



**HAL**  
open science

## Résistance thermique et électrique des interfaces de contact entre des surfaces rugueuses

Paul Beguin, Samuel Forest, C. Ovalle Ovalle Rodas, Julien Vignollet,  
Vladislav Yastrebov

► **To cite this version:**

Paul Beguin, Samuel Forest, C. Ovalle Ovalle Rodas, Julien Vignollet, Vladislav Yastrebov. Résistance thermique et électrique des interfaces de contact entre des surfaces rugueuses. 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, 83400 Hyères-Palmiers, France. hal-03717697

**HAL Id: hal-03717697**

**<https://hal.science/hal-03717697>**

Submitted on 8 Jul 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Résistance thermique et électrique des interfaces de contact entre des surfaces rugueuses

P. Beguin<sup>1</sup>, C. Ovalle-Rodas<sup>1</sup>, S. Forest<sup>1</sup>, J. Vignollet<sup>2</sup>, V.A. Yastrebov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> MINES Paris, PSL University, Centre des matériaux, CNRS, {paul.beguin,vladislav.yastrebov,cristian.ovalle-rodas,samuel.forest}@mines-paristech.fr  
<sup>2</sup> Safran Tech, Safran Group, julien.vignollet@safrangroup.com

---

## Résumé —

La résistance électrique et thermique des interfaces de contact entre des surfaces rugueuses dépend de l'aire et la répartition des taches de contact, ainsi que de leurs formes. Dans ce projet nous étudions la résistance des taches de contact en forme de "fleur" en multi-pétales et obtenons des résultats d'intérêt théorique sur la résistance de cette forme. Ensuite, ces résultats sont utilisés pour améliorer un modèle de résistance en prenant en compte les formes de taches plus complexe. Pour aller au-delà des modèles simplifiés on utilise la méthode des éléments finis et ceux de frontière.

**Mots clés** — — contact, résistance électrique, conductivité thermique, rugosité, éléments finis, éléments de frontière

---

## 1 Introduction

Toutes les surfaces de pièces sont rugueuses. A l'échelle microscopique cela se traduit par un contact non-uniforme. Les aspérités qui rentrent en contact, forment des aires réelles de contact, au niveau desquelles se concentrent les pressions de contact et les interactions mécaniques, thermiques et électriques des pièces en contact. D'un point de vue thermique ou électrique, ces surfaces de contact sont le lieu d'échange de chaleur ou de courant. La conduction thermique ou électrique entre les pièces n'intervient qu'au niveau des taches de contact. Les autres formes de transferts thermiques, la convection (avec gaz ou liquide) et les rayonnement interviennent entre les cavités d'interstice laissées entre les zones de contact. La non-uniformité de la zone de contact se traduit à l'échelle macroscopiques avec la résistance de contact thermique ou électriques entre les pièces, et avec la chaleur ou le courant échangé. Dans [1], Holm obtient une première description de l'influence de zone de contact non-uniforme, en considérant une surface de contact composée de tache contact circulaire, description ensuite reprise par Greenwood [3]. Le phénomène de résistance de constriction est notamment décrit, et montre déjà que le transfert d'énergie à des interfaces varie proportionnellement au rayon de la tache de contact, et dépend de la forme des taches.

La prise en compte de la rugosité est donc essentiel à l'échelle microscopique pour le calcul de transfert thermique et électrique entre les pièces car permettant de connaître précisément la surface de contact, c'est à dire la distribution et les formes des taches de contact [4, 5]. Le lien entre la rugosité, le chargement et l'énergie échangée peut déjà être mis en évidence [6], sans toutefois étudier précisément la forme de l'aire réelle de contact. Les surfaces réelles de contact présentent en effet des taches aux formes plus ou moins complexes aux bords non-convexes [5], qui ne peuvent pas être décrites simplement avec les formules de Holm [1] pour des surfaces elliptiques.

L'objectif de cette étude est donc de trouver l'influence de ces formes spécifiques d'aire de contact réelle sur le transfert thermique à l'interface, au regard de différentes méthodes numériques et modèles. Dans Section 2, nous reprendrons le modèle de Greenwood et présenterons les autres méthodes numériques utilisées. Dans Section 3, nous introduiront des formes paramétriques de fleur aux bords non-convexes, et l'adaptation de la formule de Greenwood qu'elles induisent. Dans Section 4, nous reviendrons sur les résultats obtenus. Enfin dans Section 5, nous présenterons les perspectives, notamment avec l'utilisation de la méthode par élément de frontière.

