



**HAL**  
open science

# Un modèle original de frottement permettant de décrire la réponse libre d'un système oscillant frottant lubrifié

Joel Perret-Liaudet, Fida Majdoub

## ► To cite this version:

Joel Perret-Liaudet, Fida Majdoub. Un modèle original de frottement permettant de décrire la réponse libre d'un système oscillant frottant lubrifié. 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, 83400 Hyères-les-Palmiers, France. hal-03717727

**HAL Id: hal-03717727**

**<https://hal.science/hal-03717727v1>**

Submitted on 8 Jul 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Un modèle original de frottement permettant de décrire la réponse libre d'un système oscillant frottant lubrifié

J. Perret-Liaudet<sup>1</sup>, F. Majdoub<sup>2</sup>

<sup>1</sup>LTDS, Ecole centrale de Lyon, France, joel.perret-liaudet@ec-lyon.fr

<sup>2</sup>LabEcam, ECAM LaSalle, France, fida.majdoub@ecam.fr

---

**Résumé** — On propose un modèle original de frottement à variable d'état permettant de décrire un contact lubrifié dans des conditions instationnaires de glissement. La relaxation de l'épaisseur du film lubrifiant, introduite comme variable d'état, est régie par une équation différentielle du premier ordre. Fonction de l'épaisseur instantanée, le frottement est modélisé par une loi de mélange entre la force due aux contacts solides et celle due au film lubrifiant. Le modèle proposé est introduit pour décrire la réponse libre d'un système oscillant frottant lubrifié, confrontée à des réponses expérimentales.

**Mots clefs** — Friction, modèle, non linéaire.

---

## 1. Introduction

Le frottement est un phénomène physique observable dans de très nombreux systèmes mécaniques, notamment lorsqu'ils exploitent des contacts. C'est notamment le cas des mécanismes (transmissions par engrenages, systèmes came-poussoir, paliers à éléments roulants, etc.). Afin de simuler et d'analyser le comportement dynamique de tels systèmes, il est nécessaire de choisir une loi de frottement capable de le décrire et de le modéliser. Cela devient essentiel s'il s'agit de décrire les bruits de crissement associés à des vibrations autoentretenues qui résultent d'une instabilité de frottement.

Une manière classique de décrire le frottement est d'utiliser les modèles de frottement de type Coulomb ou de type visqueux linéaire, ou la combinaison des deux [6]. Dans ce type de modèle, la force de frottement s'exprime selon une loi qui ne dépend que de la vitesse de glissement. De tels modèles de frottement sont très utiles de par leurs simplicités. Cependant, dans de nombreuses circonstances, ils ne permettent pas décrire avec précision les comportements tribologiques, en particulier pour les contacts lubrifiés. D'autres modèles ont été utilisés pour reproduire le comportement bien connu de Stribeck, mais ils ignorent généralement les effets dynamiques [2].

Des modèles plus sophistiqués à variable d'état, tout en restant simples de mise en œuvre, permettent dans des contextes variés de capter les phénomènes physiques sous-jacents du frottement. On peut citer à titre d'exemple le modèle de type *rate-and-state* en contexte de contact rugueux et sec [1]. On peut également citer le modèle LuGre où le contact est modélisé telle une brosse sur un plan [5]. Les phénomènes sont alors pris en compte via une ou plusieurs variables dites d'état dont on écrit les équations d'évolution sous la forme d'un système différentiel du premier ordre.

Par ailleurs, nous avons conçu et construit un tribomètre oscillant afin de quantifier de manière simple les tendances générales du frottement en fonction de la vitesse de glissement [3,6]. Ce dispositif expérimental, décrit Figure 1, est basé sur la mesure des réponses libres transitoires  $x(t)$  d'un oscillateur frottant masse-ressort sous-amorti à un seul degré de liberté. Pour ce tribomètre oscillant, la masse

mobile  $m$  glisse en contact via le système tribologique étudié. L'équation du mouvement s'écrit comme suit

$$m\ddot{x} + kx = -T = -\mu(\dot{x})N \quad (1)$$

où  $k$  constitue la raideur du bilame,  $N$  la force normale au contact,  $T$  la force de frottement et  $\mu$  le coefficient de frottement.

