



HAL
open science

Modèle simplifié de liaison boulonnée avec frottement et plasticité pour la simulation de la tenue des assemblages en calcul des structures

Pierre-Alain Guidault, Richard Verwaerde, Pierre-Alain Boucard

► To cite this version:

Pierre-Alain Guidault, Richard Verwaerde, Pierre-Alain Boucard. Modèle simplifié de liaison boulonnée avec frottement et plasticité pour la simulation de la tenue des assemblages en calcul des structures. 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, 83400 Hyères-les-Palmiers, France. hal-03717644

HAL Id: hal-03717644

<https://hal.science/hal-03717644>

Submitted on 8 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modèle simplifié de liaison boulonnée avec frottement et plasticité pour la simulation de la tenue des assemblages en calcul des structures

P.-A. Guidault¹, R. Verwaerde¹, P.-A. Boucard¹

¹ Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS, LMT - Laboratoire de Mécanique et Technologie, 91190, Gif-sur-Yvette, France, {pierre-alain.guidault,pierre-alain.boucard}@ens-paris-saclay.fr

Résumé — Le dimensionnement des assemblages boulonnés par un modèle éléments finis volumiques est généralement coûteux en temps de mise en données et de calcul. Un modèle simplifié de liaison boulonnée basé sur des paramètres de conception (précharge, coefficient de frottement...) est proposé. Son identification et son utilisation se font de manière aisée dans les codes de calcul couramment employés en ingénierie. Il ne cherche pas à représenter de façon fine la solution au voisinage du boulon mais à prédire de façon satisfaisante des quantités globales (décollement/glissement, plastification du boulon...).

Mots clés — Liaison boulonnée, contact frottant, plasticité, élément utilisateur, AbaqusTM.

1 Introduction

Les liaisons boulonnées sont des composants omniprésents dans les assemblages mécaniques et parfois présents en très grand nombre (par ex. environ 3 500 boulons pour un moteur d'avion CFM56). Bien qu'*a priori* relativement bien maîtrisée, la méthode de serrage des liaisons boulonnées est source d'incertitudes et de difficultés tout au long du cycle de vie des produits aéronautiques, depuis la phase de conception jusqu'à son exploitation en passant par l'assemblage. Aussi, compte tenu de ces incertitudes, les concepteurs n'ont d'autres choix à l'heure actuelle que de prendre des facteurs de sécurité souvent importants. Les bureaux d'études utilisent des modélisations 3D linéaires ou non linéaires pour simuler des assemblages, néanmoins ces modélisations sont coûteuses en termes de mise au point de modèles et de temps de calcul (plusieurs dizaines d'heures de calcul). Le niveau de prédiction de ces modélisations est rarement disponible et les résultats de ces modèles sont souvent remis en cause faute de base d'essais représentatifs de la technologie utilisée. Aussi, le dimensionnement des assemblages boulonnés nécessite l'utilisation de modèles simplifiés de liaison boulonnée efficaces capables de prédire de façon satisfaisante leur réponse globale.

Il existe de nombreux modèles simplifiés de liaisons boulonnées dans la littérature. Ils peuvent être analytiques ou numériques. Les modèles analytiques s'appuient souvent sur des hypothèses fortes limitant de ce fait leur domaine d'application à des cas bien spécifiques (domaine élastique, chargement simple, en quasi-statique ou dynamique...). La plupart des modèles cherchent souvent à prédire uniquement la réponse élastique et la rigidité de l'assemblage. On notera que de grandes disparités peuvent être rencontrées dans la pratique entre les résultats produits par les différents modèles. Il est difficile de classer tous ces modèles mais on peut les distinguer par exemple selon la cinématique et leur capacité à prendre en compte des non-linéarités.

Si on s'intéresse à ceux développés dans un code de calcul commercial (notamment AbaqusTM), on pourra citer par exemple [4] qui propose de modéliser le comportement d'un boulon en le substituant par un élément de poutre élastique relié aux zones d'appuis sur les plaques par des éléments rigides ou des éléments poutres. De façon similaire, [2] développe un connecteur s'appuyant sur un élément de poutre linéaire, représentant le boulon, dont les nœuds sont reliés à deux surfaces cylindriques rigides représentant les trous de passage de la vis. Le connecteur permet de lier des modèles plaques en interaction de contact frottant. Les travaux de [1] modélisent chaque zone de contact potentiel (zones d'appui sous tête et sous écrou, fûts de perçage dans les plaques) par des surfaces rigides connectées rigidement à un modèle filaire articulé par des ressorts de translation et de rotation. Ces différentes approches conduisent cependant à des connecteurs qui modélisent essentiellement le comportement élastique de la liaison et dont l'identification des paramètres n'est pas toujours évidente. Par ailleurs, elles s'appuient parfois sur

des outils de modélisation spécifiques au logiciel de calcul utilisé rendant difficile leur portabilité dans un autre code.

