



**HAL**  
open science

# Optimisation topologique d'amortisseurs par frottement pour la réduction des résonances non-linéaires par approches MMC et EGO

Enora Denimal, Ludovic Renson, Loic Salles

► **To cite this version:**

Enora Denimal, Ludovic Renson, Loic Salles. Optimisation topologique d'amortisseurs par frottement pour la réduction des résonances non-linéaires par approches MMC et EGO. CSMA 2022 - 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, Giens, France. pp.1-8. hal-03717948

**HAL Id: hal-03717948**

**<https://hal.science/hal-03717948>**

Submitted on 8 Jul 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Optimisation topologique d'amortisseurs par frottement pour la réduction des résonances non-linéaires par approches MMC et EGO

E. Denimal<sup>1</sup>, L. Renson<sup>2</sup>, L. Salles<sup>3</sup>,

<sup>1</sup> Univ. Gustave Eiffel, Inria, COSYS-SII, I4S, Campus Beaulieu, 35042 Rennes, France, enora.denimal@inria.fr

<sup>2</sup> Dynamics group, Imperial College London, London, United Kingdom, l.renson@imperial.ac.uk

<sup>3</sup> Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russia, l.salles@skoltech.ru

**Résumé** — L'objectif de ce travail est d'optimiser la topologie d'amortisseurs de vibrations par frottement sec afin de maximiser leurs propriétés amortissantes. Une méthode couplant l'équilibrage harmonique pour le calcul de la réponse dynamique non-linéaire avec les moving morphable components (MMC) et l'algorithme EGO pour l'optimisation est développée. Une stratégie de clustering est aussi proposée afin de réaliser une analyse de l'impact de la géométrie sur les propriétés amortissantes. L'application à un cas 2D permet de démontrer le fort potentiel de ce types d'approches.

**Mots clés** — vibrations non-linéaires, amortissement par frottement, optimisation topologique, Efficient Global Optimisation, Harmonic Balance Method.

## 1 Introduction

Si le frottement est usuellement considéré comme un phénomène néfaste à l'origine d'usure, de fatigue ou de bruit, il peut aussi être utilisé comme un moyen passif d'amortir les vibrations. Il est plus particulièrement utilisé dans l'industrie aéronautique, tel que dans les turbines afin de réduire les niveaux vibratoires à la résonance ou pour créer un décalage en fréquence. Une solution technique bien établie aujourd'hui consiste en l'utilisation d'amortisseurs par frottement sec situés sous les plate-formes de deux aubes adjacentes. Il s'agit de petites pièces métalliques maintenues en position grâce aux forces centrifuges. Lorsque les aubes vibrent, le déplacement relatif entre les plate-formes et l'amortisseur génère du frottement et donc les vibrations sont amorties via cette dissipation d'énergie [6].

Il est connu que la forme de l'amortisseur influe grandement ses propriétés amortissantes [2]. Plusieurs travaux se sont focalisés sur l'optimisation de la forme de ces amortisseurs. Les premières études se basent pour la plupart sur des études paramétriques approfondies, où seulement quelques paramètres génériques sont considérés (masse de l'amortisseur, largeur etc). Les études d'optimisation à proprement parler sont arrivées plus récemment. Ainsi, dans [4], la masse d'un amortisseur est directement optimisée. Dernièrement, dans [9, 10] la géométrie est optimisée en paramétrisant le maillage associé au Modèle Éléments Finis (MEF) de l'amortisseur. Dans toutes ces études, seulement quelques paramètres basiques (masse, épaisseur, hauteur etc) sont balayés ou optimisés afin d'identifier des caractéristiques avantageuses pour les amortisseurs. Or, dans un contexte où la fabrication additive apparait et où la géométrie de ces amortisseurs est très influente, le potentiel de l'optimisation topologique est évident [2]. Ainsi, l'objectif de ce travail est de proposer une approche rigoureuse et efficace afin d'optimiser la topologie d'amortisseurs par frottement afin d'identifier de nouvelles géométries aux propriétés avantageuses.

L'optimisation topologique de structures continues consiste à identifier un sous-domaine occupé par la matière lorsque seules les conditions limites et les chargements sont connus. Différentes approches existent, et ce travail se concentre plus particulièrement sur l'utilisation du *Kriging-assisted Level-Set Method* [7, 2]. Cette approche se base sur le cadre qu'offre les Moving Morphable Components (MMC) [11], pour paramétriser la topologie d'une structure, couplé à l'algorithme EGO pour la résolution du problème d'optimisation [3]. Cette méthode a prouvé son efficacité pour résoudre des problèmes de grande taille avec des gradients inconnus. Le présent travail propose un couplage de cette méthode avec la méthode de l'équilibrage harmonique (HBM) afin de répondre aux problématiques des vibrations non-linéaires. Finalement, une proposition de stratégie pour grouper les géométries identifiées en cluster est proposée et les propriétés amortissantes de différentes géométries sont étudiées en profondeur.