## 2 Méthodes

L'objectif de cette partie est de décrire différentes approches pour l'étude du flux thermique transmis à travers une surface de contact entre des surfaces rugueuses. Dans cette partie, nous présentons tout d'abord le modèle simplifié de type multi-aspérités de Greenwood [3]. Il permet de modéliser le flux effectif à travers une carte composée de plusieurs taches circulaires de contact. Ensuite d'autres méthodes numériques sont présentées pour aller au-delà des modèles simplifiés. On résout l'équation de Poisson Eq. (1) pour un potentiel  $U$  électrique (thermique) sur deux domaines semi-infini  $\Omega_i$ ,  $i = 1, 2$  de conductivité  $\rho$  se touchant sur l'ensemble de taches de contact  $C \subset \partial\Omega_i$  localisés sur  $z = 0$ .

$$\Delta U = 0 \quad (1)$$

Ce problème, comme formalisé par Barber [2], emploie les conditions suivantes aux limites à l'infini telles que  $z \rightarrow \infty$ ,  $U = U^+$  et  $z \rightarrow -\infty$ ,  $U = U^-$ . La solution est donc donnée par

$$U = U^+ + (U^- - U^+)\phi/2, \text{ pour } z > 0 \quad \text{et} \quad U = U^- - (U^- - U^+)\phi/2, \text{ pour } z < 0$$

où  $\phi$  est une fonction satisfaisant  $\Delta\phi = 0$  avec  $\phi = 1$  sur  $C$  and  $\partial\phi/\partial z = 0$  sur  $\tilde{C} = \partial\Omega_i \setminus C$ . La résistance électrique (thermique)  $R$  peut être obtenue par l'intégrale de flux  $Q = -\int_C \partial\phi/\partial z dA$  comme

$$R = 2\rho/Q.$$

Une solution approximée de ce problème peut être obtenue par la méthode des éléments finis ou ceux de frontière, mais il existe des modèles plus simple comme, par exemple, celui de Greenwood [3] par lequel nous commençons la présentation.

### 2.1 Modèle de Greenwood

Pour réaliser cette étude, nous avons voulu comparer plusieurs méthodes de calculs à la formule originale de Greenwood [3] pour déterminer la résistance  $R$  d'un cluster de taches de contact. Ce modèle simplifié de la résistance de contact, rapide à calculer, est présenté Eq. (2).

$$R = \frac{\rho}{2 \sum_{i=1}^N a_i} + \frac{\rho}{2\pi} \sum_{i \neq j}^N \frac{a_i a_j}{s_{ij}} / \left( \sum_{i=1}^N a_i \right)^2 \quad (2)$$

Ce modèle s'applique à des taches circulaires de contact (avec des rayons  $a_i$  pour les taches indicées  $i$ ), et séparées les unes des autres d'une distance  $s_{ij}$ . La formule s'applique pour une surface de contact composée de  $N$  taches de contact. Le paramètre  $\rho$  est la résistivité thermique ou électrique.

Toutefois ce modèle est limité par les hypothèses simplificatrices qu'il emploie. Les taches sont considérées comme ponctuelles, et suffisamment éloignées les unes des autres.

La résistance dans ce modèle dépend de la densité d'aire réelle de contact  $d$  :

$$d = \sum_{i=1}^N a_i^2 / R_{nom}^2$$

mais également de la distribution des taches de contact. Le rayon  $R_{nom}$  est le rayon de l'aire nominale de contact. Le premier terme de la formule (2), représente la résistance de contact comme si les taches de contact étaient indépendantes les unes des autres. Le second terme est la résistance d'interaction entre les taches. Celui-ci augmente avec le nombre de tache, et donc avec la densité d'aire réelle de contact ; le premier terme diminue en revanche avec celui-ci. La résistance totale, et inversement le flux à l'interface, diminue

### 2.2 Méthodes numériques

**Méthodes des éléments finis.** Pour comparer les résultats du modèle simplifié, nous avons réalisé des calculs avec une méthode des éléments finis (EF) avec le logiciel *Z-set* [7] sur certaines cartes générées,

en construisant un maillage adapté avec gmsh [8]. Les résultats obtenus dans le cas de taches uniquement circulaires ont montrés que le modèle de Greenwood prédit assez précisément le flux macroscopique.

