



**HAL**  
open science

# Optimisation d'un absorbeur dynamique non-linéaire pour le contrôle vibratoire d'une éolienne flottante

Pierre-Olivier Mattei, Renaud Côte

## ► To cite this version:

Pierre-Olivier Mattei, Renaud Côte. Optimisation d'un absorbeur dynamique non-linéaire pour le contrôle vibratoire d'une éolienne flottante. 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, 83400 Hyères-les-Palmiers, France. hal-03717673

**HAL Id: hal-03717673**

**<https://hal.science/hal-03717673>**

Submitted on 8 Jul 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Optimisation d'un absorbeur dynamique non-linéaire pour le contrôle vibratoire d'une éolienne flottante

P.-O. Mattei<sup>1</sup>, R. Côte<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMA, Aix Marseille Univ, CNRS, Centrale Marseille, LMA, Marseille, France, {mattei,cote}@lma.cnrs-mrs.fr

**Résumé** — On s'intéresse dans cette communication à l'optimisation des paramètres d'un absorbeur d'énergie non linéaire (Nonlinear Energy Sink - NES) avec une rigidité et un amortissement non linéaires pour le contrôle vibratoire d'une éolienne flottante sur toute sa plage de fonctionnement. Les mouvements de la mer qui modifient les conditions initiales du système peuvent conduire à un fonctionnement du NES sur une ou plusieurs résonances détachées qui annulent totalement son aptitude à contrôler les vibrations de l'éolienne. La prise en compte d'un amortissement non-linéaire de type visqueux permet de complètement restaurer la capacité de l'absorbeur à fortement limiter les vibrations de l'éolienne.

**Mots clés** — Contrôle vibratoire passif, Absorbeur dynamique non-linéaire, Amortissement non-linéaire, Éolienne flottante.

## 1 Introduction

Les éolienne flottantes sont amenées à se développer fortement au cours des années à venir. Elles sont, en effet, soumises à des conditions de vents plus régulières qu'au milieu des terres et à la possibilité de développer des éoliennes de grandes tailles qui sont plus efficaces du point de vue énergétique et moins gênantes pour les riverains et la faune. Ce type d'éolienne est d'une taille gigantesque (hauteur  $\approx 100$  m et 150 m avec les pales), très lourde (masse  $\approx 1000$  tonnes) et possède des caractéristiques dynamiques difficilement contrôlables (ses résonances principales varient sur une octave). L'éolienne considérée ici possède une fréquence de résonance de 0,50 Hz et un amortissement de 0,05%. Elles fonctionnent sur une large plage de vent (typiquement entre 5 et 40 nœuds) et leur principe de fonctionnement fait que la vitesse de rotation des pales est sensiblement constante. De fait, le mât d'une éolienne est soumis à un forçage composé d'un terme constant et d'une force périodique [3] :  $F(t) = A_0 + A \cos(\omega t)$ , avec  $\omega = 2\pi f$ , où  $f$  est la fréquence de forçage qui varie sur une demi-octave autour de 0,50 Hz (au voisinage de la résonance de l'éolienne) et  $A$  est la force appliquée au mât de l'éolienne qui varie entre 0 et 10 000 N. Dans toute la suite, le terme constant  $A_0$  est négligé. Afin de simplifier les calculs, l'éolienne est décrite comme un système linéaire masse-ressort-amortisseur couplé à un NES de caractéristiques linéaires et cubiques pour la raideur et l'amortissement.

### 1.1 Équations du problème

On dénomme  $x(t)$ , le déplacement de l'éolienne et  $q(t)$  celui du NES avec  $w(t) = x(t) - q(t)$ . Le système à 2 degrés de liberté s'écrit comme

$$\begin{aligned} m_0 \ddot{x}(t) + c_0 \dot{x}(t) + k_0 x(t) + c_N (1 + 2v_N w^2(t)) \dot{w}(t) + k_{1N} w(t) + k_{3N} w(t)^3 &= A \cos(\omega t) \\ m_N \ddot{q}(t) - c_N (1 + 2v_N w^2(t)) \dot{w}(t) - k_{1N} w(t) - k_{3N} w(t)^3 &= 0 \end{aligned}$$

