



HAL
open science

COURS DE THÉORIE DES JEUX

Luc Collard

► **To cite this version:**

| Luc Collard. COURS DE THÉORIE DES JEUX. Licence. France. 2022. hal-03727917

HAL Id: hal-03727917

<https://hal.science/hal-03727917>

Submitted on 19 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

COURS DE THEORIE DES JEUX®

LUC COLLARD

1. LA THEORIE DES JEUX POUR QUOI FAIRE ? Approche intuitive.

La théorie des jeux est l'étude des choix d'individus rationnels en interaction, et les conséquences de leurs choix. Or les sportifs, comme tout individu ne sont pas rationnels... et c'est justement pour cela que la théorie des jeux va être intéressante ; un moyen pour mesurer « objectivement » la subjectivité des acteurs, en quelque sorte.

La théorie des jeux, c'est la théorie de la décision. Créée officiellement par John Von Neumann (1944) pour préparer le débarquement des alliés sur les côtes normandes (ou les plages du nord de la France, c'était le dilemme), elle existe en fait depuis Pascal (1654) qui, dans sa correspondance avec Fermat, cherche à établir la juste répartition d'un prix si les joueurs de « pile ou croix » doivent se séparer avant la fin ; mais aussi chez Bernoulli (1713) qui s'interroge sur le score d'un jeu de paume où l'un des compétiteurs serait deux fois plus fort que son adversaire – compte tenu de la structure du jeu en jeux, sets et match (qui fait que l'on peut l'emporter en marquant moins de points que le vaincu) ; ou encore Émile Borel (1920) qui explique comment tirer son épingle du jeu au poker et au bridge, deux jeux de demi hasard...

Les applications sont légion : militaire, économique, politique, théorie de l'évolution,... et en sport. Pierre Parlebas (1999) a été le premier à montrer que la théorie des jeux pouvait inspirer une « théorie des jeux sportifs » – branche de la Praxéologie motrice, permettant de décrypter « ce qui se joue » dans les jeux (et les sports). Il a abondamment publié sur ce sujet dans les colonnes de la prestigieuse Revue : *Mathématiques & Sciences Humaines* (des années 70 à la fin des années 2000).

Deux objectifs clefs peuvent être retenus :

(i) la théorie des jeux peut inventer des règles destinées à diriger les conduites. Une maman ne sait que faire : ses deux vrais jumeaux se chamaillent sur tout et ils ne consentent jamais à s'accorder. C'est leur anniversaire. La maman a fait un beau gâteau et chacun cherche en avoir la plus grosse part. Que conseille la théorie des jeux pour forcer ces deux garnements à coopérer ? Réponse : la maman donne au premier le couteau : « à toi de le couper en deux comme tu veux » ; et dit au second : « c'est toi qui te sers le premier »... Et le tour est joué : le premier est condamné à couper à parts égales puisque c'est le second qui se servira en premier. Autre exemple, il s'agit de vendre des ondes radios au plus offrant. Une vente aux enchères est organisée. Les organisateurs ont peur que les enchères se fassent bien en dessous des mises possibles (car acheter des ondes, c'est acheter de l'invisible). Al Gore (futur candidat à la présidence américaine contre Georges Bush Jr.) propose le jeu suivant : comme pour des enchères classiques, la propriété des ondes reviendra au plus offrant. Mais ce dernier devra s'acquitter de la plus petite somme mise par ses concurrents durant l'enchère... Ainsi, chacun va miser tout ce qu'il a... dans l'espoir de gagner et de devoir payer moins. Les organisateurs maximisent ainsi les gains possibles. De ces deux anecdotes débouchent plusieurs questions pertinentes en STAPS que la théorie des jeux peut aider à solutionner : - quels jeux sportifs retenir pour forcer les joueurs à coopérer ? Pour favoriser les prises de sécurité ou les prises de risque ? Pour éviter les conduites agressives plutôt que les conduites pacifiques ?

Le second objectif de la théorie des jeux **(ii)** relève d'une sorte de démonstration par l'absurde : savoir ce que les joueurs devraient faire s'ils étaient parfaitement logiques puis comparer à ce qu'ils font vraiment pour mesurer leur niveau d'absurdité (leur logique combinatoire, ou en sport, leur intelligence motrice). Un bel exemple est fourni par le film

Las Vegas 21 avec l'acteur Kevin Spacey, tiré d'une histoire vraie : un professeur de mathématique ayant compris que l'on pouvait dévaliser les casinos en équipe au jeu du Black Jack (ce jeu est défaillant car les cartes tirées ne sont pas remises et on peut battre la banque par la mémoire cumulée de plusieurs coéquipiers de haut niveau), sélectionne « les petits génies des maths » en amphi, en les soumettant à une énigme apparemment anodine où seuls les brillants esprits peuvent trouver « La » solution rationnelle. C'est le jeu de l'animateur. Il y a trois portes. Derrière l'une d'entre elles, une magnifique Ferrari, derrière les deux autres : des chèvres. Le professeur animateur demande à Ben de choisir l'une d'entre-elles : « celle de gauche ». Puis, l'animateur – qui sait où se trouve la Ferrari, et c'est là tout le nœud du problème – se dirige vers puis ouvre la porte de droite, dévoilant une pauvre chèvre... Il revient vers Ben et lui demande : « Tu as choisi la porte de gauche ; mais maintenant que j'ai ouvert la porte de droite et qu'il n'y a rien, que fais-tu ? Conserve-tu la porte de gauche ? ». La question paraît dénuée d'ambiguïté. Ben avait 1 chance sur 3 d'avoir la belle voiture. Avec cette action de l'animateur, il a désormais 1 chance sur 2, inutile de changer de porte. Un individu au système logique normalement constitué penserait ainsi, et c'est ce qui se produit la plupart du temps lorsque l'on fait un arrêt sur image juste après que l'animateur a posé sa question et tourné la porte de droite. Ben, lui, décide de changer de porte (il prend la porte centrale) et remercie l'animateur... Très peu de personnes peuvent intégrer sur le plan logique la règle de Bayes. Si l'animateur dévoile la porte de droite, c'est qu'il n'a peut-être pas le choix car la porte centrale cache la Ferrari. Il faut intégrer cette éventualité.

Après l'ouverture de la porte de droite, on sait que la superbe Ferrari est soit derrière la porte de gauche choisie initialement par Ben (cas 1), soit derrière la porte centrale (cas 2). On alloue 0,5 chance (50%) à chaque cas. On sait en plus que : si on est en cas 1, l'animateur avait 1 chance sur 2 – j'écris ici $\frac{1}{2}$ comme cela, ce qui, je le sais bien, est identique à 0,5 mais permettra de voir à la suite d'où sont tirés les demis – donc, je disais une probabilité $\frac{1}{2}$ d'ouvrir la porte de droite ; alors qu'il a 1 chance sur 1 ($\frac{1}{1}$, probabilité de 1) d'ouvrir devant Ben la porte de droite si le prix est au milieu (cas 2) : il ne va pas dévoiler la Ferrari en plein milieu du jeu !

La probabilité que la Ferrari soit en cas 2 lorsque l'animateur dévoile la porte de droite est $p = (0,5 * \frac{1}{1}) / [(0,5 * \frac{1}{2}) + (0,5 * \frac{1}{1})] = 0,66$.

Maintenant, la probabilité que la belle voiture soit en cas 1 lorsque l'animateur joue porte de droite est $q = (0,5 * \frac{1}{2}) / [(0,5 * \frac{1}{2}) + (0,5 * \frac{1}{1})] = 0,33$.

Il y a donc de plus grandes chances que la Ferrari soit au milieu et Ben a raison de remercier son professeur d'avoir dévoilé la porte droite : il choisit désormais la porte centrale. Il passe de 1 chance sur 3 au départ à 2 chances sur 3 (0,66), ce qui est mieux qu'1 chance sur 2 s'il avait maintenu son premier vœu (porte de gauche). L'intégration de probabilités *a posteriori* (règle de Bayes) n'est pas si évidente, et l'on comprend qu'une majorité de répondants s'accorde à justifier leur mauvais choix...

Les applications en sport de ce point (ii) – consistant à croiser ce qu'il faudrait faire à ce que les joueurs font vraiment – sont possibles. Par exemple, pourquoi sur 50, 100 et 200 mètres Nage libre, alors que l'on nage plus vite sous l'eau qu'en surface (Collard, 2009), les $\frac{3}{4}$ des nageurs de haut niveau émergent-ils 5 mètres après les virages (sur les 15 mètres réglementaires) ? C'est comme si les nageurs de compétition avaient peur d'être pris en excès de vitesse ! Cette situation ne laisse pas de surprendre et on en vient à se demander si ce ne sont pas les traditions d'entraînement qui castrent les possibilités dynamiques des nageurs. En réalité, la théorie des jeux peut nous montrer que ce qui se passe dans les bassins est tout à fait logique. Pour cela, il nous faut « formaliser » la situation, c'est-à-dire la simplifier suffisamment pour la rendre accessible à la modélisation logique (souvent sous forme de « matrice ») sans pour autant éliminer les éléments pertinents de sa réalité.

Deux tactiques s'opposent ici : a) retrouver la surface au plus vite pour installer la nage officielle de la Fédération internationale (FINA) et assurer les échanges respiratoires ainsi qu'une gestion optimale du potentiel énergétique (codage : *Surface*) ; et b) rester immergé en apnée plus que les autres – voire le plus longtemps possible (15 mètres) – pour passer sous la vague des nageurs de surface et jaillir au dernier moment (codage : *Coulée*). Le règlement concernant les nageurs (joueur Ligne) pour les 4 possibilités du jeu est consigné dans la matrice de « satisfaction » suivante. Selon ce que font les autres nageurs (réduits à un en colonne), le nageur ligne n'aura pas la même satisfaction. Face à un nageur regagnant la surface rapidement, il aura tout intérêt à rester immergé (Bon : case sud-ouest). Par contre, Ligne sera grand perdant si tous les nageurs décident de faire comme lui à rester longtemps sous la surface (Très mauvais : case sud-est). Il risque alors la disqualification, ne peut passer sous la vague des autres et sort asphyxié... S'il garde la surface comme les joueurs de Colonne, le nageur Ligne obtient une satisfaction moyenne (Moyen : case nord-ouest)...

	<i>Surface</i>	<i>Coulée</i>
<i>Surface</i>	Moyen. Facilité respiratoire mais résistance de vague. <i>C'est l'intérêt collectif défendu par la FINA</i>	Mauvais. L'autre bénéficie d'une moindre résistance à l'avancement et risque de sortir aux 15m devant moi mais il s'asphyxie
<i>Coulée</i>	Bon. Avec ma coulée, je suis en mesure de passer sous la vague de l'autre et de le devancer aux 15m mais je m'asphyxie	Très mauvais. Chacun cherchant à prendre l'ascendant dans la coulée (risque d'asphyxie), il n'y a plus de passage sous la vague et un risque de disqualification au-delà des 15m

Posons que le gain de vitesse rapporte +4 points, l'asphyxie consécutive des apnées -3 points (je mets le gain de vitesse en avance d'un point par rapport à ce que coûte le manque d'oxygène, car ce dernier peut être travaillé à l'entraînement et mieux supporté alors que le gain de vitesse est une donnée inéluctable associée à la mécanique des fluides qui veut qu'à 60 centimètres de fond, la résistance de vague disparaît offrant un potentiel de vitesse que tous les mammifères marins utilisent pour chasser ou échapper à leurs prédateurs). Enfin, disons que l'égalité tactique ne rapporte rien (0). Ces gains sont arbitraires, peu importe leur valeur intrinsèque ; ils doivent juste respecter : vitesse accrue > égalité tactique > asphyxie. La matrice des scores du nageur en ligne donne :

	<i>Surface</i>	<i>Coulée</i>
<i>Surface</i>	Moyen. 0 point	Mauvais. -4+3 = -1 point
<i>Coulée</i>	Bon. +4-3 = +1 point	Très mauvais. 0-3 = -3 points

À ce jeu (dont le modèle sera appelé plus tard « faucon vs colombe » ou « chickie run game ») la solution rationnelle – que nous serons capables de calculer dans les deux prochaines sections – invite à jouer *Coulée* 1 fois sur 4 (et 3*/4 *Surface*) avec une

espérance de gain de 0 point (équivalente à « *Surface, Surface* »)... C'est exactement ce qui se joue à haut niveau aujourd'hui où le mieux est l'ennemi du bien. Pour sortir du dilemme, il faudrait réduire par l'entraînement la sensibilité à l'asphyxie (par exemple : si Asphyxie = -1 point, alors 100% joueraient *Coulée*). La théorie des jeux se veut donc prescriptive... Les entraîneurs et professeurs d'Education physique (EPS) peuvent en tirer profit.

