



**HAL**  
open science

## Analytical study of post-closure behavior of a deep spherical cavity in a dilatant viscoplastic rock mass

Yufeng Sun, Kwai Kwan Wong, Benoit Pardoën, Frédéric Deleruyelle,  
Nathalie Dufour, Denis Branque, Chin J. Leo

### ► To cite this version:

Yufeng Sun, Kwai Kwan Wong, Benoit Pardoën, Frédéric Deleruyelle, Nathalie Dufour, et al.. Analytical study of post-closure behavior of a deep spherical cavity in a dilatant viscoplastic rock mass. 11èmes journées nationales de géotechnique et de géologie de l'ingénieur, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon [INSA Lyon], CFMS, CFMR, CFGI, Jun 2022, Lyon, France. hal-03719796

**HAL Id: hal-03719796**

**<https://hal.science/hal-03719796v1>**

Submitted on 11 Jul 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# ÉTUDE ANALYTIQUE DU COMPORTEMENT POST-FERMETURE D'UNE CAVITÉ SPHÉRIQUE PROFONDE DANS UN MASSIF ROCHEUX VISCOPLASTIQUE DILATANT

## **ANALYTICAL STUDY OF THE POST-CLOSURE BEHAVIOUR OF A DEEP SPHERICAL CAVITY IN A DILATANT VISCOPLASTIC ROCK MASS**

Yufeng SUN<sup>1</sup>, Kwai Kwan WONG<sup>1</sup>, Benoit PARDOEN<sup>1</sup>, Frederic DELERUYELLE<sup>2</sup>, Nathalie DUFOUR<sup>3</sup>, Denis BRANQUE<sup>1</sup>, Chin J. LEO<sup>4</sup>

<sup>1</sup> ENTPE – LTDS, UMR 5513 CNRS, ENTPE, 2 rue Maurice Audin, 69100 Vaulx-en-Velin, France

<sup>2</sup> Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN), PSE-ENV/SEDRE/UEMIS, Fontenay-aux-Roses, 92260, France

<sup>3</sup> CEREMA – DTerMed, Aix-en-Provence, France

<sup>4</sup> School of Computing Engineering and Mathematics, Western Sydney University, Penrith, Australie

**RÉSUMÉ** – Une approche analytique du comportement post-fermeture d'une cavité profonde située dans un massif rocheux au comportement viscoplastique dilatant est présentée. Trois étapes successives sont considérées : (1) excavation, (2) convergence libre et (3) comportement post-fermeture après contact de la paroi avec le remblai. Ce modèle analytique fournit un outil utile pour des études préliminaires rapides.

**ABSTRACT** – An analytical approach for the post-closure behavior of a deep cavity inside a dilatant viscoplastic rock mass is presented. Three successive stages are considered: (1) excavation, (2) free convergence and (3) post-closure behavior after contact of the wall with the backfill. This analytical model provides a useful tool for quick preliminary studies.

### 1. Introduction

Le comportement après fermeture (i.e. après remblayage) des cavités profondes présente un enjeu important pour la géotechnique des ouvrages souterrains. De nombreux travaux ont déjà abordé cette question importante mais la plupart font appel à une modélisation sophistiquée et des outils numériques avancés. Ces résultats numériques, qui mettent en jeu de nombreux paramètres, sont généralement difficiles à interpréter et des solutions analytiques simplifiées sont bien souvent utiles pour vérifier les ordres de grandeur et comprendre les mécanismes.

Ainsi, les modèles analytiques gardent tout leur intérêt pour fournir des solutions basées sur des conditions simplifiées en termes de géométrie, champ de contraintes, comportement des matériaux, etc. Dans nos précédents travaux (Dufour et al., 2009 ; Wong et al., 2008a, 2008b), nous nous sommes intéressés à une approche quasi-analytique du comportement post-fermeture d'une cavité cylindrique ou sphérique après un cycle de vie « simplifié » dans un milieu poro-élastique ou poro-viscoélastique. Plusieurs auteurs (Boidy et al., 2002 ; Changa et al., 2009) ont noté que des déformations irréversibles apparaissent à long terme pour une grande variété de roches dès lors que le déviateur de contrainte dépasse un certain seuil. C'est souvent la théorie de la viscoplasticité qui est utilisée pour décrire la part de fluage due à la viscosité du matériau et simuler les réponses des structures souterraines en fonction du temps (Pardoën et al., 2017 ; Pellet et al., 2009).