L'amortissement non-linéaire de type visqueux  $(1 + 2v_N w^2(t)) \dot{w}(t)$  qui est utilisé est issu des travaux de Liu et al [1]. Une fréquence de 0,5 Hz ( $\omega_0 = \pi$ ) et un amortissement de 0.05% conduisent à

$$m_0 = 10^6 \text{ kg}, k_0 \approx 10^7 \text{ N/m}, c_0 \approx 3200 \text{ N.s/m}$$

Soit  $\Omega = \omega/\omega_0$ ,  $\tau = \omega_0 t$ ,  $\varepsilon = m_N/m_0$ ,  $\lambda_0 = c_0/(m_N \omega_0)$ ,  $\lambda_N = c_N/(m_N \omega_0) = \mu_N \lambda_0$ ,  $\delta_N = k_{1N}/(m_N \omega_0^2)$ ,  $K_N = k_{3N}/(m_N \omega_0^2)$  et  $F = A/(m_N \omega_0^2)$ . On adimensionnalise le système précédent et on obtient

$$\ddot{x}(t) + \varepsilon\lambda_0\dot{x}(t) + x(t) + \varepsilon\mu_N\lambda_0(1 + 2v_Nw^2(t))\dot{w}(t) + \varepsilon\delta_Nw(t) + \varepsilon K_Nw(t)^3 = \varepsilon F \cos(\Omega t) \quad (1)$$

$$\varepsilon\ddot{q}(t) - \varepsilon\mu_N\lambda_0(1 + 2v_Nw^2(t))\dot{w}(t) - \varepsilon\delta_Nw(t) - \varepsilon K_Nw(t)^3 = 0 \quad (2)$$

La solution de ce système se calcule numériquement sans difficulté. Par exemple, sous Mathematica, la résolution numérique par la fonction NSolve, prend une fraction de seconde pour chaque couple amplitude-fréquence pour un calcul effectué sur une durée de fonctionnement du forçage de plus d'une demi-heure (près de 2000 périodes).

## 2 Optimisation

Un première optimisation, qui ne prend en compte que la composante linéaire de l'amortissement, a été menée en utilisant les règles issues de la littérature, comme par exemple celle proposée pour  $K_N$  par Starosvetsky et Gendelman[2]. Les paramètres choisis qui évitent le problème de la résonance détachée ont été fixé comme :  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\lambda_0 = 0.1$ ,  $\mu_N = 2$ ,  $\delta_N = 0.03$  et  $K_N = 28$ . La surface de réponse en amplitude-fréquence (le calcul qui comporte 101 points en fréquence et 16 points en amplitude nécessite moins d'une minute de calcul sur une station de calcul à 16 cœurs) qui couvre 1/6 d'octave de part et d'autre de la résonance de l'éolienne est présentée dans la figure 1. Dans cette figure, on a tracé  $L = 20\text{Log}_{10}(x_{rms}/A)$ , où  $x_{rms}$  est la valeur quadratique moyenne de l'amplitude du NES en régime établi (obtenu après une durée d'environ 1/2h).

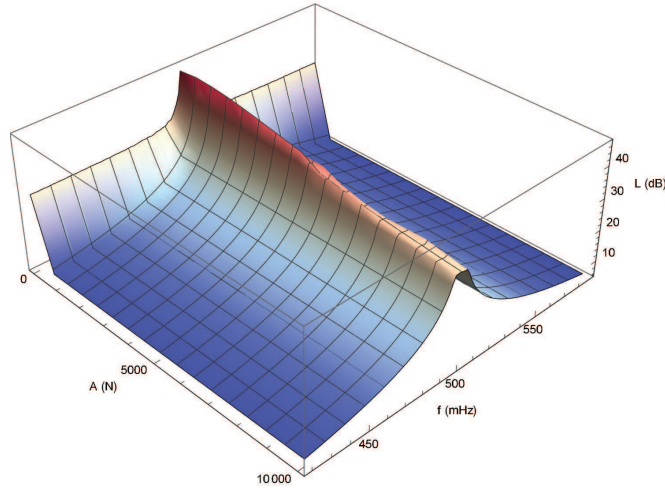


FIGURE 1 – Surface de réponse en fréquence de l'éolienne avec  $f_0^r = 0.5$  Hz avec NES