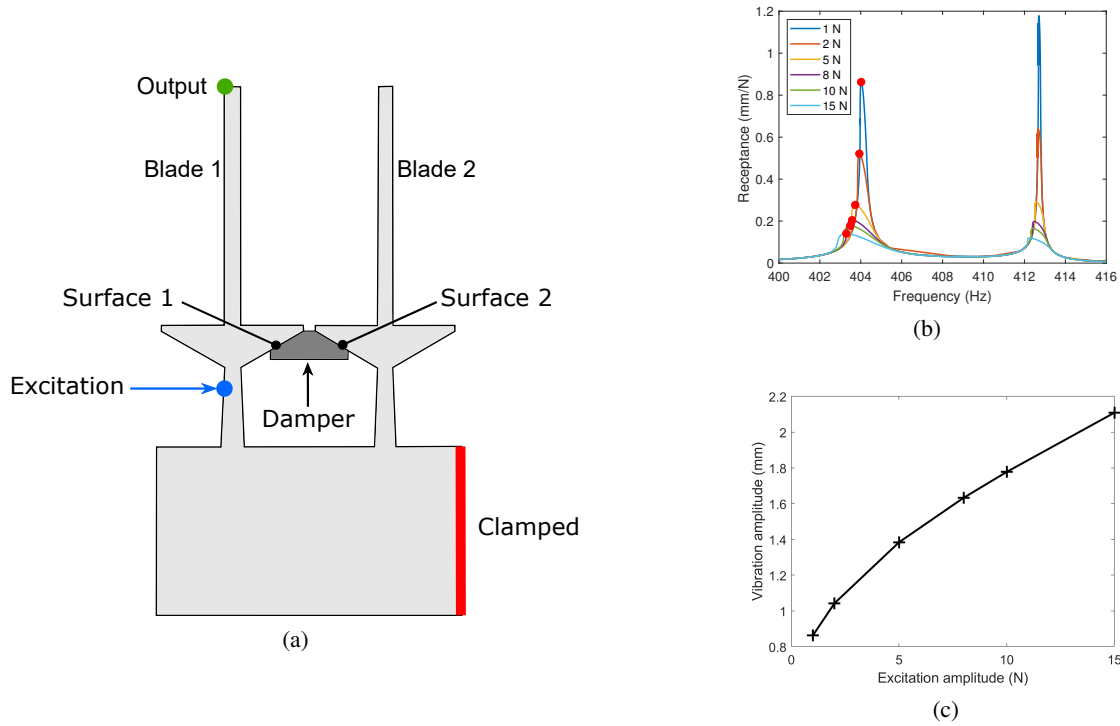


FIGURE 1 – Géométrie du modèle d'étude(a), Réponses en fréquences avec l'amortisseur pour différents niveaux d'excitation (b) et niveau vibratoire à la résonance en fonction de l'amplitude d'excitation (c)

## 2 Modèle d'étude et présentation du problème d'optimisation

La géométrie du modèle étudié est présentée Figure 1(a). Il s'agit d'une géométrie 2D correspondant à la coupe d'un modèle expérimental permettant de simuler le comportement dynamique des aubes [5]. Le modèle se compose d'une base représentant le disque et de deux poutres avec des plate-formes correspondant à deux aubes adjacentes. Le MEF des aubes et de la base est composé de 3324 éléments quadratiques et est fait d'acier (module d'Young de 197 GPa et densité de 7800 kg/m<sup>3</sup>). On s'intéresse plus particulièrement au premier mode de flexion des aubes, qui peut être en phase ou en opposition de phase. Les fréquences propres de ces deux modes sont respectivement de 246.73 Hz et 247.51 Hz en l'absence de l'amortisseur. Le maximum de déplacement est attendu en tête d'aube et seuls les déplacements à la tête de l'aube 1 sont considérés dans l'étude (voir point vert dans la Figure 1(a)) et l'excitation est située au pied de l'aube.

L'amortisseur est situé entre les deux aubes comme indiqué sur la Figure 1. Son maillage est composé de 3604 éléments quadratiques. Ce nombre élevé va correspondre à la discrétisation des résultats de l'optimisation topologique, expliqué dans la suite. Les maillages entre les plate-formes et l'amortisseur sont cohérents et chaque ligne de contact est discrétisée en 51 éléments de contact frottants, chacun composé d'un élément de Jenkins et d'une raideur normale [1, 2, 5]. Chaque élément est caractérisé par 4 paramètres : un coefficient de frottement  $\mu$  (pris égal à 0.5 dans toute la suite de ce travail), une raideur de contact normale  $k_n$ , une raideur de contact tangentielle  $k_t$  et une pré-charge  $N_0$ . Avec cette modélisation, un point de contact peut être en adhérence, en glissement ou en séparation. La pré-charge est supposée homogène ici et est directement dépendante de la longueur de contact, du chargement centrifuge et du coefficient de frottement [1]. En illustration, la réceptance en fonction de la fréquence d'excitation du système pour différents niveaux d'excitation est donnée en Figure 1(b) et l'évolution du niveau vibratoire à la résonance pour le mode en-phase en fonction de l'amplitude d'excitation est donnée Figure 1(c). On voit clairement l'aspect non-linéaire du système et le rôle amortissant de l'amortisseur, en particulier quand les niveaux d'excitation augmentent. Dans la suite du travail, on fixera le niveau d'excitation à 8 N. Les détails sur le calcul de la réponse non-linéaire seront donnés ultérieurement.

Finalement, l'objectif du travail est de minimiser le maximum de vibration atteint à la première résonance (mode en phase) en optimisant la topologie de l'amortisseur. L'amplitude de vibration à la résonance est notée  $u_{res}$ . Afin d'étaler la fonction objectif, l'opposée de l'inverse de cette grandeur est

minimisée, i.e.  $y_{res} = -1/u_{res}$ . Aucune contrainte à ce stade est considérée afin de ne pas passer à côté de géométries potentiellement intéressantes. Ceci est aussi justifié par le fait que le poids des amortisseurs n'est pas un critère dimensionnant ici.