Néanmoins, très peu de modèles analytiques prennent en compte l'effet de la dilatance de la roche sur le comportement post-fermeture de l'ouvrage souterrain, alors que

l'importance de ce phénomène a été montrée expérimentalement (Ribacchi, 2000). Les déformations volumiques irréversibles ont un impact essentiel sur les champs de contraintes et de déplacements, ainsi que sur l'étendue de la zone endommagée induite par le creusement dans laquelle se produisent des déformations et des changements microstructuraux irréversibles. Dans de telles situations, le fluage et la dilatance de la roche sont à prendre en compte pour la représentativité de la modélisation.

Cette communication présente une approche analytique du comportement mécanique d'une cavité sphérique profonde située dans un massif rocheux viscoplastique dilatant supposé être élastiquement incompressible (i.e. coefficient de Poisson  $\nu = 0,5$ ) et obéir à une loi de Norton Hoff « linéarisée », sans écrouissage ni seuil de fluage.

## 2. Description du problème

Le cycle de vie d'une cavité souterraine est idéalisé en 3 étapes schématisées sur la Fig 1 : (i) excavation ; (ii) convergence libre de la paroi et (iii) convergence partiellement retenue par un remblai. La configuration initiale de référence de la roche hôte (i.e. celle pour laquelle les déplacements et déformations sont supposés nuls) est choisie comme celle qui, à l'instant  $t = 0$ , est en équilibre avec la pression géostatique.

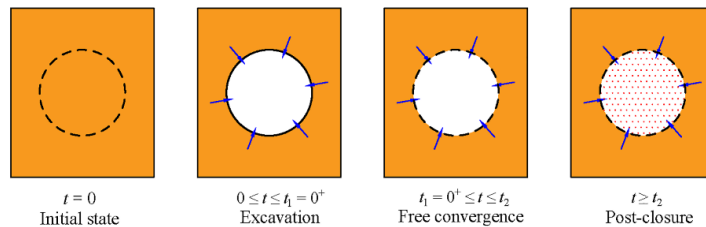


Fig 1. Cycle de vie simplifié d'une cavité profonde.

## 3. Cadre général et méthode de résolution

Dans ce qui suit, les grandeurs tensorielles et vectorielles sont écrites en caractères gras et les scalaires en caractères normaux. Des conditions de symétrie sphérique sont supposées, de sorte que toutes les grandeurs physiques du problème ne dépendent que de deux variables : la coordonnée radiale  $r$  et le temps  $t$ . Dans ces conditions et en utilisant des coordonnées sphériques, le déplacement, les tenseurs de contraintes et de déformations s'écrivent comme suit :

$$\mathbf{u} = (u, 0, 0) ; \boldsymbol{\sigma} = \text{diag}(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\theta) ; \boldsymbol{\varepsilon} = \text{diag}(\partial_r u, u/r, u/r) \quad (1)$$

où  $u(r, t)$  est le déplacement radial. La déformation volumique  $\epsilon$  s'écrit :

$$\epsilon \equiv \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \frac{u}{r} \quad (2)$$

L'unique équation d'équilibre non triviale en symétrie sphérique s'écrit :

$$\sigma_r - \sigma_\theta = - \frac{r}{2} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \quad (3)$$

En petites déformations, le tenseur de déformation peut être décomposé en une partie élastique et une partie viscoplastique, notées respectivement par les exposants "e" et "vp" :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \quad (4)$$

### 3.1 Équations constitutives élastiques

Sous symétrie sphérique, la contrainte moyenne  $\sigma_m$  et le tenseur de contrainte déviatorique  $\mathbf{s}$  s'écrivent :

$$\sigma_m \equiv \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{3} (\sigma_r + 2\sigma_\theta) ; \mathbf{s} \equiv \text{dev}(\boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\sigma} - \sigma_m \mathbf{I} = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{3} \begin{bmatrix} 2 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

où  $\mathbf{I}$  est le tenseur identité du second ordre. Les contraintes sont comptées positives en

traction. De ce fait,  $\sigma_r > \sigma_\theta$  (décompression radiale). D'après l'équation (5), la contrainte équivalente de Von Mises  $q$  peut s'écrire :

$$q \equiv \sqrt{(3/2)\mathbf{s} : \mathbf{s}} = |\sigma_r - \sigma_\theta| = \sigma_r - \sigma_\theta \quad (6)$$