Lorsque l'on compare ces résultats avec ceux issu d'un absorbeur linéaire optimisé (Tuned Mass Damper - TMD) pour contrôler la résonance à 0,5 Hz, dont les paramètres ( $\delta_{TMD}$  caractérise la raideur linéaire et  $\mu_{TMD}$  l'amortissement linéaire) sont donnés par

$$\delta_{TMD} = \frac{2 + \varepsilon}{2(1 + \varepsilon)^2}, \mu_{TMD} = \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\varepsilon(3\varepsilon + 4)}{8(1 + \varepsilon)(2 + \varepsilon)}}$$

on obtient les résultats présentés figure 2. Dans cette figure, on compare l'atténuation apportée par le NES et par un TMD en traçant la ligne de crête de l'éolienne normalisée par l'amplitude, en décibel, de l'éolienne à la résonance sans atténuation. Une valeur négative indique donc une diminution du niveau vibratoire tout comme une valeur positive indique une augmentation du niveau vibratoire.

Ces résultats sont convenables puisqu'on obtient une réduction maximale du niveau vibratoire de 14 dB et moyenne de 5,3 dB. L'objectif de l'optimisation est d'obtenir une atténuation supérieure (le TMD permet une réduction de 23,3 dB).

Parmi les choix possibles de fonctionnelle, nous avons choisi de minimiser l'intégrale de la ligne de crête afin d'obtenir l'atténuation moyenne la plus forte comme présentée dans la figure 3. Dans un premier temps, afin d'éviter les résonances détachées, pour chaque calcul, les conditions initiales sont fixées

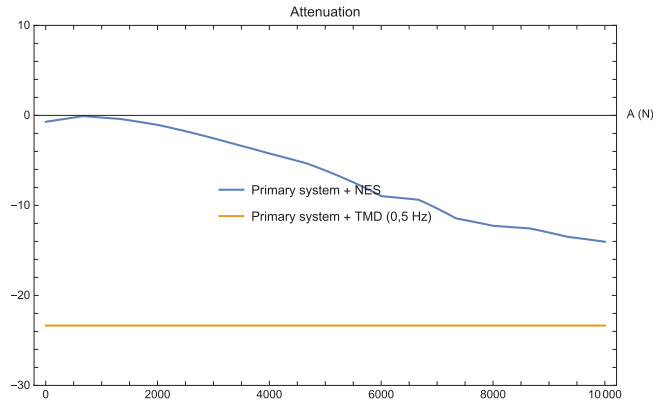


FIGURE 2 – Atténuations pour un NES et un TMD optimisé pour une résonance à 0,5 Hz

à zéro. L'optimisation (pour une optimisation sur deux paramètres comme par exemple les coefficients des raideurs linéaire et cubique pour la masse et l'amortissement du NES fixés) utilise un algorithme de type Nelder-Mead et nécessite entre 2 et 3 jours de calcul une station de calcul à 16 cœurs.

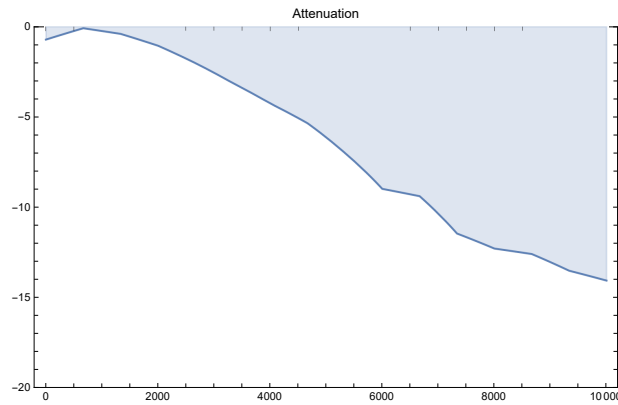


FIGURE 3 – Fonctionnelle à optimiser

Toutes les optimisations ont conduit à systématiquement augmenter la masse du NES  $\varepsilon$  et à réduire son amortissement  $\mu_N$ . En fixant  $\varepsilon = 0,01$  et  $\mu_N = 0,2$ , on a obtenu les paramètres optimaux  $\delta_n = 0,5$  et  $K_N = 43$  avec un gain moyen de 16,1 dB avec un gain maximal de 28,1 dB, à comparer l'atténuation de 31 dB apportée par le TMD que l'on observe dans la figure 4. On note là que l'on retrouve un résultat classique de la littérature pour lequel l'atténuation du TMD correspond à une borne maximale d'atténuation pour le NES

