



**HAL**  
open science

## Réponse et stabilité d'absorbeurs pendulaires centrifuges sous-harmoniques

Vincent Mahe, A. Renault, A. Grolet, H. Mahe, O. Thomas, O. Thomas

► **To cite this version:**

Vincent Mahe, A. Renault, A. Grolet, H. Mahe, O. Thomas, et al.. Réponse et stabilité d'absorbeurs pendulaires centrifuges sous-harmoniques. 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, 83400 Hyères-les-Palmiers, France. hal-03717695

**HAL Id: hal-03717695**

**<https://hal.science/hal-03717695>**

Submitted on 8 Jul 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Réponse et stabilité d'absorbeurs pendulaires centrifuges sous-harmoniques

V. Mahe<sup>1,2</sup>, A. Renault<sup>2</sup>, A. Grolet<sup>1</sup>, H. Mahe<sup>2</sup>, O. Thomas<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Arts et Metiers Institute of Technology, LISPEN, HESAM Université, F-59000 Lille, France  
{vincent.mahe, aurelien.grolet, olivier.thomas}@ensam.eu

<sup>2</sup> Valeo Transmissions, Centre d'Étude des Produits Nouveaux, Espace Industriel Nord, Route de Poulainville, 80009 Amiens Cedex 1, France,  
{alexandre.renault, herve.mahe}@valeo.com

**Résumé** — Les absorbeurs pendulaires centrifuges (APC) sont des dispositifs passifs constitués de pendules oscillant relativement à un rotor selon une trajectoire donnée. Leur but est de réduire les vibrations de machines tournantes soumises à des couples fluctuants. Des travaux antérieurs ont montré qu'un accord des pendules à la moitié de la fréquence fondamentale du couple permet une forte réduction du niveau vibratoire. Cette étude porte sur une nouvelle classe d'APC pour laquelle les pendules peuvent pivoter par rapport au rotor. La dynamique du système est analysée numériquement et analytiquement.

**Mots clés** — absorbeur pendulaire centrifuge, dynamique non-linéaire, absorbeur sous-harmonique

## 1 Introduction

Dans le cadre de normes environnementales de plus en plus sévères à l'encontre des émissions polluantes et de la consommation des véhicules à moteur thermique, les constructeurs choisissent de réduire la cylindrée et le régime de fonctionnement. Cela mène à une augmentation des acyclismes moteurs et donc des niveaux vibratoires perçus par la chaîne de transmission, ce qui engendre de la fatigue et des nuisances sonores. Une caractéristique importante des moteurs thermiques est la dépendance linéaire de la fréquence fondamentale des acyclismes à la vitesse de rotation du moteur. Le coefficient de proportionnalité est l'ordre moteur et dépend uniquement de l'architecture du moteur. Les absorbeurs pendulaires centrifuges (APC) sont utilisés depuis des dizaines d'années pour réduire les vibrations des chaînes de transmission de véhicules thermiques [1]. Ces dispositifs passifs consistent en plusieurs masses articulées (pendules) réparties sur la circonférence d'un support (rotor), cf. Fig. 1. Comme les pendules évoluent dans le champ d'accélération généré par la rotation du rotor, leur fréquence propre est proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur. Le coefficient de proportionnalité est l'ordre d'accord des pendules, qui peut être choisit judicieusement afin de diminuer les vibrations à l'ordre moteur.

La manière classique d'accorder un APC est d'accorder les pendules sur l'ordre moteur. Ainsi, les pendules génèrent une antirésonance du rotor à l'ordre moteur et donc à la fréquence fondamentale des acyclismes, peu importe la vitesse de rotation. Le rotor est donc en permanence excité sur son antirésonance, ce qui permet une diminution très importante de son niveau vibratoire. Cependant, comme les APC sont des systèmes non-linéaires, de larges amplitudes d'excitation peuvent mener à des sauts de la réponse [2], une localisation de la réponse des pendules [3, 4, 5], un décalage de l'antirésonance [6] et à la génération d'harmoniques supérieurs [7].