Ce problème présentait plusieurs difficultés numériques, l'enjeu étant de correctement traiter les singularités de flux aux bords des taches, tout en construisant une pièce à la géométrie tronquée suffisamment grande pour représenter un problème semi-infinie. Pour éliminer les erreurs numériques liées à ces calculs, différents paramètres ont été utilisés pour chaque carte (taille de maille et dimension du domaine), pour ensuite extrapoler les résultats.

**Méthode des éléments de frontière.** Pour réduire la dimension des modèles, et obtenir plus précisément les valeurs des flux à la frontière, le développement d'une solution avec les éléments de frontières a été envisagé. En effet, le problème est linéaire, homogène semi-infinie, avec des conditions de flux nulles partout sauf uniquement celles aux taches de contact. La méthode des éléments de frontière a déjà été appliquée dans le cas du calcul du flux pour des taches circulaires et carrées [9].

Cette équation, valable dans un milieu  $\Omega$  infini, peut être se ramener à un problème symétrique avec un potentiel imposé sur la surface de contact  $\partial\Omega$ , comme utilisé par Nakamura [9].

Pour utiliser la méthode des éléments de frontière, il faut intégrer l'équation (1) dans tout le milieu  $\Omega$ , en utilisant le théorème de Green pour transformer cette équation en une équation intégrale sur la frontière  $\partial\Omega$ . En l'absence de terme source, le potentiel  $U$  et le flux  $Q$  (défini comme la normal du gradient du potentiel en tout point  $Q = -k\nabla U(\mathbf{y})\mathbf{n}(\mathbf{y})$ ) avec conductivité  $k$  vérifient l'équation intégrale régularisée suivante :

$$\int_{\partial\Omega} \left\{ [U(\mathbf{y}) - U(\mathbf{x})]H(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \frac{1}{k}Q(\mathbf{y})G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \right\} dS_y = 0 \quad (3)$$

La méthode utilisée pour résoudre le problème par éléments de frontière est la méthode par point de collocation, s'appuie sur la discrétisation de la surface de frontière. Les points de collocation  $\mathbf{x}$  sont pris sur  $\partial\Omega$ . Le point  $\mathbf{y}$  étant le point courant à la surface d'intégration  $\partial\Omega$ . L'équation (3) est résolue avec un nombre fini de point de collocation. Les fonctions  $G$  et  $H$  sont les fonctions de Green et son gradient normale à la surface  $\partial\Omega$ .

### 3 Conductivité d'un "spot" en forme de fleur

Dans cette partie, nous avons cherché à décrire de façon simple la morphologie complexe des taches de contact calculées pour des surfaces auto-affines aléatoires [5] avec des formes paramétriques en forme de fleur. Le flux thermique électrique se comporte différemment que dans le cas des taches circulaires.

#### 3.1 Paramétrisation des taches en forme de fleur

Pour définir ces taches, nous avons simplement fait varier son rayon avec la position angulaire (variable  $\theta$ ). La formule (4) donne l'expression de son rayon en fonction d'un rayon nominal  $r_0$ , de la taille des pétales  $\delta r$  et du nombre de pétale  $n$  :

$$r = r_0 + \delta r \cos(n\theta + \varphi) \quad (4)$$

Fig. 1 illustre la dépendance de la forme de ces paramètres. L'aire de ces formes reste constante à  $A = \pi(r_0^2 + \delta r^2/2)$ , mais le périmètre tend vers l'infini quand le nombre de pétale augmente. Ces taches en forme de fleur sont également non-convexes à partir de trois pétales. Elles sont a priori bien adaptées à ce problème, et sont simplement paramétrable. Une orientation aléatoire des pétales, important dans le cas de multi-taches pourra être ajouté comme une phase  $\varphi$  dans le cosinus.

Après une étude géométrique de ces taches, et notamment en définissant un paramètre de compacité  $C = \sqrt{A}/P$ , avec  $A$  l'aire de la tache, et  $P$  son périmètre, un nouveau paramètre a pu être trouvé. La compacité exprimée en fonction de  $n^* = \delta r/r_0 n$ , est la même pour toutes les taches, quelque soit la longueur  $\delta r/r_0$  ou le nombre de pétale  $n$ . Le périmètre est trouvé par calcul de longueur d'arc.