Naturellement lorsque l'on prend en compte la possibilité d'une ou plusieurs résonances détachées, les résultats changent complètement comme le montre la figure 5. Ceux-ci sont complètement dégradés et le NES n'a plus aucune action de réduction des vibrations.

L'optimisation avec prise en compte des résonances détachées (obtenues en imposant des conditions initiales de grande amplitude) ne permet pas d'obtenir des résultats significativement meilleurs que ceux présentés dans la figure 5.

### 3 L'amortissement non-linéaire comme contrôleur de la résonance détachée

Avant de lancer les calculs d'optimisation du paramètre d'amortissement non-linéaire  $\nu_N$ , nous devons vérifier que ce type d'amortissement ne modifie par la nature de la solution. Pour se faire, nous calculons, sous hypothèse que le mouvement se fait sous résonance 1 : 1, les points fixes et la variété invariante lente (Slow Invariant Manifold-SIM) du système.

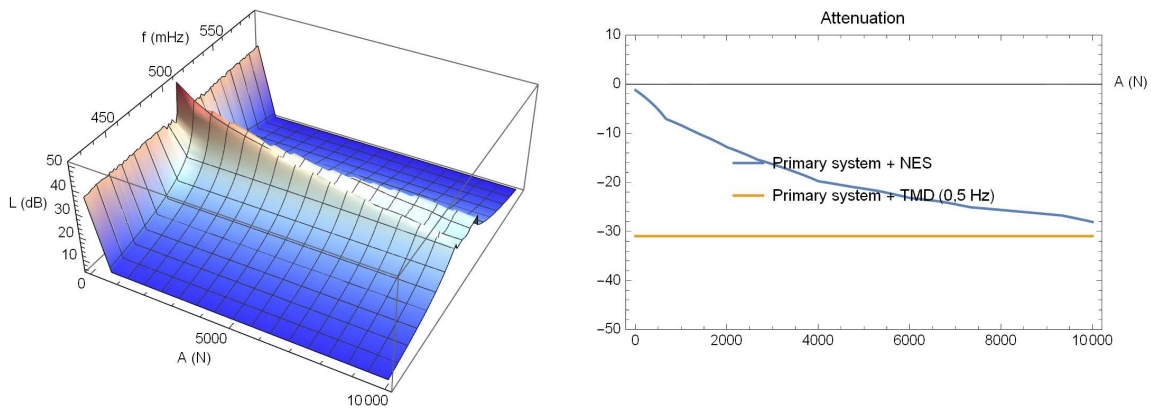


FIGURE 4 – Atténuation optimale pour  $\varepsilon = 0,02$  et  $\mu_N = 0,2$

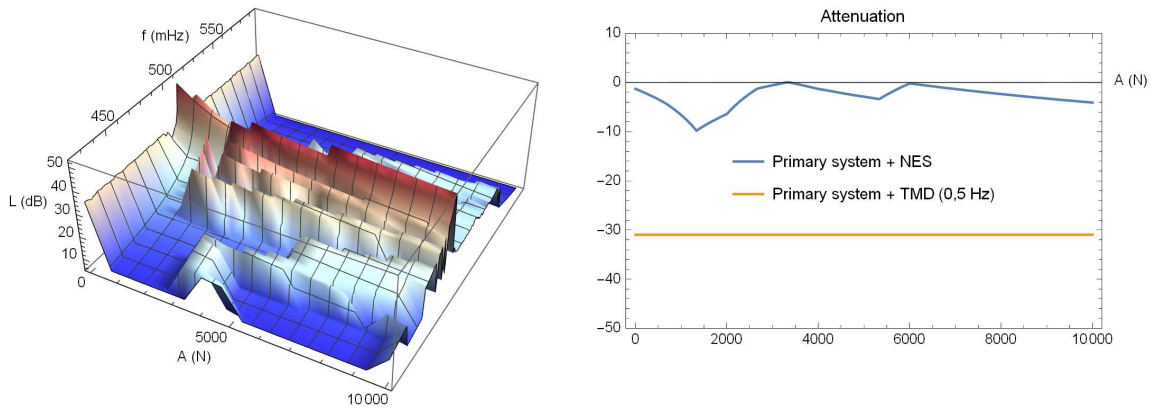


FIGURE 5 – Atténuation pour  $\varepsilon = 0,02$ ,  $\mu_N = 0,2$ ,  $\delta_n = 0,5$  et  $K_N = 43$  avec résonance détachée

### 3.1 Points fixes

Sous résonance 1 : 1, nous appliquons la méthode de “complexification-averaging” (CX-A) de Manevitch. Nous partons du système initial formé par les équations 1 et 2 dans lequel nous effectuons le changement de variable  $v = x + \varepsilon q$ . Ce qui conduit à