C'est souvent la recherche expérimentale (ou quasi expérimentale) qui exploite l'objectif (ii) de la théorie des jeux. On a ainsi pu montrer, à partir de l'observation de plusieurs centaines de buts marqués en football de haut niveau, qu'au tir au penalty, il valait mieux shooter 6 fois sur 10 du côté droit, sans doute du fait de la latéralité des tireurs et des gardiens. À ce stade, on ne peut aller plus avant sans passer un moment sur les outils permettant de « solutionner » logiquement les jeux. La science a l'âge de ses instruments de mesure, disait Bachelard (1934) à juste titre...

2. TROUVER LA SOLUTION. Maximin et Minimax.

Prenons le cas du dopage sportif. Une situation sportive acceptant le dopage ressemblerait à la matrice qui suit. Si, ni moi ni mon adversaire ne nous dopons, nous obtenons un indice de satisfaction de 3 pour chacun (case nord-ouest de la matrice suivante, le premier chiffre entre crochets correspondant au score du joueur ligne, le second au score du joueur colonne), ce qui est assez satisfaisant mais inférieur au score de 5 si je me dope et que mon adversaire ne se dope pas (la victoire est alors plus facile et mon adversaire est le grand perdant qui obtient 0). Par contre, mon adversaire et moi n'obtenons chacun que 1 si nous nous dopons tous les deux (car si l'égalité des chances est reproduite nous nous sommes ici dopés pour rien). Alors que faire ?

Le Dopage	Joueur 2		
	Non Dopé	Dopé	
Joueur 1	Non Dopé	[3,3]	[0,5]
	Dopé	[5,0]	[1,1]

Le Maximin et le Minimax sont deux façons de résoudre les dilemmes de la sorte. Elles ont été développées par John Von Neumann.

- (i) Le Maximin est le Maximum du Minimum de satisfaction au cas où le pire arriverait. C'est la tactique du moindre mal : la prudence absolue. Mettons-nous dans la peau du joueur 1. Si je ne me dope pas (Non Dopé), j'aurai – selon ce que jouera Joueur 2 – soit 3, soit 0. Le pire entre 0 et 3 est 0. Si maintenant je me dope (Dopé), j'aurai 5 ou 1, le pire étant 1. Le Maximin consiste à jouer le mieux du pire, entre 0 si je ne me dope pas et 1 si je me dope : la réponse est 1. On l'écrit : $\text{Max}(0, 1) = 1$. Pour obtenir 1, je dois me doper. Être prudent à ce jeu consiste à se doper !
- (ii) Le Minimax c'est rendre Minimum le Maximum de ce que l'autre peut faire. On joue empathique et paranoïaque, en anticipant les coups bas de l'autre. Mettons-nous encore du point de vue de Joueur 1. Si Joueur 2 ne se dope pas, au mieux j'aurai 5 et au pire 3. Si joueur 2 se dope, au mieux j'aurai 1, au pire 0. Pour obtenir le Minimax, je fais comme si l'autre aller faire en sorte de me priver du meilleur ; je choisis alors le minimum de ces deux maximums (entre 5 et 1). On écrit, $\text{Min}(1, 5) = 1$. À nouveau, pour obtenir 1, il vaut mieux me doper. Jouer Minimax, c'est se doper. Remarquons que lorsque Maximin = Minimax (ce qui est le cas ici), et que c'est une solution du jeu (1, 1), (Dopé, Dopé) on dit qu'il y a un « point de selle » (ou col).

Dans la précédente matrice opposant les nageurs, le Maximin (-1) est aussi le Minimax (-1). Pour les obtenir, il convient de jouer *Surface*. Mais si les deux joueurs jouent *Surface*, ils obtiennent chacun mieux que ce qu'ils cherchaient (0)...

Bien que façon de résoudre logiquement un jeu, les Maximin et Minimax peuvent vite avouer leurs faiblesses lorsque le jeu devient « déficient ». Imaginons le cas suivant. Afin de motiver ses élèves de 5^{ème} à répéter des séries de 25 mètres, départ plongé dans différentes techniques de nage, un professeur d'EPS leur propose le jeu suivant : « Vous êtes 23 dans la classe, vous allez chacun vous opposer tour à tour aux 22 autres. Le départ se fait au coup de sifflet ; votre adversaire devant à chaque fois partir du côté opposé de la piscine (de 25 mètres) dans la même ligne d'eau ». « Ce n'est pas juste ! » s'écrie une élève : « Nous les filles nous sommes sûres de perdre ; et il y a même des garçons qui font du club... ». « Ne vous inquiétez pas, répond le professeur, les 25 mètres ne sont pas chronométrés. À chaque traversée, vous remporterez un certain nombre de points selon la nage utilisée. Laissez-moi vous expliquer. Les nageurs qui partent du côté des plots de

départ sont les nageurs 1, ceux qui partent du côté opposé sont les nageurs 2. Imaginons que vous soyez un nageur 1. Si votre nage est le crawl et que votre adversaire (le nageur 2) utilise la brasse, vous obtenez 3 points et lui seulement 1, peu importe qui arrive le premier. Si vous utilisez une nage type brasse et que le nageur 2 fait de même, il gagne 4 points et vous seulement 1. Reportez-vous à la matrice des gains. Elle expose les 4 cas de figures possibles. Ainsi, ce n'est pas le meilleur nageur qui va gagner mais le plus stratégique. Attention : il est interdit de changer de nage au cours de la traversée et n'oubliez pas de nager bien à droite de votre ligne d'eau pour ne pas percuter votre adversaire venant d'en face ». Quelle forme de nage, le professeur d'EPS risque d'observer le plus ?

Le combat des nages		Nageur 2	
		Crawl	Brasse
Nageur 1	Crawl	2, 3	3, 1
	Brasse	4, 2	1, 4

La dissymétrie des scores oblige cette fois-ci à traiter le cas des deux nageurs.

- Pour le Nageur 1. Son Maximin est $\text{Max}(1, 2) = 2$ consistant à jouer Crawl. Son Minimax est $\text{Min}(3, 4) = 3$ consistant à jouer également Crawl.
- Pour le Nageur 2. Son Maximin est $\text{Max}(1, 2) = 2$ et son Minimax est $\text{Min}(3, 4) = 3$, tous deux consistant à jouer Crawl, comme pour le Joueur 1. Apparemment la solution est facile. Tout le monde gagne à jouer Crawl et le Professeur d'EPS devrait voir cela. Cependant, mieux vaut alors ne pas être dans la peau du joueur 1 : il a 2 quand l'autre a 3. L'injustice est source de rancune. Le Nageur 1 peut très bien compter sur la rationalité de Nageur 2 et jouer Brasse. Il obtient alors 4 (case sud-ouest). Anticipant cette anticipation, Nageur 2 peut lui aussi passer en Brasse où il obtiendrait alors 4 (case sud-est). Dans cette expectative, anticipant cette anticipation d'anticipation, Nageur 1 finit par jouer Crawl, ce qui l'amène à 3 (case nord-est). Il n'y a plus au Nageur 2 qu'à flairer le coup pour se mettre au Crawl à son tour et revenir à la situation initiale (nord-ouest). Un cercle vicieux s'installe et ni le Minimax, ni le Maximin ne donnent de garanties.

3. L'ÉQUILIBRE DE NASH. Un homme d'exception.

Du remarquable livre de Sylvia Nasar est tiré le non moins remarquable film hollywoodien : *A beautiful mind* (Un homme d'exception) qui relate la vie du plus célèbre théoricien des jeux : j'ai nommé John Nash (interprété à l'écran par Russel Crow). John Nash est l'étudiant torturé et schizophrène de John Von Neumann. Il sera interné pendant plus de 20 ans après avoir péniblement publié deux papiers et une thèse en 23 pages... de qualité ! Il sortira de l'hôpital prix Nobel, pour avoir notamment trouvé une façon « équilibrée » (contrastant avec sa personnalité) de résoudre n'importe quel jeu et n'importe quel dilemme : « tout jeu admet au moins un équilibre de Nash ». Et là où son professeur s'était cassé le nez avec ses Minimax et Maximin, Nash lui va trouver une façon imparable de solutionner les jeux.

Reprenons l'exemple du film – qui décrit le moment où Nash aurait eu son inspiration (John Nash a participé à la confection du long métrage ; il est mort l'été 2015 d'un accident de taxi). Il est reclus dans le bar des étudiants, cherchant désespérément son sujet de thèse « original ». Trois de ses amis (en fait il n'en avait pas vraiment ; c'était la « tête de Turc » de sa promotion tant ses comportements étaient socialement inappropriés) le rejoignent. Du fond du bar émergent cinq superbes filles, dont une beauté parfaite. Le jeu des garçons consiste d'abord à se défier pour savoir « qui va se la faire » : chacun pour soi et Dieu pour tous ! John Nash arrête net les spéculations et prétend qu'il vient de comprendre « la dynamique de l'univers »... Rien que ça !

Si les garçons misent sur la plus jolie, ils se concurrencent et se font obstruction. La proie va leur échapper. À défaut, ils risquent de se rabattre sur les quatre autres moins jolies ; mais personne n'aime être un deuxième choix et les quatre moins belles vont les rejeter. Par contre, si personne n'attaque la plus jolie, si tout le monde drague immédiatement les filles imparfaites, elles se sentiront aimées : « c'est la seule façon de s'en faire une chacun ».

À la différence du Maximin et du Minimax, l'équilibre de Nash prend en compte simultanément les intérêts de tous les joueurs. On ne peut plus prendre le point de vue du joueur ligne isolément... Cette différence est capitale. L'équilibre de Nash est tel qu'aucun des joueurs n'a intérêt à changer de tactique (ou de stratégie, voir la différence plus loin) si l'autre maintient la sienne.

Voici une formalisation actualisée de ce jeu. Posons quelques règles : +2 signifie « Pécho le canon (Très belle) » ; +1 signifie « Pécho une Belle » et 0 signifie « se prendre un Râteau ». À cela on peut ajouter : -1 pour le sentiment de menace, de devoir être dans la crainte de se faire chiper sa « proie » (cette façon misogyne de décrire la scène ne passerait plus aujourd'hui, c'est évident !) et -2 pour la jalousie et tout ce qu'elle génère de frustrations.