Dans ce papier, un modèle simplifié, non-linéaire, de liaison boulonnée permettant de prédire de façon satisfaisante la réponse globale des assemblages et sa méthodologie d'identification sont proposés. En vue de l'optimisation, ce modèle s'appuie sur des paramètres de conception pratiques (précharge, coefficient de frottement...). Enfin afin de répondre au mieux aux pratiques industrielles, il se veut facilement utilisable et exploitable dans les codes de calcul couramment utilisés en bureaux d'études.

Le modèle simplifié qui se substitue à un boulon, a été implémenté sous forme d'un élément utilisateur à deux nœuds dans le code AbaqusTM et permet de connecter des modèles volumiques ou plaques d'un assemblage (voir Fig. 1). Il ne cherche pas à représenter de façon fine la solution au voisinage du boulon mais à prédire de façon satisfaisante des quantités d'intérêt globales comme la rigidité globale du boulon, le décollement ou glissement des pièces assemblées, la plastification du boulon voire sa rupture. La première version du modèle [3] proposée dans le cadre du projet FUI CARAB (Conception Avancée Robuste pour les Assemblages Boulonnés) a été revisitée dans [8] puis étendue dans [7] afin de prendre en compte la plasticité dans le boulon.

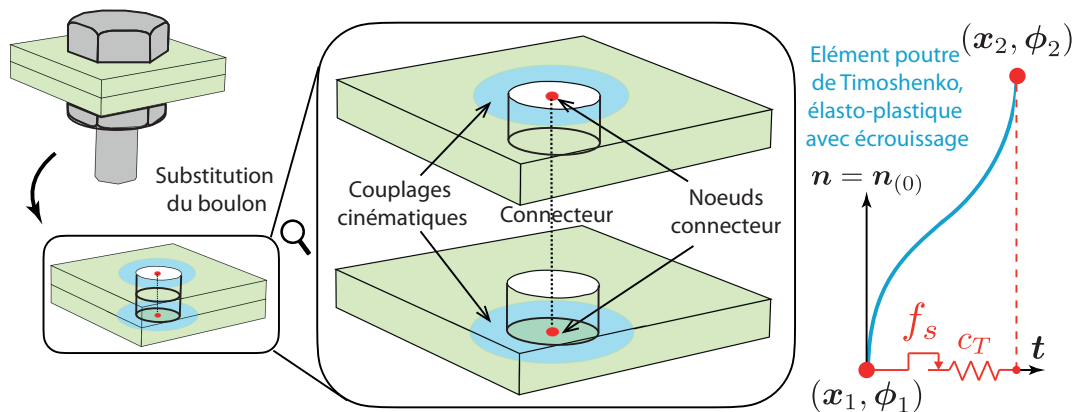


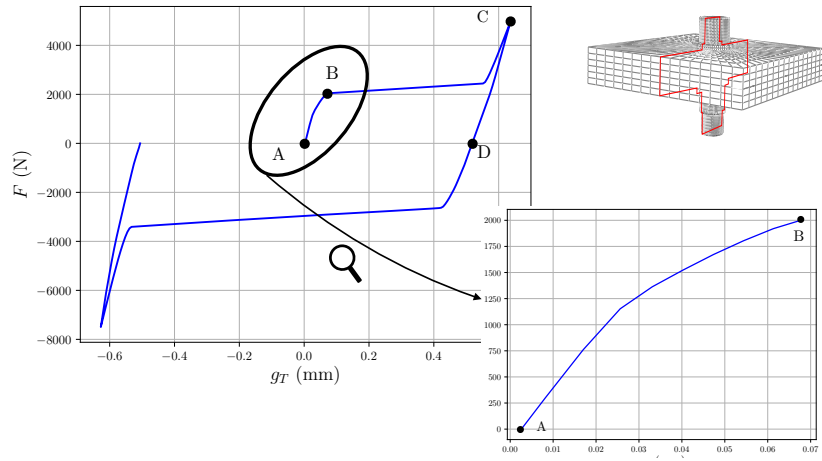
FIGURE 1 – Modèle simplifié de liaison boulonnée et sa cinématique : poutre de Timoshenko à comportement élasto-plastique avec écouissage en parallèle d'un mécanisme de frottement affectant uniquement le comportement tangentiel [7]

