



Simulation hybride MEF-POD du procédé DED-Laser Poudre

Cécile Leroy-Dubief, Fabien Poulhaon, Pierre Joyot

► To cite this version:

Cécile Leroy-Dubief, Fabien Poulhaon, Pierre Joyot. Simulation hybride MEF-POD du procédé DED-Laser Poudre. Manufacturing'21, Oct 2022, Paris-Saclay, France. <hal-03720595>

HAL Id: hal-03720595

<https://hal.science/hal-03720595v1>

Submitted on 12 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



Simulation hybride MEF-POD du procédé DED-Laser Poudre

Cécile LEROY-DUBIEF^(a), Fabien POULHAON^(a), Pierre JOYOT^(a)

(a) Univ. Bordeaux, ESTIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY, F-64210 Bidart, France

Mail : c.leroydubief@estia.fr

Résumé : La fabrication additive métallique est un enjeu phare de l'industrie du futur. Appartenant à la famille des procédés *Directed Energy Deposition* (DED), la technologie DED-Laser-Poudre consiste à projeter de la poudre dans un bain de fusion généré par une source laser et permet une construction couche par couche de la géométrie souhaitée. Des phénomènes thermiques complexes surviennent au cours du procédé et impactent la qualité géométrique et métallurgique du produit fabriqué. En complément de la mesure, la simulation de l'histoire thermique vue par le matériau permet d'accroître la maîtrise du procédé. De nombreux modèles font appel à la méthode des éléments finis (MEF), mais le coût de calcul déjà conséquent pour les petites pièces devient considérable pour des pièces de grandes dimensions. C'est pourquoi une simulation hybride couplant MEF et décomposition orthogonale propre (POD) est proposée. Elle consiste à extraire en cours de calcul et dans une partie du domaine (substrat et couches inférieures) les modes thermiques les plus caractéristiques. Les modes identifiés sont alors employés pour estimer le champ thermique aux pas de temps suivants dans la partie inférieure de la pièce, tandis que le calcul par éléments finis se poursuit dans les couches supérieures pour garder une bonne précision, là où le gradient thermique est important. La continuité du champ à l'interface entre les domaines POD et éléments finis est assurée à chaque pas de temps. Néanmoins, un contrôle de l'erreur introduite par la POD est nécessaire pour assurer la stabilité du calcul.

Mots clés : DED-LP, Histoire thermique, Réduction de modèle, Hybridation MEF-POD.

1 Introduction

Conçu à l'origine pour du rechargement de matière, le procédé *Directed Energy Deposition* - Laser Poudre (DED-LP) offre un large éventail de possibilités en termes de fabrication de pièces et d'ajout de fonctions. Cette technologie consiste à projeter de la matière sous forme de poudre via un gaz porteur (argon), mise en fusion grâce à un faisceau laser. Cela mène à la formation d'un bain de matière liquide qui se déplace dans l'espace, formant couche après couche, la pièce. Pour atteindre le point de fusion des métaux, le flux d'énergie doit être suffisamment important ; ceci implique de nombreux phénomènes thermiques tels que la conduction, la radiation ou encore la convection. Les propriétés métallurgiques et mécaniques de la pièce découlent de l'histoire thermique subie par le matériau au cours du procédé. En effet, un surplus de chaleur peut conduire à des écroulements de la structure ou a contrario, des manques de fusion découlant sur des porosités. Afin d'anticiper voire d'éviter ces défauts, il est nécessaire de simuler l'histoire thermique en amont de la fabrication de la pièce. Par ailleurs, cette modélisation du procédé permet d'itérer plus rapidement dans le processus de conception et d'optimisation des paramètres de fabrication.

De nombreuses études font appel à la méthode des éléments finis (MEF) (Peyre, 2017; Biegler, 2018; Lu, 2018) ; cependant le coût calcul déjà conséquent pour des petites pièces, devient considérable pour des pièces de grandes dimensions. C'est pourquoi, pour pallier cet inconvénient, certains auteurs ont mis en place différentes stratégies pour alléger le coût calcul : par une réduction de l'ordre du modèle (Favoretto, 2019; Weisz-Patrault, 2020), par un remaillage dynamique (Denlinger, 2014) ou par une décomposition des domaines permettant la parallélisation des calculs (Jolivet, 2012).