Une autre possibilité est d'accorder les pendules à la moitié de l'ordre moteur. Pour un APC constitué de deux absorbeurs, cela mène à une réponse en opposition de phase des pendules sur un sous-harmonique d'ordre 2 et à l'apparition d'une antirésonance non-linéaire du rotor à l'ordre moteur [8, 9]. Les particularités de cette réponse sous-harmonique sont la saturation de l'amplitude du rotor et la non-génération d'harmonique supérieurs. L'amplitude des pendules est limitée par la nature de leur trajectoire, ce qui limite la plage de fonctionnement de l'APC. L'utilisation de  $N > 2$  absorbeurs augmente la masse pendulaire totale, ce qui permet des débattements moins importants et donc une plage de fonctionnement accrue. Cependant, la présence de plusieurs paires de pendules peut rendre instable la solution sous-harmonique désirée [10].

Plusieurs travaux récents ont montré qu'un mouvement de rotation des pendules par rapport au rotor peut améliorer les performances de l'APC [4, 11, 12, 13, 14]. Le travail présenté ici poursuit les études précédentes en analysant la réponse sous-harmonique d'un APC dont les pendules sont dotés d'une mobilité de rotation. La réponse du système et sa stabilité sont calculés numériquement et analytiquement.

## 2 Modélisation de l'APC et analyse modale

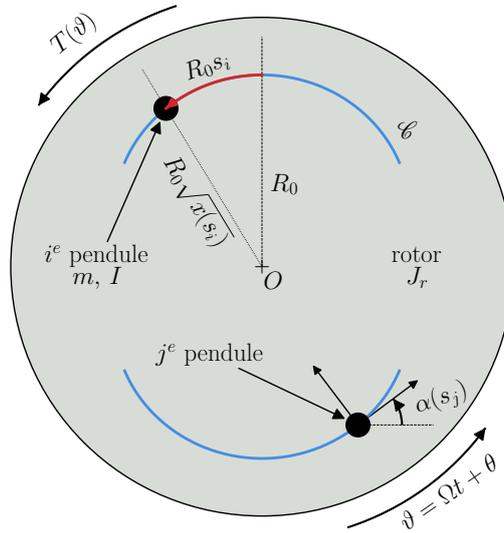


FIGURE 1 – Modélisation d'un APC.

Un APC est représenté en Fig. 1. Il est constitué d'un rotor d'inertie  $J_r$  et de  $N$  pendules identiques de masse  $m$  et d'inertie  $I$ . Par la suite, on considèrera  $N = 2$ . Les pendules oscillent sur une trajectoire  $\mathcal{C}$ , contrôlée via la fonction  $x(s_i)$  où  $s_i$  est le débattement sans dimension du  $i^e$  pendule. À l'équilibre, la distance entre le centre de masse des pendules et le centre du rotor est  $R_0$ . La rotation relative des pendules par rapport au rotor est contrôlée via la fonction  $\alpha(s_i)$ . La position angulaire du rotor est  $\vartheta = \Omega t + \theta$  où  $\Omega$  est la vitesse de rotation moyenne et  $\theta$  correspond aux fluctuations de la position. Un couple  $T(\vartheta) = T_0 + T_\theta(\vartheta)$  est appliqué sur le rotor.  $T_0$  est le couple moyen, s'équilibrant avec le couple visqueux issu de l'amortissement entre le rotor et le repère galiléen pour fixer  $\Omega$ .  $T_\theta(\vartheta)$  est un couple fluctuant et périodique, source de vibrations. Par la suite on ne retiendra que l'harmonique fondamental de ce couple, noté  $T_1 \cos(n\vartheta)$ , où  $n$  est l'ordre d'excitation, qui peut être interprété comme une fréquence sans dimension. En pratique, on a  $n = n_e$  où  $n_e$  est l'ordre moteur (constant), mais faire varier  $n$  permet de mieux comprendre la réponse du système. De plus, faire varier légèrement  $n$  tout en gardant l'ordre d'accord des pendules fixe est similaire à étudier l'effet d'un désaccord.

Les équations du mouvement sont de la forme

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_{in}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_{int}(\mathbf{q}) = \mathbf{F} \cos(n\vartheta) \quad (1)$$

où  $\mathbf{q} = [\theta, s_1, s_2]^T$  est le vecteur des degrés de liberté.  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{f}_{in}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  et  $\mathbf{f}_{int}(\mathbf{q})$  sont les matrices de masses et de raideur et les vecteurs des forces inertielles et internes, respectivement.  $(\dot{\bullet})$  indique une dérivée par rapport au temps  $t$ . On note  $\bar{T}_1$  l'amplitude sans dimension du couple exciteur tel que  $\mathbf{F} = [\bar{T}_1, 0, 0]^T$ . Pour donner à  $\mathbf{F} \cos(n\vartheta)$  le sens d'un terme de forçage extérieur, il est nécessaire de remplacer la variable indépendante  $t$  par  $\vartheta$ , qui peut être interprété comme un temps sans dimension [15]. Les équations alors obtenues pourront être résolues numériquement ou analytiquement.