### 3 Optimisation topologique de l'amortisseur

#### 3.1 Workflow général

La méthode d'optimisation est basée sur l'algorithme EGO (Efficient Global Optimisation) qui se base sur l'exploitation d'un méta-modèle de krigeage de la fonction objectif qui dépend des paramètres d'optimisation [3]. Ce méta-modèle est construit à l'aide d'un jeu d'évaluations de la fonction objectif (ensemble entrées/sorties). Dans un contexte d'optimisation, cet ensemble est complété de façon itérative en ajoutant à chaque itération une entrée/sortie (i.e. une évaluation du modèle coûteux) en choisissant un point qui maximise le critère de l'*Expected Improvement* (EI). Les détails sont donnés Section 3.3. L'utilisation de cette approche nécessite une paramétrisation du problème qui se base ici sur le cadre des MMC [11] dont les détails sont donnés Section 3.2. Le couplage de ces deux approches correspond à la méthode KG-LSM proposée initialement par Raponi et al [7]. Finalement, le calcul de la fonction objectif s'effectue à l'aide de la HBM à laquelle un critère de quadrature de phase est ajouté afin de réduire le temps de calcul [8], présentée Section 3.4.

#### 3.2 Paramétrisation de l'amortisseur

La topologie de l'amortisseur est paramétrisée à l'aide des Moving Morphable Components (MMC) [11]. L'idée sous-jacente consiste à décrire l'ensemble de la structure comme un assemblage de géométries élémentaires en forme de barres dont le positionnement, l'orientation et la taille peuvent être changées. En assemblant plusieurs de ces éléments, des topologies complexes peuvent être décrites.

La géométrie de l'amortisseur est décrite de façon implicite à l'aide d'une fonction Level-Set (LSF), définie sur un domaine  $D \in \mathbb{R}^2$  caractérisant l'espace borné contenant l'ensemble des géométries admissibles. La partie de  $D$  occupée par de la matière est notée  $\Omega$ , caractérisée par une LSF  $\Phi$  telle que si  $\mathbf{v} = (v_x, v_y)^T$  est un point du domaine  $D$ , alors  $\Phi(\mathbf{v}) > 0$  quand  $\mathbf{v} \in \Omega$  et  $\Phi(\mathbf{v}) < 0$  quand  $\mathbf{v} \in D \setminus \Omega$ , le cas  $\Phi(\mathbf{v}) = 0$  correspondant au cas où  $\mathbf{v}$  est à la frontière. Le cadre des MMC proposé initialement par Guo et al. [11], propose de décomposer la géométrie générale en un assemblage d'éléments élémentaires inter-connectés. Chaque élément  $i$  correspond à un sous-domaine  $\Omega_i$  occupé par de la matière, et le domaine total occupé par la matière est  $\Omega = \cup_i \Omega_i$ . Chaque sous-domaine  $\Omega_i$  peut être caractérisé par une LSF  $\Phi_i$ . Le cadre des MMC propose une paramétrisation de ces LSF  $\Phi_i$  :

$$\Phi_i(\mathbf{v}) = - \left[ \left( \frac{\cos \theta_i (v_x - v_x^{0,i}) + \sin \theta_i (v_y - v_y^{0,i})}{l_i/2} \right)^m + \left( \frac{-\sin \theta_i (v_x - v_x^{0,i}) + \cos \theta_i (v_y - v_y^{0,i})}{t_i/2} \right)^m - 1 \right] \quad (1)$$

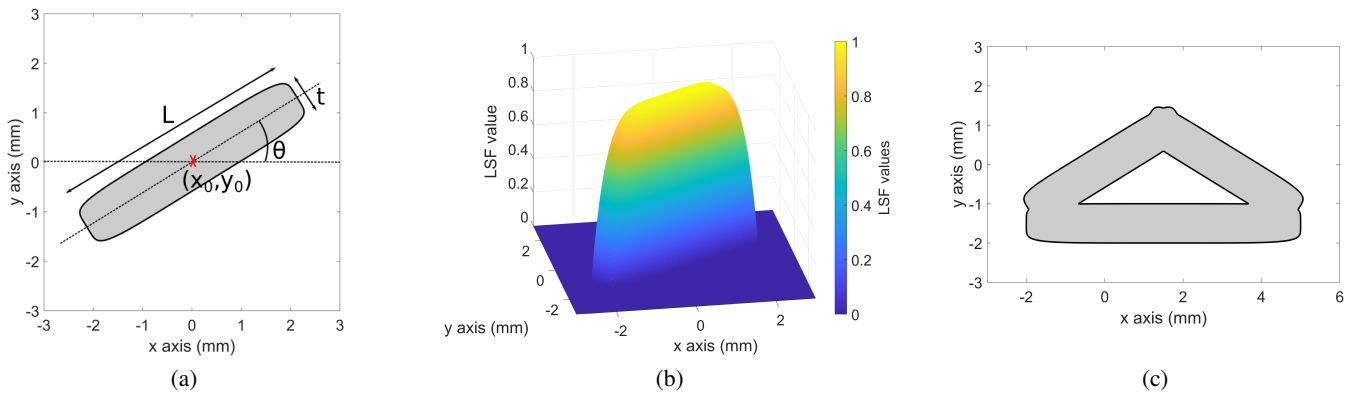


FIGURE 2 – Illustration du cadre des MMC : (a) description géométrique d'un composant - (b) LSF associée (valeurs négatives mises à 0)- (c) Assemblage de 3 éléments - domaine matériel en gris et vide en blanc