Le jeu des filles		Autres joueurs	
		Belle	Très belle
Joueur 1	Belle	(+1 ; +1)	(+1 - 2 = -1) ; (+2 - 1 = +1)
	Très belle	(+2 - 1 = +1) ; (+1 - 2 = -1)	(0 ; 0)

En résumé :

Le jeu des filles		Autres joueurs	
		Belle	Très belle
Joueur 1	Belle	+1, +1	-1, +1
	Très belle	+1, -1	0, 0

Le Minimax et le Maximin donnerait (0 ; 0), la situation que raille Nash : le râteau collectif. Pour trouver le ou les équilibre(s) de Nash, tel qu'aucun des joueurs n'a intérêt à changer de choix unilatéralement, regardons case par case. La case sud-est en est un, il est vrai : personne ne gagne à s'en écarter unilatéralement. Partir de 0 conduit à moins bien (-1) si l'autre maintient la tactique lui permettant d'avoir 0. Mais c'est un équilibre médiocre, on dira en Théorie des jeux : sous-optimal. Les cases sud-ouest et nord-est alors ? L'un des deux est content (+1 : il se fait la Très belle) ; mais les autres font grise mine (-1). Ces derniers ont même intérêt à emmener le concurrent chanceux dans leur déchéance (en jouant eux aussi Très belle, retombant ainsi en case sud-est avec 0 pour tous, ce qui est mieux que -1) – ne serait-ce que pour montrer qu'en telle situation, le moteur est la jalousie. Les cases sud-ouest et nord-est ne sont pas équilibrées au sens de Nash : l'un des deux a envie de s'en écarter. Il reste une case : nord-ouest. Tout le monde ramène une fille dans sa chambre (+1). Certes, ce n'est pas la plus jolie (qui, au passage, reste seule !). Mais c'est l'équilibre de Nash optimum. Les quatre étudiants ne peuvent être tentés de changer unilatéralement de tactique pour obtenir le +1 avec la plus jolie, car ils retomberaient dans le cas inégalitaire précédent, vecteur de vengeance.

En Théorie des jeux, « tactique » et « stratégie » ont des sens bien différenciés. La tactique correspond à un choix (depuis le début, nous proposons des matrices à 2 tactiques), une décision : jouer coulée ou surface, se doper ou ne pas se doper, jouer crawl ou jouer brasse, draguer la très jolie fille ou une des autres. Et choisir l'une ou l'autre. Nous allons à présent envisager la résolution sur le mode stratégique, ce qu'autorise l'équilibre de Nash. Une stratégie est un ensemble de choix, une agrégation de tactiques. Cela se présente lorsque le jeu est répété un certain nombre de fois. On peut alors distribuer les choix sur une échelle de probabilités allant de 0 à 1 (0% à 100%). La résolution sous forme stratégique porte le nom de résolution en « stratégie mixte » - par opposition à la résolution du jeu sous l'angle tactique (sur un coup), qui porte le nom de « stratégie pure ». Autrement dit, une stratégie mixte est une distribution de probabilités sur l'ensemble des stratégies pures.

Prenons l'exemple suivant qui est censé décrire la matrice de satisfaction d'un jeu quelconque. Qu'observe-t-on ? Il n'y a pas de Maximin ni de Minimax... Mais en se penchant sur chaque case, on s'aperçoit qu'il n'y a pas d'équilibre de Nash non plus. Du moins en stratégie pure. Car nous l'avons dit : tout jeu accepte au moins un équilibre de Nash. Nous allons le trouver en recourant aux probabilités (résolution en stratégie mixte, le jeu étant répété).

Jeu quelconque		Joueur 2	
		Tactique A	Tactique B
Joueur 1	Tactique A	+1, -1	-1,+1
	Tactique B	-1,+1	+1,-1

Si p est la probabilité du Joueur 2 (colonne) de jouer la Tactique A, alors, l'espérance de gain du joueur ligne (Joueur 1) est :

$$\text{S'il joue Tactique A, } E_{j1siA} = 1*p + [-1*(1 - p)]$$

$$\text{S'il joue Tactique B, } E_{j1siB} = -1*p + [1*(1 - p)]$$

L'idée de génie de Nash va être de poser $E_{j1siA} = E_{j1siB}$. Car en effet, si tel est le cas (espérance de gains équivalente pour J1 s'il joue A ou B), alors le Joueur 1 n'aura aucun intérêt à changer de stratégie, si l'autre maintient la sienne, c'est-à-dire si Joueur 2 joue Tactique A avec la probabilité p . En mettant à parité ses deux équations à une seule inconnue (p), on trouve :

$$1*p + [-1*(1 - p)] = -1*p + [1*(1 - p)], \text{ et en faisant passer les } p \text{ à gauche du « = » et les chiffres à droite, on obtient par réduction : } p = 1/2. \text{ Autrement dit, si Joueur 2 joue 1 fois sur 2 Tactique A et 1 fois sur 2 Tactique 2, moi Joueur 1, je m'y retrouve : je veux que J2 joue avec ces probabilités et, compte tenu de la symétrie des pay off (scores) de la}$$

matrice J2 souhaitera aussi que je joue Tactique 1 avec une probabilité d' $\frac{1}{2}$, et par voie de conséquence, Tactique 2 avec $\frac{1}{2}$. En remplaçant $\frac{1}{2}$ dans l'équation $Ej1siA$ (ou $Ej1siB$, ce qui revient au même puisque l'on a posé qu'elles étaient égales), on trouve $Ej1 = 0$, c'est moins bien que +1 mais mieux que -1. C'est la position d'équilibre en stratégie mixte.

Illustrons l'équilibre de Nash en stratégie mixte de façon plus concrète. Le cas du tir au penalty. Palacios-Huerta (2003) analyse 1417 tirs au plus haut niveau. Il vient la matrice suivante où en ligne on a les buts marqués (point de vue du tireur en %) et en colonne les buts arrêtés (point de vue du gardien en %).

Les tirs au penalty		Gardien	
		Gauche	Droit
Tireur	Gauche	58, 42	95, 5
	Droit	93, 7	70, 30

La cage de 7 mètres 32 du gardien étant à 11 mètres du point de pénalty, les shoots à 130 km/h de moyenne (de ce niveau là) mettent 0,3 seconde pour franchir la ligne. Le gardien n'a pas le temps de prendre sa décision de plonger à gauche ou à droite après avoir vu le tir partir. Il doit plonger en aveugle. Il y a deux tactiques : Gauche et Droite – précisons que, pour simplifier, le Gauche du gardien est en fait à sa droite, c'est la gauche du tireur qui fait référence. Si l'on fait la moyenne des pourcentages des 4 cases, il vient 79% de chance de marquer pour les Tireurs (et 21% de chance d'arrêter pour les Gardiens). La problématique est : faut-il plus souvent tirer à gauche ou à droite ? Et avec quelle fréquence ? Le gardien doit-il plonger plus souvent à gauche ou à droite ? Et à quelle fréquence ?

Nash peut répondre à cela. Si p est la probabilité du Gardien de jouer Gauche, alors l'espérance de gain du Tireur est :

$$\text{S'il joue Gauche, } E_{\text{tireursiG}} = 58 * p + [95 * (1 - p)]$$

$$\text{S'il joue Droit, } E_{\text{tireursiD}} = 93 * p + [70 * (1 - p)]$$

En posant : $58 * p + [95 * (1 - p)] = 93 * p + [70 * (1 - p)]$, il vient $p = 25/60 = 0,42$ (42%) qui est la probabilité avec laquelle le Gardien devrait jouer Gauche (cela correspond pour lui à plonger à sa droite). Et par voie de conséquence, le Gardien devrait jouer Droit dans 58% des cas (100% moins 42%) Ce qui permettrait au Tireur et au Gardien de trouver leur équilibre (le mieux qu'ils puissent attendre avec l'assurance que ni l'un, ni l'autre ne gagneront plus en s'écartant de cet équilibre unilatéralement).

De même, si q est la probabilité du Tireur de jouer Gauche. Alors, l'espérance de gain du Gardien est :

$$\text{S'il joue Gauche, } E_{\text{gardiensig}} = 42 * q + [7 * (1 - q)]$$

$$\text{S'il joue Droit, } E_{\text{gardiensid}} = 5 * q + [30 * (1 - q)]$$

En posant : $42 * q + [7 * (1 - q)] = 5 * q + [30 * (1 - q)]$, il vient $q = 23/60 = 0,38$ qui est la probabilité avec laquelle le Tireur devrait tirer à gauche.

Le bilan de l'entraîneur : pour le Tireur, shooter environ 6 fois sur 10 côté droit (100% moins 38%) ; et le gardien, plonger du même côté presque aussi souvent (58%). Ce qui est incroyable est que ce pronostic de Nash s'observe dans la réalité. Sans avoir eu de cours de théorie des jeux, les champions se révèlent *Nashiens* ! C'est dire la « robustesse » de cette façon de résoudre les jeux. Privilégier le côté droit tient sans doute à la latéralité des joueurs (plus souvent droitiers) : shooter le pied ouvert accroît la précision du tireur ; quant au gardien, plonger à sa droite se fait par impulsion essentielle du pied gauche (le pied d'appel des vrais droitiers)...

4. LES JEUX PATHOLOGIQUES. Dilemme en action motrice.

Encore appelés « dilemmes », ces jeux paradoxaux dits « pathologiques » prennent 3 formes caractéristiques.

(i) La première forme est sans nul doute la plus célèbre. Il suffit pour cela de taper « **prisoners' dilemma** » sur un quelconque moteur de recherche internet. Le dilemme du prisonnier incarne l'idée selon laquelle l'agrégation des préférences individuelles ne débouche pas nécessairement sur un optimum collectif. Devenu un des modèles les plus célèbres de la théorie des jeux, c'est à Tucker (1950) – un contemporain de Nash (qui avait trouvé ce dilemme banal !) – que l'on doit son appellation : *dilemme du (ou des) prisonnier(s)*.

Deux accusés complices sont détenus dans des cellules séparées.

- Si l'un des deux avoue et pas l'autre, le premier aura une récompense (gain +1 correspondant par exemple à 10 000 \$) alors que le second sera lourdement condamné (gain -2) ;
- Si les deux nient les faits, faute de preuve, ils seront libérés (gain 0) ;
- Si les deux avouent, ils seront tous deux modérément condamnés (gain -1).

	Il NIE le crime	Il AVOUE le crime
Je NIE le crime	Plutôt bon pour nous deux (libération sans condition)	Très mauvais pour moi (2 ans de prison) Très bon pour lui (gain de 10 000 \$)
J'AVOUE le crime	Très bon pour moi (gain de 10 000 \$) Très mauvais pour lui (2 ans de prison)	Plutôt mauvais pour nous deux (1 an de prison)

Avec une telle mécanique de jeu, l'intérêt collectif (les deux joueurs nient) peut être bafoué par la recherche individuelle de récompense (+1, obtenu en avouant si l'autre nie). Anticipant cette trahison, les prisonniers risquent de se retrouver en : (-1, -1).

La stratégie de l'aveu (-1, -1) est le seul équilibre de Nash ; c'est-à-dire la seule solution telle qu'aucun des joueurs n'ait intérêt à changer de tactique si l'autre maintient la sienne. On voit bien le dilemme : la situation de chacun est meilleure si aucun n'avoue (0, 0), mais aucun des deux ne prendra le risque de nier car, s'il nie, il est de l'intérêt de l'autre de ne pas le faire.

Pourquoi ce modèle a-t-il eu autant de succès ? En grande partie pour la pureté de son dilemme. Les jeux de type prisoners' dilemma possèdent tous un point de convergence entre Maximin, Minimax et équilibre de Nash en stratégie pure.

Le dilemme du prisonnier fait partie de ces jeux non coopératifs à somme non nulle. *Non coopératifs* car leurs intérêts sont parfois divergents. Lorsque l'un nie et l'autre avoue (ou vice-versa) l'inégalité des gains est patente (+1 pour l'un ; -2 pour l'autre). *À somme non nulle* car, pour autant, tout ce que l'un gagne, l'autre ne le perd pas automatiquement (comme cela se passe dans les duels). Lorsqu'ils nient ou avouent de concert, les gains des prisonniers sont similaires (0 ou -1 pour les deux). Il se peut donc que, dans ce jeu non coopératif, il faille coopérer par opportunisme. L'ambivalence des interactions, mélange de compétition et de coopération – sorte de « coopération » – favorise l'émergence de relations paradoxales et nécessite la prise en compte de croyances.

