévio (*a priori*) de como os estudantes deveriam portar-se, matematicamente, diante de um *evento novo*. Também foi possível identificar os momentos em que os fenômenos de *assimilação* e *acomodação* foram emergindo das interações entre os estudantes de cada grupo, mesmo reconhecendo que o fenômeno de *adaptação* não se deu por completo devido a falta de reequilíbrio das aprendizagens dos estudantes.

A teoria apresenta um aspecto assertivo em evidenciar as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos estudantes, que por meio de atividades que desenvolvam esses fenômenos, pode ser um exímio recurso para elencar novas propostas de ensino, e assim, retificar distorções.

As dificuldades dos estudantes na construção das estratégias matemáticas podem ser reveladas por meio da instabilidade do comportamento em função do contexto social, do tipo de materiais ofertados e das interações entre os estudantes, e deste com os professores. Essa instabilidade também pode ser observada quando o estudante não apresenta um estágio de inteligência de acordo como a sua idade, ou seja, as crianças dessas turmas ainda estão no estágio de inteligência operatória formal uma vez que ainda tem muitas dificuldades de se desprender do mundo real.

Evidenciamos isso ao observar a falta de elaboração de uma formulação das estratégias. No sentido ao avanço desses estágios, as mudanças propostas por Piaget podem não ter levado em consideração alguns atributos qualitativos quanto aos processos de mudança de estágios e das competências adquiridas, diante do avanço no mundo.

5. Opções para Corrigir ou Realinhar as Fragilidades Identificadas

Uma fragilidade considerada foi o papel do meio, relegado a um plano secundário, durante o processo de interação do indivíduo. Nesse sentido, a montagem dos grupos poderia

ser diferente modificando o *meio social*, ou seja, grupos com 2, 3 e 4 estudantes e mesmo assim, a interação entre eles estariam atestadas. Poderia também proporcionar a modificação no *meio físico* ao propor tipos diferentes de tabuleiro, por exemplo, um tabuleiro como um, dois, quatro e seis quadrados mágicos, tendo com regra a falta de permissão para rasuras.

Outra fragilidade que encontramos, e não foi analisada, foi o contrato social entre professor e estudantes anterior a aplicação da atividade de investigação, visto que é fundamental analisar a forma como o professor conduz o ensino e os estudantes aprendem. O ensino proposto nas turmas investigadas foi tradicional, em que o professor utiliza a aula expositiva. Já a atividade proposta foi de investigação, ou seja, houve uma modificação desse contrato social em que o estudante deixa de ser um expectador para ser agente do seu processo de aquisição de conhecimentos. Mas ressaltamos o contrato social e as mudanças nele não foram analisados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os trabalhos desenvolvidos por Piaget permitem nos aproximar do modo como este autor compreende o desenvolvimento cognitivo de crianças e adolescentes, visto que suas pesquisas estão estruturadas acerca da gênese do conhecimento, e possibilita ao professor refletir sobre sua prática no intuito de promover no indivíduo a construção de seu próprio conhecimento. Para tanto, essa construção baseia-se no triplete: inteligência, ação e interação.

As ações no intuito de reorganizar a estrutura cognitiva por meio de interações (novas informações) com o meio promove a adaptação (modificação) do sujeito nesse meio. Essa perspectiva no ensino da matemática possibilita a construção de atividades de investigação que promovam o pensamento hipotético-dedutivo com o propósito de resgatar os saberes matemáticos e evidencia uma proposta de ensino para além do conhecimento empírico estruturado na epistemologia do saber.

Ressaltamos que, nessa perspectiva, a formação proposta por Piaget para os estudantes é transformá-los em sujeitos autônomos, moralmente e socialmente, capazes de construir seus conhecimentos distanciando-se das reproduções.

REFERÊNCIAS

APM. **Principles and Standards for School Mathematics**. The National Council of the Teacher of Mathematics. Tradução Magda Melo. Ed. 1. 2008. 467 p.