avec  $\mathbf{v} = (v_x, v_y)^T$  un point du domaine  $D$ .  $(v_x^{0,i}, v_y^{0,i})$  la position du centre de l'élément,  $\theta_i$  correspond à son inclinaison par rapport à l'axe horizontal,  $l_i$  est sa longueur et  $t_i$  son épaisseur.  $m$  est un nombre pair, égal à 6 [7]. En un point  $\mathbf{v}$ , la LSF totale  $\Phi$  vaut :  $\Phi(\mathbf{v}) = \max_i \Phi_i(\mathbf{v})$ . Une géométrie élémentaire et sa LSF sont représentées Figure 2(a,b) Chaque élément peut être déplacé, tourné, étiré, affiné. En en assemblant plusieurs, il est possible d'obtenir des géométries complexes, comme illustré Figure 2.

Ainsi, chaque géométrie d'amortisseur peut être caractérisée par un set de paramètres (5 par éléments). Pour chaque géométrie, la LSF  $\Phi$  est calculée puis projetée sur le maillage de l'amortisseur complet. Les éléments correspondant au vide ( $\Phi$  négative) sont retirés [2].

### 3.3 Optimisation par méthode EGO

Le problème étant rendu paramétrique, il est possible d'utiliser une méthode d'optimisation globale, ici l'algorithme EGO [3]. La méthode se base sur la construction d'un méta-modèle de la fonction objectif. Ce méta-modèle est construit à partir d'un ensemble d'évaluations de la fonction objectif (ensemble entrées/sortie). L'optimisation se fait de façon itérative en enrichissant ce set d'un point à chaque itération et en reconstruisant le méta-modèle de la fonction objectif. Le point à ajouter à chaque itération est déterminé à l'aide d'un critère explicité dans la suite.

Soit  $f$  la fonction objectif du problème et d'argument  $\mathbf{p}$  et de valeur  $y = f(\mathbf{p})$ . Un méta-modèle  $\hat{f}$  de krigeage de cette fonction s'écrit [3] :

$$\hat{f}(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^q \alpha_j g_j(\mathbf{p}) + Z(\mathbf{p}) \quad (2)$$

avec les  $g_j$  des fonctions réelles connues, les  $\alpha_j$  des coefficients de régression à déterminer et  $Z$  un processus Gaussien de moyenne nulle. La fonction de covariance est  $C(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \sigma^2 \mathcal{R}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  avec  $\mathcal{R}$  une fonction de covariance connue. Le prédicteur et la variance en un nouveau point  $\mathbf{p}_0$  sont respectivement notés  $\hat{f}(\mathbf{p}_0)$  et  $s^2(\mathbf{p}_0)$ . Ces approximations sont construites à partir d'un set  $\{(\mathbf{p}^{(i)}, y^{(i)})_{i=1, \dots, N}\}$  de  $N$  évaluations.

Dans un contexte d'optimisation, un premier set d'initialisation avec  $N_0$  points est généré. Ensuite, ce set est augmenté de façon itérative avec un nouveau point par itération pendant le processus d'optimisation [3]. Ce nouveau point est choisit de façon à maximiser le critère d'expected improvement (EI). Ce critère est modifié dans le cadre du KG-LSM afin d'assurer l'obtention de géométries connectées et vaut [7] :

$$EI(\mathbf{p}) = \begin{cases} (y_{min}^+ - \hat{f}(\mathbf{p})) \Phi\left(\frac{y_{min}^+ - \hat{f}(\mathbf{p})}{s(\mathbf{p})}\right) + s(\mathbf{p}) \phi\left(\frac{y_{min}^+ - \hat{f}(\mathbf{p})}{s(\mathbf{p})}\right) & \text{si la géométrie est connectée} \\ 0 & \text{si la géométrie est non-connectée et } (\mathbf{x}) = 0 \\ -P * \gamma & \text{si la géométrie est non-connectée} \end{cases} \quad (3)$$

avec  $y_{min}^+$  le meilleur minimum observé jusqu'à présent,  $\Phi$  la fonction de répartition de la loi normale et  $\phi$  la fonction de probabilité de la loi normale.  $P$  est calculé uniquement lorsque la géométrie est non-connectée et correspond à la distance minimale entre les différents composants séparés [7], et  $\gamma$  est constant, égal à 1000 ici. Le point à ajouter au set d'apprentissage à chaque itération est le point maximisant l'EI. Cette optimisation est résolue par algorithme génétique. Pour ce point, la fonction objectif est évaluée puis le méta-modèle de krigeage reconstruit avec le nouvel ensemble d'apprentissage.