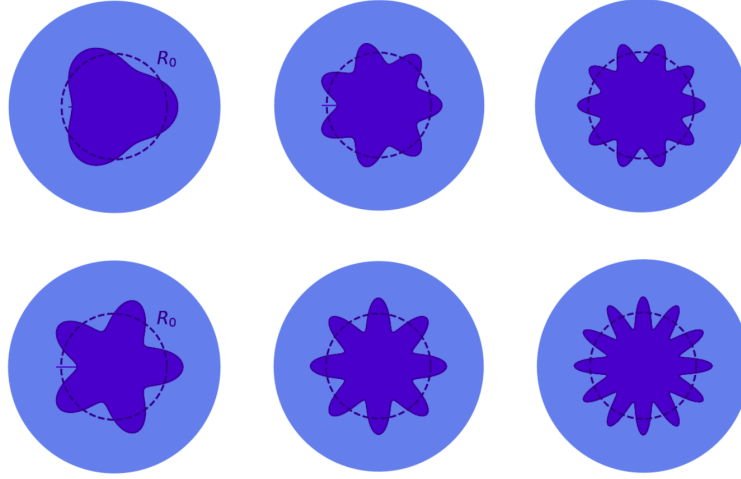


FIGURE 1 – Exemples de taches en forme de fleur pour  $\delta r/r_0 = 0.2$ ,  $n = \{3, 7, 10\}$  (première ligne) et  $\delta r/r_0 = 0.3$ ,  $n = \{5, 8, 12\}$  (deuxième ligne).

### 3.2 Résultats EF de flux de chaleur

Des calculs éléments finis ont permis de calculer le flux de chaleur pour différentes géométries en forme de fleur. Les résultats du flux thermique normalisé  $Q^*$  en fonction du nombre normalisé de pétale  $n^*$  sont présentés dans Fig. 2. Le flux normalisé est défini comme

$$Q^* = (Q - Q_{\min}) / (Q_{\max} - Q_{\min}),$$

où  $Q_{\min}$  est le flux de chaleur transmis par une tache circulaire de rayon  $r_0$ , et  $Q_{\max}$  par une tache circulaire avec le rayon circonscrit  $r_0 + \delta r$ . Ainsi même pour les taches avec un nombre de pétales très important, le flux transmis pour la tache reste inférieur à  $Q_{\max}$ . Grâce à ces résultats et aux normalisations, il est possible de calculer le flux transmis par une tache en forme de fleur à un demi espace infini.

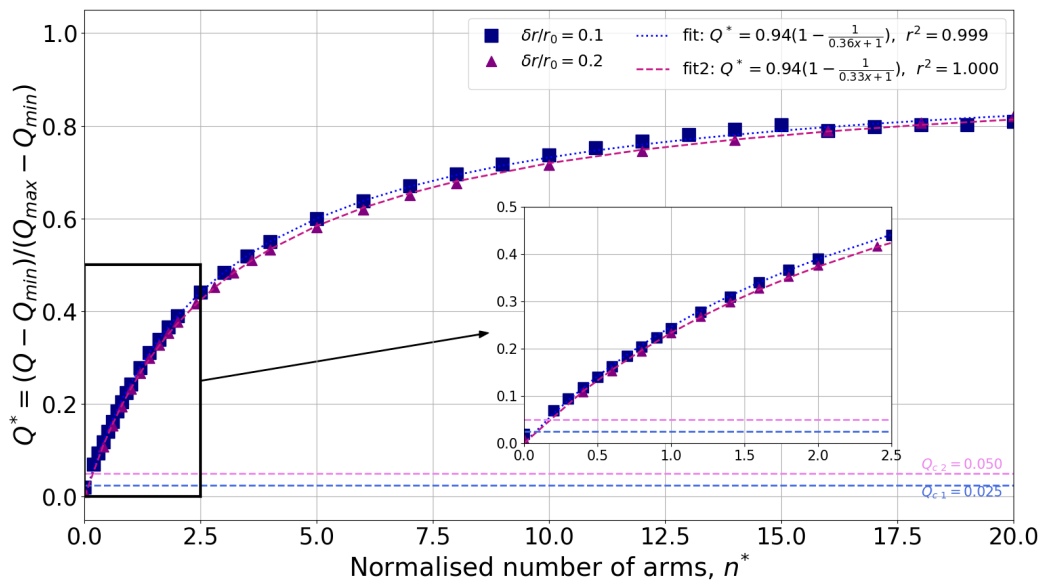


FIGURE 2 – Résultats EF du flux thermique normalisé  $Q^*$  en fonction du nombre de pétale normalisé  $n^*$  et les fits analytiques.