Dans les travaux présentés ici, est exploité un phénomène propre à la fabrication additive dû à la répétitivité du procédé (Roy, 2020): à partir d'une certaine couche, un équilibre est atteint entre la quantité de chaleur apportée par le laser et la quantité évacuée. Par conséquent, le champ de température dans la partie inférieure de la pièce, varie peu et peut être représenté par un ensemble de modes. Certains de ces modes sont alors sélectionnés pour reconstruire le champ de températures dans le substrat (Fic, 2005) (Figure 1). De cette manière, le domaine d'application de la MEF est réduit aux couches les plus impactées par des variations thermiques (celles proches de la source laser). La continuité à l'interface des deux domaines est assurée à chaque pas de temps.

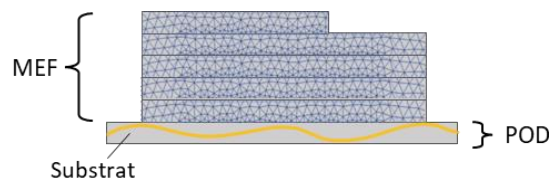


Figure 1 : Application de la MEF sur les couches supérieures et de la POD sur le substrat

Finalement, une solution obtenue par simulation MEF standard est comparée à la solution obtenue à l'aide du modèle hybride MEF-POD. La réduction du nombre de degrés de liberté (DDL) diminue le temps de calcul de façon drastique tout en conservant une bonne approximation de la solution. Néanmoins, un contrôle de l'erreur introduite par la POD est nécessaire pour assurer la stabilité du calcul.

2 Stratégie de modélisation

2.1 Approche générale

L'analyse de l'histoire thermique du matériau consiste à évaluer le champ de température, en tout point du domaine et tout au long du procédé. Une diminution du nombre de degrés de liberté (DDL) est indispensable afin d'obtenir un temps de calcul raisonnable. La décomposition orthogonale propre (POD) permet une réduction de la taille du modèle par extraction de modes caractéristiques. Elle permet à ce titre de tirer avantage du caractère itératif des procédés de fabrication additive. En effet, le faisceau laser chauffe la matière afin de déposer une couche, celle-ci est alors réchauffée lors du dépôt de la couche suivante et ainsi de suite ; ce qui conduit à des cycles de chauffe répétés durant toute la fabrication de la pièce.

La réduction de modèle s'opère en plusieurs phases :

- Extraction de modes thermiques dans le substrat où le champ de température a été préalablement calculé par éléments finis. Cette étape implique l'utilisation d'un algorithme SVD (*Singular Value Decomposition*)
- Sélection du nombre de modes à garder par un critère discriminant
- Reconstruction du champ thermique « en place » (aux nœuds où les modes ont été extraits) aux pas de temps suivants
- Poursuite du calcul en éléments finis sur les couches supérieures.

En outre, la méthode de Nitsche permet de garantir la continuité du champ thermique à l'interface des deux domaines ainsi que l'application des conditions aux limites, à tous les pas de temps.

2.2 Analyse thermique par éléments finis

La finalité des travaux présentés est d'analyser l'histoire thermique subie par le matériau lors de la fabrication d'une pièce en DED-LP, cela revient à résoudre l'équation de la chaleur (Eq. 1).

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla(k \nabla u) = q \\ \frac{\partial u}{\partial \vec{n}} \Big|_r = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \vec{n}}, u|_r = \bar{u} \\ u(t=0) = u^0 \end{cases} \quad (1)$$

Où u représente la température, ρ la densité du matériau, c sa capacité thermique, k sa conductivité thermique, q est le terme source et \vec{n} le vecteur normal.

Cette équation aux dérivées partielles peut être résolue grâce à la méthode des éléments finis (MEF) : une formulation variationnelle valable sur un domaine continu, est discrétisé en formule faible sur des éléments, dont la solution est approximée par un solveur. Les spécificités de la fabrication additive tels que l'ajout de matière et le déplacement de la source de chaleur incitent à opter pour un régime transitoire et un schéma lagrangien (le substrat est fixe, seule la source se déplace).