### 3.4 Calcul de la réponse dynamique non-linéaire

L'amplitude de vibration à la résonance est calculée à l'aide de la méthode de l'équilibrage harmonique. L'équation générale du mouvement s'écrit :

$$\mathbf{M}^{(\mathbf{p})} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}^{(\mathbf{p})} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}^{(\mathbf{p})} \mathbf{q}(t) + \mathbf{F}_{nl}^{(\mathbf{p})}(\dot{\mathbf{q}}(t), \mathbf{q}(t)) = \mathbf{F}_{exc}(t) \quad (4)$$

avec  $\mathbf{M}^{(\mathbf{p})}$ ,  $\mathbf{C}^{(\mathbf{p})}$  et  $\mathbf{K}^{(\mathbf{p})}$  les matrices de masse, amortissement et raideur pour une géométrie d'amortisseur caractérisée par le vecteur  $\mathbf{p}$ .  $\mathbf{q}$  est le vecteur des déplacements généralisés et le point représente la dérivation par rapport au temps.  $\mathbf{F}_{nl}^{(\mathbf{p})}$  est le vecteur des forces de contact non-linéaires, qui dépend

aussi de la géométrie de l'amortisseur (nombre de points de contact, propriétés du contact), et  $\mathbf{F}_{\text{exc}}$  le vecteur de l'excitation. Les matrices de masse et de raideur sont obtenues par une réduction de Craig-Bampton, et l'amortissement est construit avec un amortissement Rayleigh faible (0.001%) pour assurer une convergence numérique. Ces matrices sont recalculées à chaque itération [2].

La solution recherchée est supposée périodique et le problème est résolu dans Fourier. L'équation 4 peut alors s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{J}_1(\mathbf{Q}, \omega) = \mathbf{Z}^{(p)}(\omega)\mathbf{Q} + \tilde{\mathbf{F}}_{\text{nl}}^{(p)}(\mathbf{Q}) - \tilde{\mathbf{F}}_{\text{exc}} = \mathbf{0} \quad (5)$$

avec  $\mathbf{Z}^{(p)}$  la matrice de raideur dynamique,  $\mathbf{Q} = [\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{a}_{N_h}, \mathbf{b}_{N_h}]^T$  le vecteur des coefficients de Fourier de la solution,  $\tilde{\mathbf{F}}_{\text{nl}}^{(p)}$  le vecteur des coefficients de Fourier des efforts non-linéaires et  $\tilde{\mathbf{F}}_{\text{exc}}$  est le vecteur de l'excitation dans le domaine de Fourier. Le problème est résolu avec un algorithme de Newton-Raphson et un algorithme AFT pour le calcul des coefficients de Fourier des efforts non-linéaires [2].

Afin d'éviter le calcul de la FRF complète, le problème est augmenté et la résonance est directement recherchée en ajoutant un critère de quadrature de phase entre l'excitation et la tête d'aube et en ajoutant  $\omega$  au vecteur des inconnues [8]. Ceci est traduit par l'ajout d'une contrainte additionnelle :

$$J_2(\mathbf{Q}, \omega) = \phi - \pi/2 = 0 \quad (6)$$

Finalement, on cherche la solution générale  $\zeta = [\mathbf{Q}; \omega]$ , trouvée en résolvant  $[\mathbf{J}_1(\zeta); J_2(\zeta)] = \mathbf{0}$ . En illustration, les solutions obtenues avec cette approche sur le cas de l'amortisseur initial sont représentées avec un point rouge sur la Figure 1(b). On voit que la résonance est correctement identifiée.

## 4 Résultats

### 4.1 Exemple pour un résultat d'optimisation

Dans le cas présenté ici, cinq éléments sont utilisés pour décrire la géométrie de l'amortisseur, ce qui devrait représenter  $5 \times 5 = 25$  paramètres d'optimisation. Afin de réduire la taille du problème, plusieurs considérations sont faites. Tout d'abord, l'un des composants est fixé à la partie supérieure haute de l'amortisseur, ceci est justifié par le fait que le rôle premier de l'amortisseur est de joindre les deux aubes. De plus, l'amortisseur est supposé symétrique. Finalement, afin d'assurer l'existence du contact sur la ligne souhaitée, le centre d'un des éléments est supposé sur la ligne. Avec ces considérations, le problème final d'optimisation est de taille 9.

Les résultats d'optimisation sont donnés Figure 3 avec quelques géométries d'amortisseurs. 55 points sont utilisés pour l'initialisation, et l'optimisation est faite en 200 itérations. Figure 3(a), les points noirs correspondent à la valeur de la fonction objectif, et les points rouges au meilleur minimum courant. La ligne pointillée bleue correspond à l'amortisseur initial et l'étoile à la géométrie optimisée, illustrée Figure 3(e). On remarque que la fonction objectif décroît rapidement et que les points sont de moins en moins espacés. Comparé à la meilleure géométrie obtenue dans le set initial, les niveaux vibratoires sont réduits de 22%. La géométrie optimale et la géométrie classique sont comparées Table 1 et les FRF complètes Figure 4. La géométrie optimisée divise par trois environ les amplitudes de vibration à la résonance comparé au cas non-optimisé, tout en réduisant la masse de 87%. L'amélioration est considérable. Par ailleurs, le deuxième pic suit la même tendance et les vibrations à la résonance sont aussi considérablement réduites. Le potentiel de l'optimisation topologique pour ce type de structure est clairement illustré ici.

On remarque qu'au fur et à mesure des itérations, les géométries sont de plus en plus similaires et l'algorithme converge vers la forme optimale. Les répartitions des états de contact au fur et à mesure des itérations sont données Figure 3(b). On voit que les géométries optimales tendent à maximiser le stick/slip (80% des états de contact) et à réduire les points purement en adhérence (autour de 0% à la fin) et environ 20% des points sont en impact. L'optimisation tend donc à maximiser le nombre de points en stick/slip.