Les applications de ce dilemme sont légion. Citons la course à l'armement (matrice suivante) qui oppose les grandes puissances mondiales. L'optimum collectif serait de consacrer l'argent militaire à autre chose. Mais le désarmement n'est pas une situation équilibrée ; pour asseoir sa suprématie, chacun ayant intérêt à s'armer si l'autre pays se désarme. Et si chacun surenchérit dans l'armement, le coût financier et le risque de guerre augmentent. Autrement dit, la stratégie équilibrée (surarmement de tous) n'est pas satisfaisante ; mais la stratégie satisfaisante (désarmement de tous) n'est pas équilibrée.

	Il DÉSARME	Il SURARME
Je DÉSARME	Plutôt bon pour nous deux	Très mauvais pour moi Très bon pour lui
Je SURARME	Très bon pour moi Très mauvais pour lui	Plutôt mauvais pour nous deux

On retrouve la même mécanique dans la limitation des quotas de pêche (ci-dessous). Il est sage de limiter la pêche afin d'assurer la reproduction des espèces et la pérennité du métier. Mais si tout le monde s'abstient de pêcher, il est tentant pour quelques-uns de puiser dans la ressource en jachère. Alors, si chacun raisonne ainsi, les tactiques de surpêche vont se coordonner et aboutir à une extinction des réserves de poissons.

	Il LIMITE ses quotas de pêche	Il SURPÊCHE
Je LIMITE mes quotas de pêche	Plutôt bon pour nous deux	Très mauvais pour moi Très bon pour lui
Je SURPÊCHE	Très bon pour moi Très mauvais pour lui	Plutôt mauvais pour nous deux

Rappelons un troisième exemple pour illustrer le conflit existant entre les choix individuels et les intérêts collectifs : le dopage sportif. Nous l'avons développé en section 2.

Telle que nous l'illustrons, la solution du dilemme est toujours de jouer égoïste dans un monde d'égoïstes. Dans cette configuration, c'est effectivement le seul équilibre de Nash en stratégie pure. Toutefois, une propriété fondamentale de cet équilibre est d'être *sous optimale*. Alors, « comment réussir dans ce monde d'égoïstes ? » – pour reprendre le titre de la traduction française du livre d'Axelrod (1997) parue chez Odile Jacob (Paris, 2006). Une option de réchappe – cette fois-ci optimale – est proposée par l'autre Prix Nobel de 1994 : John Harsanyi (1977).

Après Rousseau (1756), Harsanyi introduit une notion capitale : celle de comportement moral. Selon lui, il y a lieu de distinguer deux formes de rationalité. La rationalité *Nashienne*, dite « primaire » ; elle correspond à une logique purement individuelle – conduisant les individus à maximiser leurs gains par méfiance des réactions adverses. La rationalité « secondaire » (que l'on peut nommer *harsanyienne*) est guidée par une conscience sociale – conduisant les individus à maximiser le niveau de satisfaction moyen de *tous* les joueurs. Face à un dilemme des prisonniers, un joueur *harsanyien* choisira rationnellement de coopérer : il niera le crime, sera favorable au désarmement, limitera son quota de pêche et ne se dopera pas. Pourquoi ? Car son jugement est fondé sur une éthique ; le respect d'un *Contrat social* à la Rousseau. Pour Harsanyi, dans le dilemme des prisonniers, l'agrégation de tactiques éthiquement partagées aboutit à un équilibre coopératif. Puisque chacun gagne plus à nier qu'à avouer, il est de l'intérêt de tous de coopérer, de se caler sur ce contrat fondateur – sans avoir besoin de se concerter. En outre, bien que plus solide, l'équilibre de Nash possède un biais énorme : selon lui, les joueurs ont intérêt à avouer le crime... y compris s'ils n'ont commis aucun forfait !

(ii) Le second modèle de jeu pathologique s'appelle : **Faucon versus Colombe** (ou Chickie run game, voir section suivante).

« J'ai l'intuition, écrit Dawkins dans *Le Gène égoïste, que nous pourrions en venir à considérer l'invention du concept de SES (stratégie évolutionnairement stable) comme l'un des progrès les plus importants en matière de théorie de l'évolution depuis Darwin.* » (1990, p. 122.) On doit ce concept à Maynard Smith (1958). Il est le premier à s'être servi de la théorie des jeux à des fins éthologiques – études scientifiques des mœurs et des comportements en situation. Par la formalisation mathématique, il a pu montrer que les comportements conciliants peuvent survivre dans un monde régi par la sélection des plus aptes. Son hypothèse fut d'abord confirmée par l'observation des animaux sociaux (Hamilton (1964)). Comment, sinon, expliquer le maintien de comportements altruistes chez les fourmis et les abeilles allant jusqu'au sacrifice ? La sélection de la « parentèle » stipule que les individus peuvent transmettre des copies de leurs propres gènes non seulement en se reproduisant, mais aussi en aidant la reproduction d'individus apparentés génétiquement. Les mâles stériles hyménoptères (fourmis, abeilles, guêpes) ne possèdent qu'un seul ensemble de chromosomes, tous en provenance de la reine, qu'ils seront alors capables de défendre au péril de leur vie. Dotées de deux ensembles de chromosomes dont un seul est issu de la reine (l'autre venant du père), les femelles hyménoptères n'ont pas ce comportement protecteur vis-à-vis de leur mère. Plus récemment, l'idée de comportements coopératifs dans un monde d'égoïstes a été transplantée aux hommes en s'affranchissant de l'analyse génétique. D'ailleurs « le jeu de l'évolution » utilisé pour sa démonstration, paru dans *Nature* (Maynard Smith et Price (1973)) sous le nom de : *Faucons vs colombes* (vous devez commencer à deviner pourquoi cette appellation) n'est autre qu'une forme de *Dilemme du prisonnier* avec 3 équilibres de Nash : 2 en stratégies pures et 1 en stratégie mixte.

Une SES est une stratégie – en théorie des jeux : une combinaison de tactiques, de choix – qui, si elle est adoptée par les membres d'une communauté, ne peut être améliorée par aucune autre stratégie. Considérons le cas le plus simple de Maynard Smith. Supposons qu'il y ait deux tactiques possibles : jouer *faucon*, c'est-à-dire agressif (dénoncer son acolyte dans le dilemme de Tucker) ; et jouer *colombe*, c'est-à-dire conciliant (nier le crime et protéger *ipso facto* l'autre prévenu). Ces noms d'oiseaux font référence à l'usage conventionnel humain et n'ont aucun rapport avec les comportements réels des animaux. (Les colombes sont en réalité des espèces particulièrement agressives). Les oiseaux retenus représentent une analogie de comportements types.

Imaginons un cas extrême : celui de la survie. Si les faucons se battent entre eux pour un morceau de gras, ils peuvent sérieusement se blesser. Si un faucon est en compétition avec une colombe, cette dernière fuira et ne demandera pas son reste. Si deux colombes se disputent, en revanche, le dévoilement de la partie sera plus long mais aucune des deux ne sera blessée.

Nous allouons arbitrairement des « points » aux colombes et aux faucons en fonction de la situation. Le vainqueur du combat pour le bout de gras empoche +50. Le vaincu a 0. Probablement mortelle, une blessure grave en plein hiver rapporte -100. Et on donne -10 pour la perte de temps au cours d'un long face-à-face. On peut choisir d'autres scores et obtenir le résultat que nous allons donner. L'essentiel est de conserver la hiérarchie des risques et des occasions.

Si nous sommes d'accord sur le prix – ce que le jeu permet de remporter – et sur l'enjeu – ce qui est misé en début de partie et que l'on tente de ne pas perdre –, nous pouvons tenter de solutionner le jeu. Nous voulons savoir si *Faucon* ou *Colombe* représente une SES. Autrement dit, après plusieurs hivers froids et peu de bouts de gras, quelle proportion de faucons et de colombes restera ? (Répétons que *colombe* et *faucon* sont des tactiques).

Encadrons le jeu par les situations types :

- *colombe/colombe*. Quand « colombe » et « colombe » se rencontrent, le score est de +40 pour le vainqueur et -10 pour le perdant (du fait du temps perdu par chacun pour empêcher l'autre de parvenir à ses fins).

Considérant que chacun a une chance sur deux de gagner, l'espérance de gain est de +15 :

Victoire = +50 - 10 = +40 ; Défaite = 0 - 10 = -10 ; Moyenne = $(V + D) / 2 = +15$.

- *colombe/faucon*. Quand « colombe » affronte « faucon », elle perd à tous les coups : +50 pour lui et 0 pour colombe dont la technique de basket-ball ne fait pas le poids face au jeu du rugby : $V = +50$ pour faucon ; $D = 0$ pour colombe.

- *faucon/faucon*. Quand deux « faucons » s'élancent, cela ressemble au choc des titans (un duel en 1x1 au rugby), avec +50 pour le vainqueur et -100 pour le vaincu. Considérant que chacun a une chance sur deux de gagner, l'espérance de gain est de -25 : $V = +50$; $D = -100$; $M = (V + D) / 2 = -25$.

La SES invite les joueurs à jouer *colombe* dans $5/12^{\text{ème}}$ des cas et *faucon* dans $7/12^{\text{ème}}$ des cas restants – selon le principe de l'équilibre de Nash en stratégie mixte. Pour obtenir ces probabilités, on rassemble les scores moyens (M) dans la matrice suivante.

>	colombe	faucon
colombe	(+15, +15)	(0, +50)
faucon	(+50, 0)	(-25, -25)

Soit p , la probabilité que le joueur colonne joue *colombe* (et donc $(1 - p)$ la probabilité qu'il joue *faucon*) ; imaginons que je sois le joueur ligne : j'obtiens une espérance de gain de $+15p + 0(1 - p) = +15p$ quand je joue *colombe*, et $+50p - 25(1 - p) = +75p - 25$ quand je joue *faucon*.

L'équilibre de Nash s'obtient avec $+15p = +75p - 25$; d'où $p = 25/60 = 5/12^{\text{ème}}$ qui correspond à la probabilité du joueur colonne de jouer *colombe* (il n'y a que deux tactiques, donc il reste une probabilité de $7/12^{\text{ème}}$ de jouer *faucon*) ; comme les scores sont symétriques, il en est de même pour le joueur ligne.

En remplaçant p par $5/12^{\text{ème}}$, on obtient l'espérance de gain optimale si Nash : Espérance SES = $+15 \cdot (5 / 12) = +75/12 = +6,25$ points par coup. Avec cette proportion, les joueurs sont immunisés contre la trahison interne. Ce qui est remarquable ici, c'est que les deux populations d'oiseaux tendent à survivre ; y compris la plus faible – au sens de l'évolution. Lorsque l'effectif des faucons excède les $7/12^{\text{ème}}$ de la population totale (formée des deux espèces), ces derniers finissent par s'entretuer, et les colombes reprennent le dessus jusqu'à atteindre et dépasser les $5/12^{\text{ème}}$ de l'effectif total. Alors elles deviennent à leur tour trop nombreuses et ainsi de suite, jusqu'à l'équilibre (SES).

Avec un peu d'imagination, on peut transposer ce jeu en actions sportives. À l'appel de leurs noms, deux joueurs se placent à 20 mètres l'un de l'autre derrière une ligne. Ils choisissent et enfilent un maillot de couleur (maillot rouge : « faucon » ; maillot bleu : « colombe »). Ils sont placés de façon à ne pas voir le maillot de leur adversaire (ils se tournent le dos). Au coup de sifflet, ils entrent sur l'aire de jeu et dévoilent ainsi l'oiseau retenu : ils sont *colombe* ou *faucon*. L'espace de jeu est limité en largeur par les murs du gymnase où se déroule l'expérience (environ 25 mètres de large). À égale distance des deux joueurs se trouve un ballon de basket-ball. Chaque joueur doit tenter de le récupérer le premier et de le ramener dans son camp de départ. Mais ce n'est pas si simple :

- le faucon (rouge) peut pour cela utiliser des techniques du rugby avec ceinturage et plaquage autorisés (et, à la différence du rugby, un joueur plaqué au sol n'est pas tenu de lâcher le ballon) ;

- la colombe (bleue) doit user des techniques règlementaires du basket-ball avec interdiction de contact sur les membres et interdiction de préhension (en cas de faute

flagrante, l'arbitre crie : « stop », et le fautif perd la partie). Le but pour chacun est de marquer le plus de points possible sur plusieurs parties (à chaque fois contre un adversaire différent).

