

## Quelques considérations pratiques autour des justifications géotechniques des puits circulaires

Martin Cahn, Nat Hoang Nguyen, Fahd Cuira, Maxime Fonty, Clément Santos, Ncolas Utter

#### ► To cite this version:

Martin Cahn, Nat Hoang Nguyen, Fahd Cuira, Maxime Fonty, Clément Santos, et al.. Quelques considérations pratiques autour des justifications géotechniques des puits circulaires. 11èmes journées nationales de géotechnique et de géologie de l'ingénieur, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon [INSA Lyon], CFMS, CFMR, CFGI, Jun 2022, Lyon, France. hal-03720077

### HAL Id: hal-03720077 https://hal.science/hal-03720077

Submitted on 11 Jul2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# QUELQUES CONSIDÉRATIONS PRATIQUES AUTOUR DE LA JUSTIFICATION GÉOTECHNIQUE DES PUITS CIRCULAIRES

## SOME PRATICAL CONSIDERATIONS ON THE GEOTECHNICAL JUSTIFICATION OF CIRCULAR SHAFTS

Martin Cahn<sup>1</sup>, Nhat Hoang Nguyen <sup>1</sup>, Fahd Cuira<sup>1</sup>, Maxime Fonty<sup>2</sup>, Clément Santos<sup>2</sup>, Nicolas Utter<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Terrasol, Paris, France

<sup>2</sup> Solétanche Bachy, Rueil-Malmaison, France

**RÉSUMÉ** – L'effet de voûte qui se développe dans le terrain et dans le soutènement fait des puits circulaires des ouvrages tout à fait particuliers au regard des vérifications définies classiquement pour les écrans plans. Cette communication met en évidence certaines de ces spécificités dans le cas d'un calcul aux coefficients de réaction (poussée/butée et raideur) et donne des précisions pour la vérification du renard solide.

**ABSTRACT** – The vaulting effect that develops in the ground and in the support makes circular shafts quite special with respect to the verifications classically defined for plane walls. This paper highlights some of these specificities in the case of a calculation with coefficients of reaction (active/passive pressure and stiffness of the coefficients of reaction) and gives details for determination the base stability.

#### 1. Introduction

Sur les puits circulaires, les poussées des terres et de l'eau peuvent être reprises en quasitotalité par effet de voûte et compression orthoradiale de l'anneau de soutènement. La flexion de l'écran étant réduite, le terrassement peut être réalisé en l'absence d'appuis intermédiaires tandis que les tassements de surface associés sont grandement limités.

La vérification structurale de ces ouvrages circulaires est souvent menée à l'aide de calculs aux coefficients de réaction en assimilant l'écran à une poutre et en attribuant au soutènement une rigidité cylindrique sur toute sa hauteur. Cette rigidité cylindrique s'exprime, en retenant une hypothèse de contrainte plane:

$$R_c = \frac{E \cdot e_{nom}}{R_{moy}^2} = \frac{P_{ext}}{U_r}$$
(1)

Avec *E* le module du soutènement,  $e_{nom}$  son épaisseur nominale et  $R_{moy}$  le rayon à l'axe du soutènement,  $P_{ext}$  la pression s'appliquant sur l'écran et  $U_r$  le déplacement radial. La résolution de l'équilibre de la poutre permet alors de déterminer le déplacement radial et d'en déduire la contrainte de compression  $\sigma_c$  dans l'anneau d'épaisseur inscrite  $e_i$ , tel que :

$$\sigma_c = \frac{N_{\theta}}{e_i} = \frac{R_c \times U_r \times R_{ext}}{e_i} \text{ où } N_{\theta} = \text{effort axial orthoradial et } R_{ext} = rayon \text{ extérieur}$$
(2)

De manière classique, les terrains sont simulés par une succession de ressorts élastoplastiques caractérisés par une raideur  $k_h$  et deux états limites de poussée et de butée. Dans la plupart des cas, l'écran sollicite peu le terrain en fond de fouille et la vérification du défaut de butée est inutile : la justification de la contrainte de compression jusqu'à la base de l'écran est suffisante pour assurer que la poussée est équilibrée. La longueur de la fiche est alors dictée par les vérifications de stabilité hydraulique et celle du fond de fouille (dite du « renard solide »). Dans la pratique, les formules développées pour les écrans plans sont souvent retenues pour définir les limites plastiques de poussée/butée, la raideur des ressorts de sol ou pour la vérification du renard solide. Pour ces trois sujets, la présente communication quantifie les optimisations qu'il est possible d'escompter lorsque l'on tient explicitement compte du caractère axisymétrique de l'ouvrage.