### 4.2 Analyse des résultats par clustering des géométries

De nombreuses géométries sont testées et de nombreux résultats sont obtenus, pouvant eux-aussi être exploités. Afin d'extrapoler des tendances basées sur les géométries, ces dernières sont regroupées dans

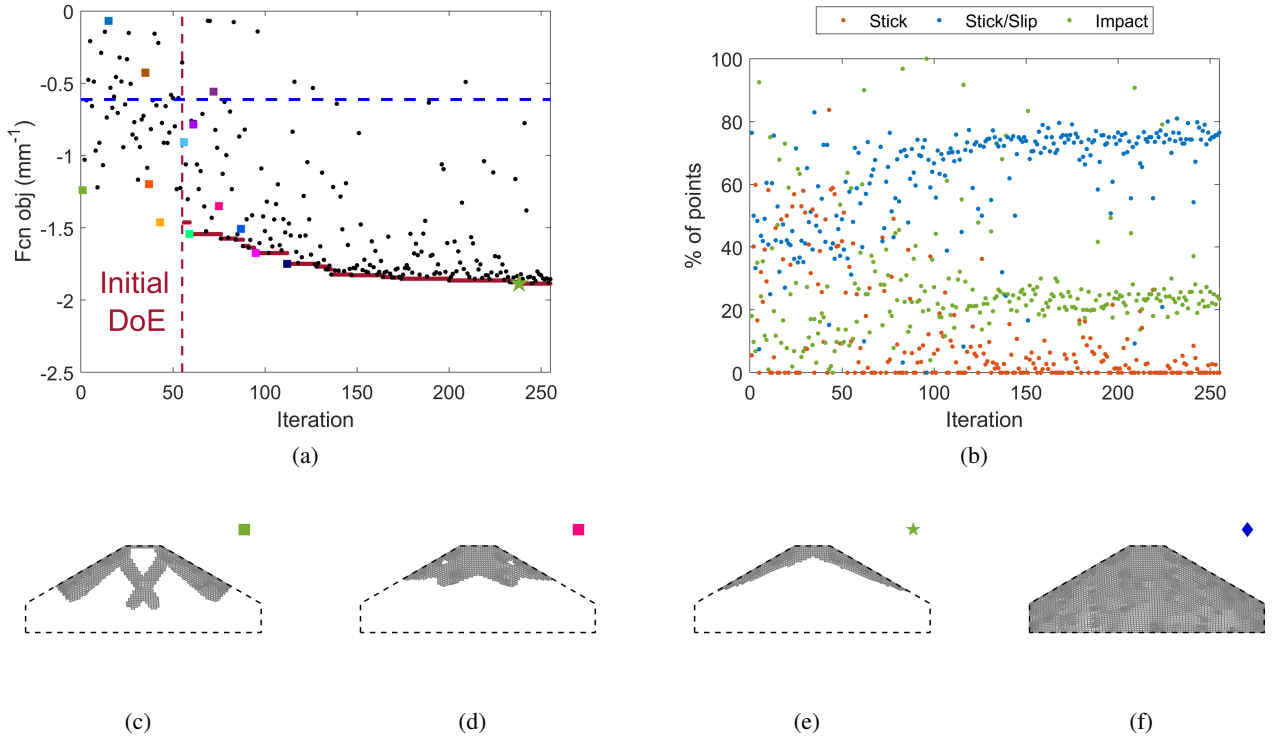


FIGURE 3 – Évolution de la fonction objectif en fonction du nombre de l'évaluation (a) - Répartition des états de contact en fonction des évaluations (b) - Illustration de quelques géométries d'amortisseurs (c,f)

des cluster. Tout d'abord une distance est définie. Si  $\mathbf{v}_{grid} = \{\mathbf{v}^{(k)}\}$  représente les coordonnées du centre d'un élément de maillage où la LSF  $\Phi_{\mathbf{p}}$  de l'amortisseur de géométrie  $\mathbf{p}$  est évaluée, alors on défini  $G_{\mathbf{p}}$  telle que :

$$G_{\mathbf{p}}(\mathbf{v}^{(k)}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_{\mathbf{p}}(\mathbf{v}^{(k)}) > 0 \\ 0 & \text{si } \Phi_{\mathbf{p}}(\mathbf{v}^{(k)}) \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

La distance  $d$  entre les deux géométries définies par les vecteurs  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{p}'$  est donnée par :

$$d(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \sqrt{\sum_k (G_{\mathbf{p}}(\mathbf{v}^{(k)}) - G_{\mathbf{p}'}(\mathbf{v}^{(k)}))^2} \quad (8)$$

Il est possible dans un premier temps de calculer la matrice  $\mathbf{D}$  de coefficients  $D_{i,j} = d(\mathbf{p}^{(i)}, \mathbf{p}^{(j)})$  contenant les distances entre l'ensemble des géométries testées. Cette matrice n'est pas affichée ici pour des raisons de concisions, mais elle permet de montrer que les géométries initiales sont toutes très différentes les unes des autres, puis que au cours des itérations, les géométries sont de plus en plus similaires. Les géométries sont ensuite regroupées en cluster. Pour ce faire, les géométries observées régulièrement sont retenues comme référence pour l'initialisation des clusters. Ensuite, l'ensemble des géométries qui ont une distance normalisée inférieure à 0.2 à un cluster donné sont ajoutées à ce dernier. Cinq clusters sont identifiés dont les caractéristiques principales sont données dans la Table 2. Pour chaque cluster sont donnés la caractéristique géométrique principale, la taille ainsi que les moyennes et variances de l'amplitude de vibration à la résonance, de la masse et de la fréquence de résonance. Pour chaque cluster, une géométrie représentative est donnée Figure 5. Le premier cluster est caractérisé par des géométries avec deux larges masses sur les bords, le second par une forme en  $\wedge$ , le troisième par une surface inférieure plane, le quatrième par une cavité dans la partie centrale et le cinquième par une bosse centrale. Il est bon de rappeler ici que la notion de cluster est utilisée ici uniquement comme un outil pour identifier des tendances, la limite entre deux clusters étant parfois fine.