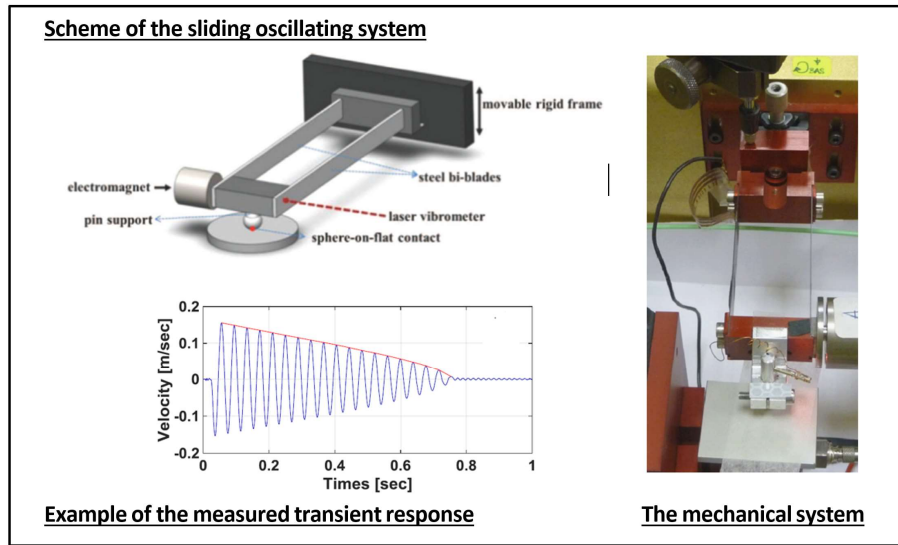


Figure 1 – Description du tribomètre oscillant

Les tendances générales du frottement sont déterminées en identifiant et en analysant l'enveloppe décroissante (ou la courbe de décroissance de l'énergie) de la réponse transitoire oscillante. À cette fin, la dépendance du coefficient de frottement  $\mu$  à la vitesse de glissement  $v = \dot{x}$  est décrite par une fonction pseudo-polynomiale [4], soit

$$\mu(v) = \sum_{p=0}^{p=n} \mu_p v^p \text{sgn}(v)^{p+1} \quad (2)$$

où la fonction signe,  $\text{sgn}(v)$ , est introduite afin de préserver le coefficient de frottement comme une fonction impaire de la vitesse,  $\mu(-v) = -\mu(v)$ . Pour déterminer les coefficients  $\mu_p$ , nous avons développé une procédure adaptée et précise basée sur la méthode de la moyenne type Krylov-Bogolyubov, puis démontré la capacité de cette technique originale à obtenir de manière très simple les tendances générales du frottement [4].

Néanmoins, la loi introduite par l'équation (2) ne permet pas de prendre en compte les phénomènes physiques mis en jeu. Entre autres, des mesures expérimentales complémentaires de la résistance électrique du contact ont montré que les phénomènes dynamiques sont mal décrits par la loi cette loi de frottement. En effet, pour des contacts lubrifiés, l'épaisseur du film de lubrifiant, exclue de la loi décrite par l'équation (2), joue un rôle important car elle partage les forces de frottement entre celles qui résultent des contacts solides entre aspérités, et celles associées au lubrifiant lui-même.

Dans ce contexte, l'objectif principal de cette étude est d'introduire un nouveau modèle de frottement de type modèle à variables d'état en considérant l'épaisseur du film lubrifiant comme variable d'état interne.

## 2. Le modèle proposé

Pour plusieurs modèles de frottement, il est proposé d'introduire des variables internes d'état dans les lois constitutives. Dans cette approche, la modélisation consiste en une équation décrivant la force de frottement, couplée à une équation d'état décrivant l'évolution de la variable interne. Formellement, ces deux équations s'écrivent comme suit

$$\begin{cases} T = \mathcal{F}(v, y) \\ \dot{y} = \mathcal{G}(v, y) \end{cases} \quad (3)$$

où  $v$  constitue la vitesse de glissement instantanée,  $y$  la variable d'état interne et  $\mathcal{F}(v, y)$  et  $\mathcal{G}(v, y)$  deux fonctions non linéaires à préciser. A titre d'exemple, citons à nouveau la loi de frottement de type *rate and state model* [1], qui est formulée en termes de durée de vie moyenne du contact entre aspérités. Dans ce cas, la variable d'état représente l'âge moyen du contact entre aspérités. De même, le modèle LuGre [5] inclut la transition du frottement statique au frottement cinétique en introduisant, comme variable d'état interne, la déflexion moyenne des poils d'une brosse modélisant le contact. Dans ce modèle, l'effet de Stribeck pour le cas de vitesse de glissement constante est également inclus.

