



HAL
open science

Simulation du comportement hyperélastique anisotrope de la peau lors d'un essai d'indentation

Wael Alliliche, Christine Renaud, Jean-Michel Cros, Zhi-Qiang Feng

► **To cite this version:**

Wael Alliliche, Christine Renaud, Jean-Michel Cros, Zhi-Qiang Feng. Simulation du comportement hyperélastique anisotrope de la peau lors d'un essai d'indentation. 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, 83400 Hyères-les-Palmiers, France. hal-03717705

HAL Id: hal-03717705

<https://hal.science/hal-03717705>

Submitted on 8 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulation du comportement hyperélastique anisotrope de la peau lors d'un essai d'indentation

W. Alliliche¹, C. Renaud¹, J.-M. Cros¹, Z.-Q. Feng¹

¹ Université Paris-Saclay, Univ Evry, LMEE, Evry, 91020, France

Résumé — La peau est un tissu vivant qui se comporte d'une manière *hyperélastique anistrophe*. Nous proposons de modéliser le comportement de la peau par la loi "*HGO-Yeoh*" qui est plus précise que celles utilisées habituellement. Cette dernière est implémentée dans le code *Finite Element Research* (FER) [5] contenant déjà un certain nombre de développements comme le traitement du contact par la méthode du bi-potentiel. La simulation d'un essai d'indentation montre que le comportement de la peau varie en fonction de l'anisotropie. L'influence du maillage sur le comportement des matériaux anisotropes est aussi évoquée.

Mots clés — biomécanique, contact, hyperélasticité anisotrope.

1 Introduction

La peau est un organe qui recouvre le corps des mammifères afin de maintenir son équilibre. Elle le protège des nuisances et des agressions extérieures, telles que les actions mécaniques, thermiques ou les rayonnements, d'où l'importance de l'étude biomécanique de ce tissu.

Afin de modéliser le comportement de la peau, il est nécessaire de connaître sa structure composée de trois couches principales : épiderme, derme, hypoderme. Principalement composé de fibres de collagène et d'élastine, le derme est la couche la plus importante de la peau au niveau de la tenue mécanique. Ces fibres sont maintenues entre elles au sein d'une matrice [8].

La peau a un comportement hyperélastique comme la plupart des biomatériaux d'origine animale. Ce matériau est quasi-incompressible car il est majoritairement composé d'eau. Il est aussi anisotrope du fait de la présence des fibres de collagène dans le derme.

Dans la littérature, de nombreuses lois de densité d'énergie de déformation sont utilisées pour modéliser la peau et les tissus mous. Certaines représentent des comportements isotropes, telles que : le modèle néo-Hookéenne [9], le modèle Mooney-Rivlin [13], le modèle à 8 chaînes [2], le modèle de Gent [6], etc. La principale différence entre ces modèles est la tendance de la courbe contrainte-déformation.

D'autres lois décrivent le comportement isotrope et anisotrope du matériau, par exemple, le modèle HGO [7].

Dans la première partie nous présenterons le développement de la nouvelle loi de comportement en couplant le modèle isotrope *Yeoh* avec le modèle anisotrope *HGO*. Cette loi est implémentée dans le code éléments finis FER.

Ensuite, nous introduisons la méthode du *bi-potentiel* utilisée pour modéliser le contact entre l'indentateur et la peau. En utilisant notre identification de paramètres du modèle dans [1], nous réalisons plusieurs simulations d'indentation sur la peau en faisant varier l'angle de direction de la famille de fibres dominante. Finalement, nous analysons l'influence de cette variation sur le comportement de la peau en terme de déformations et de contraintes. Une étude de l'influence du maillage sur les résultats est présentée dans la dernière partie.