Pour ses premiers développements, des hypothèses simplificatrices sont considérées :

- Les propriétés thermiques du matériau sont constantes
- Les phénomènes radiatifs et convectifs au niveau des surfaces extérieures sont négligés

Le domaine d'étude est alors divisé en éléments à l'aide d'un maillage choisi de manière adéquate afin d'appliquer l'équation sur chacun des éléments. Une fois toutes les matrices élémentaires assemblées, le problème global s'exprime ainsi sous la forme (Eq.2).

$$\begin{cases} C \frac{\partial u}{\partial t} + Ku = Q \\ u(t = 0) = u^0 \end{cases} \quad (2)$$

Où K est appelée matrice de conductance, C matrice de capacitance et Q vecteur du terme source.

En outre, le régime transitoire nécessite une discrétisation du temps et l'application d'une condition initiale, correspondant à la température ambiante.

2.3 Réduction du modèle par POD

2.3.1 Extraction des modes

La décomposition en valeurs singulières (SVD) donne un poids (qui n'est autre que la valeur singulière) à chaque mode extrait du champ thermique, calculé au préalable par éléments finis. Ces poids, classés par ordre décroissant, quantifient l'importance ou non des informations extraites. Afin de sélectionner exclusivement les modes les plus représentatifs des comportements thermiques du matériau, les différents poids σ sont comparés au critère donné par (Eq.3).

$$\forall 1 \leq i \leq s, \quad \sigma_i \geq 10^{-6} \sigma_1 \quad (3)$$

Où s est le nombre total de modes (correspondant au nombre de pas de temps sur lequel ils ont été extraits).

Autrement dit, ne sont conservés que les p premiers modes dont la valeur singulière est supérieure à 10^{-6} fois la première valeur singulière (qui est la plus élevée).

2.3.2 Plage d'extraction

Une des spécificités de la réduction de modèle par POD appliquée à la fabrication additive est le choix de la plage temporelle d'extraction des modes. En effet, les modes à acquérir sont ceux qui représentent au mieux, le champ thermique à reproduire aux pas de temps futurs. La plage de prise d'information est donc choisie de façon pertinente, afin de capturer le comportement thermique du substrat après un certain nombre de couches déposées (Figure 2).

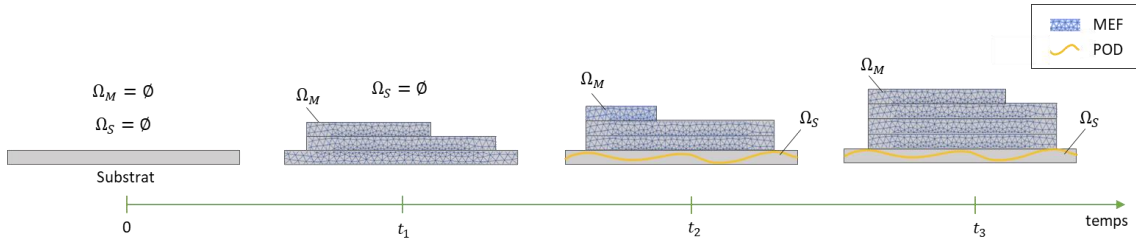


Figure 2 : Évolution du domaine « mur » et du domaine « substrat » au cours du calcul

2.3.3 Reconstruction du champ thermique

Le principe de la décomposition orthogonale propre (POD) réside dans l'écriture du champ thermique u comme une combinaison linéaire des p modes thermiques extraits. Cette opération peut se mettre sous la forme (Eq. 4).

$$u = \sum_{i=1}^p \beta_i \phi_i = [\phi_1 \quad \cdots \quad \phi_p] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \quad (4)$$

Dans le domaine POD, il ne s'agit alors plus d'évaluer le champ des températures aux nœuds du maillage mais d'estimer les pondérations des modes, regroupés dans le vecteur β . Le nombre de modes étant bien inférieur aux nombres de nœuds initialement présents dans le domaine POD, ceci permet une réduction du temps de calcul.

2.4 Modèle hybride MEF-POD

On distingue deux domaines :

- le domaine « mur » (noté Ω_M) comprend les couches supérieures sur lesquelles est appliquée la MEF car le gradient thermique est fort à cause de la proximité de la source laser
- le domaine « substrat » (noté Ω_S) constitué du substrat (puis éventuellement complété par les couches inférieures) où la température varie de façon moins prononcée. Dans ce domaine, le champ thermique est calculé en éléments finis sur les premiers pas de temps, et ensuite par sa version réduite par POD aux pas de temps suivants.