Dans cette configuration et en pratique, le *faucons vs colombes* ressemble, sauf pour le score, au *jeu du bérêt*. Les observateurs (deux suffisent – l'un filme et l'autre arbitre) appellent les joueurs deux par deux et notent la stratégie initiale ainsi que le score de chacun après chaque séquence. Le score est annoncé à haute voix. Puis on appelle deux nouveaux joueurs. Et ainsi de suite...

(iii) Le Troisième modèle de jeu paradoxal s'appelle **La parabole des chasseurs**.

Un jeune enseignant d'EPS étudie l'impact de ses cours sur la dynamique relationnelle d'une classe en situation de jeu. Pour cela, il choisit de faire jouer cette classe – en début et en fin d'année – à un jeu inspiré de la célèbre *Parabole des chasseurs* de Rousseau (issu du Discours sur l'origine et les fondements de l'inégalité parmi les hommes (1756) – dont la caractéristique est de proposer un équilibre de Nash en stratégie pure particulièrement robuste (et un second sous optimal) qui contredit le choix prudent et paranoïaque du Maximin et du Minimax). Les joueurs sont répartis sur l'aire du gymnase. Ils jouent en 7*7 à un handball un peu particulier. En plus du ballon classique, chaque joueur possède une balle de tennis. Il n'a pas le droit de la passer et peut courir avec sans être sifflé. Par contre le déplacement avec la balle de handball se fait selon les règles du handball (marcher, reprise de dribble, etc.). La zone et les autres règles d'interactions sont respectées. Lorsqu'il marque un but avec cette balle de tennis (TENNIS), le joueur obtient 1 point pour lui seul. Lorsqu'un joueur marque avec la balle de handball classique (HAND), chaque joueur de son équipe obtient 4 points, dont lui-même. Le but du jeu est d'obtenir individuellement le plus de points possibles en 20'. Comme le fait de marquer avec la balle de tennis est plus facile et empêche une construction d'attaque collective avec le ballon de handball, la distribution des gains (pay off) se résume dans la matrice ci-dessous.

		Joueur C	
		HAND	TENNIS
Joueur L	HAND	(+4, +4)	(0, +1)
	TENNIS	(+1, 0)	(+1, +1)

À ce jeu, Maximin et Minimax invitent à jouer TENNIS. Mais cette prudence empêche la mise en place d'un équilibre de Nash robuste, forme de Contrat social où personne n'a intérêt à s'écarter unilatéralement de HAND (jouer TENNIS pour les 2 joueurs correspond à un second équilibre de Nash, sous optimal).

« S'agissait-il de prendre un cerf (HAND), chacun sentait bien qu'il devait pour cela garder fidèlement son poste ; mais si un lièvre (TENNIS) venait à passer à la portée de l'un d'eux, il ne faut pas douter qu'il ne le poursuivît sans scrupule, et qu'ayant atteint sa proie il ne se souciât fort peu de faire manquer la leur à ses compagnons. » (pp. 166-167, Rousseau, Œuvre complète, Encyclopédie de la Pléiade).

5. LES SPORTIFS EN ACTION.

Plaisir de l'égoïsme, goût du risque et agressivité.

Nous illustrons à la suite deux recherches expérimentales en action motrice.

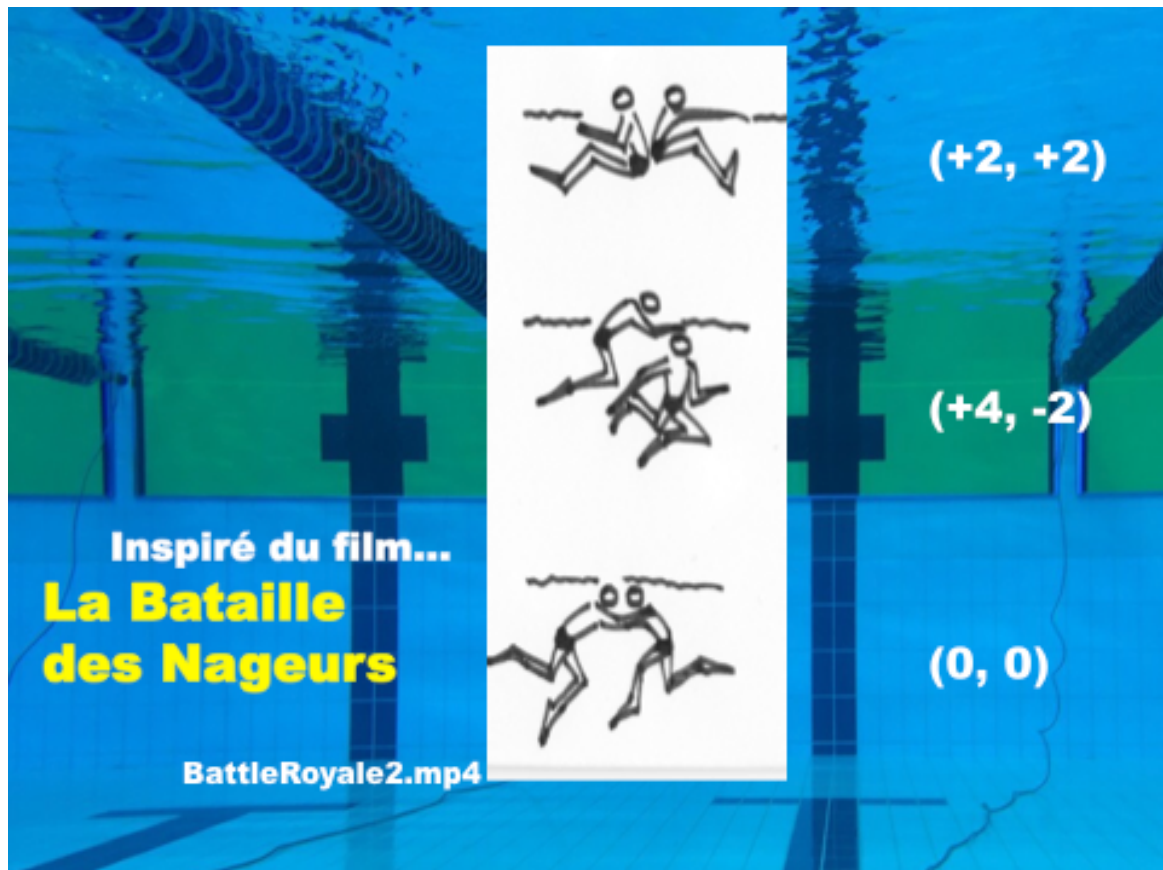
(i) La bataille des nageurs.

Illustration d'un conflit entre préférences individuelles et intérêt collectif.

Collard, L., Loyer, F. (2009). The battle of the swimmers. Illustration of a conflict between individual preferences and the collective interest, *Math. and Social Sciences*, 188, 41-53.




RÉSUMÉ – *Comment se comportent « en chair et en os » des personnes mises en demeure de choisir entre : la prudence insatisfaisante d'une décision égoïste, et la satisfaction risquée d'une décision altruiste ? Nous proposons à 64 sportifs adultes de se livrer à un jeu type dilemme des prisonniers dans la piscine. Inspirée du Film d'anticipation Battle Royale, la « bataille des nageurs » montre que, dressés à la combativité systématique, les spécialistes de sport de combat sont les plus égoïstes. Leur espérance de gain est supérieure à celle des joueurs altruistes pourtant guidés par une conscience morale respectable ($p < 0,05$ au T de Student). In vivo, l'équilibre de Nash (1950) est plus solide que l'équilibre d'Harsanyi (1977) et les estimations d'Axelrod (2006).*





Inspiré du film...
**La Bataille
des Nageurs**

BattleRoyale2.mp4

	(+2, +2)
	(+4, -2)
	(0, 0)

Problématique de *La Bataille des nageurs*:

Les spécialistes de sports sociomoteurs seront-ils plus conciliants que les autres?

H1. Oui, car en privilégiant la prise en compte de l'autre, les sports sociomoteurs valoriseraient l'entraide

H2. Non, car fondés sur le *duel*, les sports sociomoteurs valoriseraient l'élimination systématique de l'autre

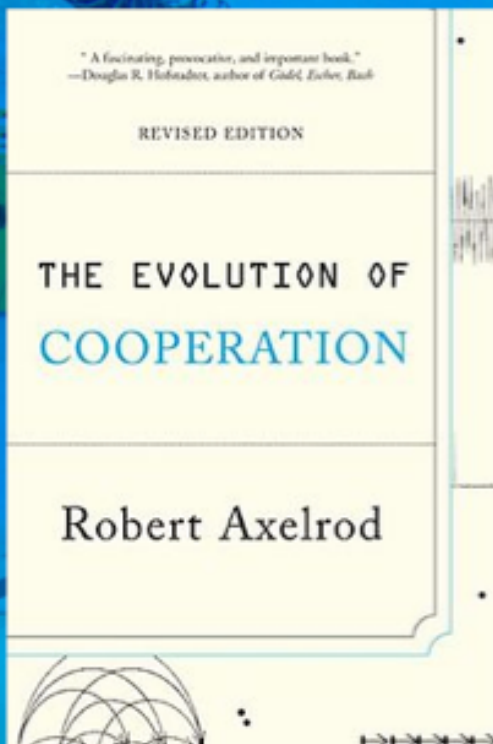
Public expérimenté

<i>Variables explicatives</i>	<i>Modalités</i>	<i>Effectif</i>	<i>Codage</i>
Sexe	Féminin	31	FEMININ
	Masculin	33	MASCULIN
Poids	< 55kg	19	POIDLEGER
	[55-70kg]	31	POIDMOYEN
	> 70kg	14	POIDLourd
Option sportive	Sports psychomoteurs	18	GYMATHLENATA
	Sports de combat	13	JUDO LUTTE BOXE
	Sports collectifs	33	FOOT VOLLEY HAND

Effectif: 3 sous-groupes de 23, 22 et 19 sportifs. Sous-groupe 23 = 5 sports psychomoteurs + 6 sports de combats + 12 sports collectifs; sous-groupe 22 = 6 sports psychomoteurs + 4 sports de combats + 12 sports collectifs; sous-groupe 19 = 7 sports psychomoteurs + 3 sports de combats + 9 sports collectifs.

Matrice de *Battle Royale*: un Dilemme du prisonnier

	COOPÈRE	COULE
COOPÈRE	(+2, +2)	(-2, +4)
COULE	(+4, -2)	(0,0)



Nash *versus* Axelrod

	COOPÈRE	COULE
COOPÈRE	(+2, +2)	(-2, +4)
COULE	(+4, -2)	(0,0)

En rouge, stratégie satisfaisante mais pas équilibrée (Axelrod)

En bleu, stratégie équilibrée mais pas satisfaisante (Nash)

		JUDO/LUTTE/BOXE & FOOT/VOLLEY/HAND (N = 46)			
270 batailles*		COOPÈRE	COULE		Gain moyen par coup = + 0,72**
GYM/ATHLE/NATA (N = 18)	COOPÈRE	84 (31 %)	89 (33 %)		
	COULE	51 (19 %)	46 (17 %)		
		GYM/ATHLE/NATA & FOOT/VOLLEY/HAND (N = 51)			
222 batailles*		COOPÈRE	COULE		Gain moyen par coup = + 1,1**
JUDO/LUTTE/BOXE (N = 13)	COOPÈRE	33 (15 %)	40 (18 %)		
	COULE	64 (29 %)	85 (38 %)		
		GYM/ATHLE/NATA & JUDO/LUTTE/BOXE (N = 31)			
342 batailles*		COOPÈRE	COULE		Gain moyen par coup = + 0,96
FOOT/VOLLEY/HAND (N = 33)	COOPÈRE	68 (20 %)	75 (22 %)		
	COULE	86 (25 %)	113 (33 %)		

- * Résultant de l'addition de 3 sous-groupes de 23, 22 et 19 sportifs expérimentés séparément.
- ** $p < 0,05$ au T de Student

Résultats des confrontations selon les spécialités sportives. Effectif des tactiques émises par chaque option sportive (ligne) vis-à-vis des deux autres (additionnées en colonne) et gain moyen par bataille.