2 Loi de comportement : HGO-Yeoh

2.1 Invariants

Lors de l'étude mécanique de la peau, la direction des fibres de collagène joue un rôle important. Un matériau avec une seule orientation d'anisotropie est modélisé par le vecteur \underline{a} dans le repère local des éléments finis $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})_{\text{local}}$. Ce dernier reflète la direction de la famille de fibres dominante dans notre échantillon et est en fonction de l'angle α (1) représenté dans la figure 1.

$$\underline{a} = \{\cos(\alpha), 0, \sin(\alpha)\} \quad (1)$$

La matrice d'orientation des fibres $\underline{\underline{M}}$ est calculée telle que :

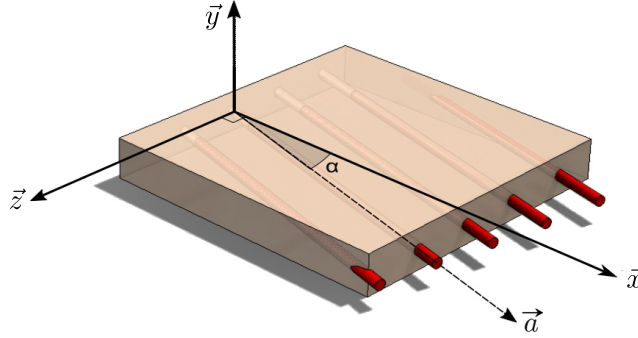


FIGURE 1 – Direction des fibres selon l'angle α

$$\underline{\underline{M}}_{i,j} = (\underline{a} \otimes \underline{a})_{ij} \quad (2)$$

En utilisant le tenseur des transformations $\underline{\underline{F}}$ nous pouvons calculer le tenseur des déformations de Cauchy-Green $\underline{\underline{C}}$.

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{I}} + \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{X}}, \quad \underline{\underline{C}} = \underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{F}} \quad (3)$$

$\underline{\underline{I}}$, \underline{u} et \underline{X} sont respectivement la matrice identité, le vecteur de déplacement et le champs des coordonnées. En utilisant le tenseur $\underline{\underline{C}}$ (3) et la matrice $\underline{\underline{M}}$ (2) nous pouvons calculer les invariants :

$$I_1 = \text{Tr}(\underline{\underline{C}}), \quad I_3 = \det(\underline{\underline{C}}), \quad I_4 = \text{Tr}(\underline{\underline{C}}\underline{\underline{M}}), \quad J = \det(\underline{\underline{F}}) \quad (4)$$

Des invariants augmentés de I_1 et I_4 sont utilisés. I_3 est introduit pour prendre en compte la variation de la compressibilité.

$$\bar{I}_1 = I_1 I_3^{-\frac{1}{3}}, \quad \bar{I}_4 = I_4 I_3^{-\frac{1}{3}} \quad (5)$$

2.2 Définition du modèle

Le modèle *HGO-Yeoh* est utilisé pour déterminer les déformations et les contraintes. La loi de comportement est une densité d'énergie W qui est construite par la somme de trois énergies de déformation : isotrope W_{iso} , anisotrope W_{aniso} et volumique W_{vol} .

$$W = W_{\text{iso}} + W_{\text{aniso}} + W_{\text{vol}} \quad (6)$$

La construction du nouveau modèle est basée sur le modèle HGO [7] dont la partie isotrope est la loi de comportement néo-Hookéenne qui est une fonction de degré 1 avec un seul paramètre a : $W_{\text{iso}} = a(I_1 - 3)$. Ce terme est remplacé par le modèle *Yeoh*, qui est une fonction de degré 3 avec trois paramètres a_1, a_2, a_3 :

$W_{\text{iso}} = \sum_{i=1}^3 a_i (I_1 - 3)^i$. Cette modification permet d'obtenir des résultats plus précis lors de l'identification que les résultats obtenus par la loi HGO classique [1]. Chaque terme de l'équation (6) est exprimé par :

$$W_{\text{iso}}(\bar{I}_1) = \sum_{i=1}^3 a_i (\bar{I}_1 - 3)^i, \quad W_{\text{aniso}}(\bar{I}_4) = \frac{c_1}{2c_2} (e^{c_2 (\bar{I}_4 - 1)^2} - 1), \quad W_{\text{vol}}(J) = \frac{1}{d} (J - 1)^2 \quad (7)$$

