Méthode générale de résolution de la similarité conjuguée en polarimétrie radar

Madalina Ciuca, Gabriel Vasile, Michel Gay, Andrei Anghel, Silviu Ciochina

▶ **To cite this version:**

Madalina Ciuca, Gabriel Vasile, Michel Gay, Andrei Anghel, Silviu Ciochina. Méthode générale de résolution de la similarité conjuguée en polarimétrie radar. GRETSI 2022 - XXVIIIème Colloque Francophone de Traitement du Signal et des Images, Sep 2022, Nancy, France. hal-03727552

HAL Id: hal-03727552
https://hal.science/hal-03727552

Submitted on 19 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Méthode générale de résolution de la similarité conjuguée en polarimétrie radar

Madalina CIUCA[1,2], Gabriel VASILE[1], Michel GAY[1], Andrei ANGHEL[2], Silviu CIOCHINA[2]

[1]Université Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, GIPSA-Lab
11 Rue des Mathématiques, 38000, Grenoble, France

[2]Université Politehnica de Bucarest, ETTI, Département Télécommunications
1-3 Rue Iuliu Maniu, 061071, Bucarest, Roumanie

ileana-madalina.ciuca@grenoble-inp.fr, gabriel.vasile@grenoble-inp.fr,
michel.gay@grenoble-inp.fr,
andrei.anghel@munde.pub.ro, silviu@comm.pub.ro

Résumé – L'objectif de ces travaux est d'offrir un aperçu étendu des relations d'équivalence applicables en polarimétrie radar. L'accent est mis sur la transformation de similarité conjuguée, souvent mentionnée et rarement utilisée avec les méthodes de décomposition cohérente. Nous présentons une technique, basée sur la représentation réelle, qui peut offrir une solution analytique, même dans le cas des matrices de diffusion non réciproques. Une courte comparaison avec la méthode de Graves est proposée. Les données simulées sont générées pour un dièdre idéal, en géométrie monostatique. La réponse du diffuseur conserve la réciprocité pour une large gamme d'angles d'observations. Cependant, quelques exemples apparaissent à partir de directions angulaires d'observation pour lesquelles la non réciprocité de la matrice de diffusion augmente. Dans ce cas, nous utilisons pour analyse la matrice de représentation réelle.

Abstract – This work aims to offer a clear overview of equivalence relations applicable in radar polarimetry. The focus is on the conjugate similarity transformation, frequently mentioned and seldom used with the coherent decomposition methods. We present a technique, based on the real representation, which can offer an analytical solution for the consimilarity equivalence, even with nonreciprocal scattering matrices. A short comparison with the Graves method is presented. Simulated data for an ideal dihedral, under monostatic geometry at a wide range of observation angles, is used. The response of the scatterer is shown to conserve reciprocity for a wide range of observations. However, some examples appear from very skewed observation directions, for which the nonreciprocity of the scattering matrix increases. In such case, we perform an analysis using the real representation matrix.

1 Introduction

Réaliser des mesures en diversité polarimétrique permet d'accéder au contenu informationnel grâce à la matrice de diffusion, $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{2\times 2}$. Pour les cibles dites cohérentes, ayant des dimensions inférieures aux limites de la cellule de résolution du radar, la description par la matrice de diffusion sera complète. Cependant, certaines approximations sont utilisées pour l'étude de ces matrices de diffusion, par le biais de décompositions cohérentes. Par exemple, les transformations d'équivalence sont effectuées en supposant la réciprocité (c'est-à-dire la symétrie, au sens mathématique) de la matrice. Nous présentons, dans la Section 2, des cas où une telle hypothèse n'est plus adaptée, même dans le cadre de la convention "BackScattering Alignment" (BSA). Afin de résoudre ce problème, nous introduisons une méthode générique pour résoudre l'opération dite de similarité conjuguée, qui utilise la forme de Matrice de Diffusion en Représentation Réelle (RRSM). Nous étudions certaines propriétés de la RRSM. Les résultats expérimentaux sont présentés dans la Section 3. La Section 4 conclut l'article et présente les perspectives futures.