Modalité à expliquer : COUPLEPLUS 1/2

Situation de référence : GYM/ATHLE/NATA MASCULIN POIDLEGER (20,9 %)

Modalités explicatives	Effets marginaux	Kh ²	Significativité
FOOT/VOLLEY/HAND	+ 24,5 %	2,85	* Oui ($p < 0,05$)
JUDO/LUTTE/BOXE	+ 34,4 %	18,61	*** Oui ($p < 0,001$)
FÉMININ	+ 1,5 %	0,04	Non
POIDMOYEN	+ 11,3 %	1,99	Non
POIDLourd	+ 10,2 %	0,84	Non

Régression logistique destinée à repérer les facteurs explicatifs de la modalité COUPLEPLUS1/2. Le poids et le sexe sont sans effet sur les comportements égoïstes – consistant à couler l'autre joueur plus d'une fois sur deux. Par contre, le fait d'être spécialiste de sports sociomoteurs (FOOT/VOLLEY/HAND, JUDO/LUTTE/BOXE) augmente significativement le jeu agressif (COUPLEPLUS1/2).

TEST D'HOMOGENEITE χ^2	Stratégies observées chez les GYMNASTES ATHLETES	Stratégies observées chez les NAGEURS (N = 6)
COOP/COOP	56 (32%)	28 (29%)
COOP/COULE	60 (34%)	29 (30%)
COULE/COOP	30 (17%)	21 (22%)
COULE/COULE	28 (16%)	18 (19%)

$\chi^2 = 1,5 / v = 3 / p < 0,5$ NS

Les Nageurs jouent de la même façon que les Gymnastes et les Athlètes – en valorisant la coopération (pas de différence significative au test du *Khi2*). On aurait pu imaginer qu'ils profitent de leur compétence en « rétropédalage » pour attaquer plus... Ce n'est pas le cas.

Conclusion de *La Bataille des nageurs*:

Les spécialistes de sports sociomoteurs sont moins conciliants que les autres (H2+)

L'équilibre de Nash est plus robuste que l'équilibre d'Axelrod. Dans un *Dilemme du prisonnier* répété en action motrice, l'agressivité est la clef de la réussite

(ii) The taste for risk in sportspeople How do they play a "chickie run" game?

Collard, L. (2014). The taste for risk in sportspeople (pp. 163-178). In Mariann Vaczi, *Playing fields: Power, Practice and Passion*. Reno: University of Nevada

A love of danger?

When I was a young P.E. teacher, my colleagues and I used to organise every year a high-risk sports camp for our highschool classes. The pupils were unruly teenagers having scholar problems. The program was : outdoor climbing, rafting, canoeing, bungee jumping. All these years long and despite (non easy going), we never had a single accident. Nevertheless one day, our headmaster asked us to stop these high-risk activities for this kind of public. It was necessary to stop offering potentially dangerous sports to these « hotheads ». According to him, they needed to learn how to control themselves, and not to become risk takers, what they already were... I've never been convinced by this point of view. This is the reason why I've chosen to write my thesis about the educational interest of high-risk sports. Unfortunately, scientific literature was concurring with my headmaster's arguments...

In the literature, some athletes are often accused of irresponsible behavior and have been compared to risk-taking deviants – drug and sex addicts, delinquents – who are revolting against established norms (Assailly, 1992, Peretti-Watel, 2000). Thrill-seeking in sport has been linked with the psychological trait of impulsiveness, "fleeing from self-consciousness" (Lafollie, 2007) and the quest for a state of euphoria. Given the lack of reference points from society, the player in search of meaning in his/her life supposedly poses the ultimate question: life or death? By abandoning themselves to sensory exhilaration, unhesitatingly agreeing to put themselves through a life-threatening ordeal (Le Breton, 2002) and adopting an extreme attitude, specialists in dangerous outdoor sports are sometimes described as being blinded by their love of danger (Donnelly, 2004). Despite their realistic judgments regarding their higher probability of being seriously injured while participating in their sport (in comparison with the average sportsperson), dangerous sportsmen believe in their abilities to cope with risk, inducing lower feelings of vulnerability (Martha, Laurendeau, Griffet, 2010).

Even though the interviews or questionnaires used in these studies provided information on how high-risk sports specialists' say (or think) they behave, these tools did not assess the sportspeople's' true behavior.

Hence, given the lack of *in vivo* validation, we decided to assess the hypothesis relating to a "thirst for risk" by observing the actions of 66 sportspeople during a game that enabled true risk-taking. We sought to establish how these extreme sports specialists would behave and whether or not they would take more risks than specialists in other sports.

The novelty of this approach relates to the consideration of physical games or sports as a laboratory for human behavior in general (Parlebas, 2002). Depending on the type of game, one can witness drama, inhibition, pleasure, aggressiveness, inventiveness and humor (Parlebas, 1975).

In order to measure risk-taking, one can use a "paradoxical" game in which the protagonists must position themselves with respect to a dual constraint: (i) the need to protect themselves from the worst-case scenario by obtaining little reward and (ii) the prospect of obtaining greater reward by becoming dependent on the other player's benevolence. Players are thus subjected to a dilemma which they resolve according to their risk-averse or risk-taking nature.

Game theory provides many models for which one can calculate the ideal behavior if players play perfectly rationally in order to maximize their gains and minimize their losses

(Von Neumann, Morgenstern, 1944, Shubik, 1982). Thus, one is able to estimate the ideal behavior and compare it with the players' true behavior in a motor situation. In fact, this approach enables subjectivity to be objectively measured. The combination of rationality and reality within a play activity is the domain of behavioral game theory (Kagel, Roth, 1995, Nagel, 1995). There are many literature reports of deviations between ideal behavior and what is actually observed in practice. These deviations are related to several different factors, ranging from "reasons to believe" (e.g. erroneous perception of probabilities, related to the player's level of experience of games in which chance has a role) (Condorcet, 1785, Allais, 1953)) and individual preferences for risk-taking (as in the private value auction game)) to compliance with a moral stance (as in the coordination game, Harsanyi, 1995). However, to the best of our knowledge, none of the experiments to date has involved the physical resolution of this type of game.

How to play "chickie run" and survive?

"Chickie run" takes its name from the famous car challenge in the film "Rebel Without a Cause" (Figure 1), starring James Dean (1955). It is similar to the famous "prisoner's dilemma" game developed by Tucker (1950), in which the summing of individual interests does not necessarily lead to a collective optimum (Harsanyi, 1977).



Figure 1. Sequences of the movie "Rebel without a cause" (1950) – with James Dean – when playing a dangerous chickie run game. The principle of the chickie run: "We are both heading for the cliff, who jumps first, is the Chicken".

Starting from opposite ends of a sports hall (20 meters apart), two players (Player L, the "line" player, and Player C, the "column" player, by reference to the score matrices presented below) run straight towards each other (Fig. 2a). If the two players collide $\{Continue, Continue\}$, they each lose 2 points (Figure 2) (Fig. 2b). If both "chicken out" at the last moment $\{Defect, Defect\}$, each player scores 2 points (Fig. 2c). If one defects and the other continues $\{Defect, Continue\}$, the defector scores nothing and the non-defector scores 4 points (Fig. 2d).

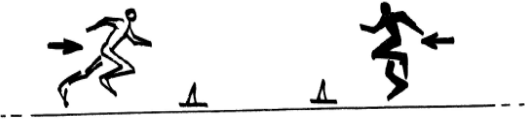
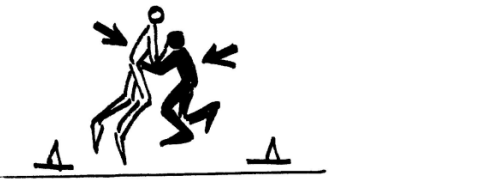


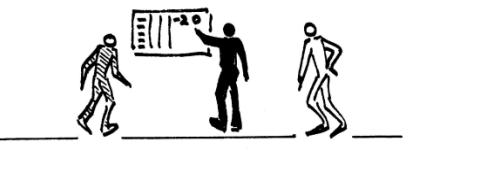
	<p>a. Starting from opposite ends of the sports hall, the two players run straight towards each other.</p>
	<p>b. If both players continue straight on, they collide in the 3-meter-long central and each loses 2 points.</p>
	<p>c. If the white player "chickens out" before the central zone and the black player crosses the line without deviating, the white player scores 0 points and the black player scores 4 points.</p>
	<p>d. If both players deviate from the line, each scores 2 points.</p>
	<p>e. At the end of the match, the players enter their score in a summary table and then go on to play against each of the remaining players. Players are able to consult their future opponents' results on the summary table.</p>

Figure 2. Scenarios in the game "chickie run"

The following additional rules and safety measures were implemented:

- In order to avoid a collision when both players defected, the latter were told to always deviate to their right.
- Any contact whatsoever between the players was counted as *{Continue, Continue}*.
- To ensure that the players ran at roughly the same speed, they had to arrive within a 3-meter central zone (marked out with cones) at the same time.
- Each participant played only once against each of the other players (i.e. 65 matches per player). The personal payoffs in each match (-2, 0, +2 or +4) were noted on a summary table. Before each match, players were able to consult information on their opponent's past strategy. Hence, this was a full-information game, since each player was aware of (i) his/her possible actions, (ii) the actions that could be adopted by the other player, (iii) the full range of possible outcomes and the corresponding gains and losses and (iv) the other player's motives and reputation, as well as his/her own. To gain time, six matches took place simultaneously within a number of parallel tracks in the sports hall. Each match lasted an average of one minute (from meeting the opponent until the outcome). The need to organize 2145 matches during three half-day sessions and the recording of the results in a double-entry table did not enable us to take account of the order of the matches; each player chose an opponent when one was available, without worrying about his/her position in the "league table". Once the table had been completed, it was impossible for the investigators to assess the "reputation" effect - even though the players would have taken account of the latter in the heat of the action.
- Each player had to note their name, sport and bodyweight on the table, so that this information was available to their opponents. Indeed, bodyweight may be a potential

confounding factor by inciting lighter players to defect more readily when faced with heavier players.

We studied 66 adult sports students (25 young women and 41 young men). The mean \pm standard deviation (SD) age was 20.3 ± 1.2 . All players participated voluntarily in the study. Thirteen participants weighed under 55 kg, 36 weighed between 55 and 70 kg and 17 weighed over 70 kg.

We sought to compare the behavior of the high-risk sports specialists (climbing, diving, etc., coded as *ClimbDive*; $n=9$) with that of three other categories of sportspeople: specialists in individual sports which take place in highly predictable physical and human environments (gymnastics, swimming, etc., coded as *GymSwim*; $n=14$), players in team sports that take place in a partly controlled environment (coded as *SoccerRugby*; $n=32$) and indoor combat sports specialists (wrestling, boxing, martial arts, coded as *Combat*; $n=11$). Of course, all the students were experts in their respective sports. They trained several times per week and played competitively.

From a rational point of view

The dilemma in "chickie run" is explained by the absence of dominant tactics. Neither *Continue* nor *Defect* tactics dominate in absolute terms (Figure 3).

		Player C	
		<i>Defect</i>	<i>Continue</i>
Player L	<i>Defect</i>	(+2, +2)	(0, +4)
	<i>Continue</i>	(+4, 0)	(-2, -2)

Figure 3. Score matrix for the game "chickie run".