En substituant l'Équation (3) à l'Équation (6), l'expression de  $q$  peut être écrite comme suit :  $q = -(r/2)\partial_r\sigma_r$ . Dans le cas de l'incompressibilité élastique (i.e.  $\nu = 0,5$ ), le module de cisaillement  $G$  est lié au module d'Young  $E$  par  $G = E/3$ . Ainsi, la forme simplifiée de la loi de Hooke s'écrit, en raison de la symétrie sphérique et des équations (1) et (5) :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \frac{1}{2G}\dot{\mathbf{s}} = \frac{\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\theta}{E} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -1/2 & \\ & & -1/2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 3.2 Équations constitutives viscoplastiques

Établi sur une base expérimentale, le concept de la surcontrainte de Perzyna peut s'appliquer au comportement en fluage d'une classe relativement large de géomatériaux à faible dilatance volumique (Pellet et al., 2005). Il s'écrit de la manière suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\langle q - \sigma_s \rangle^n}{\eta} \mathbf{m} \quad (8)$$

où  $\langle x \rangle = x$  pour  $x \geq 0$  et  $\langle x \rangle = 0$  pour  $x < 0$ , la contrainte de cisaillement équivalente  $q$  est définie par (6),  $\sigma_s$  est un seuil de contrainte positif,  $\eta$  est la viscosité dynamique, l'exposant positif  $n$  permet de tenir compte d'une certaine forme de non-linéarité. Enfin, le tenseur  $\mathbf{m}$  (normalisé ou non) définit la direction de  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}$ .

Une dilatance volumique est introduite dans le modèle. A cette fin, le tenseur de vitesse de déformation viscoplastique est exprimé comme la somme d'une composante volumique et d'une composante déviatorique :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^{vp} + \left(\frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^{vp}}{3}\right) \mathbf{I} \quad (9)$$

où  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^{vp}$  est défini par (8) avec  $\mathbf{s} = \mathbf{s}$ ,  $n = 1$ , et  $\sigma_s = 0$ . Nous définissons un invariant scalaire nommé « vitesse de déformation viscoplastique déviatorique équivalente » par la relation suivante :  $\dot{\gamma}_q^{vp} = \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^{vp}\|$ , que nous utiliserons par la suite. Notez que pour un tenseur symétrique du second ordre,  $\|\mathbf{t}\| = \sqrt{\mathbf{t} : \mathbf{t}} = \sqrt{t_{ij}t_{ij}}$ .

Concernant la composante volumique, nous supposons la forme linéaire suivante définie par un paramètre de dilatation  $\alpha_0$  :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^{vp} = \alpha_0 \dot{\gamma}_q^{vp} \quad (10)$$

Par conséquent, le taux de déformation viscoplastique total peut être écrit comme suit par la somme des équations (8) et (10) :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \left(\frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^{vp}}{3}\right) \mathbf{I} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^{vp} = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\eta} \begin{bmatrix} 1 + \alpha & & \\ & \alpha - 1/2 & \\ & & \alpha - 1/2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

où  $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{6}}$ . Finalement, on obtient le système d'équations aux dérivées partielles suivant :

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial r} = \frac{1}{E}(\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\theta) + \frac{1 + \alpha}{\eta}(\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (12)$$

$$\frac{\dot{u}}{r} = -\frac{1}{2E}(\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\theta) + \frac{\alpha - 1/2}{\eta}(\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (13)$$

### 3.3. Normalisation des variables

Les variables sont normalisées par rapport à des valeurs caractéristiques selon le schéma suivant :

$$\begin{aligned} \Sigma_r &= \frac{\sigma_r}{P_\infty}; \Sigma_\theta = \frac{\sigma_\theta}{P_\infty}; U = \frac{E u}{P_\infty a}; r' = \frac{r}{a}; t' = \frac{t}{T_0}; \\ t'_1 &= \frac{t_1}{T_0}; t'_2 = \frac{t_2}{T_0}; p'_R = \frac{p_R}{P_\infty}; K'_R = \frac{K_R}{E} \end{aligned} \quad (14)$$

où  $\Sigma_r, \Sigma_\theta, U, r', t'$  sont les valeurs normalisées des contraintes, du déplacement radial, de la coordonnée radiale et du temps ;  $P_\infty$  est la pression géostatique ;  $a$  est le rayon de la cavité ;  $p_R$  est la pression de soutènement exercée par le remblai ;  $K_R$  est la rigidité du remblai ;  $T_0$  est un temps caractéristique de fluage défini par  $T_0 = \frac{\eta}{E}$ . Les inconnues du problème sont maintenant  $U(r', t')$ ,  $\Sigma_r(r', t')$  et  $\Sigma_\theta(r', t')$ .