Le système comporte trois modes donnés par

$$n_{00} = 0, \phi_{00} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad n_{10} = n_p, \phi_{10} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad n_{20} = \Lambda_1 n_p > n_p, \phi_{20} = \begin{bmatrix} -\Lambda_2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

où  $n_p$  est l'ordre d'accord des pendules et  $\Lambda_1, \Lambda_2$  sont des constantes positives dépendant des paramètres du système [4]. Le mode 0 est un mode de corps rigide pour lequel les pendules sont immobiles. Le mode 1 est un mode d'opposition de phase entre les pendules et le rotor est un nœud de ce mode. Le mode 2 décrit un mouvement à l'unisson des pendules, qui sont en opposition de phase avec le rotor. Pour un accord classique, on choisira  $n_p \approx n_e$  et les pendules répondront sur le mode 2. Pour un accord sous-harmonique, on choisira  $n_p \approx n_e/2$  et la réponse des pendules correspondra à la réponse sous-harmonique du mode 1. Cela est illustré dans la section suivante.

### 3 Réponse typique d'un APC

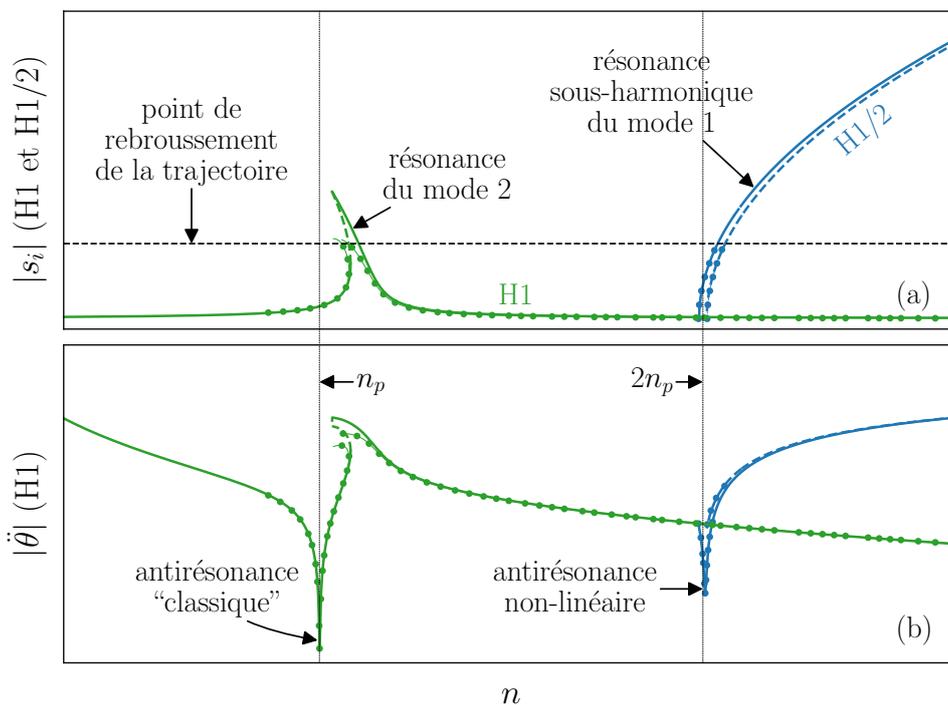


FIGURE 2 – Réponse en ordre d'un APC montrant l'amplitude des pendules (a) et du rotor (b). Les harmoniques représentés sont indiqués par  $H1$  et  $H1/2$ . Les lignes en traitillés correspondent à des réponses instables. Les courbes vertes et bleus correspondent à un fonctionnement des pendules sur le mode 2 et sur le sous-harmonique d'ordre 2 du mode 1, respectivement. Les cercles correspondent aux solutions obtenues via MANLAB.