On remarque que les variances des différentes propriétés dynamiques pour le second cluster sont faibles, ce qui indique une robustesse de ce cluster à des variations géométriques. A l'opposé, pour le premier cluster, les variances sont élevées et donc une variation de la géométrie peut avoir une forte influence sur les propriétés dynamiques. En complément, les moyennes et variances des pressions de contact initiales et des répartition des états de contact sont aussi données. Les cluster 4 et 5 correspondent aux géométries avec le plus haut % de contacts adhérents (autour de 10%) alors que les autres

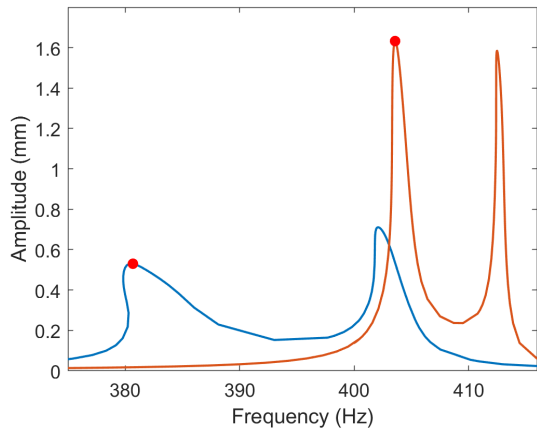


FIGURE 4 – Comparaison des FRF en tête d’aube pour le cas non-optimisé (orange) et le cas optimisé (bleu) - (•) : solution obtenue avec le critère de phase

|                 | Amortisseur non-optimisé | Amortisseur optimisé |
|-----------------|--------------------------|----------------------|
| Masse ratio     | 1                        | 0.13                 |
| Vib. amp. (mm)  | 1.63                     | 0.53                 |
| Res. freq. (Hz) | 403.57                   | 380.68               |

TABLE 1 – Comparaison des propriétés à la résonance pour les amortisseurs optimisés et non-optimisés

| Cluster | Carac. geom.         | Nb cfg | Ampl (mm) |        | Ratio masse |        | Res. freq (Hz) |        |
|---------|----------------------|--------|-----------|--------|-------------|--------|----------------|--------|
|         |                      |        | moy.      | var.   | moy.        | var.   | moy.           | var.   |
| 1       | Bosses sur les côtés | 33     | 1.28      | 4.49   | 0.23        | 5.9E-3 | 381.64         | 417.22 |
| 2       | Forme $\wedge$       | 123    | 0.58      | 6.7E-3 | 0.17        | 3.0E-3 | 387.45         | 14.62  |
| 3       | Plat                 | 15     | 1.19      | 2.63   | 0.19        | 8.7E-3 | 387.97         | 46.67  |
| 4       | Cavité centrale      | 15     | 0.79      | 0.13   | 0.25        | 6.3E-3 | 389.45         | 210.72 |
| 5       | Bosse centrale       | 5      | 1.18      | 0.27   | 0.29        | 0.01   | 392.82         | 15.07  |

TABLE 2 – Propriétés dynamiques et mécaniques des différentes géométries d’amortisseurs

géométries ont peu de points en adhérence. En considérant l’impact, les cluster 3 et 5 ont environ 40% de leurs points subissant de l’impact, mais quelque soit le cluster, de l’impact est présent (min de 20% environ). Finalement, c’est le second cluster qui a le plus de point subissant du stick/slip (73%) alors que tous les autres clusters en ont beaucoup moins dans cet état là (42% pour le cluster 5). Donc en optimisant uniquement le maximum de l’amplitude de résonance, les géométries qui maximisent le taux de stick/slip sont favorisées. Ceci est obtenu en obtenant une faible pression initiale  $N_0$  avec un grand nombre de points de contact pour répartir cette charge et ainsi favoriser l’entrée dans le statut de stick/slip et limiter les conditions d’adhérence. En effet, les autres clusters ont des pressions initiales beaucoup plus importantes. Dans la mesure où  $N_0$  est directement proportionnel à  $m/l$  avec  $m$  la masse de l’amortisseur et  $l$  la longueur de contact, réduire  $N_0$  est fait en réduisant la masse et en augmentant la surface de contact, ce qui est directement traduit par la géométrie en  $\wedge$  avec deux branches longues et fines.

| Cluster | Carac. geom.         | Nb cfg | $N_0$ (N) |      | % stick |       | % impact |       | % stick/slip |       |
|---------|----------------------|--------|-----------|------|---------|-------|----------|-------|--------------|-------|
|         |                      |        | moy.      | var. | moy.    | var.  | moy.     | var.  | moy.         | var.  |
| 1       | Bosses sur les côtés | 33     | 3.37      | 0.37 | 1.9     | 7.6   | 36.1     | 298.7 | 61.9         | 258.3 |
| 2       | Forme $\wedge$       | 123    | 2.37      | 0.29 | 3.4     | 26.9  | 23.5     | 39.2  | 73.1         | 40.8  |
| 3       | Plat                 | 15     | 3.51      | 0.63 | 4.9     | 87.7  | 42.7     | 689.5 | 52.3         | 516.2 |
| 4       | Cavité centrale      | 15     | 3.32      | 0.73 | 11.6    | 82.3  | 27.3     | 492.9 | 61.1         | 318.3 |
| 5       | Bosse centrale       | 5      | 5.16      | 1.67 | 9.7     | 196.8 | 47.6     | 851.2 | 42.6         | 391.6 |