#### 4. Première étape : excavation de la cavité ( $0 \leq t \leq t_1 = 0+$ )

Comme mentionné ci-dessus, la première étape correspond à l'excavation instantanée d'une cavité sphérique à l'intérieur d'un domaine infini.

##### 4.1 Conditions initiales et aux limites

Les conditions initiales à  $t' = 0$  sont :

$$\Sigma_r(r', 0) = \Sigma_\theta(r', 0) = -1; U(r', 0) = 0 \quad (15)$$

Lors du creusement, la contrainte radiale  $\sigma_r$  à la paroi de la cavité passe instantanément de  $-P_\infty$  à zéro, tandis que le déplacement radial et la contrainte à l'infini restent à leurs valeurs initiales puisque la perturbation due au creusement d'une cavité de taille finie ne peut pas se propager instantanément à l'infini. Donc :

$$\Sigma_r(1, 0^+) = 0; \Sigma_r(\infty, 0^+) = -1; U(\infty, t') = 0; \quad (16)$$

##### 4.2 Solution analytique

Avec les conditions initiales (15) et les conditions aux limites (16) ci-dessus, la solution analytique pour cette étape peut être explicitée. L'excavation étant instantanée, les déformations de fluage (i.e. viscoplastiques) de vitesse finie n'ont pas le temps de se développer et restent donc nulles ; seules les déformations élastiques interviennent. La solution pour les champs de déplacement et de contrainte est donnée ci-dessous :

$$U^+(r') = -\frac{3}{4}r'^{-2}; \Sigma_r^+(r') = -[1 - r'^{-3}]; \Sigma_\theta^+(r') = -\left[1 + \frac{1}{2}r'^{-3}\right] \quad (17)$$

#### 5. Deuxième étape : convergence libre sans support ( $t_1 = 0+ \leq t \leq t_2$ )

##### 5.1 Conditions initiales et aux limites

L'évolution temporelle des différentes grandeurs est supposée continue. Leurs valeurs initiales pour cette deuxième étape (i.e. pour  $t'_1 = 0^+$ ) sont donc données par la solution de l'étape 1 dans l'équation (17). Durant cette étape, la contrainte radiale à la paroi de la cavité et celle en champ lointain restent toutes deux constantes, respectivement égales à zéro et à la pression géostatique, soit en termes de grandeurs normalisées :  $\Sigma_r(1, t') = 0$  ;  $\Sigma_r(\infty, t') = -1$ . La solution analytique peut être écrite dans l'espace des transformées de Laplace :

$$\bar{\Sigma}_r(1, s) = 0; \bar{\Sigma}_r(\infty, s) = -\frac{1}{s} \quad (18)$$

Le retour dans l'espace réel est réalisé avec l'algorithme de Stehfest ; c'est en ce sens que la solution est ensuite appelée « quasi-analytique ».

##### 5.2 Solution quasi-analytique

À l'aide des variables normalisées (14), les équations (12) et (13) peuvent être réécrites

comme suit :

$$\frac{\partial \dot{U}}{\partial r'} = \dot{\Sigma}_r - \dot{\Sigma}_\theta + (1 + \alpha)(\Sigma_r - \Sigma_\theta) \quad (19)$$

$$\frac{\dot{U}}{r'} = -\frac{\dot{\Sigma}_r - \dot{\Sigma}_\theta}{2} + \left(\alpha - \frac{1}{2}\right)(\Sigma_r - \Sigma_\theta) \quad (20)$$

où un point sur une variable indique à présent la dérivée partielle par rapport à  $t'$ . L'équation d'équilibre (3) en termes de variables normalisées s'écrit, respectivement dans le domaine temporel et dans le domaine des transformées de Laplace :

$$\Sigma_r - \Sigma_\theta = -\frac{r'}{2} \frac{\partial \Sigma_r}{\partial r'}; \quad \bar{\Sigma}_r - \bar{\Sigma}_\theta = -\frac{r'}{2} \frac{\partial \bar{\Sigma}_r}{\partial r'} \quad (21)$$