Dans ce contexte et dans une approche similaire, nous proposons de construire un modèle de frottement pour le cas lubrifié en introduisant l'épaisseur instantanée du film lubrifiant  $y$  comme variable interne d'état. En effet, cette épaisseur joue un rôle clef pour interpréter la transition entre les régimes limite, mixte et hydrodynamique bien connus dans le cadre de la courbe de Stribeck (voir Figure 2).

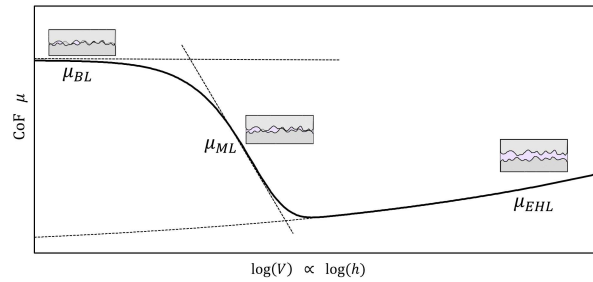


Figure 2 – Courbe de Stribeck : évolution du coefficient de frottement  $\mu$  d'une lubrification limite ( $\mu_{BL}$ ), à une lubrification hydrodynamique ou élasto-hydrodynamique ( $\mu_{EHL}$ ), en passant par une transition dite lubrification mixte ( $\mu_{ML}$ ) lorsque la vitesse de glissement  $V$ , ou l'épaisseur effective du film  $h$  augmente.

Pour l'équation d'état, nous pouvons introduire de manière heuristique l'équation différentielle suivante

$$\dot{y} = (Y_{ss}(v) - y)/\tau \quad (4)$$

où  $\tau$  constitue une constante de temps, et  $Y_{ss}(v)$  représente l'épaisseur du film à atteindre égale à celle obtenue en régime stationnaire pour une vitesse de glissement  $V = v(t)$ . Conceptuellement,  $Y_{ss}(v)$  est une fonction paire monotone qui peut être exprimée comme une puissance de la vitesse, soit sous la forme

$$Y_{ss}(v) = Y_0 + (Y^* - Y_0) \left( \frac{|v|}{V^*} \right)^n \quad (5)$$

$Y_0$  constitue l'épaisseur minimale,  $Y^*$  l'épaisseur pour une vitesse de transition  $V^*$  et  $n$  un rationnel. Concernant la force totale de frottement, elle est introduite via une loi de mélange pour laquelle elle est partagée entre les forces induites par le film lubrifiant lui-même,  $T_L$ , et par les interactions solides

(pouvant inclure le lubrifiant confiné),  $T_C$ . Ainsi, la force totale s'écrit comme la somme pondérée suivante

$$T = \alpha T_C + (1 - \alpha) T_L \quad (6)$$

où  $(1 - \alpha)$  est une sigmoïde monotone fonction de l'épaisseur du film,  $y$ , comprise entre 0 et 1. Sans perte de généralité, on suppose que  $T_C$  est presque constant et que  $T_L(v)$  est une force de type visqueuse. Enfin, en considérant les réponses libres oscillantes obtenues par notre tribomètre oscillant, les équations du mouvement s'écrivent sous la forme du système différentiel du premier ordre suivant

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ m\dot{v} = -m\omega^2 x - T(v, y) \text{sign}(v) \\ \dot{y} = (Y_{ss}(v) - y)/\tau \end{cases} \quad (7)$$

### 3. Résultats

Afin de simuler la réponse dynamique libre, nous avons intégré les équations (7) en utilisant un schéma numérique de type Runge-Kutta d'ordre 4/5. Les résultats sont confrontés à des résultats expérimentaux obtenus pour un contact glissant de type bille (rayon 6 mm) - plan, lubrifié au glycérol et pour une température de 80°C.

La figure (3-a) montre un exemple de réponse vitesse qui commence par une enveloppe convexe et se termine par une enveloppe concave. Comme on peut le constater sur la figure (3-b), ce comportement est bien capturé par notre modèle. Comme nous pouvons le voir sur la figure (3-d), cela peut être interprété par une transition d'une force de contribution majoritaire associée à la composante hydrodynamique  $T_L$  à une contribution dominante de la composante solide  $T_C$ . Cette interprétation est confirmée par la mesure de la résistance de contact électrique (ECR) présentée figure (3-c). Au début, la séparation entre les solides est totale (l'ECR est très élevée) et à la fin des oscillations, un contact électrique complet est observé (l'ECR a une faible valeur).