2 Représentation réelle d'une matrice complexe

Alors qu'une matrice réelle carrée présente une relation d'équivalence générale (simplement connue comme similarité) , une matrice complexe carrée, en présente deux [1] :

1. similarité : $\mathbf{A_{st}} = \mathbf{Y^{-1}AY}$ (1)
2. similarité conjuguée (i.e. consimilarité) :

$$\mathbf{A_{cst}} = (\mathbf{X}^*)^{-\mathbf{1}}\mathbf{AX} \tag{2}$$

$\mathbf{Y}$ et $\mathbf{X}$ représentent les matrices de transformation des opérations de similarité et de consimilarité, respectivement. $\mathbf{A_{st}}$ et $\mathbf{A_{cst}}$ représentent les matrices équivalentes de similarité et de consimilarité. Pour $\mathbf{A_{st}}$ diagonale, on peut reconnaître l'eq. (1) comme étant la définition de la diagonalisation des valeurs propres, les colonnes de $\mathbf{Y}$ représentant les vecteurs propres et les éléments sur la diagonale de $\mathbf{A_{st}}$ sont les valeurs propres. De la même manière, pour l'éq. (2), les colonnes de la matrice de transformation $\mathbf{X}$ seront les vecteurs propres de la similarité

conjuguée, tandis que $\mathbf{A_{cst}}$ contiendra les valeurs propres de la similarité conjuguée.

2.1 Consimilarité vs. congruence unitaire

Pour un cas particulier, lorsque la matrice complexe initiale est symétrique ($\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$) et que la matrice de transformation est unitaire ($\mathbf{X^H X} = \mathbf{X X^H} = \mathbf{I}$), la consimilarité se réduit à une congruence unitaire :

$$\begin{aligned}\mathbf{A_{congr}} &= (\mathbf{X}^*)^{-1}\mathbf{A X} = (\mathbf{X}^{-1})^*\mathbf{A X} \\ &= (\mathbf{X^H})^*\mathbf{A X} = \mathbf{X^T A X}\end{aligned} \tag{3}$$

La recherche de la représentation de la base optimale de la matrice de diffusion polarimétrique (c'est-à-dire une base qui maximiserait la puissance sur la diagonale principale) a été une motivation importante pour certaines des premières décompositions cohérentes [2]. Il existe une chaîne intéressante de dépendances en polarimétrie radar monostatique, en raison de laquelle la congruence unitaire a été la transformation habituellement utilisée dans la pratique, au lieu de la forme plus générale de la similarité conjuguée. Avec les radars monostatiques, les éléments d'émission (Tx) et de réception (Rx) sont situés à la même position. Lorsque l'on impose la convention BSA du radar, les vecteurs des trajets de propagation de l'onde coincident. Compte tenu du faible intervalle de temps qui existe entre l'émission et la réception d'une impulsion, le milieu de propagation sur le trajet est considéré comme inchangé. Sur la base des considérations précédentes, la matrice de diffusion monostatique (avec une polarisation linéaire V, H) est généralement interprétée comme ayant des valeurs égales sur les canaux croisés VH et HV. Une autre conséquence directe de l'imposition de la BSA radar (c'est-à-dire l'inversion de la direction du vecteur unitè à partir du trajet de réception) est l'introduction du consimilarité comme opération de transformation de base pour les transformations cohérentes avec la matrice de diffusion. Avec les hypothèses précédentes (propagation uniforme, propriété de réciprocité), l'utilisation uniquement de l'opération de congruence unitaire a été jugé valide. Nous affirmons que dans certains cas, ces hypothèses peuvent être invalidées. Même dans le cadre de BSA, il est possible que la matrice de diffusion perde sa symétrie. Cela peut arriver, si la propagation bidirectionnelle est effectuée sur des trajets plus longs avec des propriétés du milieu qui fluctuent rapidement (comme c'est le cas pour les systèmes satellitaires affectés par différents effets ionosphériques), ou si les éléments Tx et Rx ne sont plus co-localisés (comme pour des systèmes bistatiques/quasi-monostatique).

2.2 Méthode générale de résolution d'une opération de similarité conjuguée

Par rapport aux informations disponibles pour l'approche de la similarité, les références bibliographiques sur la consimilarité sont rares. A notre connaissance, il n'existe pas de méthodes permettant de résoudre, directement dans le domaine complexe, la transformation de consimilarité entre deux matrices. Avec les modèles trouvés dans la littérature, la résolution de l'équation de consimilarité repose principalement sur l'utilisation d'un mapping vers un espace équivalent où l'équation de similarité conjuguée peut être évaluée comme une équation de similarité. Une des méthodes précédentes proposaient de mettre en correspondance une matrice symétrique complexe $\mathbf{A}$ avec sa puissance hermitienne ($\mathbf{A}^H\mathbf{A}$), puis d'effectuer une décomposition en valeurs propres (la transformation de similarité) de la représentation en puissance [3, 4]. Pour la polarimétrie radar, la méthode est connue sous le nom de méthode de Graves (la matrice de puissance hermitienne est adressée comme la matrice de Graves) [5]. Il reste l'algorithme le plus connu et le plus utilisé pour déterminer les valeurs propres de la similarité conjuguée (VPs_SC) et les vecteurs propres de la similarité conjuguée (VePs_SC), pour la matrice de diffusion symétrique. Pour la méthode de Graves, les VPs_SC sont les racines carrées des valeurs propres de la matrice de puissance.