En appliquant la transformation de Laplace aux équations (19) – (20) et en éliminant la contrainte tangentielle  $\bar{\Sigma}_\theta$  à l'aide de l'équation (21), on obtient les deux équations suivantes sur les deux variables  $U$  et  $\Sigma_r$  :

$$s \frac{\partial \bar{U}}{\partial r'} = -\frac{s+1+\alpha}{2} r' \frac{\partial \bar{\Sigma}_r}{\partial r'} + \left( \frac{\partial U^+}{\partial r'} - \Sigma_r^+ + \Sigma_\theta^+ \right) \quad (22)$$

$$s \frac{\bar{U}}{r'} = \frac{s+1-2\alpha}{4} r' \frac{\partial \bar{\Sigma}_r}{\partial r'} + \left( \frac{U^+}{r'} + \frac{\Sigma_r^+ - \Sigma_\theta^+}{2} \right) \quad (23)$$

La résolution de l'équation différentielle linéaire (22) – (23) conduit à la solution pour  $\bar{\Sigma}_r$  :

$$\bar{\Sigma}_r = -\frac{1}{s} \left[ 1 - r'^{-\Lambda(s)} \right]; \quad \Lambda(s) = \frac{3(s+1)}{s+1-2\alpha} \quad (24)$$

$\bar{\Sigma}_\theta$  et  $\bar{U}$  peuvent alors être calculés, respectivement, en substituant l'équation ci-dessus dans les équations (21) et (23) :

$$\bar{\Sigma}_\theta = -\frac{1}{s} \left[ 1 + \left( \frac{\Lambda(s)}{2} - 1 \right) r'^{-\Lambda(s)} \right] \quad (25)$$

$$\bar{U} = -\frac{3}{4} \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} \right) r'^{-(\Lambda(s)-1)} \quad (26)$$

## 6. Troisième étape : remblayage et post-fermeture ( $t_2 \leq t \leq \infty$ )

### 6.1 Conditions initiales et aux limites

Les équations à résoudre sont les équations (22) et (23) dans le domaine des transformées de Laplace. Cependant, pour l'étape 3, les valeurs initiales ( $U^+, \Sigma_r^+, \Sigma_\theta^+$ ) à  $t = 0^+$  dans ces équations doivent être remplacées par les valeurs correspondantes de ( $U, \Sigma_r, \Sigma_\theta$ ) à la fin de l'étape 2 (i.e. pour  $t' = t'_2$ ), à calculer à l'aide des expressions (24)-(26). Au lieu de calculer séparément les valeurs de  $U, \Sigma_r$  et  $\Sigma_\theta$  à  $t' = t'_2$ , les expressions qui se trouvent à l'intérieur des parenthèses des équations (22) et (23) sont calculées directement et dans leur ensemble ; les détails du calcul peuvent être trouvés dans Sun et al. (2021).

La condition aux limites de contrainte à l'infini, l'équation (18), est toujours applicable pour cette étape. Cependant, la contrainte radiale à la paroi de la cavité  $\Sigma_r(1, t')$  ne sera plus nulle du fait de la réaction du remblai. Elle est liée à la convergence normalisée :

$$\Sigma_r(1, t') = K'_R (U(1, t') - U(1, t'_2)) \quad (27)$$

La condition ci-dessus s'écrit, dans l'espace des transformées de Laplace :

$$\bar{\Sigma}_r(1, s) = K'_R \left( \bar{U}(1, s) - \frac{U(1, t'_2)}{s} \right) \quad (28)$$

### 6.2 Solution quasi-analytique

La solution complète de l'étape 3 dans l'espace des transformées de Laplace peut être

trouvée dans Sun et al. (2021). Elle s'écrit sous la forme :

$$\overline{\Sigma_r} = -\frac{1}{s} + \gamma(s)r'^{-\Lambda(s)} + \sum_n B_n(s) \frac{r'^{-\Lambda_n} - r'^{-\Lambda(s)}}{\Lambda_n - \Lambda(s)} \quad (29)$$

$$\overline{\Sigma_\theta} = -\frac{1}{s} + \gamma(s) \left(1 - \frac{\Lambda(s)}{2}\right) r'^{-\Lambda(s)} + \sum_n B_n(s) \frac{\left(1 - \frac{\Lambda_n}{2}\right) r'^{-\Lambda_n} - \left(1 - \frac{\Lambda(s)}{2}\right) r'^{-\Lambda(s)}}{\Lambda_n - \Lambda(s)} \quad (30)$$

$$\frac{\overline{U}}{r'} = -\frac{3(s+1)}{4s} \left[ \gamma(s)r'^{-\Lambda(s)} + \sum_n B_n(s) \frac{r'^{-\Lambda_n} - r'^{-\Lambda(s)}}{\Lambda_n - \Lambda(s)} \right] - \frac{1}{s} \beta(r') \quad (31)$$

où  $B_n(s)$ ,  $\Lambda_n$  et  $\beta(r')$  sont explicitées dans Sun et al. (2021).