La Fig. 2 représente des solutions analytiques approchées et numériques de l'équation 1. Les solutions analytiques sont calculées via la méthode des échelles multiples [18]. Les solutions numériques sont calculées via MANLAB, qui est un logiciel de continuation et d'analyse de bifurcation utilisant la méthode de l'équilibrage harmonique [16, 17]. Les harmoniques 1/2 et 1 du débattement des pendules sont visibles en Fig. 2(a) et l'harmonique 1 de  $\theta$  est montré en Fig. 2(b). On observe bien deux antirésonances du rotor, ce qui confirme qu'il y a deux modes de fonctionnement possible pour l'APC, l'un utilisant l'accord classique, l'autre utilisant l'accord sous-harmonique. La filtration sous-harmonique est rendue possible via les effets de Coriolis qui permettent un transfert d'énergie entre les modes 0 et 1 [9]. C'est une solution intrinsèquement non-linéaire, alors que le fonctionnement classique est linéaire à faible amplitude et faiblement non-linéaire à plus haute amplitude. Enfin, les résultats analytiques et numériques sont très proches, ce qui permet de valider le modèle analytique. Plus de détails sur le fonctionnement sous-harmonique sont donnés dans la section suivante.

## 4 Fonctionnement sous-harmonique

### 4.1 APC parfaitement accordé

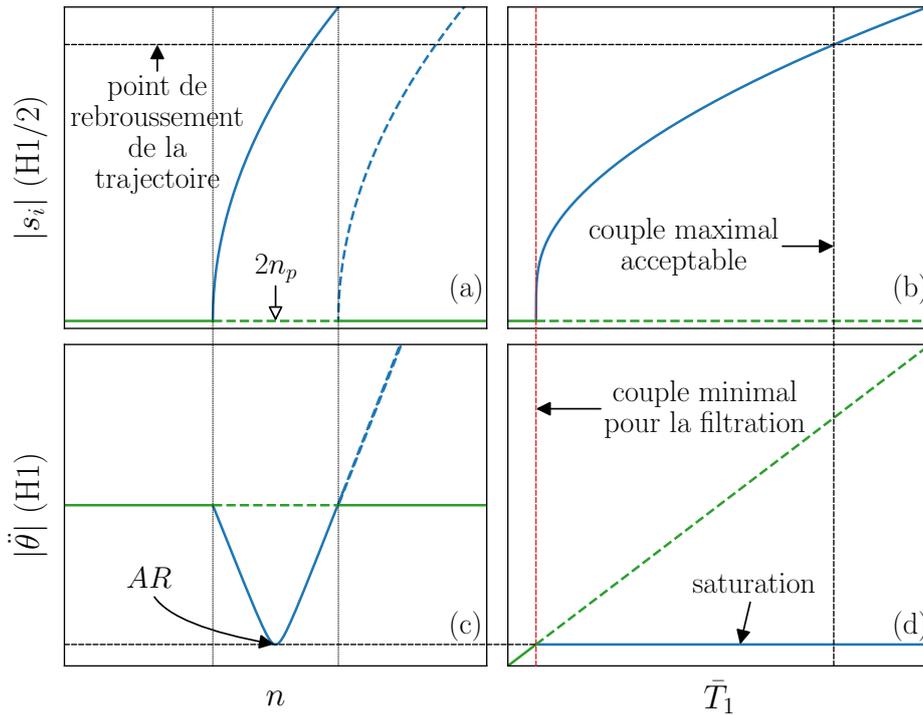


FIGURE 3 – Réponse en ordre (gauche) et en couple (droite) d’un APC parfaitement accordé. Les lignes en traitillés correspondent à des réponses instables. Les courbes bleues et vertes correspondent à la solution sous-harmonique et à la solution avec des pendules immobiles, respectivement. La réponse en couple est calculée pour  $n = 2n_p$ .

La Fig. 3 représente des solutions analytiques approchées de l’équation 1 autour de  $n = 2n_p$ . On observe à gauche des réponses en ordre et à droite des réponses en couple pour  $n = 2n_p$ . Dans la Fig. 3(c), on observe bien l’antirésonance non-linéaire générée par la réponse sous-harmonique des pendules. Dans la Fig. 3(d), on voit que l’amplitude à l’antirésonance ne change pas en fonction de l’amplitude du forçage : c’est le phénomène de saturation. Cette saturation concerne l’harmonique 1 du rotor, mais les autres harmoniques (qui ne sont pas représentés ici) sont nuls. La filtration sous-harmonique permet donc de réduire l’amplitude de l’harmonique 1 sans générer d’harmoniques supérieures, contrairement à la filtration classique. En (b) et (d), on voit qu’il existe un seuil de couple à dépasser pour activer la filtration sous-harmonique. Enfin, le couple maximal filtrable par l’APC est limité par le point de rebroussement de la trajectoire des pendules.