#### 2. Limites de poussées et de butée des écrans circulaires

#### 2.1. Limites de poussées actives

La recherche d'une poussée limite spécifique aux puits circulaires a été étudiée par différents auteurs. Les solutions les plus courantes sont celles établies par Terzaghi (1943), Berezantzev (1958), Prater (1976) et Cheng et al. (2008).

La méthode développée par Terzaghi repose sur la résolution de l'équilibre d'un cylindre de sol plastifié autour du puits, celle de Prater est similaire à un coin de Coulomb en axisymétrie tandis que celle de Berezantzev, généralisée par Cheng et al., est basée sur la résolution des équations d'équilibres limites. Quelle que soit la solution considérée, la prise en compte de l'effet de voûte dans le sol est nécessaire via l'introduction de la contrainte orthoradiale  $\sigma_{\theta}$ . Celle-ci peut être reliée proportionnellement à la contrainte verticale par un facteur  $\lambda$  pour lequel diverses approches peuvent être utilisées. Toutes les solutions permettent de grandement réduire la valeur de la poussée limite à considérer par rapport au cas plan, mais l'amplitude de cette réduction et le déplacement de l'écran nécessaire pour atteindre le palier plastique ne font pas consensus (Todbar et al., 2010).



Figure 1. Distributions de poussées actives normalisées pour un sol purement cohérent pour  $\phi$ '=30° avec P la poussée, R le rayon, H la profondeur

Afin de discriminer les solutions de poussées limites proposées, et d'évaluer la déformation orthoradiale nécessaire à l'atteinte de la limite plastique, une étude paramétrique à l'aide de la méthode aux éléments finis a été menée sur Plaxis 2D (en conditions axisymétriques). Le terrain est caractérisé par une loi de comportement de type HSM avec trois jeux de paramètres de résistance (c'=0 &  $\phi$ '=18°, c'=0 &  $\phi$ '=30°, c'=10 kPa &  $\phi$ '=20°). La profondeur des puits est fixée à 20 m pour un rayant allant de 3 à 25 m.

Dans la pratique, la recherche de la poussée limite dans un modèle numérique peut être menée de deux façons : avec une approche cinématique, qui consiste à appliquer un champ de déplacement sur l'écran et observer la diminution du diagramme de poussée jusqu'à obtention d'un palier minimal et avec une approche "statique", qui consiste à remplacer l'écran par un diagramme de pression que l'on fait diminuer jusqu'à obtention d'un équilibre limite. Les simulations menées dans le cadre de la présente étude corroborent la pertinence de l'approche statique déjà identifiée par Jassionnesse et al. (2016). Ainsi la poussée limite derrière un puits circulaire est obtenue en appliquant une homothétie sur les diagrammes

"théoriques" avec un facteur multiplicateur que l'on fait diminuer progressivement de 1 à 0 jusqu'à obtenir un état d'équilibre limite.

Selon les cas, la distribution minimale de poussée déterminée numériquement s'est avérée plus proche de la proposition de Berezantzev, de Terzaghi ou de celle de Cheng & Hu avec  $\lambda = K_0$ . Pour les rayons les plus grands, les solutions de Berezantzev et de Terzaghi sous-estiment la poussée limite calculée numériquement (ruptures précoces en tête de puits). La solution de Cheng et Hu avec  $\lambda = K_0$ , tout en permettant une optimisation par rapport à la valeur de poussée limite des écrans plans, s'avère, dans tous les cas testés, supérieure à la poussée numérique. Dans une optique sécuritaire et pour un dimensionnement aux coefficients de réaction, c'est cette solution (Cheng & Hu pour  $\lambda = K_0$ ) qui pourrait être retenue.