## 7. Applications numériques

Les paramètres utilisés dans les applications numériques sont présentés au Tableau 1. Ils sont appelés « paramètres de référence » ci-après. Ils concernent une roche argileuse et sont issus de notre précédente étude Sun et al. (2021).

Tableau 1. Paramètres de référence utilisés dans les applications numériques

Variable	Valeur (unit)	Variable	Valeur (unit)
$\alpha$	0.1	$P_\infty$	12 (MPa)
$E$	5000 (MPa)	$\eta$	$2 \cdot 10^{20}$ (Pa s)
$K_R$	1000 (MPa)	$t_2$	3804 (années)

### 7.1. Évolutions mécaniques des grandeurs normalisées

Avec les conventions de signe adoptées ici, un déplacement négatif correspond à un mouvement de "convergence" de la paroi vers le centre de la cavité sphérique. La Fig 2 montre qu'en chaque position radiale autour de la cavité, il se produit une convergence instantanée à l'instant initial due au creusement. Le déplacement augmente progressivement (en valeur absolue) de façon plus ou moins linéaire (exactement linéaire en  $r' = 1$ ) avec le temps avant que la paroi de la cavité n'entre en contact avec le remblai. A l'instant  $t' = t'_2$ , la paroi rencontre le remblai et continue de converger plus lentement du fait du soutènement apporté par ce dernier. Enfin, la convergence de la paroi tend vers une valeur asymptotique qui représente l'état d'équilibre mécanique à long terme. La Fig 3 montre qu'à tout instant, le déplacement le plus grand (en valeur absolue) est au niveau de la paroi de la cavité ( $r' = 1$ ) et diminue de manière monotone jusqu'à zéro vers l'infini, ce qui est cohérent avec les conditions aux limites appliquées en champs proche et lointain.

La Fig 4 montre l'évolution temporelle des contraintes totales pour différents rayons. Pour plus de clarté, le saut initial en contrainte de la pression géostatique à  $t'=0$  n'est pas représenté. Au cours de l'étape 2 (convergence libre), en tous rayons, les contraintes radiales sont de plus en plus compressives du fait du fluage et de la convergence, sauf au niveau de la paroi de la cavité où elles restent nulles en raison de la condition aux limites appliquée. Dans le même temps, les contraintes circonférentielles deviennent également plus compressives en raison de l'équation d'équilibre.

La Fig 5 montre que les contraintes radiales et circonférentielles restent à la valeur de la pression géostatique en champ lointain. En allant vers la cavité, la contrainte radiale diminue jusqu'à un minimum tandis que la contrainte circonférentielle augmente jusqu'à un maximum (en valeurs absolues) au niveau de la paroi. La contrainte radiale est nulle en

paroi ( $r' = 1$ ) lors de l'étape 2, conformément à l'hypothèse de convergence libre (i.e. sans appui). Après contact avec le remblai (Etape 3,  $t' > t'_2$ ), la contrainte radiale devient plus compressive tandis que la contrainte circonférentielle le devient moins.

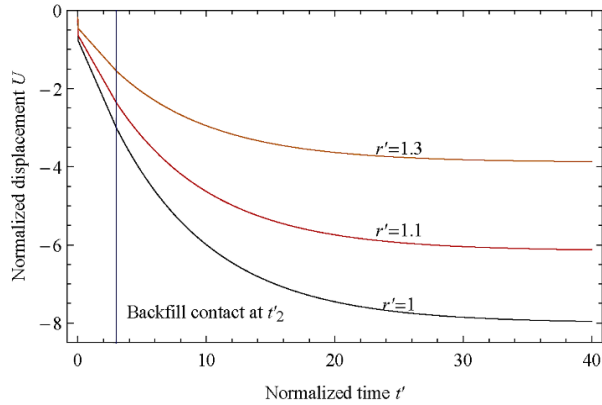


Fig 2. Evolution temporelle du déplacement normalisé en trois positions radiales.