Où a_1, a_2, a_3, c_1, c_2 sont les paramètres du matériau, d est un paramètre numérique qui modélise la pression hydrostatique. Sa valeur est très petite dans les cas incompressibles, dans notre cas, il est fixé à $d = 10^{-6}$. Pour que le modèle soit plus réaliste, dans la partie anisotrope, seul le travail en traction est pris en compte ; le travail en compression est nul :

$$\begin{cases} \text{si} & I_4 < 1 & W_{\text{aniso}}(\bar{I}_4) = 0 & \text{Compression} \\ \text{si} & I_4 \geq 1 & W_{\text{aniso}}(\bar{I}_4) = \frac{c_1}{2c_2}(e^{c_2(\bar{I}_4-1)^2} - 1) & \text{Traction} \end{cases} \quad (8)$$

3 Calcul des contraintes et de la matrice d'élasticité

Afin de mettre en œuvre ce modèle, le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff $\underline{\underline{S}}$ (9) est calculé, en dérivant le potentiel élastique W par rapport au tenseur des déformations $\underline{\underline{C}}$ (3) :

$$\underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial W}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (9)$$

En explicitant les dérivées partielles, (9) s'écrit sous la forme [11] suivante :

$$\underline{\underline{S}} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial W}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial W}{\partial I_4} \frac{\partial I_4}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial W}{\partial J} \frac{\partial J}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) \quad (10)$$

Le tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$ est déduit à partir de $\underline{\underline{S}}$ et de $\underline{\underline{F}}$ (3) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{1}{J} \underline{\underline{F}} \underline{\underline{S}} \underline{\underline{F}}^T \quad (11)$$

\mathbb{D} est le tenseur élastique, il est utilisé pour calculer la matrice tangente $\underline{\underline{K}}_T$, Ce tenseur est la dérivée de $\underline{\underline{S}}$ (9). Le tenseur d'élasticité \mathbb{D} s'écrit [14] :

$$\mathbb{D} = 4 \frac{\partial^2 W}{\partial \underline{\underline{C}}^2} \quad (12)$$

4 Méthode du *bi-potentiel*

L'analyse des problèmes de contact avec frottement est très importante dans les applications biomécaniques, notamment dans la modélisation des indentations, succions, torsions, etc. Cela conduit à la mise en œuvre d'un modèle en grandes déformations, avec une loi de comportement hyperélastique et des non linéarités provenant du contact avec frottement. Une formulation lagrangienne totale est présente pour l'analyse non linéaire.

Le laboratoire de Mécanique et d'Énergétique d'Évry (LMEE) a développé l'algorithme qui permet l'utilisation de la méthode du *bi-potentiel* [4]. Ces travaux sont synthétisés dans un code de calcul FER écrit en C++. La loi *HGO-Yeoh* a été implémentée dans ce code pour simuler une indentation sur la peau.

La méthode du *bi-potentiel* consiste à traduire la loi complète de contact avec frottement sous forme d'une contrainte de complémentarité. Elle prend en considération deux potentiels, l'un des potentiels est associé aux conditions de Signorini (contact) et l'autre à la loi de Coulomb (frottement). Ceux-ci sont couplés en un seul potentiel non différentiable appelé *bi-potentiel* [12].

La force de cette méthode réside non seulement dans le couplage des forces normale et tangentielle, mais également dans l'absence du terme de pénalité qui induit l'interpénétration entre les solides.

Les réactions de contact $\underline{\underline{R}}$ obtenues grâce à cette méthode, les forces internes $\underline{\underline{F}}_{\text{int}}$ et les forces externes $\underline{\underline{F}}_{\text{ext}}$ données par le problème, doivent vérifier l'équation statique :

$$\underline{\underline{F}}_{\text{int}} - \underline{\underline{F}}_{\text{ext}} - \underline{\underline{R}} = 0 \quad (13)$$

L'analyse non linéaire est décrite en utilisant la formulation lagrangienne totale. Celle-ci construit la matrice de rigidité $\underline{\underline{K}}_t^0$ en utilisant la configuration initiale. $\underline{\underline{K}}_t^0$ reste constante à chaque incrément dans le temps [3]. La procédure itérative de Newton-Raphson est utilisée pour la résolution de ce type de problème [15].