TABLE 3 – Propriétés de contact des différents clusters



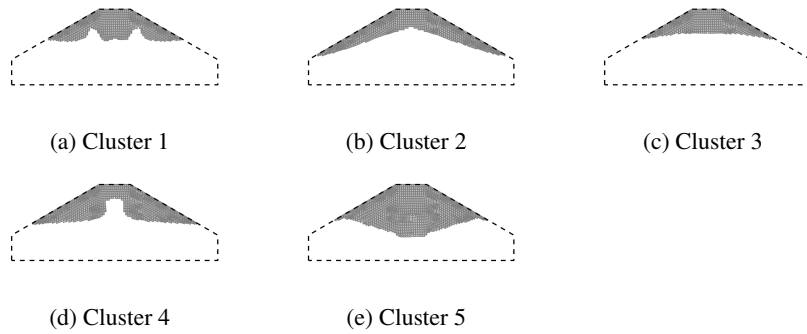


FIGURE 5 – Illustration des géométries associées à chaque cluster

## 5 Conclusion

Une méthode numérique pour l’optimisation topologique d’amortisseur de vibration par frottement sec afin de réduire les niveaux vibratoires à la résonance a été présentée dans ce papier. Elle se base sur la méthode KG-LSM associant le cadre des MMC et l’algorithme EGO. La réponse non-linéaire est calculée par la méthode de l’équilibrage harmonique et le pic de résonance est directement atteint avec un critère de quadrature de phase. Un cas académique 2D a servi de cas d’étude afin de démontrer l’efficacité de la méthode. Les résultats montrent qu’en peu d’évaluations il est possible d’identifier une géométrie d’amortisseur optimisée qui réduit drastiquement les niveaux vibratoires à la résonance. Une stratégie pour construire des clusters a été proposée afin de faire une analyse poussée de l’influence de la géométrie des amortisseurs sur leurs performances amortissantes. Il est montré que les géométries optimales tendent à réduire la pression de contact initiale en réduisant la masse tout en augmentant la surface de contact afin d’augmenter le nombre de points de contact en état de stick/slip. Les résultats sont prometteurs et les travaux futurs se concentreront sur le passage à la 3D et sur l’introduction d’aspects de robustesse aux variations environnementales.

**Remerciements** L. Renson remercie le soutien de Royal Academy of Engineering (RF1516/15/11). E. Denimal remercie le soutien de Rennes Metropole. L. Salles remercie le soutien de Rolls-Royce et de l’EPSRC pour le projet Prosperity Partnership Grant CornerStone (EP/R004951/1).

## Références

- [1] E. Petrov, D. Ewins. *Analytical formulation of friction interface elements for analysis of nonlinear multi-harmonic vibrations of bladed disks*, J. Turbomach., 364–371, 2003.
- [2] E. Denimal, F. El-Haddad, C. Wong, L. Salles. *Topological Optimization of Under-Platform Dampers With Moving Morphable Components and Global Optimization Algorithm for Nonlinear Frequency Response*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 143(2), 2021.
- [3] D. Jones, M. Schonlau, W. Welch. *Efficient global optimization of expensive black-box functions*, J. of Global optimization, 455–492, 1998.
- [4] M. Krack, S. Tatzko, L. Panning-von Scheidt, J. Wallaschek, J. *Reliability optimization of friction-damped systems using nonlinear modes*, J. of Sound and Vibration, 333(13), 2699–2712, 2014.
- [5] L. Pesaresi, L. Salles, A. Jones, J.S. Green, C. Schwingshackl. *Modelling the nonlinear behaviour of an underplatform damper test rig for turbine applications*, Mech. Sys. and Signal Pr., 662–679, 2017.
- [6] E. Petrov, D. Ewins, *State-of-the-art dynamic analysis for non-linear gas turbine structures*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G : Journal of Aerospace Engineering, 218(3), 199–211, 2004.
- [7] E. Raponi, M. Bunjy, M. Olhofer, N. Aulig, S. Boria, F. Duddeck. *Kriging-assisted topology optimization of crash structures*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 730–752, 2019.
- [8] L. Renson, T. Hill, D. Ehrhardt, D. Barton, S. Neild. *Force appropriation of nonlinear structures*, Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 20170880, 2018.
- [9] Y. Sun, Y., E. Denimal, E., J. Yuan, J., L. Salles. *Geometric design of friction ring dampers in blisks using nonlinear modal analysis and Kriging surrogate model*, Struct. Multidiscip. Optim, In Press.
- [10] Y. Yuan, A. Jones, R. Setchfield, C. Schwingshackl. *Robust design optimisation of underplatform dampers for turbine applications using a surrogate model*, Journal of Sound and Vibration, 494, 115528, 2021.
- [11] W. Zhang, J. Zhang, X. Guo. *A new topology optimization approach based on Moving Morphable Components (MMC) and the ersatz material model*, Struct. Multidiscip. Optim, 53(6), 1243–1260, 2016.