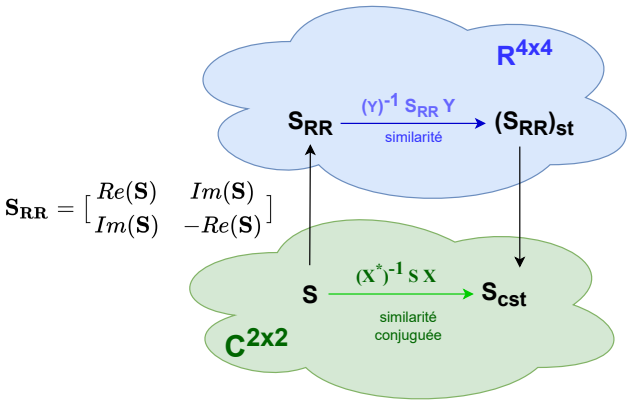

FIGURE 1 – Opération de similarité conjuguée entre deux matrices complexes ($\mathbf{S}$, $\mathbf{S_{cst}}$) et de similarité (ordinaire) entre deux matrices réelles ($\mathbf{S_{RR}}$, $\mathbf{S_{RR_{st}}}$).

D'autres mappings utilisent des formes de bloc, étendues de la matrice complexe initiale [6, 7]. Dans cette contribution, nous utilisons la matrice de diffusion dans sa Représentation Réelle (RR) [8]. Cette matrice est composée des blocs contenant les parties réelles et imaginaires de la matrice initiale. Par la suite, nous prenons $\mathbf{S_{RR}} \in \mathbb{R}^{4\times4}$ comme la représentation réelle de la matrice de diffusion (RRSM).

2.3 Valeurs et vecteurs propres de la similarité conjuguée

Lors de la décomposition propre d'un RRSM, les quatre valeurs propres apparaîtront sous forme de paires ($\pm$) positives-négatives : $\{\lambda_1, \lambda_2 - \lambda_1, -\lambda_2\}$, $\lambda_1 \geq \lambda_2$.

Les VPs_SC de la matrice de diffusion sont obtenues à partir des valeurs propres du RRSM. A chaque $\pm$ paire $\{\lambda_k, -\lambda_k\}$, $k = 1, 2$, on associe une VP_SC : $\xi_k = \lambda_k$. Par conséquent, celles-ci sont du même type que celle des valeurs propres du RRSM. Nous avons également observé la présence des valeurs λ_k complexes, qui apparaissent en paires conjuguées positives-négatives ($\{\lambda_1, (\lambda_1)^* - \lambda_1, (-\lambda_1)^*\}$) et peut présenter des vecteurs propres complexes.