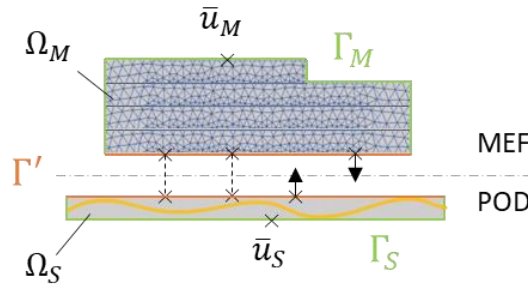


Figure 3 : Représentation du domaine « mur » (MEF) et du domaine « substrat » (POD) avec conditions aux limites et continuité à l'interface

2.4.1 Conditions aux limites

Les phénomènes physiques complexes jouent un rôle important dans l'histoire thermique subie par la matériau au cours du procédé. Leur prise en compte dans les conditions aux limites peut se faire par la méthode de Nitsche (Zienkiewicz, 2013). Il s'agit donc d'appliquer des conditions de type Dirichlet aux bords Γ_M et Γ_S respectifs des domaines Ω_M et Ω_S (Figure 3). Cela revient à ajouter deux termes de part et d'autre de l'équation (Eq. 5). Ces deux matrices N_l^{POD} (Eq. 6) et N_r^{POD} (Eq.7) ont vu leur partie inférieure correspondant au domaine « substrat », réduite par POD.

$$\left\{ \begin{bmatrix} K_M & 0 \\ 0 & K_S^{POD} \end{bmatrix} + N_l^{POD} \right\} \begin{Bmatrix} u_M \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_M \\ Q_S^{POD} \end{bmatrix} + N_r^{POD} \quad (5)$$

Où

$$N_l^{POD} = \begin{bmatrix} N_{lM} & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & 0 & 0 & \\ & & 0 & 0 & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & N_{lS}^{POD} \end{bmatrix} \text{ et } N_r^{POD} = \begin{bmatrix} N_{rM} \\ N_{rS}^{POD} \end{bmatrix} \quad (6) \text{ et } (7)$$

Par souci de clarté, l'application des conditions aux limites est ici présentée en régime stationnaire (toutefois, cela reste valable pour le régime transitoire qui peut être vu comme une suite d'états stationnaires).

2.4.2 Continuité à l'interface

La température étant une variable continue dans l'espace, il est nécessaire d'assurer la continuité du champ thermique à l'interface des deux domaines. Pour ce faire, la méthode de Nitsche permet également de garantir cette contrainte (Zienkiewicz, 2013). En effet, obtenir la continuité à l'interface revient à imposer des conditions aux limites à chacune des extrémités des domaines à raccorder. La finalité est donc de « recoller » les domaines Ω_M et Ω_S à leur interface commune Γ' (Figure 3). De la même manière que l'application des conditions aux limites, le terme $N_l'^{POD}$ contenant des composants d'ordre réduit (Eq. 9), s'ajoute au membre de gauche de l'équation (Eq. 8).

$$\left\{ \begin{bmatrix} K_M & 0 \\ 0 & K_S^{POD} \end{bmatrix} + N_l'^{POD} \right\} \begin{Bmatrix} u_M \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_M \\ Q_S^{POD} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Où

$$N_l'^{POD} = \begin{bmatrix} 0 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & N_{lMM} & N_{lMS}^{POD} & \\ & & N_{lSM}^{POD} & N_{lSS}^{POD} & \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Il est à noter que les matrices N_l^{POD} (Eq. 6) et $N_l'^{POD}$ (Eq. 9) peuvent être additionnées pour ne former qu'une matrice unique imposant à la fois, les conditions aux limites et la continuité du champ à l'interface.

2.5 Ressources

Le programme du modèle hybride MEF-POD est implémenté en Julia. La machine de calcul dispose d'un processeur Intel® Core i5 @ 1.6 GHz (4 cœurs) et une mémoire RAM de 8 GB.