The 1st figure between brackets corresponds to the score (payoff) for player L ("Line") and the 2nd corresponds to the score for player C ("Column"). With this payoff matrix and in an iterated game (65 matches), taking risks ("Continue") is not better than playing cautiously ("Defect").

The best of a bad thing corresponds to the "best possible worst case" scenario. Playing *Maximin* equates to playing $\{Defect, Defect\}$ all the time. Even if the opponent changes his/her tactics (by playing *Continue* to move from +2 to +4, see Figure 3), playing *Maximin* guarantees at least 0 (instead of +2 if the opponent also plays *Maximin*), which is always better than -2. The worse is avoided. If each player plays *Maximin*, the chance of reward is $\{+2, +2\}$ each time. On a scale from -2 to +4, this score is satisfactory. However, this situation is not balanced. If one player maintains his/her chosen tactics, the other will gain by changing tactics.

There is a second solution: the Nash equilibrium. In this type of game, playing the equilibrium consists in "*minimizing the opponent's maximum*" (Barbut, 1967, p. 857), so that neither of the players is tempted to change tactics if the other maintains his/hers (Nash, 1950, 1951). This solution has been offered by the famous John Nash whose life has been described in a movie: "The beautiful mind" (2001) that received 4 Oscars.

From a purely strategic standpoint, this game has two Nash equilibriums: $\{Continue, Defect\}$ and $\{Defect, Continue\}$; $\{+4, 0\}$ and $\{0, +4\}$. However, these are suboptimal for the player scoring 0. Since the game is iterated against all the other players, there is a mixed-strategy Nash equilibrium that can improve the overall outcome for the two players (L and C). This one consist in playing safe one every other time ($p=0.5$).

When considering the results, we used the term "Maximin profile" to refer to players who deviated in more than 75% of the matches (since this value corresponds to the average of the probabilities for the Maximin and Nashian strategies). In contrast, a player who deviated less than 50% of the time was classified as reckless (the "Risk-taker" profile). A

player adopting the intermediate, balanced position (independently of the opponent's reputation) was referred to as "Nashian".

Nice guys finish first

None of the subgroups of sportspeople played exactly as it should have done. However, for the population as a whole, the 2145 matches generated 2166 points, i.e. a score per match E_{real} of +1.01 Pt/m - almost exactly what a mixed strategy Nash equilibrium would yield. The tactical combination $\{Defect, Defect\}$ was observed in 30.2% of cases, instead of 25% (i.e. of half of 50%) for a *Nashian* strategy and 100% for *Maximin*. The $\{Continue, Continue\}$ combination occurred in 21.3% of matches (instead of the 25% expected for *Nashian* and 0% for *Maximin*).

	N=728 ↗	Other players	
		<i>Defect</i>	<i>Continue</i>
<i>GymSwim</i> players		35% (254)	38% (277)
$E^* = +0.88$		12% (88)	15% (109)

	N=513 ↗	Other players	
		<i>Defect</i>	<i>Continue</i>
"High-risk sports"		46% (236)	27% (139)
<i>ClimbDive</i> players		16% (82)	11% (56)
$E^* = +1.34$			

	N=605 ↗	Other players	
		<i>Defect</i>	<i>Continue</i>
<i>Combat</i> players		24% (145)	19% (115)
$E^* = +0.9$		26% (157)	31% (188)

	N=1088 ↗	Other players	
		<i>Defect</i>	<i>Continue</i>
<i>SoccerRugby</i> players		23% (250)	26% (282)
$E^* = +1.01$		26% (284)	25% (272)

* E = expected gain per match; ** The three other subgroups of sportspeople (column) confronted with the "line" subgroup.

Figure 4. Percentage of tactical combinations in each subgroup (lines) versus the other sportspeople (columns).

As with the *GymSwim* players, the *ClimbDive* players defected in 75% of cases (the *Maximin* profile). They were more cautious than the *Combat* players, who continued in more than 50% of the matches. The *SoccerRugby* players were at the equilibrium (the *Nashian* profile). The "thrill-seekers" obtained the best aggregate score per match (+1.34). (The scores in intra-subgroup matches were not taken into account)

Since the goal of the present research was to measure the appetite for risk in extreme sports specialists, Figure 4 compares the latter's strategies with those of the other types of sportspeople (with a total of 513 matches = 9 *ClimbDive* x (14 *GymSwim* + 11 *Combat* + 32 *SoccerRugby*)) and displays the strategies of each subgroup vis-à-vis the three others. Even though all the head-to-head matches took place (2145), the presentation in Fig. 4 excludes the 678 matches between players from the same sporting subgroup; we wanted to accentuate any differences by opposing the various subgroups. The *GymSwim* subgroup played 728 matches against the three other subgroups (14 x (9 + 11 + 32)), the *Combat* played 605 matches (11 x (9 + 14 + 32)) and the *SoccerRugby* group (the largest population) played 1088 matches (32 x (9 + 11 + 14)). The detailed results show that the high-risk sports specialists (*ClimbDive*) tended to play cautiously (the *Maximin* profile). This phenomenon was also observed in the *GymSwim* subgroup, with one difference: the latter only obtain 0.88 Pt/m, compared with 1.34 Pt/m for the *ClimbDive* subgroup (with a significant difference in Student's T test, $T=2.9$, Degrees Of Freedom (DOF) =21, $p<0.01$). Not only were the dangerous sports specialists the most cautious, they also minimized their losses. The fact that caution can maximize gains is one of the characteristics of this type of n -player, no zero-sum game (Harsanyi, 1977). In practical terms and when the

game is repeated, cooperative (cautious) strategies tend to dominate egocentric (risky) strategies (Axelrod, 1980a, 1980b, Axelrod, Hamilton, 1995). This was this case for the *ClimbDive* subgroup but not for the *GymSwim* subgroup.

The *Combat* subgroup was the most reckless and played "Continue" in over 50% of matches (Figure 4). This appetite for risk did not pay off and yielded only 0.9 Pt/m (i.e. a significantly ($p < 0.05$) lower score than *ClimbDive* ($T = 2.44$, $DOF = 18$)). The *SoccerRugby* subgroup adopted a mixed equilibrium strategy (*Nashian*), enabling an average score of 1 Pt/m.

An analysis of the 678 intra-subgroup matches showed that the members of each family of sports specialists played against each other in the same way as they did against the members of other subgroups ($\text{Chi-squared} = 1.44$, $DOF = 3$, ns).

Given that the four sports subgroups were not matched in terms of sample size, gender and bodyweight, it was necessary to refine the results. In order to see whether cautiousness (*Maximin*) is indeed related to the sport practiced and not (via a linkage effect) to other explanatory factors (gender or weight), we performed a logistic regression using the TRI2 software developed by Cibois (2007). All 2145 parties (i.e. including the 678 intra-subgroup matches) were taken into account.

Let us take a reference situation: *MALE MIDDLEWEIGHT SOCCERRUGBY* (with MAXIMIN as the dependent variable, Figure 5), accounting for 14.3% of the population. For each of the other modalities, we calculated the marginal effects, all other things being equal. Female gender (Female) increased the likelihood of cautious behavior (MAXIMIN) by 8.1% (odds ratio (OR)=1.73). Being heavy (HEAVYWEIGHT) or light (LIGHTWEIGHT) had the same, negative effect (OR=0.43 and 0.64, respectively) and individuals in these subgroups were 4.7% and 7.6% more likely to take risks, respectively. However, these three aspects were only trends and did not achieve statistical significance. Only belonging to the CLIMBDIVE and GYMSWIM subgroups appear to be significantly explanatory at $p < 0.01$ (OR=7.67, +41.8% and OR=6.94, +39.4%). Hence, the high-risk sports specialists were more cautious than the other sportspeople because of their sporting background and not because of their gender and bodyweight characteristics. Indeed, they shared these characteristics with the *GymSwim* subgroup.

Dependent variable: MAXIMIN					
		Coeff.	Chances	Percent.	
Reference situation:		-1.7916	0.1667	14.3	
			Odds ratio	Marg. effect	Test
Gender	MALE	Ref.			
	FEMALE	0.5467	1.73	8.1	ns
Bodyweight	LIGHTWEIGHT	-0.4477	0.64	-4.7	ns
	MIDDLEWEIGHT	Ref.			
	HEAVYWEIGHT	-0.8395	0.43	-7.6	ns
Sport	COMBAT	-0.0003	1.00	0.0	ns
	SOCCERRUGBY	Ref.			
	CLIMBDIVE	2.0369	7.67	41.8	***
	GYMSWIM	1.9378	6.94	39.4	***

Figure 5. Logistic regression for identifying explanatory factors for cautious behavior (Maximin). The dependent variable is MAXIMIN and the reference situation is MALE MIDDLEWEIGHT SOCCERRUGBY. Some characteristics are more important than others in the explanation of the prudent behavior (MAXIMIN). They are evaluated in terms of the odds ratio and the corresponding marginal effects (as a percentage). The most strongly explanatory elements are the CLIMBDIVE and GYMSWIM (***, $p < 0.01$) specialties. The other factors did not have a statistically significant influence (ns)).

High-risk sports specialists are not risk-takers

Given the current state of our research, it is impossible to say whether the observed correlations were causal. Why did the high-risk sports specialists play the game more cautiously than the others and this end up with a better overall score? Are there psychological factors which predispose certain people to take up extreme sports? Or does the intensive performance of extreme sports tend to modify attitudes when playing "chickie run"?

One possible explanation can be found by looking at the physical (motor) relevance and novelty of the "chickie run" dilemma. A mathematical game is an abstract system which is entirely controllable by abstraction: once a player has decided on his/her strategy, he/she can simply note it on a piece of paper and then leave the room - the game is over before it has begun! In the "chickie run" game described here, the player's choice of his/her strategy (*Maximin/Nashian/Risk-taker*) is just the start; regardless of the underlying, abstract plan, the game consists of a motor act. When the two players face off, there is only one imperative: to make the opponent deviate, or at least try to make that happen. To this end, the players must use "motor intelligence", that is to say intimidation (making the opponent comply with my demands) and persuasion (preventing the opponent from believing that he/she has dominated me). How, then, can this motor intelligence be implemented? By waiting until the last moment to take a deviate/continue decision and by counting on the opponent's fear of collision - this is the basic principle behind a game that, regrettably, was made even more famous when James Dean died in a head-on car crash.

Depending on their particular sporting experience (in training and competition), participants may vary in their ability to decipher and mask behavioral patterns without panicking. The low score in the *GymSwim* group appears to bear this out. The absence of a direct opponent and the standardization of gymnastics equipment are unlikely to prompt frequent "motor decisions". However, in this strategic game, is it not strange that sportspersons used to dealing with uncertainty generated by other players (i.e. the *Combat* and *SoccerRugby* groups) had lower scores (Figure 4) than sportspersons confronted only with the unpredictability of the natural environment (i.e. *ClimbDive*)? Were the team sports and combat sports specialists victims of their familiarity with two-player and null-sum games? In the world of sporting duels where one player's loss is the other's gain, only antagonistic behavior (holds, punches and shots) changes the score. In "chickie run", things are different: strategies are conditional and an overly high frequency of aggressive interactions {*Continue, Continue*} resulted in lower gains for the *Combat* and *SoccerRugby* groups. The transfer of sporting behavior patterns to inappropriate motor situations has already been observed (Collard, 2004, Oboeuf, Collard, 2008, Collard, Loyer, 2009).

A second explanation relates to the reputation that the sportspersons built up, blow-by-blow. Since the game is always played against different players and full information is available, each player can identify their future opponent's past behavior and adjust their strategy accordingly: "defect" when faced with an opponent known to "continue" more than 50% of the time and "continue" when the opposite is true. Our experimental protocol did not enable us to take this variable in account, since the order of the matches was not recorded. It doubtless had an impact. However, with over 2000 matches, would extreme sports specialists have exhibited greater cognitive abilities in odds estimation and anticipation (i.e. taking into account how their opponent had played in his/her previous matches) than the other subgroups did?