Les vecteurs propres correspondant à une paire

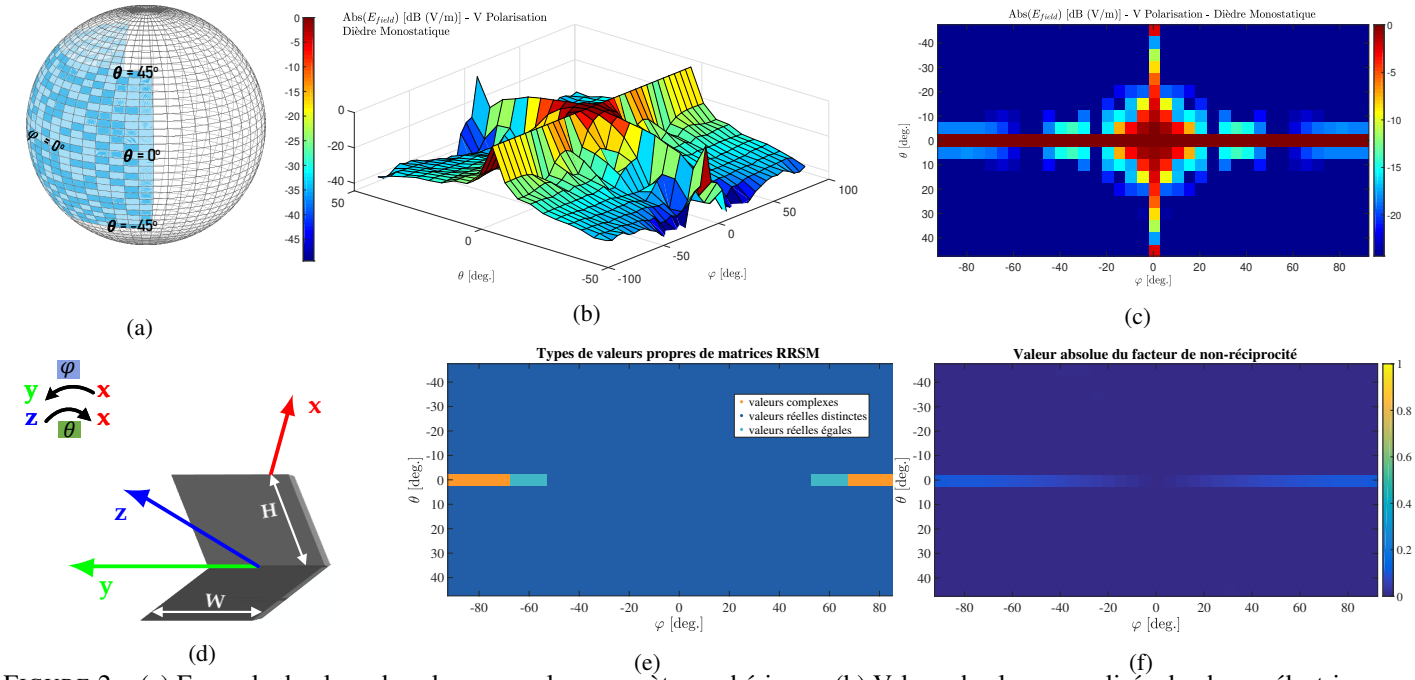

FIGURE 2 – (a) Exemple de plage de valeurs pour les paramètres sphériques. (b) Valeur absolue normalisée du champ électrique rétrodiffusé simulé, E^s_{field} [dB(V/m)] (Polarisation verticale, 3D). (c) Valeur absolue normalisée du champ électrique rétrodiffusé simulé, E^s_{field} [dB(V/m)] (Polarisation verticale, 2D). (d) Représentation dièdre dans le système de coordonnées. (e) Affichage en couleurs pour la classification des valeurs propres RR de la réponse monostatique du dièdre, pour les directions d'observation dans la plage étudiée. (f) Module du facteur de non-réciprocité de la réponse monostatique du dièdre, pour les directions d'observation dans la plage étudiée.

$\{\lambda_k, -\lambda_k\}$ seront utilisés dans le calcul du VePs_SC associés à ξ_k. Les VePs_SC obtenus sont toujours indépendants, pour des VPs_SC distinctes et réelles. Si les VPs_SC sont réelles et égales, il peut arriver d'avoir un cas dégénéré (avec un VeP_SC et un VeP_SC généralisé).

3 Résultats

En imagerie radar, il arrive souvent que des cibles soient placées dans une scène avec des orientations différentes. La matrice de diffusion monostatique, pour les cibles symétriques par rapport à la ligne de visée du satellite ("Line of Sight", LOS), est censée être réciproque. Cependant, lorsqu'elles sont imagées à partir de positions obliques, leurs réponses de diffusion peuvent être différentes. Par exemple, le problème du dièdre orienté est bien connu en polarimétrie et il a été montré qu'en modifiant l'orientation d'un diffuseur dièdre par rapport à LOS, la puissance dans les composantes croisées de la matrice de diffusion augmente. Dans un tel cas, la matrice de diffusion devient non-réciproque et toutes les transformations cohérentes de changement de base effectuées sur la matrice de diffusion imposeront l'utilisation directe de la transformation de similarité conjuguée (Section 2.2).

3.1 Simulations EM d'un diédre monostatiques

Des simulations monostatiques d'une cible cohérente, un dièdre, ont été réalisées à l'aide du logiciel électromagnétique (EM) CST Microwave Studio (CST MWS). La réponse électrique monostatique (champ lointain) est calculée à l'aide du solveur d'équations intégrales de CST MWS, qui utilise une analyse dans le domaine fréquentiel. La méthode numérique divise la zone de calcul en maillage, estime la distribution du courant puis calcule les champs rayonnés sur chaque segment du maillage.