5 Simulation d'un essai d'indentation

5.1 Modélisation par éléments finis

Pour la simulation de cet essai, une indentation d'une sphère rigide est appliquée sur de la peau humaine. Le rayon de la sphère est de 2,5 mm. Le corps déformable est un parallélépipède rectangle de dimensions 10 mm \times 4 mm \times 10 mm dans le repère global $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})_{\text{global}}$. Lors de la discrétisation, afin de réduire le nombre d'éléments et donc le coût de calcul, l'indenteur est modélisé par une demi sphère creuse. Le maillage comporte 3 024 nœuds et est composé de 2 112 éléments hexaédriques à 8 nœuds (Figure 2). Les paramètres du matériau hyperélastique, issus d'une identification antérieure [1], sont :

$$a_1 = 269,125 \text{ kPa}, \quad a_2 = 376,065 \text{ kPa}, \quad a_3 = 415,963 \text{ kPa}, \quad c_1 = -317,012 \text{ kPa}, \quad c_2 = 0,319.$$

Si on considère que la sphère est en aluminium, le coefficient de frottement entre l'indenteur et la peau de l'abdomen est de : $\mu_{Al}^{\text{peau}} \approx 0,34$ [16].

Le calcul se fait en 100 incréments avec un déplacement de 0,01 mm à chaque pas. Ainsi, l'indenteur subit un déplacement vertical total de 1 mm. Pour le post-traitement des résultats, la contrainte équivalente de von Mises au point **M** et les déplacements verticaux aux points **A**, **B**, **C**, **D** sont calculés. Ces cinq points d'observation font partie du corps déformable et sont placés stratégiquement sur les axes de symétrie de ce dernier (Figure 2).

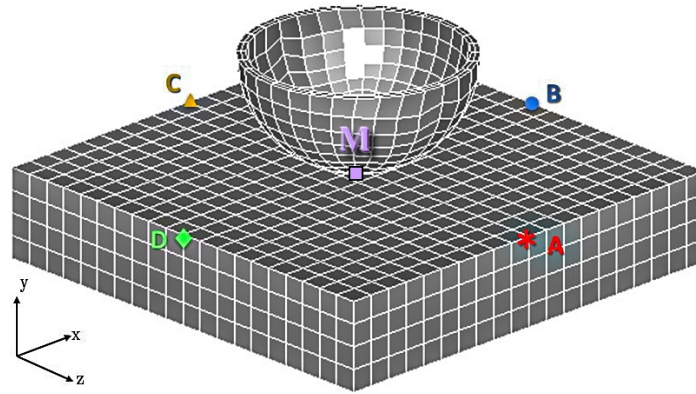


FIGURE 2 – Points d'observation choisis : **A**, **B**, **C**, **D**, **M**

5.2 Étude des déformations en fonction de l'anisotropie

Dans cette partie, la déformation de la peau est analysée. L'angle α (Figure 1) varie entre 0 et π rad en prenant 8 valeurs intermédiaires. Les déplacements de la peau U_y^{peau} selon l'axe \vec{y} sont étudiés. La figure 3 montre le champ des déplacements selon ces différents angles. La couleur bleu représente le déplacement minimal, en valeurs négatives, et le rouge représente le déplacement maximal, en valeurs positives. On remarque que le déplacement maximal est observé à la périphérie de l'empreinte de l'indentation, ces déplacements varient selon l'angle α ; la suite de l'étude portera sur la zone hors-contact.

Les déformations varient en fonction de l'anisotropie. Des zones d'enfoncement au niveau de la surface de la peau apparaissent. Ces zones, en orange, suivent la direction des fibres. Par exemple, quand $\alpha = 0$ rad, il y a plus de déformations sur l'axe \vec{x} et quand $\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad, les déformations sont plus importantes sur l'axe \vec{z} . Il existe aussi une double symétrie de la distribution des déplacements par rapport aux axes, \vec{x} et \vec{z} , pour les angles : $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$ rad, $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ rad, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ rad. Ces symétries sont dues aux fibres qui empêchent le matériau flexible de se déformer dans le sens de l'axe \vec{y} .