Figure 2. Comparaison de poussées limites théoriques et numériques,  $\phi$ =30°, c=0, R=3 & R=25

Il apparait cependant que, comme l'illustre la figure suivante, la déformation orthoradiale qu'il est nécessaire de mobiliser pour atteindre la rupture numérique est relativement importante, particulièrement lorsque le rayon du puits est réduit. Un puits en parois moulée en béton C35 correctement dimensionné vis-à-vis de la compression dans le béton présente une déformation orthoradiale maximale inférieure à 1‰. La prise en compte d'une réduction de la poussée pourra toutefois trouver applications dans le cas d'écrans de soutènement plus souples ou pour des puits traditionnels profonds.



Figure 3. Déformation orthoradiale limite numérique (loi HSM avec E<sub>50</sub>=50 MPa et Eur=3.E<sub>50</sub>)

#### 2.2. Pression limite en butée

Tant que le fonctionnement en anneau du soutènement est conservé et que la compression dans le soutènement reste acceptable, la reprise de la poussée des terres par le terrain en butée n'est pas nécessaire et aucune fiche mécanique vis-à-vis du défaut de butée n'est à justifier. Lorsque la rigidité cylindrique des puits est réduite (percement pour départ d'un tunnel ou rayon très important par exemple) un fonctionnement mixte « compression orthoradiale et flexion verticale » peut voir le jour. La justification du défaut de butée se fait alors classiquement en comparant la butée mobilisée à la butée mobilisable (ou limite), ou en pénalisant directement la butée limite par le coefficient de sécurité recherché (CNJOG 2018). Dans les deux cas, la valeur de la butée limite doit être définie, mais aucune étude n'a pu être retrouvée dans la littérature pour les ouvrages circulaires sur le sujet.

Une étude paramétrique à l'aide de modélisations éléments finis, comparable à celle déjà menée pour la poussée, a alors été mise en œuvre. Les butées limites numériques de puits de rayons variant de 3 à 25 m ont été déterminées pour des sols purement frottants et purement cohérents : (c'=0 &  $\phi$ '=20°, c'=0 &  $\phi$ '=30°, c'=0kPa &  $\phi$ '=40°, c<sub>u</sub>=50 kPa, c<sub>u</sub>=100 kPa et c<sub>u</sub>=200 kPa).

L'étude a montré que lorsque la rugosité de l'écran était négligée, la butée limite des puits circulaires reste similaire à celles des ouvrages plans. Si en revanche la rugosité est prise en compte, la butée limite des puits circulaires déterminée numériquement est augmentée par rapport au cas plan. Cette augmentation reste néanmoins limitée (moins de 15% pour l'ensemble des cas étudiés) et l'on peut utiliser avec une approximation suffisante les coefficients de butée établis à l'origine pour des écrans plans.

#### 3. Coefficient de réaction soutènement circulaire

La norme française NF P94-282 sur les écrans de soutènement recommande l'utilisation de la formule de Schmitt (1995) qui exprime la raideur du coefficient de réaction  $K_h$  en fonction du module pressiométrique Menard  $E_M$  et du coefficient rhéologique  $\alpha$ :

$$k_h = 2 \frac{\frac{E_M}{\alpha}}{\sqrt[3]{\frac{E_I}{E_M}}}$$
(3)

Cette formule empirique, initialement basée sur des mesures de chantier d'écrans plans, trouve des fondements plus théoriques basés sur la théorie de l'élasticité. Il est à noter que ce coefficient de réaction ainsi défini, fait intervenir implicitement la notion de rigidité relative de l'écran (ou de longueur de transfert) et que la rigidité cylindrique n'intervient pas dans la formule.

Pour les voûtes de tunnels, la formule classiquement utilisée est basée sur la théorie de l'élasticité linéaire d'un tube soumis à une pression uniforme qui dépend du module du sol E, de son coefficient de poisson v et du rayon de l'ouvrage R :

$$k_{h \ Lame} = \frac{E}{R(1+\nu)} \tag{4}$$

Cette formule théorique présente en particulier la limite de ne pas faire intervenir la rigidité relative de l'ouvrage par rapport au terrain et de ne pas trouver de continuité avec les formules d'ouvrage plans lorsque le rayon R tend vers l'infini.