Les coordonnées sphériques sont utilisées dans le simulateur pour indiquer les directions d'incidence/rétrodiffusion monostatiques et pour calculer les valeurs finales du champ électromagnétique. Les paramètres angulaires ϕ et θ sont définis dans les plans XY et XZ, respectivement. Dans la Figure 2a, la zone en bleu, illustre dans le système de coordonnées sphériques le domaine pris en considération lorsque $\varphi, \theta \in [-45^o, 45^o]$. L'estimation des éléments de la matrice monostatique $\mathbf{S}$ devient possible, grâce aux valeurs connues des champs incidents et rétrodiffusés, que nous obtenons par le simulateur.

Le signal d'incidence a une fréquence centrale de $f_0 = 5.405$ GHz et pour une incidence normale (i.e., $\theta_i = 0^o, \varphi_i = 0^o$), le vecteur champ électrique se propage le long de la direction Z. La cible est placée symétriquement, avec son centre de symétrie au centre du système de coordonnées (Figure 2d). Les dimensions de la cible sont grandes devant la longueur d'onde (H=W=15λ), et elle est modélisée à partir d'un matériau conducteur idéal. Les directions monostatiques angulaires sont choisies de manière à garantir que les réponses proviennent seulement de l'intérieur du dièdre.

3.2 Discussion

Les Figures 2b et 2c montrent les réponses simulées du champ électrique normalisé pour des directions monostatiques comprises entre $\theta \in [-45^o, 45^o]$ et $\varphi \in [-90^o, 90^o]$, en vue 3D et

TABLE 1 – Les VPs_SC et VePs_SC de la matrice de diffusion simulée du dièdre, pour une direction angulaire d'incidence ($\theta = 0^o$, $\varphi = 80^o$).

$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0.1075 - 0.0312i & 0.6904 - 0.3001i \\ 0.6097 - 0.1769i & -0.1218 + 0.0529i \end{bmatrix}$	**VPs_SC** ξ_1, ξ_2	**VePs_SC** $\mathbf{X} = [\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}]$
Méthode Graves	$0.7644, 0.6446$	$\mathbf{x_1} = \begin{bmatrix} -0.1738, -0.9848 \end{bmatrix}^T$ $\mathbf{x_2} = \begin{bmatrix} 0.9848, -0.1738 \end{bmatrix}^T$
Méthode RR	$0.7007 + 0.043i$ $0.7007 - 0.043i$	$\mathbf{x_1} = \begin{bmatrix} -0.5126 - 0.9459i, -0.0572 + 1.1405i \end{bmatrix}^T$ $\mathbf{x_2} = \begin{bmatrix} 1.1244 - 0.2387i, 0.8817 - 0.0960i \end{bmatrix}^T$

planaire. L'intervalle de variation plus grand pour φ permettra de collecter la réponse de diffusion même pour des observations très obliques. Pour évaluer l'écart de la matrice de diffusion par rapport à la réciprocité, nous utilisons le paramètre ζ introduit dans [9]. Avec une matrice de diffusion écrite dans la base H-V, et $||\mathbf{S}||$ représentant sa norme euclidienne, ce paramètre est introduit dans l'eq. (4). Pour les matrices partiellement non-réciproques, $|\zeta| \in (0, 1)$, mais $\zeta = 0$ pour les matrices de diffusion réciproques.

$$\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{(S_{VH} - S_{HV})}{||\mathbf{S}||} = |\zeta| \cdot e^{j\varphi_\zeta} \in \mathbb{C} \tag{4}$$

Dans la Figure 2f, le facteur de non-réciprocité pour les matrices de diffusion simulées apparaît. Pour toutes les positions d'incidence/diffusion θ_i, φ_i dans $[-45^o, 45^o]$, les matrices de diffusion estimées semblent vérifier la réciprocité. Pour les valeurs de φ en dehors de cet intervalle, mais autour de $\theta = 0^o$, le facteur de non-réciprocité semble augmenté, mais les valeurs absolues restent inférieures à 0,5.