La figure 4 représente ces déplacements au 50^e incrément, où $U_y^{\text{ind}} = 0,5$ mm. Elle montre que les points opposés **A** et **C**, **B** et **D**, se déplacent mutuellement de la même manière en fonction des angles. Cela prouve l'anisotropie du modèle. La valeur minimale des déplacements est observée pour les angles

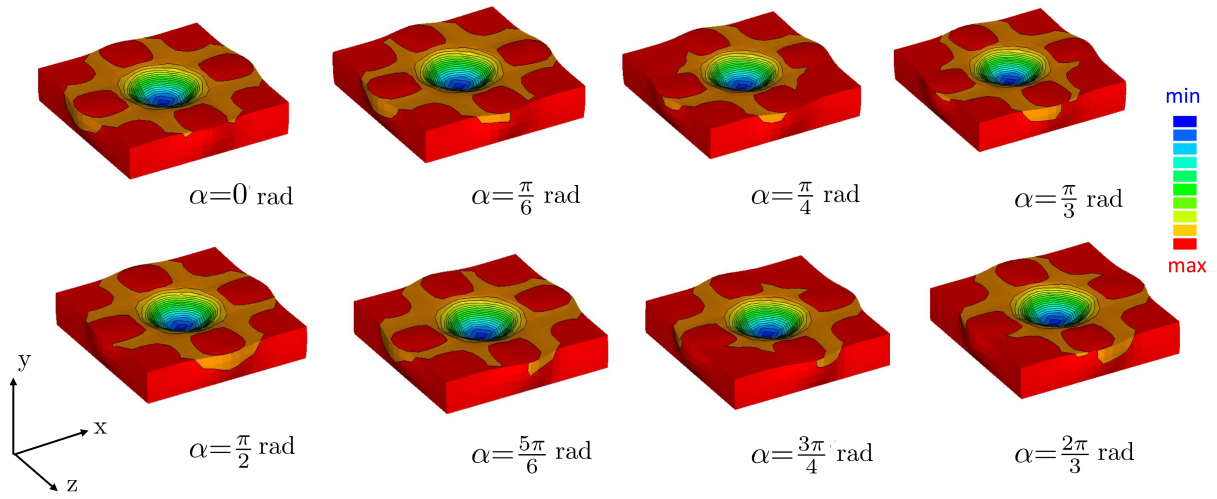


FIGURE 3 – Champs de déplacement U_y^{peau} en fonction de l'angle α

$\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ rad aux points **A** et **C**. Le déplacement maximal est observé pour les angles 0 et π rad. Pour les points **B** et **D**, les mêmes observations sont faites avec un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ rad. L'intersection des quatre courbes a lieu pour l'angle $\frac{\pi}{4}$ rad pour lequel le vecteur de l'équation (1) : $\underline{a} = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$.

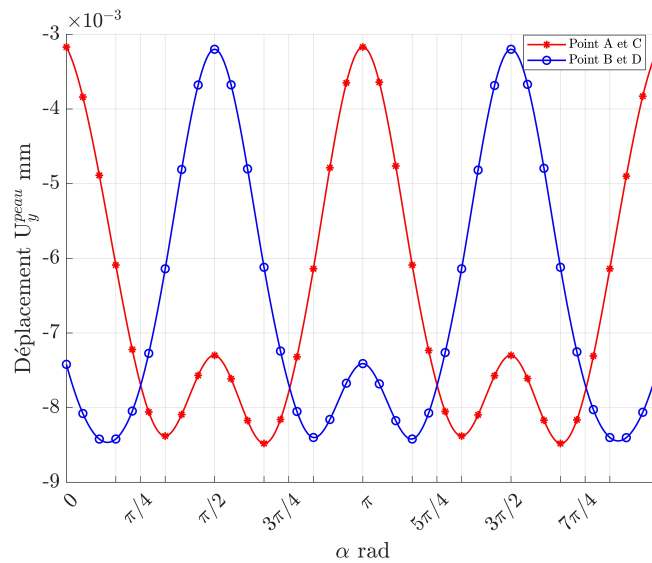


FIGURE 4 – Variation des déplacements U_y^{peau} en fonction de l'anisotropie aux points **A**, **C** et **B**, **D**

Des variations apparaissent lorsque le déplacement atteint les valeurs négatives les plus basses, soit au voisinage de $\frac{\pi}{2}$ pour les points **A** et **C**, et de π rad pour les points **B** et **D**. Cela se produit lorsque les fibres sont parallèles aux bords. Ce phénomène peut s'expliquer à la fois par l'incompressibilité de la structure et par la non linéarité géométrique.