- BAHIA. **Documento curricular referencial da Bahia para educação infantil e ensino fundamental** / Secretaria da Educação do Estado da Bahia. – Rio de Janeiro. FGV Editora. 2020. 484 p. Disponível em: <
<http://www.educacao.ba.gov.br/sites/default/files/private/midiateca/documentos/2020/documntocurricularbahia.pdf>>. Acesso em 20 out. 2020.
- BECKER, F. O sujeito do conhecimento: contribuições da epistemologia genética. **Educação e realidade**. V. 24. N. 1. 1999. p.73-88. Disponível em: <
<https://seer.ufrgs.br/educacaoerealidade/article/view/55807>>. Acesso em 20 set. 2020.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC: Brasília, 2017b. Disponível em: < 568
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 02 jul. 2018.
- BRASIL. **Lei nº 11.274, 6 de fevereiro de 2006**. Altera a redação dos artigos 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases para a educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 7 fev. 2006a. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ato2004-2006/2006/lei/111274.htm>. Acesso em: 20 set. 2011.
- BRASIL. SECRETARIA DA EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – 3º e 4º ciclos do ensino fundamental. Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CAILLOIS, R. **Os jogos e os homens: a máscara e a vertigem**. Tradução José Garcez Palha. Lisboa: Cotovia, 1990.
- CARAÇA, B. DE J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Editora Lisboa. 1951. p. 3-12.
- EVES, H. **Introdução a história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Unicamp. Ed.1. 2004. 849p.
- FERRACIOLI, L. Aprendizagem, desenvolvimento e conhecimento na obra de Jean Piaget: uma análise do processo de ensino-aprendizagem em Ciências. **Revista brasileira de estudos pedagógicos**. V. 80. N. 194. p.5-18. jan./abr. 1999. Disponível em: <
https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4627080/mod_resource/content/1/Artigo_Aprendizagem%20desenvolvimento%20e%20conhecimento%20na%20obra%20de%20Jean%20Piaget.pdf>. Acesso em 01 out. 2020.
- HUIZINGA, J. **Homo Ludens: o Jogo Como Elemento da Cultura**. Tradução João Paulo Monteiro. 7. Ed. São Paulo: Perspectiva, 2012.
- KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Tradução: Elenice Curt, Marina Célia Moraes Dias, Maria do Carmo Domith Mendonça. Ed.3 Campinas. Papyrus. 1990.
- KAMII, C; HOUSMAN, L. B. **Crianças pequenas reinventam a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Tradução: Cristina Monteiro. Ed. 2. Porto Alegre. Artmed Editora. 2002.
- KAMII, C; LIVINGSTON, S. L. **Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Tradução: Marta Rabioglio e Camilo F. Ghorayeb. Campinas. Papyrus. 1995.
- MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo. EPU. 1999. 195p.
- NEVES, A. S. Situações matemáticas em jogo: Uma análise praxeológica das estratégias dos licenciandos em matemática do 7º semestre face a jogos. 113p. **Trabalho de conclusão de**

Curso (Especialização). Especialização em Educação Matemática. Universidade Católica do Salvador. Salvador. 2011.

NIZUKAMI, M. da G. N. **Ensino**: as abordagens do processo. Coleção Temas básicos de educação e ensino. São Paulo: EPU. 1986. 119p.

OECD. PISA 2012 Results: **creative problem solving** – Students’ skills in tackling real-life problems. (Volume V), PISA, OECD Publishing. 2015. 254 p. Disponível em: <<https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-V.pdf>>. Acesso em 08 jan. 2019.

OECD. PISA 2015 Results: **excellence and equity in education**. (Volume I), PISA, OECD Publishing. 2016. 494 p. Disponível em: <<https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/9789264266490-en.pdf?expires=1604010845&id=id&accname=guest&checksum=198D2CB42996B403646142C0AA4CDBA3>>. Acesso em 08 jan. 2019.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A Gênese do número na criança**. Tradução de Christiano Monteiro Oiticica. Ed. 2. Rio de Janeiro. Zahar. 1975. 331p.

SANTOS, J. A. S. Teorias da aprendizagem. **Notas de aulas**. [200?]. Disponível em: <http://www.alex.pro.br/teorias_aprendizagem.pdf>. Acesso em 01 Out. 2020. p. 1-12.

SANTOS, J. A. S. Teorias da aprendizagem: comportamentalista, cognitivista e humanista. [200?]. **Notas de aulas**. Disponível em: <http://www.alex.pro.br/teorias_aprend3.pdf>. Acesso em 01 Out. 2020. p. 97-111.

WELLER, W.; PFAFF, N. Transições entre o meio social de origem e o *milieu* acadêmico: discrepâncias no percurso de estudantes oriundas de escolas públicas na universidade de Brasília. **Estudos de Sociologia**. V. 2. N. 18. Recife. 2012. n.p. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/revsocio/article/view/235242/28264>>. Acesso em 30 set. 2020.