$$\begin{aligned} \ddot{v} + \frac{v + \varepsilon v}{1 + \varepsilon} + \varepsilon \lambda_0 \frac{\dot{v} + \varepsilon \dot{v}}{1 + \varepsilon} &= F \cos(\Omega t) \\ \ddot{w} + \frac{v + \varepsilon v}{1 + \varepsilon} + \varepsilon \lambda_0 \frac{\dot{v} + \varepsilon \dot{v}}{1 + \varepsilon} + \delta_N (1 + \varepsilon) w + \\ \mu_N \lambda_0 (1 + \varepsilon) (1 + 2\nu_N w^2) \dot{w} + K_N (1 + \varepsilon) w^3 &= F \cos(\Omega t) \end{aligned}$$

Par CX-A, nous reportons  $\Phi_1 \exp(i\Omega t) = \dot{v} + i\Omega v$  et  $\Phi_2 \exp(i\Omega t) = \dot{w} + i\Omega w$  dans le système précédent puis effectuons une moyenne sur la fréquence  $\Omega$  et nous obtenons le système d'équations

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_1 + i\frac{\Omega}{2}\Phi_1 + \frac{1}{2(1+\varepsilon)} \left( \varepsilon\lambda_0 + i\frac{1}{i\Omega} \right) (\Phi_1 + \varepsilon\Phi_2) &= \frac{F}{2} \\ \dot{\Phi}_2 + i\frac{\Omega}{2}\Phi_2 + \frac{1}{2(1+\varepsilon)} \left( \varepsilon\lambda_0 + i\frac{1}{i\Omega} \right) (\Phi_1 + \varepsilon\Phi_2) - i\delta_N \frac{(1+\varepsilon)}{2\Omega} \Phi_2 + \\ \mu_N \lambda_0 \frac{(1+\varepsilon)}{2} \Phi_2 - \frac{3iK'_N}{8\Omega} (1+\varepsilon) |\Phi_2|^2 \Phi_2 &= \frac{F}{2} \end{aligned}$$

avec  $K'_N = K_N \left( 1 - \nu_N \lambda_0 \frac{2\Omega}{3iK_N} \right)$ . On voit ici que la prise en compte de l'amortissement non linéaire se ramène à une simple modification du terme de raideur non linéaire. Les points fixes  $\Phi_{1,2}^0$  sont solutions du système précédent pour  $\dot{\Phi}_{1,2} = 0$ . Sans entrer dans les détails du calcul, on obtient pour  $A = 10\,000$  N,  $\varepsilon = 0,02$ ,  $\mu_N = 0,2$ ,  $\delta_N = 0,5$  et  $K_N = 43$  les points fixes stables qui sont présentés dans la figure 6.