La Figure 2e évalue le type de valeurs propres du RRSM (qui correspond également au type de VPs_SC des matrices de diffusion simulées). Trois couleurs sont utilisées : bleu - valeurs propres sont réelles et distinctes, aigue-marine - valeurs propres sont réelles mais égales, orange - valeurs propres sont complexes. Toutes directions confondues, la répartition absolue en pourcentage est la suivante : 97,72% (paires de valeurs propres distinctes réelles), 0,85% (paires de valeurs propres égales réelles), 1,42% (paires complexes). Le faible pourcentage de valeurs propres complexes apparaît pour les directions obliques où l'on observe l'augmentation du facteur de non-réciprocité. Ici, un lien direct entre les deux parameters est evident. Nous soutenons que la non-réciprocité de la matrice de diffusion soit une condition nécessaire pour obtenir des valeurs propres complexes. Mais, la non-réciprocité ne peut-être pas suffisante, car on observe aussi des valeurs complexes pour des valeurs $|\zeta|$ peu élevées. Il reste une direction d'intérêt pour les évaluations futures.

Pour comparer les VPs_SC et VePs_SC obtenu par la méthode de Graves et la méthode RR, nous prenons comme exemple la matrice de diffusion (normalisée) dont l'incidence était dans une direction angulaire avec ($\theta = 0^o$, $\varphi = 80^o$). Les résultats sont illustrés en Table 1. Considérant cette matrice, les paramètres sont différents d'une méthode à l'autre. Aussi, la méthode RR renvoie des VPs_SC complexes, tandis que celles obtenues par Graves sont réelles. En outre, les matrices équivalentes obtenues par la consimilarité, $\mathbf{S_{cst}}$, ont un format différent. Pour la méthode RR, quand les VPs_SC sont complexes, la matrice $\mathbf{S_{cst}}$ est non-diagonale. Elle s'écrit sous la forme canonique d'une matrice réelle Jordan associée à une valeur propre complexe [3]. La matrice obtenue par Graves contient directement les VPs_SC sur sa diagonale.

4 Conclusions

Cet article, a discuté le rôle de l'opération de similarité conjuguée pour les systèmes radar. Nous séparons les cas de ceux qui utilisent des opérateurs bien connus pour la similarité de ceux qui impose la transformation conjuguée. Dans ce deuxième cas, l'utilisation de la Représentation Réelle a été proposée. Grâce aux simulations, nous affirmons que même pour une cible cohérente, dans le cas monostatique, la matrice de diffusion peut ne pas être réciproque. De plus, nous avons montré la possibilité d'obtenir des valeurs propres complexes pour la RRSM, et en conséquence aussi des VPs_SC complexes pour la matrice de diffusion. D'autres pistes de recherche, prenant en compte des matrices de diffusion non-réciproques et l'information de VPs_SC complexes seront considérés et exploités dans un travail futur.

Références

[1] A-G. Wu and Y. Zhang. *Complex conjugate matrix equations for systems and control*. Springer Singapore, 2017.

[2] W-M. Boerner, W-L. Yan, A-Q. Xi, and Y. Yamaguchi. Comparison of optimization procedures for the 2*2 Sinclair and the 4*4 Mueller matrices in coherent radar polarimetry and its application to radar target versus background clutter discrimination. In *NTC'91-National Telesystems Conference Proceedings*, pages 89–98. IEEE, 1991.

[3] R.A. Horn and C.R. Johnson. *Matrix Analysis - Second Edition*. Cambridge University Press, 2013.

[4] Y. Hong and R.A. Horn. A canonical form for matrices under consimilarity. *Linear Algebra and its Applications*, 102 :143 – 168, 1988.

[5] C.D. Graves. Radar polarization power scattering matrix. *Proceedings of the IRE*, 44(2) :248–252, 1956.

[6] T. Jiang, X. Cheng, and L. Chen. An algebraic relation between consimilarity and similarity of complex matrices and its applications. *Journal of Physics : Mathematical and General*, 39 :9215–9222, 2006.

[7] S. Ling and T. Jiang. New method for general Kennaugh's pseudoeigenvalue equation in radar polarimetry. *Front. Math. China*, 7(1) :85–95, Aug. 2012.

[8] M. Ciuca, G. Vasile, M. Gay, A. Anghel, and S. Ciochina. Polarimetric analysis using the algebraic real representation of the scattering matrix. In *Proc. IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS)*, pages 499–452, 2021.

[9] V. Karnychev, V.A. Khlusov, L.P. Ligthart, and G. Sharygin. Algorithms for estimating the complete group of polarization invariants of the scattering matrix (SM) based on measuring all SM elements. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 42(3) :529–539, 2004.