### 3.3 Amélioration du modèle de Greenwood

Grâce aux calculs précédents, et sachant que les taches en forme de fleur sont à priori différentes des taches circulaires, nous avons pu adapter le modèle de Greenwood, pour des surfaces de contact

composées de taches en forme de fleur.

Pour cela nous avons suivi la même méthode utilisée par Nakamura pour des taches carrées [10], nous avons modifié la résistance de Greenwood en changeant le terme de résistance particulière de tache. Ce terme est égale au rapport entre le gradient thermique imposé par la tache et la somme des flux produits indépendamment par les taches sans interactions. La formule pour la résistance devient

$$R = \frac{\rho}{2 \sum_{i=1}^N (\delta r_i Q^*(n_i^*) + r_{0i})} + \frac{\rho}{2\pi} \sum_{i \neq j}^N \frac{a_i a_j}{s_{ij}} / \left( \sum_{i=1}^N a_i \right)^2 \quad (5)$$

avec  $Q^*$  le flux normalisé pour les taches en forme de fleur. Les résultats avec cette formule sont montrés sur Fig. 4.

## 4 Conductivité des clusters polydisperses

Pour observer une tendance avec les calculs de flux thermique en fonction de l'aire réelle de contact, nous avons du procéder au calcul avec la résistance de Greenwood sur un large échantillon de carte de surface de contact, générés aléatoirement. Pour générer ces cartes, nous avons défini un rayon aléatoire (pour les taches circulaires), et une position. La tache générée ne doit pas se superposer avec les autres déjà tirées et doit respecter un écart minimal avec les autres taches, tout en se trouvant dans le cercle nominal de contact. Le tirage continue sans remise jusqu'à ce que l'aire réelle (l'aire cumulée des taches) atteigne au moins la densité voulue. Le tirage de la position suit une loi uniforme. Le rayon suit une loi normale tronquée, pour garder un rayon de tache au dessus d'une certaine valeur, et qu'il soit positif.

Les résultats obtenus pour les différentes cartes se sont montrés relativement proches les uns des autres, mais avec toutefois une disparité variant en fonction de l'aire réelle de contact (Fig. 3). Celle-ci augmente puis diminue pour les densités les plus forte. Pour les cartes de surface de contact avec les flux effectifs les plus importantes, les taches sont réparties presque uniformément sur la surface nominale. On peut noter que pour chacune des densités de contact, la répartition de résultats de flux de chaleur suit une loi de *Weibull*.

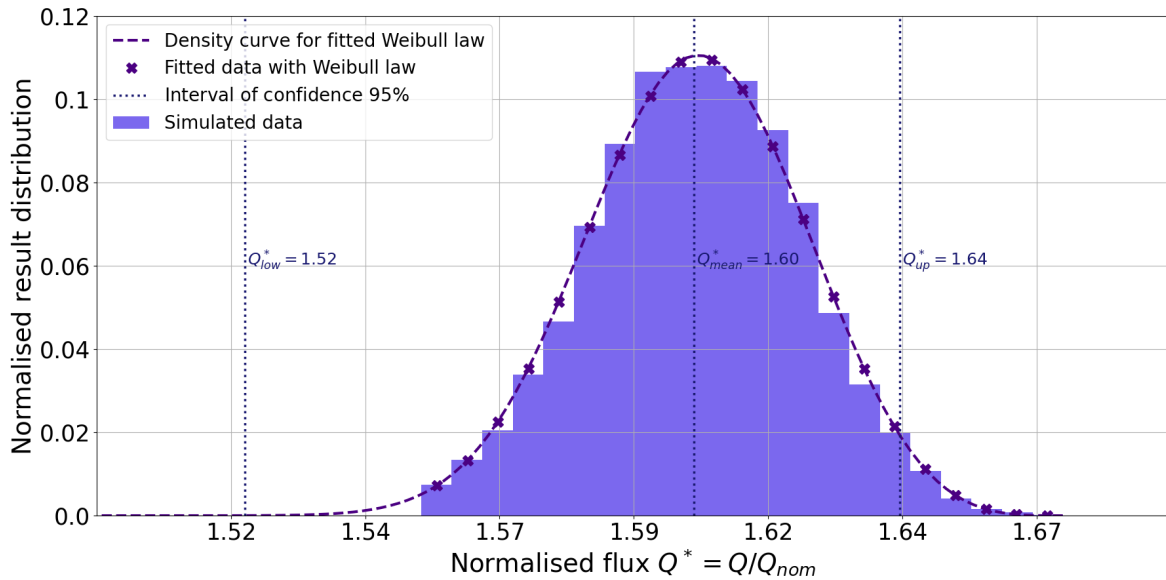


FIGURE 3 – Distribution des résultats de flux thermique sur des surfaces aléatoires de contact pour une densité de 20% et composé de taches circulaires de même rayon ( $r_{tache}/R_{nom} = 0.05$ ).