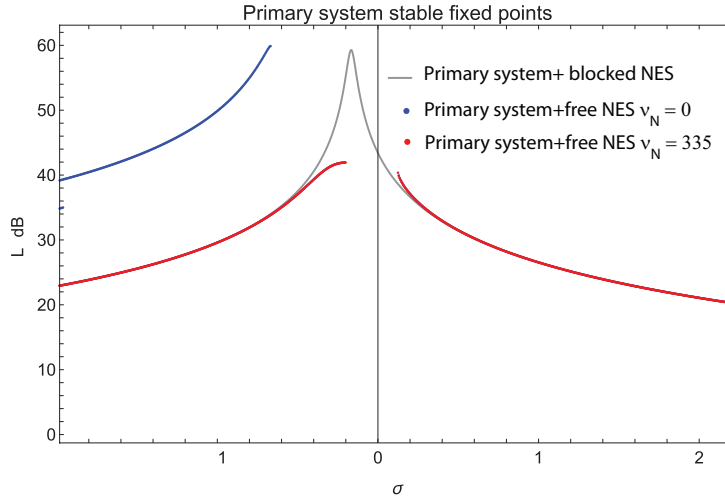


FIGURE 6 – Points fixes stables pour  $A = 10\,000$  N,  $\varepsilon = 0,02$ ,  $\mu_N = 0,2$ ,  $\delta_N = 0,5$  and  $K_N = 43$

Les points fixes situés sur la courbe principale (ici en rouge) sont identiques que l'amortissement linéaire soit pris en compte ou pas (les courbes de résonance principale sont confondues). Par contre, introduire l'amortissement non linéaire empêche la résonance détachée sans modifier aucunement la solution hors de celle-ci.

### 3.2 Variété invariante lente

Le mouvement le plus efficace pour atténuer la vibration s'observe sous réponse fortement modulée (Strongly Modulated Response - SMR) au voisinage de la résonance 1 : 1. Deux échelles de temps  $\tau_0 = t$  et  $\tau_1 = \varepsilon t$  apparaissent naturellement dans ce type de mouvement et un développement asymptotique multi-échelle à l'ordre 0 en  $\varepsilon$  nous permet d'obtenir cette variété en écrivant les points fixes comme  $\Phi_1^0 = \sqrt{Z_1} \exp(i\theta_1)$  et  $\Phi_2^0 = \sqrt{Z_2} \exp(i\theta_2)$  sous la forme

$$Z_1 = \alpha_1 Z_2 + 2\alpha_2 Z_2^2 + 3\alpha_3 Z_2^3 \quad (3)$$

où les coefficients  $\alpha_i, i = 1, 2, 3$  sont des réels qui dépendent des paramètres du système. Cette SIM possède une ou trois solutions. Les points de bifurcations sont obtenus par annulation de la dérivée du second membre de l'équation 3 par rapport  $Z_2$  :  $\alpha_1 + 2\alpha_2 Z_2 + 3\alpha_3 Z_2^2 = 0$ . Les deux racines de cette équation sont :

$$Z_2^{(1,2)} = \frac{-\alpha_2 \pm \sqrt{\Delta}}{\alpha_3}$$

Pour les paramètres  $\varepsilon = 0,02$ ,  $\mu_N = 0,2$ ,  $\delta_N = 0,5$  et  $K_N = 43$ , on obtient les résultats présentés dans la figure 7. Quelle que soit la valeur de l'amortissement non-linéaire, on observe des oscillations de relaxation pour lesquelles il y a possibilité de SMR. On obtient  $Z_1^* \approx 0.0048$  ou  $0.0058$  et  $Z_2^* \approx 0.02$  ou  $0.021$ .

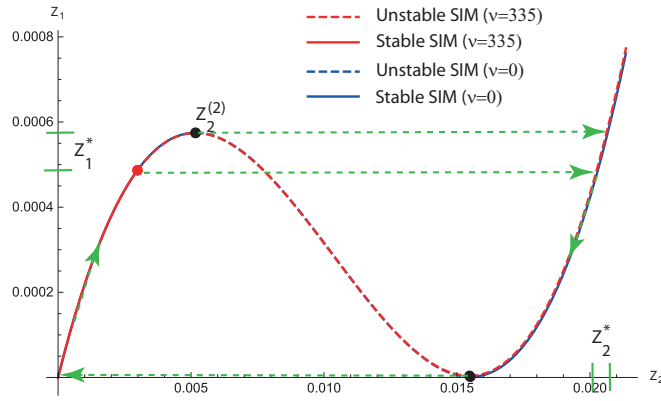


FIGURE 7 – SIM pour  $\varepsilon = 0,02$ ,  $\mu_N = 0,2$ ,  $\delta_N = 0,5$ ,  $K_N = 43$ ,  $v_N = 0$  ou 335