The results nevertheless suggest that people who are often described as "extreme sports" specialists are far from extreme in terms of their behavior.

This conclusion confirms two surveys performed 10 years apart (Collard 1998, Mariani 2011). Briefly, the surveys were based on indirect questionnaires and examined the participants' statements about risk - making the surveys less robust but easier to administer than measurements of motor behavior. By comparison with standard psychometric tests and interviews, the two surveys were novel in as much as the

respondees did not have total control over their responses. To this end, we used the Condorcet method (1785), in which pairs of items are submitted to a ballot by the respondents. In our survey (1998) and that performed by Mariani (2011), the ballot items were characteristic traits in high-risk sports: "control" (over a tricky situation), "nature" (syntony, being in harmony with the wildness of the natural milieu), "novelty" (the use of novel equipment and movements), "risk" (potential danger that could lead to an accident) and "thrill" (a strong emotion that disrupts the usual equilibrium). These items are presented in pairs; for each of the ten distinct pairs, the respondents must circle the item that motivates them most. The 2011 survey was based on a sample of 61 surfers, 98 windsurfers, 148 kite surfers and 48 multiple sports specialists (surf + kite surf or surf + wind surf), all of whom performed at an international level. The 1998 work surveyed 91 French sports students who were national-level high-risk sports specialists.

With this type of arrangement, the respondents' memory cannot totally condition the choice made (in logical terms). Although the question is not ambiguous and demands an immediate judgment, it can reveal some absurd rankings known as "cursed triplets". For example, it is possible for an answer to highlight an illogical ranking such as thrill > nature > risk > thrill (where ">" means "preferred to"). The presence of an intransitive triplet (a famous "cursed triplet") is symptomatic of the Condorcet effect (CE). In a 5-item ballot such as this, a given response can have 5 intransitive triplets. The greater the CE (i.e. the higher the number of intransitive triplets), the more the difficult it becomes to differentiate between the items.

The result given most frequently by the 91 sports students was transitive and the collective choices were apparently homogeneous. Strikingly, "risk" was ranked in last place as a motivating factor in "high-risk" sports. This confirms the "chickie run" findings and contrasts with the supposed "passion for risk" and "suicidal violence" described in the literature. Mariani's results (2011) are similar in all respects to our 1998 findings.

What motivates our specialists above all are strong emotions and the mastery of imbalance (the "thrill" trait) in syntony with the natural milieu (the "nature" trait) and the "novelty" associated with the use of new techniques. In the wild, these sportspeople are seeking unhindered adventure, which requires significant self-control. The "thrill" trait is the most captivating: it attracted 70 out of 91 votes when paired with the novelty trait, 77 votes when paired with "control", 65 votes when paired with "nature" and 51 votes (i.e. five more than the majority of 46 votes) when paired with "risk". In other words, the inversion of six "thrill vs. risk" votes (6.5% of the total) would be enough to change the shape of the majority ballot and increase the CE to the maximum level possible. In fact, the majority of respondents preferred the "nature" trait to "risk" (66 votes), "novelty" (84 votes) and "control" (72 votes). The "novelty" trait won twice, against "risk" (68 votes) and "control" (54 votes). The control trait only received one majority vote (against "risk", with 75 votes nevertheless). By inverting the six votes between thrill and risk, three intransitive triplets would appear in the majority ballot: thrill > novelty > risk > thrill, thrill > nature > risk > thrill and thrill > control > risk > thrill. Three intransitive triplets (out of a possible maximum of five) correspond to a CE of 60%... The group's apparent homogeneity is illusory. It masks latent heterogeneity suggesting that is difficult to determine the underlying, motivating factors in high-risk sports.

Processing the individual data reveals a 10% CE, with only one "cursed triplet". For these respondents, the intransitive triplets were always related to the "risk/thrill/nature" triplet (6 as "thrill > risk > nature > thrill" and 3 as "thrill > nature > risk > thrill"): for example, "risk" is preferred to "thrill", "thrill" is preferred to "nature" but then "nature" is preferred to "risk"! This sign of incoherence (found nine times in the survey) is doubtless due to subjective overlap between the judgment criteria: dangerousness is associated with a radical change in the internal equilibrium and is characteristic of the wildness of the natural milieu. These three traits (with similar connotations) probably explain the confusion expressed by our young respondents.

The presence of a CE in individual data and for 6.5% of the votes in the group ballot testifies to the respondents' difficulty in expressing their attraction for high-risk activities in a purely cognitive mode (i.e. by verbalization). This may explain the disparity between the literature findings on risk-taking sportspeople on the basis of interviews and psychometric tests (i.e. the attraction of danger and disdain for death) and what is observed here "in the flesh" with game theory applied to the "chickie run" experiment (i.e. securitizing behavior and an aversion for deliberate risk-taking). This mismatch between words and acts appears in the extraordinary narrative by Douglas Robertson in *"Survive the Savage Sea"* (1973). On board their 43-foot schooner *Lucette*, the Robertson family set sail from the south of England in January 1971. Eighteen months out, in the middle of the Pacific, *Lucette* was holed by killer whales and sank. Four adults and two children survived the next 38 days adrift in a 9-foot dinghy before being rescued by a Japanese fishing vessel. The author describes the day-by-day hell that he and the other survivors endured and the self-control they needed to perform acts such as drinking their own urine (or that of others) or injecting sea water via the rectum. However, Robertson remembered this odyssey with nostalgia and reported the comments made by two of his children after they had been rescued:

Douglas told me even before we had reached Panama that he would thank me every day of his life for giving him such an adventure, and Neil stated in a moment of shipboard boredom that he preferred it on the raft" (p. 348).

However, the reader knows better: neither of the two children said as much when adrift after the sinking. It is what is called "making a virtue of necessity". Today's television programs exploit this vein: ex-Special Forces soldier Bear Grylls deals slickly with high-risk situations in *Man vs. Wild*. The show often forgets to mention that that Grylls is surrounded by a whole safety team: yes to risk-taking, as long as there is no danger!

Not so rebel and with a cause...

High-risk sports (motocross, sea diving, kitesurfing, etc.) have a number of identifiable characteristics that set them apart from other social activities. Indeed, high-risk sports are the only legal, life-threatening social activities that are apparently practiced for their own sake. What do we expect and what do the participants expect from the "roll of the dice" in these situations?

Sportspeople are often stereotyped as suicidal, behavioral deviants who are revolting against the norm. As surprising as it may seem, our observations strongly indicate that high-risk sports participants have an especial distaste for risk. If our findings turn out to be correct, one could reasonably include high-risk sports into physical education programs in which the ultimate objective is... safety. To this end, it may be valuable to throw learners into motor situations with high levels of subjective risk but low levels of objective risk. This situation works as a paradox. To be safe, one must avoid danger. However, by always avoiding danger, one is deprived of the opportunity to confront it with confidence.

The main utility I see in my erstwhile mountaineering days was this education of my composure, which enabled me to sleep upright on the narrowest ledge while overlooking an abyss", wrote Marcel Mauss in 1934 before adding (with respect to education): "It consists especially of education in composure. And the latter is above all a retarding mechanism, a mechanism inhibiting disordered movements; this retardation subsequently allows a coordinated response of coordinated movements setting off in the direction of the chosen goal. This resistance to emotional seizure is something fundamental in social and mental life. (p. 385).

This quality also enabled the players to maximize their gains in the "chickie run" game.

This fundamental aptitude is an important issue in our educational system. The balance of the skier, the skillfulness of the motorcyclist and the confidence of the climber are not the sole determinants of sporting success but constitute its main objective. Physical education can help acquire this "*resistance to emotional seizure*" by offering schoolchildren the opportunity to perform sporting activities with an aura of risk and adventure.

Bibliography

- Allais, Maurice. "Le Comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école Américaine." *Econometrica* 21 (1953): 503-546.
- Assailly, Jean-Pascal. *Les jeunes et le risque*. Paris: Vigot, 1992.
- Axelrod, Robert. "Effective choice in the prisoner's dilemma." *Journal of Conflict Resolution* 24 (1980a): 3-25.
- . "More effective choice in the prisoner's dilemma." *Journal of Conflict Resolution* 24 (1980b): 379-403.
- Axelrod, Robert and William-D Hamilton. "The evolution of cooperation." *Science* 211 (1981): 1390-1396.
- Barbut, Marc. "Jeux et mathématiques. Jeux qui ne sont pas de pur hasard." In *Jeux et sports* edited by Roger Caillois, 836-864. Paris: Encyclopédie de la Pléiade, 1967.
- Cibois, Philippe. *Les méthodes d'analyse d'enquêtes*. Paris: Presses Universitaires de France, 2007.
- Collard, Luc. *Sports, enjeux et accidents*. Paris: Presses Universitaires de France, 1998.
- . *Sport & agressivité*. Méolans-Revel : DésIris, 2004.
- . *La cinquième nage. Natation & Théorie de l'évolution*. Biarritz : Atlantica, 2009.
- Collard, Luc and Frédéric Loyer. "The battle of the swimmers. Illustration of a conflict between individual preferences and the collective interest". *Math. and Social Sciences* 188 (2009): 41-53.
- Condorcet, Antoine. *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, Paris: De l'Imprimerie Royale, 1785.
- Donnelly, Peter. "Sport and risk culture." In *Sporting bodies, damaged selves: Sociological studies of sports-related injury*, ed. K. Young, Boston, Elsevier (2004): 29-58.
- Harsanyi, John. "Morality and the theory of rational behavior." *Social Research* 44 (1977): 623-656.
- . "A new theory of equilibrium selection for games with complete information." *Games and Economic Behavior* 8 (1995): 91-122.
- Kagel, John and Alvin Roth, A. *Handbook of experimental economics*. Princeton: Princeton University Press, 1995.
- Lafollie, Delphine. Detection of High-risk personalities in risky sports. *L'Encéphale*, vol. 32, 2 (2007): 135-141.
- Le Breton, David. *Conduites à risque*. Paris: Presses Universitaires de France, 2002.
- Mariani, Guillaume. "Le risque en question dans le loisir sportif de nature: enquête sur les pratiques de surfs." *Ethologie & Praxéologie* 15 (2011): 31-50.
- Martha, Cécile, Jason Laurendeau and Jean Griffet. "Comparative optimism and risky road traffic behavior among high-risk sports practitioners." *Journal of Risk Research* 13, 4 (2010): 429-444.
- Mauss, Marcel. "Les techniques du corps (1934)", *Sociologie et anthropologie*. Paris: Presses Universitaires de France, Quadrige, 1950.
- Nash, John. "Equilibrium points in n-person games." *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA* 36 (1950): 48-49.
- . "Non-cooperative games." *Annals Of Mathematics* 54 (1951): 286-295.
- Oboeuf, Alexandre and Luc Collard. Agressivité motrice. "Habitudes et transferts dans trois sports collectifs." *Sociologos* 3 (2008): socio-logos.revues.org/
- Parlebas, Pierre. "Jeu sportif, rêve et fantaisie." *Esprit* 446 (1975): 784-803.
- . "Elementary mathematical modelization of games and sports." *The explanatory power of models*, edited by Franck Robert, 197-227. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Peretti-Watel, Patrick. *Sociologie du risqué*. Paris: Armand Colin, 2000.
- Robertson, Douglas. *The last voyage of the Lucette (Survive the Savage Sea, 1973)*. NY: Sheridan House Inc, 2005.
- Selten, Reinhard and Rolf Stoecker. "End behavior in sequences of finite prisoner's dilemma supergames: a Learning theory approach." *Journal of Economic Behavior and Organization* 7 (1986): 47-70.
- Shubik, Martin. *Game Theory in the Social Sciences*. The MIT Press, 1982.
- Tucker, Albert. *A two persons dilemma*. Mimeo: Standford University, 1950.
- Von Neumann, John and Oskar Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton: Princeton University Press, 1944.