### 4.2 Introduction volontaire de désaccords

En pratique, à cause des tolérances de fabrication, il n’est pas possible de concevoir un APC parfaitement accordé. Afin d’accroître la robustesse d’un APC, il est possible d’introduire des désaccords intentionnels dont l’ordre de grandeur dépasse légèrement celui des incertitudes sur les paramètres. La réponse d’un tel système est visible en Fig. 4, où sont représentées des solutions analytiques et numériques de l’équation (1) montrant l’amplitude du rotor. Dans (a), on peut voir que plus l’amplitude du forçage augmente, plus l’antirésonance se décale vers la droite. Comme  $2n_p < n_e$ , l’antirésonance se situe à gauche de  $n_e$  pour de petites amplitudes et à droite pour de plus grandes amplitudes. Cela explique pourquoi la saturation visible en Fig. 4(b) n’est pas parfaite, ce qui traduit une baisse de performance par rapport au cas d’un APC parfaitement accordé. Toutefois, malgré les désaccords, la réponse du rotor reste proche du cas parfaitement accordé. Enfin, on observe dans la Fig. 4(b) que l’introduction de désaccords change la position parties instables de la réponse. Les désaccords peuvent donc être utilisés pour éviter

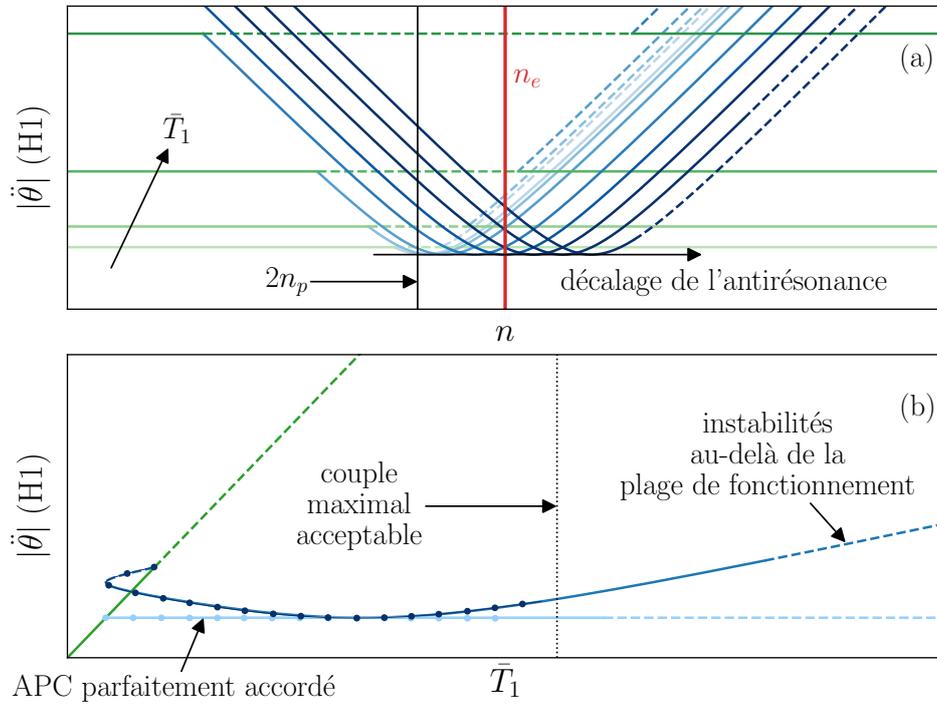


FIGURE 4 – Réponse en ordre (en haut) et en couple (en bas) du rotor d’un APC légèrement désaccordé. Les lignes en traitillés correspondent à des réponses instables. Les courbes bleues et vertes correspondent à la solution sous-harmonique et à la solution avec des pendules immobiles, respectivement. Dans (a), plus la ligne est de couleur foncée, plus le niveau de couple associé est élevé. La réponse en couple est calculée pour  $n = n_e$ . Les cercles correspondent aux solutions obtenues via MANLAB.

des zones instables.