3 Cas d'application

3.1 Géométrie et maillage de la pièce

La modélisation hybride MEF/POD est mise en œuvre pour évaluer le champ de température lors de la construction d'un mur mono-cordon formé de 30 couches. La stratégie de fabrication consiste en des allers simples. Le mur a pour dimensions 45,9 x 0,9 x 17,4 mm tandis que le substrat mesure 56,7 x 29,7 mm et a une épaisseur de 2,32 mm (Figure 4). D'autre part, le maillage se compose d'éléments rectangulaires linéaires (8 nœuds/éléments) réguliers, ainsi 14 104 nœuds sont obtenus dont les trois quarts sont situés dans le substrat.

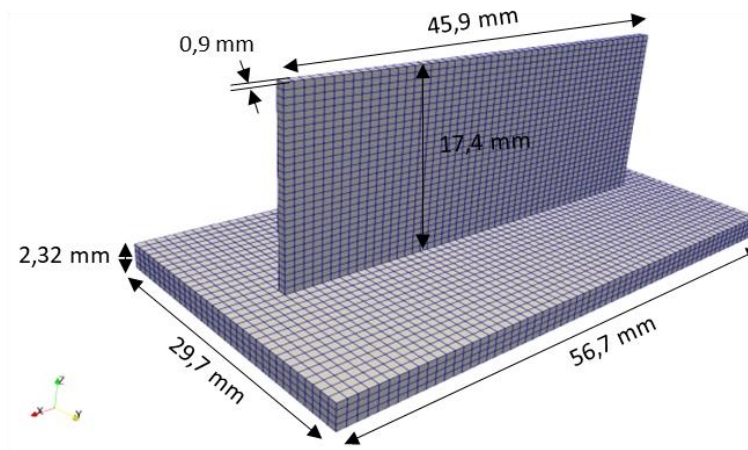


Figure 4 : Dimensions et maillage du mur de 30 couches

3.2 Matériau et propriétés thermiques

Le matériau considéré est un acier inoxydable de grade 316L. Par souci de simplicité, ses propriétés thermiques k (conductivité thermique), ρ (densité) et c (capacité thermique) sont considérées indépendantes de la température et leur valeur à température ambiante (20°C) vaut respectivement : 14 W/mK, 7960 kg/m³ et 475 J/kgK.

3.3 Extraction des modes

Après que le domaine « substrat » ait été calculé en éléments finis à la suite du dépôt des 5 premières couches, 250 modes thermiques sont extraits par SVD, dont les six premiers sont représentés sur la Figure 5.