Afin de mieux visualiser ce phénomène, les valeurs des déplacements U_y^{peau} des points **A**, **B**, **C**, **D** sont relevées pour chaque angle d'anisotropie α . L'évolution du déplacement U_y^{peau} en fonction de U_y^{ind} des 4 points est tracée sur la figure 5. Le modèle *HGO-Yeoh* est utilisé avec un angle de $\frac{\pi}{3}$. Le paramètre c_1 est d'abord annulé afin d'obtenir une loi de comportement isotrope de *Yeoh*. Pour cette dernière, le déplacement des 4 points est identique, contrairement au matériau anisotrope, où les points opposés se déplacent deux à deux : **A** avec **C** et **B** avec **D**. Cela est dû à la symétrie géométrique et la symétrie causée

par l'anisotropie du modèle. Lors d'une indentation, les matériaux hyperélastiques gonflent aux extrémités au début de l'opération, ensuite un enfoncement se crée relativement au déplacement de l'indenteur.

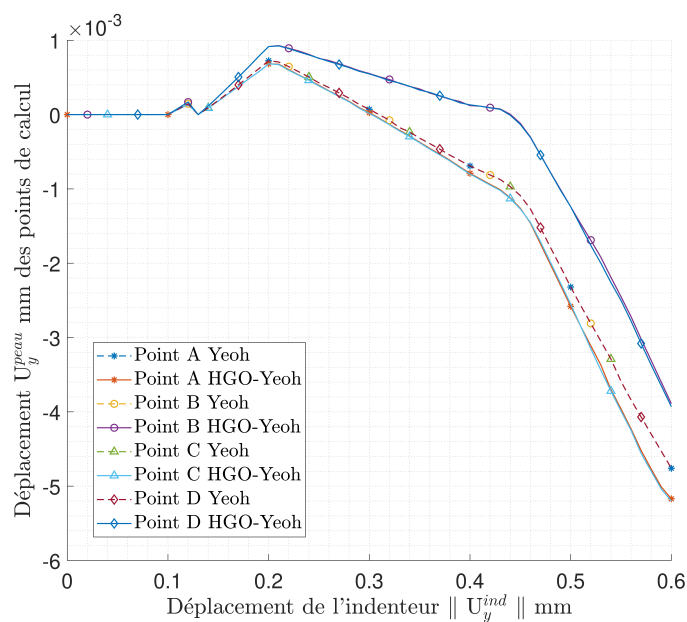


FIGURE 5 – Déplacements U_y^{peau} des points **A**, **B**, **C**, **D** en fonction de U_y^{ind} et comparaison entre les lois de comportement HGO-Yeoh et Yeoh

5.3 Étude des contraintes

La figure 6 représente l'évolution de la contrainte de von Mises mesurée au point **M** en fonction du déplacement de l'indenteur U_y^{ind} . Une tendance exponentielle typique d'une courbe d'un matériau hyperélastique est observée. La contrainte mesurée au point **M** est très faible jusqu'à $U_y^{\text{ind}} = 0,4$ mm. À partir de cette valeur, la contrainte équivalente évolue exponentiellement en passant de 4,75 MPa à 311 MPa pour $U_y^{\text{ind}} = 1$ mm.