La hauteur des barres de l'histogramme est normalisée avec la taille de l'échantillon des cartes générées. Le flux est également normalisé ;  $Q_{nom} = 2R_{nom}\rho$  est la valeur du flux transmis par l'aire nominale de contact pleine de rayon  $R_{nom}$  présenté dans la formule de la densité. Le flux transmis par les cartes multi-aspérité est plus élevé que ce flux nominale, puisque  $\sum a_i > R_{nom}$ , alors que  $\sum a_i^2 < R_{nom}^2$  puisque  $d < 1$ .

Les résultats des flux les plus faibles sont donnés par les cartes dont les taches de contact sont les plus rapprochées. La résistance d'interaction est alors la plus forte. A l'inverse dans le cas où les taches sont les plus distantes les unes des autres, le flux sera maximal. Dans ce cas les taches se regroupent le long d'un cercle extérieur, proche du cercle nominal de contact.

D'autre calcul avec les taches en forme de fleur ont aussi été réalisés avec la formule (5). Ils conduisent aux résultats présentés à gauche de Fig. 4. On peut remarquer que ces résultats sont plus proches des résultats EF (en point blanc sur Fig. 4, illustrés avec Fig. 5, que ceux avec la formule initiale de Greenwood pour les taches circulaires (courbe de droite). L'adaptation de la formule de Greenwood semble bien valable. Cependant un écart plus important entre les résultats persiste que dans le cas circulaire. Cet écart est certainement du au terme de résistance d'interaction qui change également avec ces taches en forme de fleur.

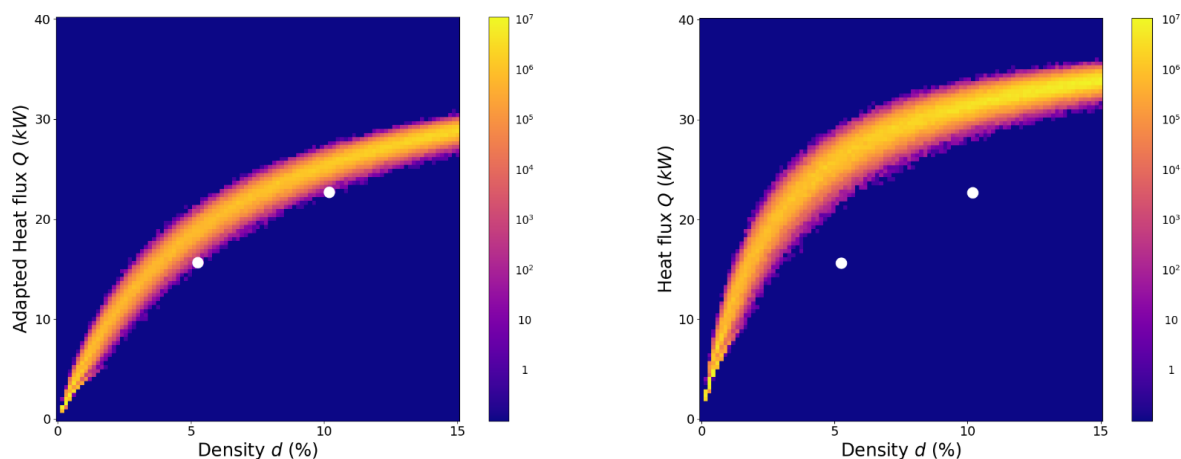


FIGURE 4 – Logarithme de la densité de probabilité conjointe de flux thermique et densité de l'aire de contact sur des surfaces aléatoires de contact de tache en forme de fleur, en fonction de la densité d'aire réelle de contact, avec Greenwood modifié (gauche), et Greenwood circulaire (droite), et résultats EF (point blanc).