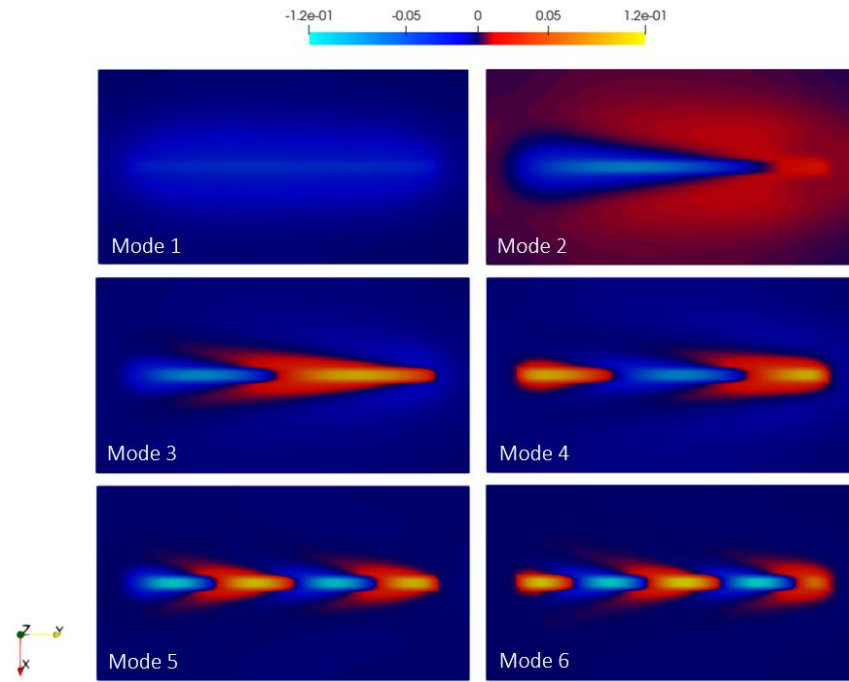


Figure 5 : Représentation des 6 premiers modes thermiques extraits du substrat

4 Résultats et discussion

Une comparaison du champs thermique du mur est illustrée à la Figure 6, confrontant l'ordre plein MEF et l'ordre réduit hybride MEF-POD sur le même pas de temp (après le dépôt de la 25^{ème} couche). À première vue, la reconstruction par POD du champ de température dans le substrat paraît analogue aux valeurs fournies par la MEF. Les extrema de température semblent similaires.

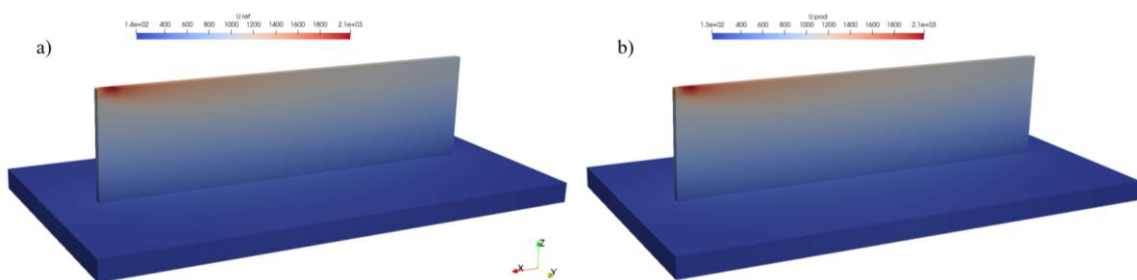


Figure 6 : Comparaison du champ thermique obtenue a) par MEF d'ordre plein et b) par calcul hybride MEF-POD après le dépôt de la 25^{ème} couche

Toutefois, l'erreur relative atteint sa valeur maximale à 8,9% soit un écart de 20°C aux bords du substrat sur les derniers pas de temps. En effet, l'histoire thermique d'un point (point 1) situé sur la face supérieure, au centre du substrat (Figure 7.a), présente une différence de 5,7°C (0,87%) entre la solution MEF et sa version réduite. Cet écart est également présent, lorsque le point est plus éloigné de la source de chaleur (Figure 7.b).

Ainsi le point 2 situé sur la face inférieure du substrat présente une histoire thermique reconstruite erronée de 0,90% soit 5,2°C. Ces erreurs non-négligeables sur les derniers pas de temps, s'expliquent par le fait que les modes considérés sont incapables de représenter les comportements thermiques du substrat lorsque la source de chaleur est éloignée, puisqu'ils ont été extraits au début de la construction du mur, après le dépôt des 5 premières couches. Par ailleurs, les DDL dans le substrat ont été restreints à 250 grâce à la POD (Tableau 1), constituant une réduction de plus de 97%.

Tableau 1 : Évaluation des erreurs en deux points du substrat

	Nombre de DDL	Erreur absolue max (°C)		Erreur relative max (%)	
		Point 1	Point 2	Point 1	Point 2
MEF ordre plein	14104				
Hybride MEF-POD	3474	5,7	5,2	0,87	0,90