Quand on trace le mouvement issu de la résolution numériques des équations du problème, on a pour les paramètres :  $\varepsilon = 0,02$ ,  $\mu_N = 0,2$ ,  $\delta_N = 0,5$ ,  $K_N = 43$ ,  $v_N^a = 822$ ,  $v_N^a = 335$  et pour un forçage  $A = 9800$  N,  $f = 0,51$  Hz

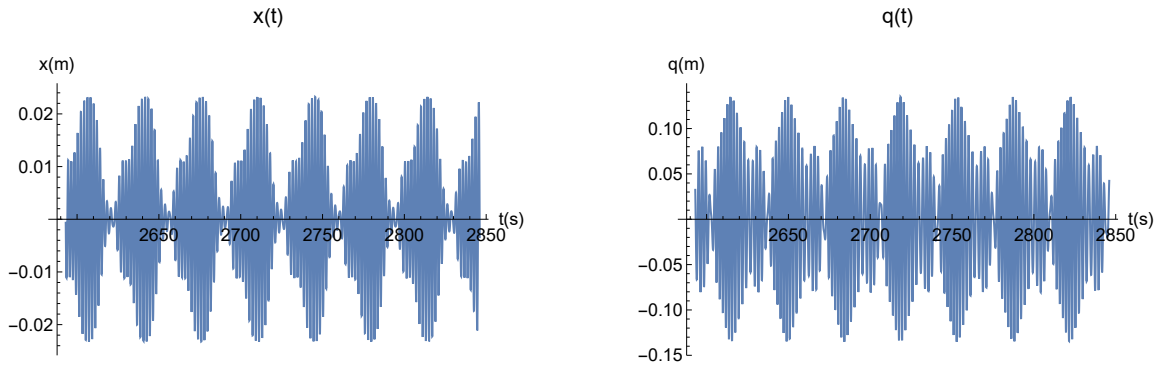


FIGURE 8 – EXemple de séries temporelles  $x(t)$  à gauche et  $q(t)$  à droite sous SMR

On observe que les maxima d'amplitude correspondent à ceux prédits par la SIM

$$\begin{aligned} \max x(t) \approx 0.023 &\Rightarrow (\max x(t))^2 \approx 0.0053 \approx Z_1^* \\ \max q(t) \approx 0.135 &\Rightarrow (\max q(t))^2 \approx 0.018 \approx Z_2^* \end{aligned}$$

Tous ces résultats montrent clairement que la prise en compte de l'amortissement non linéaire, s'il modifie le comportement du système en supprimant les résonances détachées, n'altère en rien la nature du couplage ente le système primaire et le NES.

### 3.3 Résultats

Nous avons procédé à l'optimisation de 140 configurations différentes obtenues en fixant  $\varepsilon$  et  $\mu_N$  pour  $\varepsilon \in [0.001, 0.05]$  et  $\mu_N \in [0.1, 1]$  et en cherchant les valeurs de  $\delta_N$  et  $K_N$  qui permettait la plus grande atténuation moyenne sur toute la gamme de forçage de l'éolienne et enfin la plus petite valeur de  $v_N$  qui évitait le phénomène de résonance détachée. Pour ce faire, un nombre respectable de mois de calculs ont été nécessaires. La figure 9 présente les meilleures atténuations moyennes obtenues en fonction des paramètres de masse  $\varepsilon$  et d'amortissement  $\mu_N$  du NES.

Cela montre que la meilleure atténuation (jusqu'à 21 dB d'atténuation moyenne sur la plage 0-10 000 N) est obtenue pour un NES de masse élevée et de faible amortissement.

Le coefficient  $v_N$  d'amortissement non linéaire obtenu présente des valeurs significatives comme le montre la figure 10. Il faut toutefois garder en mémoire que l'amortissement du NES est donné par  $\varepsilon \mu_N \lambda_0 (1 + 2v_N w^2(t)) \dot{w}(t)$  avec  $\lambda_0 = 0,1$  pour  $\varepsilon = 0,01$  et  $\mu_N \in [0.1, 1]$ . De fait, même si les valeurs de  $v_N$  paraissent élevées, les valeur  $\varepsilon \mu_N \lambda_0 v_N$  restent dans des ordres de grandeur acceptables.