## 5 Conclusion

Le travail présenté porte sur l’utilisation d’APC dotés de deux pendules possédant une mobilité de rotation relative au rotor. La dynamique du système est étudiée numériquement et analytiquement. Il est montré qu’un accord des pendules à la moitié de la fréquence d’excitation permet la filtration des vibrations du rotor grâce à la saturation de son harmonique fondamental. Cela se fait via la réponse sous-harmonique du mode pour lequel les pendules sont en opposition de phase. Cette filtration sous-harmonique présente l’avantage de ne pas générer d’harmoniques supérieurs du rotor, contrairement à la filtration classique. L’impact de désaccords intentionnels, permettant d’accroître la robustesse d’un APC, est étudié. Les désaccords diminuent peu la performance et peuvent être utilisés pour éviter des zones d’instabilité.

## Références

- [1] *Les amortisseurs dynamiques de vibrations*, Revue technique Hispano Suiza, Hispano Suiza, 9-15, 1939.
- [2] D. E. Newland, *Nonlinear problems of centrifugal pendulum vibration absorbers*, Mechanisms and machines, 39-62, 1965.
- [3] C.-P. Chao, S. W. Shaw, C.-T. Lee, *Stability of the Unison Response for a Rotating System With Multiple Tautochronic Pendulum Vibration Absorbers*, Journal of Applied Mechanics, 149-156, 1965.
- [4] V. Mahe, A. Renault, A. Grolet, O. Thomas, H. Mahe, *Dynamic stability of centrifugal pendulums vibration absorbers allowing a rotational mobility*, Journal of Sound and Vibration, in press.
- [5] A. Grolet, A. Renault, O. Thomas, *Energy Localisation in Periodic Structures : Application to Centrifugal Pendulum Vibration Absorber*, International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, 2017.

- [6] A. Renault, O. Thomas, H. Mahe, *Numerical antiresonance continuation of structural systems*, Mechanical Systems and Signal Processing, 963-984, 2019.
- [7] C.-T. Lee, S. W. Shaw, *On the counteraction of periodic torques for rotating systems using centrifugally driven vibration absorbers*, Journal of Sound and Vibration, 695-719, 1996.
- [8] C.-T. Lee, S. W. Shaw, V. T. Coppola *A Subharmonic Vibration Absorber for Rotating Machinery*, Journal of Vibration and Acoustics, 590-595, 1997.
- [9] C.-P. Chao, S. W. Shaw, *The effects of imperfections on the performance of the subharmonic vibration absorber system*, Journal of Sound and Vibration, 1065-1099, 1998.
- [10] C.-P. Chao, S. W. Shaw, *The dynamic response of multiple pairs of subharmonic torsional vibration absorbers*, Journal of Sound and Vibration, 411-431, 2000.
- [11] A. Renault, *Calcul et optimisation d'absorbeurs pendulaires dans une chaîne de traction automobile*, PhD thesis, 2018.
- [12] M. Cirelli, J. Georgi, P. P. Valentini, E. Pennestri, *A design chart approach for the tuning of parallel and trapezoidal bifilar centrifugal pendulum*, Mechanism and Machine Theory, 711-729, 2019.
- [13] E. R. Gomez, I. L. Arteaga, L. Kari, *Normal-force dependant friction in centrifugal pendulum vibration absorbers : Simulation and experimental investigations*, Journal of Sound and Vibration, 2021.
- [14] X. Tan, S. Yang, J. Yang, J. Li, *Study of dynamics of rotational centrifugal pendulum vibration absorbers based on tautochronic design*, Meccanica, 2021.
- [15] S. W. Shaw, B. Geist, *Tuning for Performance and Stability in Systems of Nearly Tautochronic Torsional Vibration Absorbers*, Journal of Vibration and Acoustics, 2010.
- [16] L. Guillot, B. Cochelin, C. Vergez, *A Taylor series-based continuation method for solutions of dynamical systems*, Nonlinear Dynamics, 2827-2845, 2019.
- [17] L. Guillot, A. Lazarus, O. Thomas, C. Vergez, B. Cochelin, *A purely frequency based Floquet-Hill formulation for the efficient stability computation of periodic solutions of ordinary differential systems*, Journal of Computational Physics, 109477, 2020.
- [18] A. H. Nayfeh, *Perturbation methods*, Wiley classics library, 1973.