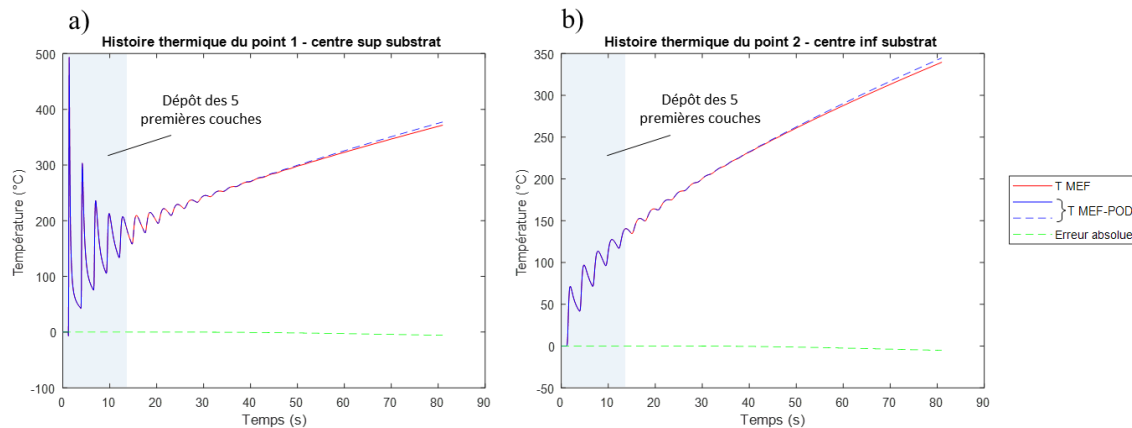


Figure 7 : Histoire thermique de 2 points situés sur le substrat a) au centre de la face supérieure, b) au centre de la face inférieure (la plage d'extraction apparaît bleuée)

5 Conclusion

Les travaux présentés ont pour but de simuler l'histoire thermique d'une pièce fabriquée par le procédé DED-LP à moindres coûts calculs. En ce sens, une simulation hybride MEF-POD a été développée : le champ thermique est d'une part, calculé par éléments finis dans le mur, fortement impacté par la source de chaleur et d'autre part, reconstruit par POD dans le substrat, après avoir extrait les modes les plus représentatifs par SVD. Le modèle réduit MEF-POD permet une estimation satisfaisante du champ de température dans le substrat. Néanmoins, une dérive progressive est constatée au cours du temps : les modes extraits au début de la fabrication ne sont plus en mesure de représenter le comportement thermique du substrat sur les derniers pas de temps. Une amélioration de cet aspect est à prévoir en enrichissant la base initialement construite. De plus, dans ces travaux, la POD est appliquée uniquement au substrat car il représente à lui seul $\frac{3}{4}$ des DDL ; toutefois, il est envisageable d'accroître le domaine POD au cours

du temps afin d'y inclure les couches inférieures une fois qu'elles sont déposées et réduire ainsi un peu plus le nombre de DDL.

Remerciements

Ces recherches ont été entreprises avec l'aide des ressources et des services de la plateforme ADDIMADOUR, Additive Manufacturing Solutions.

Références

- Biegler, M. *et al.* (2018) 'Finite element analysis of in-situ distortion and bulging for an arbitrarily curved additive manufacturing directed energy deposition geometry', *Additive Manufacturing*, 24, pp. 264–272.
- Denlinger, E., Irwin, J. and Michaleris, P. (2014) 'Thermomechanical Modeling of Additive Manufacturing Large Parts', *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 136, p. 061007.
- Favoretto, B. *et al.* (2019) 'Reduced order modeling via PGD for highly transient thermal evolutions in additive manufacturing', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 349, pp. 405–430.
- Fic, A., Białeccki, R.A. and Kassab, A.J. (2005) 'Solving Transient Nonlinear Heat Conduction Problems by Proper Orthogonal Decomposition and the Finite-Element Method', *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 48(2), pp. 103–124.
- Jolivet, P. *et al.* (2012) 'High performance domain decomposition methods on massively parallel architectures with freefem++', *Journal of Numerical Mathematics*, 20(3–4), pp. 287–302.
- Lu, X. *et al.* (2018) 'Finite element analysis and experimental validation of the thermomechanical behavior in laser solid forming of Ti-6Al-4V', *Additive Manufacturing*, 21, pp. 30–40.
- Peyre, P. *et al.* (2017) 'Simplified numerical model for the laser metal deposition additive manufacturing process', *Journal of Laser Applications*, 29(2), p. 022304.
- Roy, M. and Wodo, O. (2020) 'Data-driven modeling of thermal history in additive manufacturing', *Additive Manufacturing*, 32, p. 101017.
- Weisz-Patrault, D. (2020) 'Fast simulation of temperature and phase transitions in directed energy deposition additive manufacturing', *Additive Manufacturing*, 31, p. 100990.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. and Zhu, J.Z. (2013) *The finite element method: its basis and fundamentals*. Seventh edition. Amsterdam: Elsevier, Butterworth-Heinemann.