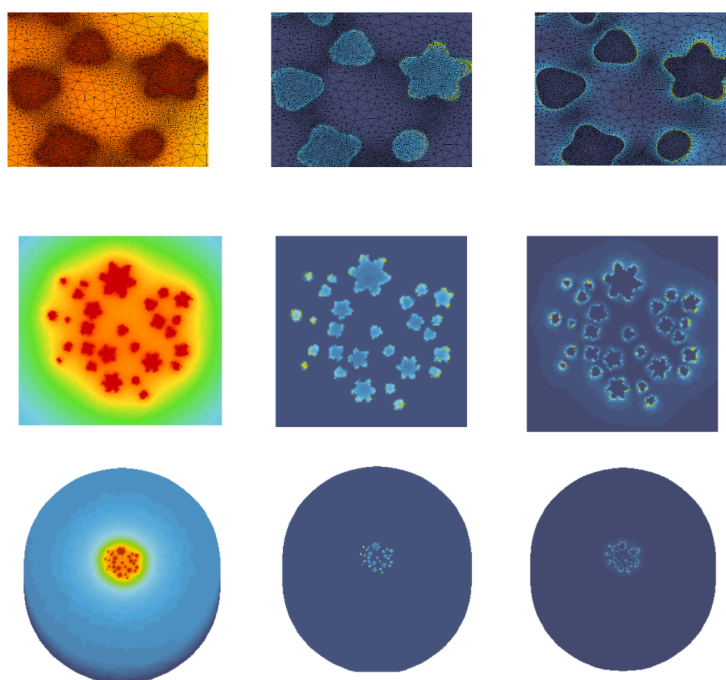


FIGURE 5 – Résultats EF pour un calcul de thermique de la température (gauche), flux vertical (milieu) et flux planaire (droite), dans le cas d'une surface de contact de tache en forme de fleur

## 5 Perspectives

L'adaptation du modèle de Greenwood montre des résultats satisfaisants. Toutefois des résultats sur un échantillon de carte équivalent de celui des calculs de Greenwood manque, et n'est pas accessible par calcul EF à cause d'un temps de calcul trop élevé. Nous mettons donc en place un solveur par éléments de frontière pour aborder ce type de problème d'une manière plus efficace. Le problème serait alors mieux modélisé sans extrapolation de résultats en fonction de la taille totale de la pièce comme actuellement, et moins couteux en temps de calculs.

Ces résultats permettront également d'être comparé avec ceux donnés par des surfaces réelles de contact [5]. L'objectif étant également d'obtenir une loi représentative reliant la résistance thermique d'une interface, à la rugosité et au chargement de celle-ci. De cette façon, un lien entre paramètres macroscopiques et microscopiques à l'échelle de l'interface de contact pourra être établi, avec une meilleure interprétation de l'influence des formes des taches de contact, de leur non-convexité et de leur distribution.

### Références

- [1] Holm, R. *Electric contacts : theory and application 4th edition*, Springer Science & Business Media, 1967.
- [2] Barber, J. R. *Bounds on the electrical resistance between contacting elastic rough bodies*, Proceedings of the royal society of London. Series A : mathematical, physical and engineering sciences, 459(2029), 53-66, 2003.
- [3] Greenwood, J. A. *Constriction resistance and the real area of contact*, British Journal of Applied Physics, 17-29, 1966.
- [4] Greenwood, J. A., & Tripp, J. H. *The contact of two nominally flat rough surfaces*, Proceedings of the institution of mechanical engineers, 185(1), 625-633, 1970.
- [5] Yastrebov, V.A., Anciaux, G. and Molinari, J.F., *From infinitesimal to full contact between rough surfaces : evolution of the contact area*, International Journal of Solids and Structures, 52, 83-102, 2015.
- [6] Cooper, M. G., Mikic, B. B., & Yovanovich, M. M. *Thermal contact conductance*. *International Journal of heat and mass transfer*, 12(3), 279-300, 1969.
- [7] Z-set logiciel : [www.zset-software.com](http://www.zset-software.com)
- [8] Gmsh logiciel : [www.gmsh.info](http://www.gmsh.info)
- [9] Nakamura, M. *Constriction resistance of conducting spots by the boundary element method*, IEEE transactions on components, hybrids, and manufacturing technology, 339-343, 1993.
- [10] Nakamura, M., & Minowa, I. *Computer simulation for the conductance of a contact interface*, IEEE transactions on components, Hybrids, and Manufacturing technology, 9(2), 150-155, 1986.
- [11] Bonnet, M. *Equations intégrales et éléments de frontière*, CNRS éditions/Eyrolles, 1995.