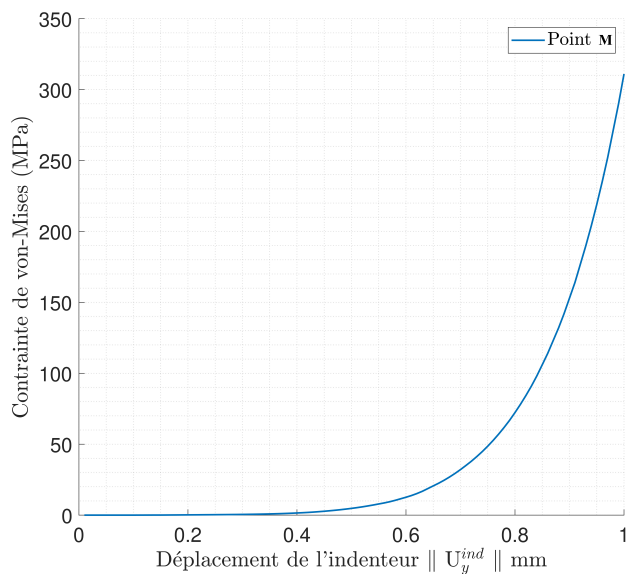


FIGURE 6 – Évolution de la contrainte de von Mises en fonction du déplacement de l'indenteur U_y^{ind}

6 Influence du maillage dans les matériaux anisotropes

Lors de la modélisation, deux maillages différents ont été réalisés. Le maillage 1 (Figure 7) a d'abord été créé dans le but de réduire le nombre d'éléments tout en gardant un raffinement du maillage dans la zone de contact, l'objectif étant d'abaisser le temps de calcul. Les résultats obtenus avec ce maillage ont montré des angles aigus visibles au niveau des 4 points d'observation, la figure 7 représente leurs déplacements U_x^{peau} . Ces points anguleux disparaissent dès lors que des éléments hexaédriques réguliers sont utilisés, tels que dans le maillage 2. Les repères locaux de ces éléments sont alors orientés comme le repère global, ce qui n'est pas le cas dans le premier maillage.

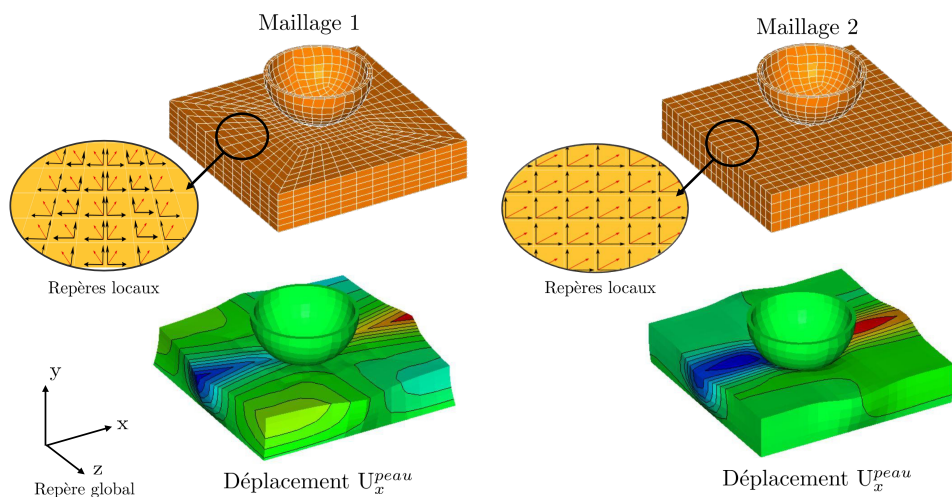


FIGURE 7 – Influence du maillage dans les matériaux anisotropes

La direction des fibres étant donnée par rapport au repère local, la non-concordance des repères explique ici les anomalies constatées. Avec cette modélisation, une attention particulière devra donc être portée sur le maillage utilisé afin de simuler au mieux le comportement des matériaux anisotropes.

7 Conclusion

Dans cette étude, nous avons simulé une indentation sur la peau en utilisant le modèle hyperélastique anisotrope *HGO-Yeoh*. Grâce à la pertinence de cette loi, nous avons obtenu des résultats intéressants qui nous ont permis d'observer l'influence de l'anisotropie sur le comportement de la peau. Néanmoins, une validation via des données expérimentales sera nécessaire pour vérifier ces résultats numériques.