En l'état, ni la formule de Schmitt ni celle utilisée pour les tunnels ne semblent totalement satisfaisantes pour le dimensionnement des ouvrages de soutènement circulaires à l'aide de calcul aux coefficients de réaction. De manière à déterminer un coefficient de réaction spécifique aux écrans de soutènement circulaires, une étude paramétrique à l'aide d'un modèle aux éléments finis sur Plaxis 2D a de nouveau été mise en œuvre.

Le coefficient de réaction « numérique » est déterminé comme le rapport entre l'incrément de pression derrière l'écran et la variation du déplacement afférent. L'exercice a été mené pour des différents modules pressiométriques (de 5 à 25 MPa), différents rayons du puits (de 3 à 25 m), et pour des épaisseurs de parois allant de 0,8 à 1,2 m. Le terrain est caractérisé par une loi de comportement de type HSM avec  $E_{50}=E_{oedo}=4\times E_M$  et  $E_{ur}=3\times E_{50}$ .

Les résultats de cette étude paramétrique aboutissent à la détermination d'un facteur correctif à introduire sur la valeur du coefficient de réaction plan (rayon grand). Ce facteur correctif est défini comme le rapport du coefficient de réaction déterminé numériquement pour l'écran circulaire sur celui de l'écran plan. Ce paramètre suit une croissance linéaire avec la rigidité cylindrique dans un graphique en échelle logarithmique tel qu'illustré à la figure 4.



Figure 4. Paramètres de correction en fonction de rigidité cylindrique des parois

Ce facteur correctif majorant peut directement être appliqué à la formule de Schmitt et permet d'approcher les déformations radiales maximales obtenues par modélisations aux éléments finis. Cette majoration aura pour conséquence pratique de réduire, pour un même déplacement de l'écran, la pression de poussée et par conséquent la contrainte de compression annulaire permettant, dans certains cas, une optimisation de l'épaisseur du soutènement. Les comparaisons entre modélisations éléments finis et calculs aux coefficients de réactions d'ouvrages circulaires ont en revanche mis en évidence que d'autres ajustements étaient nécessaires pour traduire les flexions locales déterminées dans les calculs aux éléments finis, notamment à proximité du fond de fouille. Ces flexions verticales restent cependant dans la plupart des cas limitées et compatibles avec la mise en œuvre d'un ferraillage minimal dans le cas de soutènements en parois moulées. En outre, des vérifications par auscultation d'ouvrage sont nécessaires, dans la continuité de la démarche empirique à l'origine de la formule de Schmitt.

#### 4. Vérification du renard solide.

L'amendement à la norme 94-282 rappelle que « le phénomène de renard solide ou remontée du terrain en fond de fouille selon le schéma de plasticité de Prandtl », dû à un déséquilibre de charge verticale de part et d'autre du soutènement, est susceptible d'intervenir dans les sols cohérents de caractéristiques médiocres ou dans les sols pulvérulents soumis à des gradients ascendants. La vérification est classiquement établie au niveau de la base du soutènement et une analogie avec les vérifications de portance d'une fondation peut être faite. La contrainte stabilisatrice est la somme d'un terme de surcharge (q.N<sub>q</sub>, q étant la surcharge coté fouille s'appliquant sur une ligne horizontale passant par la base de la paroi), d'un terme de cohésion (c.N<sub>c</sub>) et d'un terme de poids  $(0,5.B.\gamma.N_{\gamma})$ . N<sub>g</sub>, N<sub>c</sub> et N<sub>Y</sub> sont des fonctions de l'angle de frottement. Pour un soutènement plan, le renard solide est rarement dimensionnant, du fait de la présence d'une fiche minimale pour vérifier la sécurité sur la butée, associée à des puits ou drains de décharge permettant d'éviter les gradients ascendants sur la hauteur de cette fiche. Les ouvrages circulaires peuvent présenter au contraire, des fiches plus courtes, nécessitant d'examiner d'avantage ce mécanisme de rupture. Il est discuté ci-après l'influence des spécificités géométriques des puits (en général fouilles de largeur ou rayon B petite, au regard de la hauteur terrassée D, et symétrie axiale) sur l'étude de ce mécanisme.