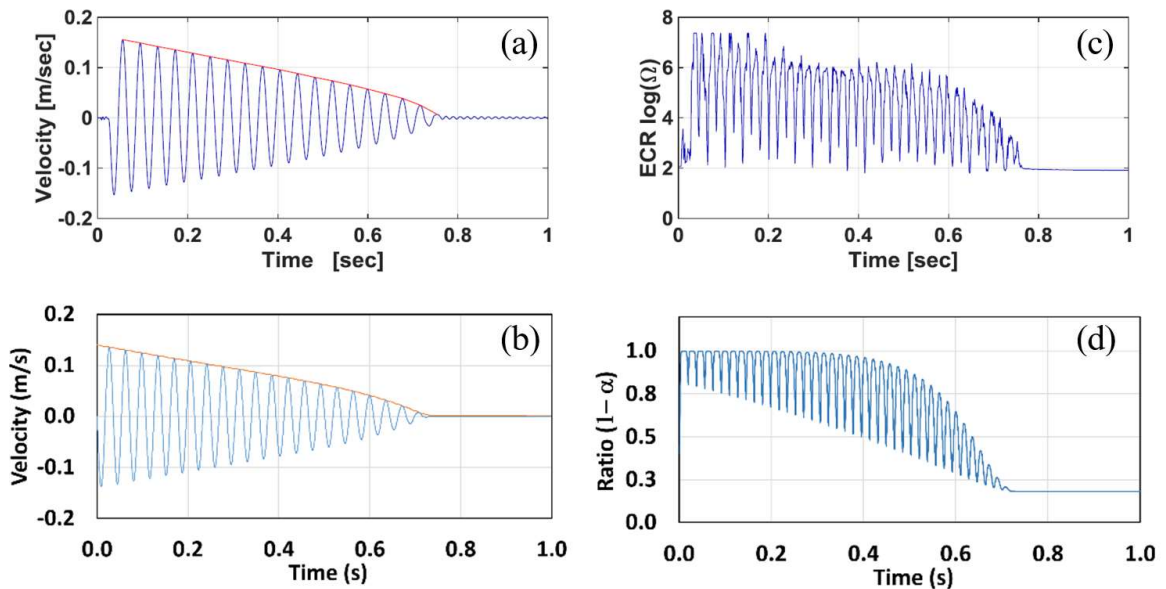


Figure 3 – Réponses expérimentales (a) et théoriques (b) de la vitesse ; résistance de contact expérimentale (c); contribution de la force hydrodynamique  $T_L$ , soit le ratio  $(1 - \alpha)$ , obtenu numériquement.

Pour conclure, le modèle à variable d'état proposé s'avère pertinent pour la description de la réponse libre du système masse ressort étudié, et prometteur pour la description des réponses de systèmes plus complexes, et/ou d'oscillations autoentretenues induites par une instabilité de frottement (bifurcation de Hopf).

## Références

- [1] J.-C. Gu, J.R. Rice, A.L. Ruina, S.T. Tse, *Slip motion and stability of a single degree of freedom elastic system with rate and state dependent friction*, J. Mech. Phys. Solids. **32**, 167–196, 1984.
- [2] J. Juel Thomsen, A. Fidlin, *Analytical approximations for stick–slip vibration amplitudes*, Int. J. Non-Linear Mech. **38**, 389–403, 2003.
- [3] F. Majdoub, M. Belin, J.M. Martin, J. Perret-Liaudet, M. Kano, K. Yoshida, *Exploring low friction of lubricated DLC coatings in no-wear conditions with a new relaxation tribometer*, Tribol. Int., **65**, 278–285, 2013.
- [4] F. Majdoub, J. Perret-Liaudet, M. Belin, J.M. Martin, *Decaying law for the free oscillating response with a pseudo-polynomial friction law: Analysis of a superlow lubricated friction test*, J. Sound Vib. **348**, 263–281, 2015.
- [5] D. Pikunov, A. Stefanski, *Numerical analysis of the friction-induced oscillator of Duffing's type with modified LuGre friction model*, J. Sound Vib. **440**, 23–33, 2019.
- [6] E. Rigaud, J. Perret-Liaudet, M. Belin, L. Joly-Pottuz, J.-M. Martin, *A dynamical tribotest discriminating friction and viscous damping*, Tribol. Int. **43**, 320–329, 2010.