Dans la nature, la peau varie d'un individu à l'autre en fonction de l'âge, de l'ethnie, du sexe et de l'état de santé. Le but de notre étude est principalement l'analyse du comportement numérique de notre modèle et sa pertinence pour modéliser les tissus biologiques. Il reste à souligner que notre modélisation reste limitée aux exemples à petite échelle, de l'ordre de 10 mm, dans le but de limiter la variation de l'anisotropie à taille de fibre constante.

De plus nous avons posé certaines simplifications. Nous avons considéré que la peau n'est constituée que d'une seule couche, alors qu'en réalité, elle doit être modélisée dans un matériau stratifié en trois couches. Cette simplification est due à la difficulté de réaliser des essais mécaniques qui tiennent compte de ces différentes couches. La densité des fibres par rapport à la matrice [10] est négligée dans l'écriture de la partie anisotrope de l'énergie (7).

Les résultats obtenus sous ces approximations sont prometteurs et nous permettront prochainement d'aller vers un modèle plus complexe et plus précis du comportement hyperélastique de la peau.

Références

- [1] W. Alliliche, C. Renaud, J.-M. Cros, and Z.-Q. Feng. An anisotropic hyperelastic model for human skin : finite element modelling, identification of parameters, mechanical tests. In *Abstract book of International Symposium the 17th on computer methods in biomechanics and biomedical Engineering and the 5th Conference on imaging and visualisation*, page 118, 2021.
 - [2] E. M. Arruda and M. C. Boyce. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 41(2) :389 – 412, 1993.
 - [3] M. A. Crisfield. *Nonlinear finite element analysis of solids and structures. Volume 1 : Essentials*. Wiley Professional Software, 1991.
 - [4] G. De Saxcé and Z.-Q. Feng. The bipotential method : A constructive approach to design the complete contact law with friction and improved numerical algorithms. *Mathematical and Computer Modelling*, 28(4) :225 – 245, 1998. Recent Advances in Contact Mechanics.
 - [5] Z.-Q. Feng. Fer/View - an interactive finite element post-processor. In *COMPUTATIONAL MECHANICS WCCM VI in conjunction with APCOM'04, Sept. 5-10, 2004*, 2004.
 - [6] A. N. Gent. A New Constitutive Relation for Rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, 69(1) :59–61, 03 1996.
 - [7] G. A. Holzapfel, T. C. Gasser, and R. W. Ogden. *A new Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models*, chapter 61, pages 1–48. Springer Netherlands, Dordrecht, 2001.
 - [8] J. Lin, Y. Shi, Y. Men, X. Wang, J. Ye, and C. Zhang. Mechanical roles in formation of oriented collagen fibers. *Tissue Engineering Part B : Reviews*, 26(2) :116–128, 2020. PMID : 31801418.
 - [9] M. Mooney. A theory of large elastic deformation. *Journal of Applied Physics*, 11(9) :582–592, 1940.
 - [10] J. G. Murphy. Evolution of anisotropy in soft tissue. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 470(2161) :20130548, 2014.
 - [11] F. Peyraut, C. Renaud, N. Labed, and Z.-Q. Feng. Modélisation de tissus biologiques en hyperélasticité anisotrope – Étude théorique et approche éléments finis. *Comptes Rendus Mécanique*, 337(2) :101 – 106, 2009.
 - [12] C. Renaud, J.-M. Cros, Z.-Q. Feng, and B. Yang. The yeoh model applied to the modeling of large deformation contact/impact problems. *International Journal of Impact Engineering*, 36(5) :659–666, 2009.
 - [13] R. S. Rivlin. Large elastic deformations of isotropic materials iv. further developments of the general theory. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 241(835) :379–397, 1948.
 - [14] J. Schröder, P. Neff, and D. Balzani. A variational approach for materially stable anisotropic hyperelasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 42(15) :4352 – 4371, 2005.
 - [15] J. Simo and T. Hughes. *Computational Inelasticity*. Springer-Verlag New York, 1998.
 - [16] M. Zhang and A. F. T. Mak. In vivo friction properties of human skin. *Prosthetics and Orthotics International*, 23(2) :135–141, 1999. PMID : 10493141.
-