Dans un terrain purement cohérent, N<sub>q</sub>=1 et N<sub> $\gamma$ </sub>=0. Plusieurs valeurs de Nc ont été proposées lors des développements sur la portance de semelles ou pieux (Terzaghi, Meyerhof). En exploitant l'analogie entre portance d'une fondation profonde et rupture de type renard solide, Skempton propose l'abaque de la figure 5, dont l'utilisation est confortée par plusieurs retours d'expériences (Bjerrum & Eide 1956). L'abaque donne N<sub>c</sub> et la sécurité F<sub>S</sub> vis-à-vis du renard solide vaut, en l'absence de fiche, F<sub>S</sub> = c.Nc / ( $\gamma$ .D).





Le facteur de sécurité obtenu avec cet abaque est comparé à celui déterminé par un calcul aux éléments finis. Pour cela, une fouille de 20 m de hauteur est considérée dans un terrain purement cohérent de poids volumique  $\gamma$ =20 kN/m<sup>3</sup> et de cohésion c<sub>u</sub>=90 kPa. Les modèles sont réalisés en déformations planes et en axisymétrie. La demi-largeur de la fouille est prise égale à 3, 6, 10, 15, 20 ou 25 m. Le soutènement est constitué d'une plaque bloquée en déplacement sans fiche. On cherche le niveau de sécurité sur la cohésion vis-à-vis d'une rupture du fond de fouille à l'aide d'une procédure de c- $\phi$  réduction. Les résultats des calculs en déformations planes (Figure 6 à gauche) sont très proches de ceux obtenus par l'abaque de la figure 5. Dans les deux cas l'étroitesse de la fouille améliore la sécurité.

Pour les calculs en axisymétrie les sécurités obtenues numériquement sont de l'ordre de 20 % supérieures (pour D/B <2) à celles prédites par l'abaque. L'étroitesse et le caractère axisymétrique sont des éléments contribuant à une plus grande sécurité vis-à-vis du renard solide. Il faut noter que Bjerrum & Eide convenaient du caractère conservateur de l'abaque pour les fouilles axisymétriques présentant un grand élancement, sur la base de 4 fouilles avec D/B > 5 et pour lesquelles une rétro-analyse donnait N<sub>c</sub>=10 à 11 au lieu de 9 théorique.

Dans un terrain pulvérulent, une analyse numérique semblable a été menée pour le cas  $[c=10kPa, \varphi=30^{\circ}]$ . En déformation plane et sur la gamme de géométrie testée, l'élancement de la fouille n'influe pas sur la marge de sécurité. Le caractère axisymétrique de la fouille a quant à lui une influence notable (voir figure 6 à droite).

Dans les deux cas (sol cohérent et pulvérulent), il est apparu que la prise en compte du cisaillement en amont coté terre (Terzaghi 1943, Graux 1967) ne correspondait pas au mécanisme de rupture le plus défavorable mis en évidence numériquement. Cette

observation est cohérente avec les conclusions proposées par Bjerrum & Eide (1956) pour les fouilles étudiées dans les argiles. La sécurité déterminée avec les modélisations éléments finis s'avère par ailleurs peu sensible aux paramètres de frottement contre l'écran (K<sub>0</sub>, R<sub>int</sub>).





Dans les terrains pulvérulents, la vérification se fait en contrainte effective. N<sub>q</sub> est de l'ordre de 10 à 30 (pour  $\varphi$  variant de 25° à 35°) ce qui accentue la contribution de la surcharge aval. La hauteur de la fiche à la base de laquelle s'effectue la vérification est donc un élément favorable. La pression d'écoulement ascendant, diminue quant à elle la contrainte effective verticale coté fouille et donc le terme q.N<sub>q</sub>.