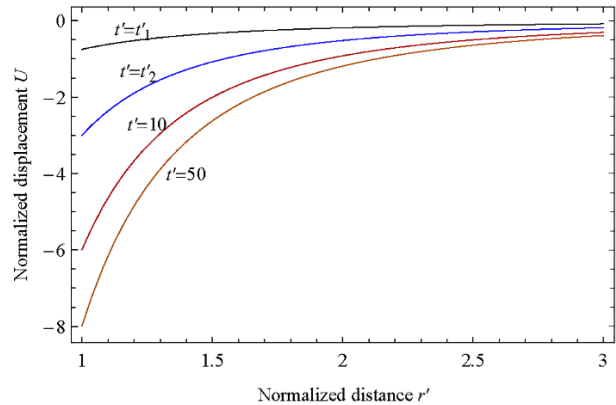


Fig 3. Profils de déplacement normalisé à différents instants.

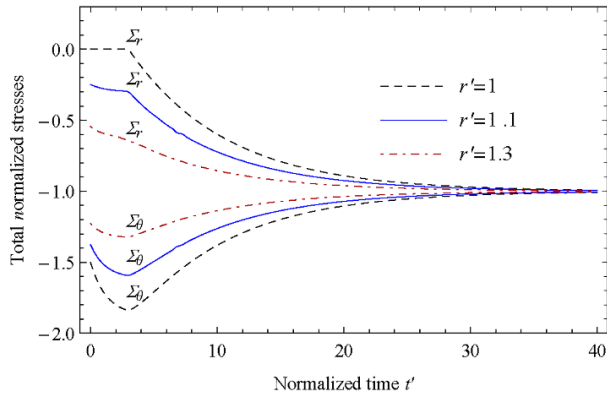


Fig 4. Evolution temporelle de la contrainte totale en différents rayons.

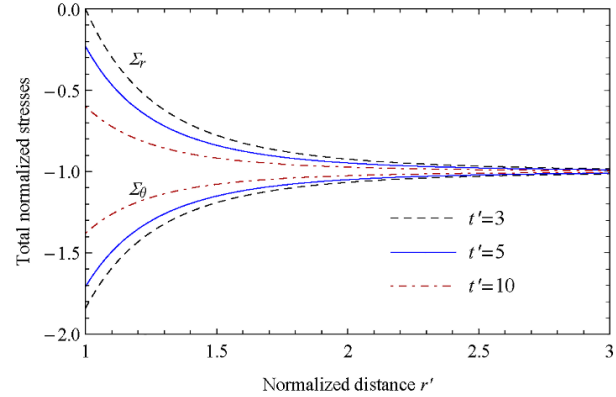


Fig 5. Profils des contraintes totales à différents instants.

## 7.2. Comparaison avec une simulation numérique

Des simulations numériques par éléments finis ont été réalisées à l'aide du logiciel COMSOL pour résoudre le système d'équations aux dérivées partielles (12) – (13). Dans la Fig 6,  $r_1 = 5$  m,  $r_2 = 100$  m et le remblai ( $0 < r < 5$  m) ne participe qu'à la troisième étape du calcul numérique, avec un contact supposé parfait avec la paroi de la cavité. Le problème est défini par deux variables de champ,  $u$  et  $\sigma_r$ , qui vérifient deux systèmes d'équations aux dérivées partielles différents dans le massif rocheux et dans le remblai. Les données numériques utilisées dans la simulation sont identiques à celles présentées au Tableau 1.

Les principaux résultats de la simulation sont présentés et comparés aux solutions quasi-analytiques dans les Figs 7 et 8 montrent un bon accord entre les résultats numériques et quasi-analytiques obtenus aux étapes 2 et 3.

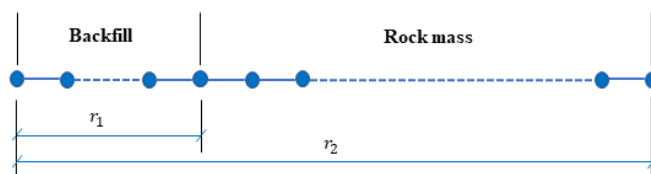


Fig 6. Maillage par éléments finis du modèle à l'étape 3.