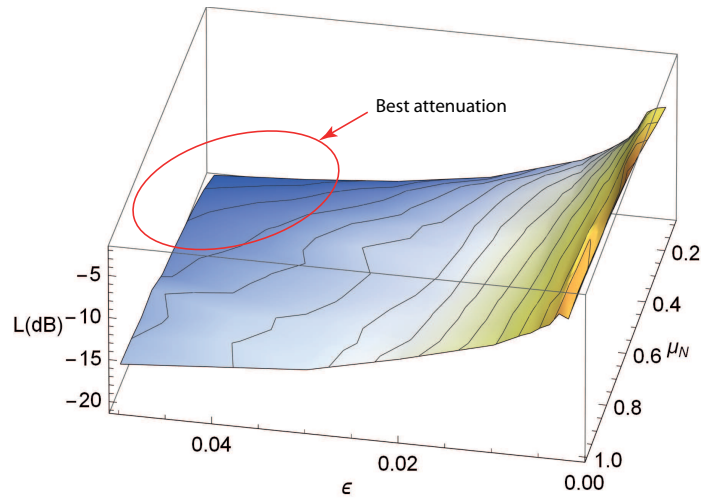


FIGURE 9 – Atténuations optimales obtenues

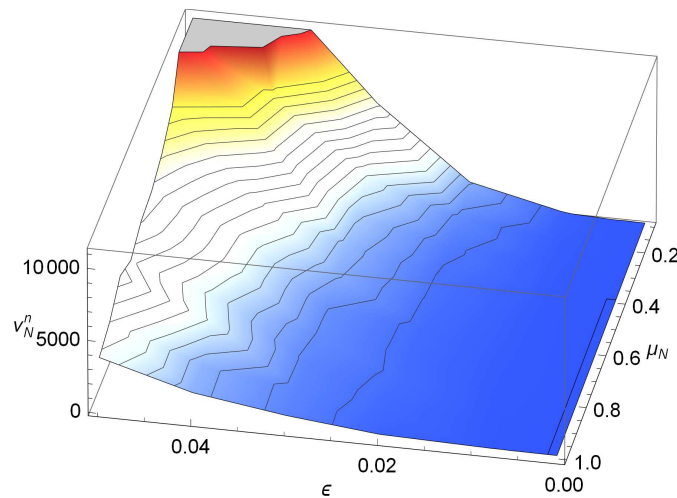


FIGURE 10 – Coefficient d'amortissement non lineaire

## 4 Conclusion

Nous avons pu montrer dans ce travail que la prise en compte d'un amortissement non-linéaire de type visqueux permet de complètement faire disparaître les résonances détachées d'un NES à raideurs linéaire et cubique et de conserver la capacité de l'absorbeur à fortement limiter les vibrations de l'éolienne sur toute sa plage de fonctionnement.

Nous avons pu en outre montrer que les outils classiques de la dynamique non linéaire (points fixes, SIM) permettent aisément de prendre en compte ce type d'amortissement non linéaire et de mener des études analytiques rapides.

## Références

- [1] Y. Liu, A. Mojahed, L.A. Bergman et al., *A new way to introduce geometrically nonlinear stiffness and damping with an application to vibration suppression*, *Nonlinear Dynamics* 96, 1819-1845, 2018.
- [2] Y. Starosvetsky, O. Gendelman *Attractors of harmonically forced linear oscillator nwith attached nonlinear energy sink. II : Optimization of a nonlinear vibration absorber*, *Nonlinear Dynamics* 51, 47-57, 2008.
- [3] Th. Pahn, R. Rolfes, J. Jonkman, A. Robertson, A., *Inverse Load Calculation of Wind Turbine Support Structures - A Numerical Verification Using the Comprehensive Simulation Code FAST*, 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Curran Associates (corrected version available online at <https://www.nrel.gov/docs/fy13osti/54675.pdf>), 5908-5920, 2012.