Le gradient ascendant est donc important à quantifier, avec une approche différente de celle proposée par Mandel (1951) pour un batardeau puisque, dans le cas d'un puits, la géométrie axisymétrique contribue à concentrer les lignes de courant dans le fond de fouille et à accroitre significativement le gradient ascendant. La figure 7 présente les résultats obtenus pour l'estimation de la proportion des pertes de charge à l'aval  $\rho_{av}$  par une approche analytique (établie à l'aide des travaux de Cassan (2005) sur l'essai Lefranc) et par une approche numérique pour certaines géométries. Les résultats mettent en évidence

que la proportion de perte de charge en aval (coté fouille) et donc le gradient ascendant augmente significativement pour les valeurs petites de B/F (où B est la largeur de fouille et F la fiche). On illustre ainsi que pour les puits axisymétriques, les gradients ascendants peuvent être bien plus élevés qu'à l'aval d'un batardeau en déformations planes, où  $\rho_{av}$  ne dépasse pas la valeur de 0,5 (Mandel (1951), batardeau sans vis-à-vis). En conséquence, les dispositifs de drainage du fond de fouille visant à redresser les lignes de courant sont particulièrement recommandés pour les puits circulaires.



Figure 7 : Proportion de perte de charge à l'aval d'un écran circulaire

#### 5. Conclusions

L'étude théorique présentée dans cet article confirme le caractère sécuritaire des approches usuellement utilisées pour le dimensionnement de puits circulaires. Elle donne quelques ordres de grandeur pouvant être appliqués sur les paramètres d'entrée des modèles aux coefficients de réaction. Ainsi, pour le diagramme de poussée des terres, la solution de Cheng & Hu avec  $\lambda = K_0$  peut être retenue pour réduire le chargement limite sur l'écran. De même le coefficient de réaction peut par ailleurs être majoré en fonction de la rigidité cylindrique du puits. Le coefficient de butée n'apparait lui, pas significativement modifié. L'étroitesse de la fouille et son caractère axisymétrique sont également des points favorables pour les vérifications de renard solide. A l'inverse, un point de vigilance sur ce type d'ouvrage, est la concentration des écoulements conduisant à une hausse des gradients hydrauliques contre lesquels il est recommandé, comme pour les écrans plans, de « prévenir plutôt que calculer » par un dispositif de puits et drains de décharge. D'autres aspects en lien avec ces spécificités géométriques, pourraient être développés ultérieurement tels que les vérifications de non-soulèvement de fond de fouille.

Pour l'ensemble de ces développements, l'opportunité de conforter ces résultats « numériques » par l'expérimentation devra, aussi souvent que possible, être exploitée.

#### 6. Références bibliographiques

- Bjerrum L., Eide O., (1956), Stability of strutted excavations in clay, Géotechnique, 6, pp. 32-47.
- Tobar T., M. A. Meguid (2010). Comparative evaluation of methods to determine the earth pressure distribution of cylindrical shafts: A review. Tunneling and Underground Space Technology 25, pp. 188-197.
- Berezantzev V.G., (1958). Earth pressure on the cylindrical retaining walls. Conference on Earth Pressure Problems, Brussels, pp. 21-27.
- Cassan M., (2005). Les essais de perméabilité sur site dans la reconnaissance des sols, Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, pp 121-142.
- Cheng Y. M. & Au, S. K. & Hu, Y. Y. & Wei, W. B. (2008). Active pressure for circular cut with Berezantzev's and Prater's theories, numerical modeling and field measurements. Soils and fondations. Vol 48. N°5, pp.621-631.
- CNJOG, (2018). Précision sur la justification de la stabilité d'un écran de soutènement hyperstatique vis-à-vis du défaut de butée, note informative du 19 avril 2018.
- Jassionnesse C., Cahn M., Tsirogianni A., (2016). Interaction butée des rideaux en vis-àvis, Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur- Nancy.
- Graux D., (1967). Fondations et excavations profondes Tome 1, géotechnique appliquée, Editions Eyrolles pp 243-247.
- Mandel J. (1951). Ecoulement de l'eau sous une ligne de palplanche. Abaque pour la condition de Renard. Revue Travaux N°197 de mars 1951.
- Prater E. (1976). An examination of some theories of earth pressure on shaft linings. Canadian Geotechnical Journal, n°14, pp.91-106 .
- Schmitt P., (1995). Méthode empirique d'évaluation du coefficient de réaction du sol vis-àvis des ouvrages de soutènement souple. Revue Française de Géotechnique, 2ème trimestre, n° 71, p.3-10.
- Skempton A. W. (1951). The bearing capacity of clays. Building Research Congress, Division I Part III, pp. 180-189.
- Terzaghi K. (1943). Theorical Soil Mechanics. New York : John Wiley, pp 118-215.