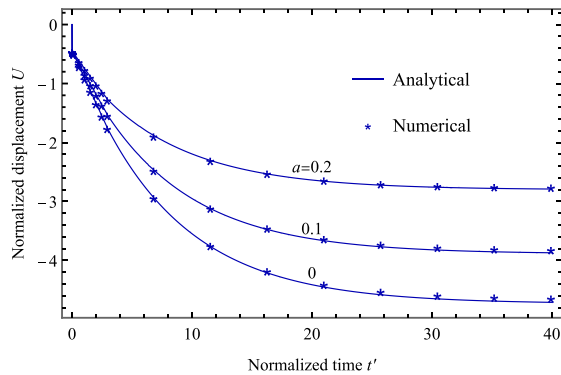


Fig 7. Évolution des profils de déplacement normalisés en  $r'=1,3$ .

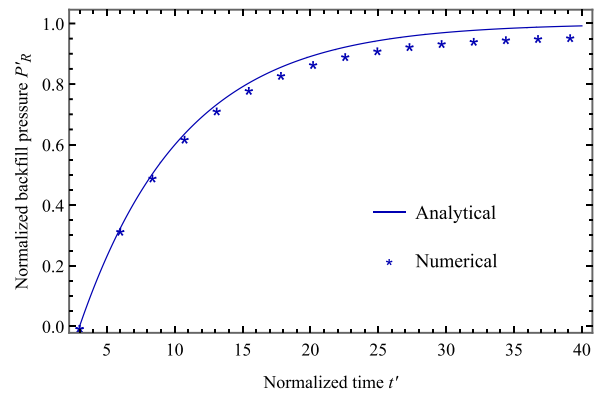


Fig 8. Évolution temporelle de la pression de remblai normalisée.

## 8. Conclusions

Une solution quasi-analytique du comportement post-fermeture d'une cavité profonde creusée dans un massif rocheux viscoplastique dilatant est présentée, prenant en compte trois étapes d'un cycle de vie simplifié. Pour chaque étape du cycle de vie considéré, des expressions explicites des champs de déplacement et de contraintes sont présentées dans l'espace des transformées de Laplace. L'algorithme de Stehfest permet ensuite de calculer les résultats correspondants dans le domaine temporel. Ce modèle fournit un outil utile pour des études préliminaires rapides.

## 9. Références bibliographiques

- Boidy E., Bouvard A., Pellet F., (2002). Back analysis of time-dependent behaviour of a test gallery in claystone. *Tunnell. Undergr. Space. Technol.* vol. 17 (4), pp. 415–424.
- Changa C., Zoback M.D., (2009). Viscous creep in room-dried unconsolidated Gulf of Mexico shale (I): Experimental results. *J. Petrol. Sci. Eng.* vol. 69 (3-4), pp. 239–246.
- Dufour N., Leo C.J., Wong H., Deleruyelle F. (2009). Hydromechanical responses of a decommissioned backfilled tunnel drilled into a poro-viscoelastic medium. *Soils. Found.* vol. 49 (4), pp. 495–507.
- Pardoen B., Collin F., (2017). Modelling the influence of strain localisation and viscosity on the behaviour of underground drifts drilled in claystone. *Comput. Geotech.* vol. 85, pp. 351–367.
- Pellet F., Hajdu A., Deleruyelle F. et al (2005). A viscoplastic constitutive model including anisotropic damage for the time dependent mechanical behaviour of rock. *Int J Numer Anal Meth Geomech* (29), pp. 941-970
- Pellet F., Roosefid M., Deleruyelle F., (2009). On the 3D numerical modelling of the time-dependent development of the damage zone around underground galleries during and after excavation. *Tunn. Undergr. Space Technol.* vol. 24, pp. 665–674.
- Ribacchi R., (2000). Mechanical Tests on Pervasively Jointed Rock Material: Insight into Rock Mass Behaviour. *Rock. Mech. Rock. Eng.* vol. 33, pp. 243–266.
- Sun Y., Wong H., Pardoen B., Deleruyelle F. et al (2021). Analytical study of post-closure behaviour of a deep spherical cavity in a dilatant viscoplastic rock mass. *Comput. Geotech*, vol. 139, pp. 104419.
- Wong H., Morvan M., Deleruyelle F., Leo C.J. (2008a). Analytical study of mine closure behaviour in a poro-elastic media. *Comput. Geotech*, vol. 35 (5), pp. 645–654.
- Wong H., Morvan M., Deleruyelle F., Leo C.J. (2008b). Analytical study of mine closure behaviour in a poro-viscoelastic medium. *Int. J. Numer. Anal. Methods. Geomech*, vol. 32 (14), pp. 1737–1761.