2 Description du modèle simplifié

2.1 Analyse phénoménologique d'un assemblage boulonné

L'approche adoptée pour la modélisation s'appuie au départ sur l'analyse phénoménologique du comportement d'un modèle volumique fin d'une liaison boulonnée élémentaire en configuration de simple recouvrement soumise à un chargement de cisaillement (Fig. 2). Une liaison étant généralement dimensionnée de façon à éviter le « cisaillement » de la vis, provoqué par le glissement macroscopique survenant au-delà du point B et allant jusqu'au contact entre le corps de vis et l'alésage au point C , seule la partie du comportement situé entre les points A et B (élasticité et micro-glissements) a été modélisée à ce stade (voir Fig. 2(a)). Il reste cependant *a minima* possible d'alerter l'utilisateur lorsque le glissement devient trop important et excède le demi-jeu diamétral corps de vis/alésage. On précise que le saut de déplacement tangentiel g_T est obtenu en extrayant la moyenne des déplacements sur les zones d'appui sous tête de vis et sous écrou sur les plaques assemblées (zones bleues en Fig. 1).

Un autre résultat bien connu est que la pression de contact entre éléments assemblés s'établit dans un voisinage proche du boulon, dans le cône de Rötischer, et de la même manière pour les efforts d'adhérence. Aussi, une hypothèse importante du modèle simplifié consiste à supposer que *tous les phénomènes de frottement sont pris en compte et encapsulés uniquement au niveau de l'élément utilisateur*. Cela permet ainsi d'utiliser des *conditions de contact sans frottement à l'interface entre plaques assemblées*. En limitant le nombre d'interactions de contact frottant, on améliore la robustesse et l'efficacité du modèle en réduisant de façon importante les difficultés de convergence survenant au cours des itérations de



(a) Evolution du saut de déplacement tangentiel g_T entre plaques en fonction de l'effort appliqué

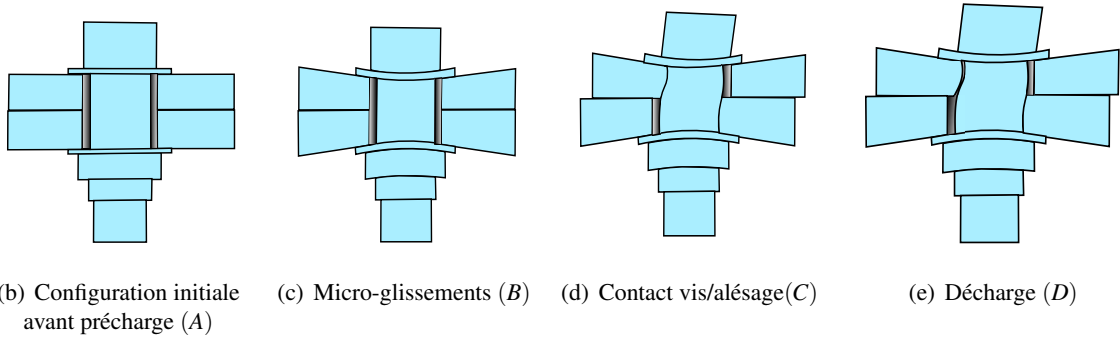


FIGURE 2 – Comportement d'un assemblage boulonné en configuration de simple recouvrement soumis à un cycle de charge-décharge de cisaillement [8]

contact.

2.2 Modèle proposé

Le modèle simplifié, que nous appellerons connecteur dans la suite, respecte la technologie de l'assemblage. Aussi, la cinématique retenue est celle d'une poutre de Timoshenko à comportement élasto-plastique, représentant le boulon, en parallèle d'un mécanisme de frottement affectant uniquement le comportement tangentiel/en cisaillement du connecteur (Fig. 1). Dans [8], un comportement élastique est retenu pour l'élément poutre. Ici un comportement élasto-plastique est utilisé comme décrit dans [7]. Le comportement normal, dans l'axe du connecteur, prend en compte la raideur de la vis mais *permet également d'installer automatiquement la précharge* [3, 8].

Plus précisément, un modèle de comportement élastoplastique à écrouissage isotrope est ici proposé. Le vecteur \mathbf{t}^{bolt} des contraintes généralisées de la poutre est lié classiquement au vecteur des déformations généralisées ϵ et à sa partie plastique ϵ^p par :

$$\mathbf{t}^{bolt} = \mathbb{H}(\epsilon - \epsilon^p) \quad (1)$$

où \mathbb{H} représente le comportement élastique équivalent de la poutre. Dans la base locale orthonormée de la poutre $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ où \mathbf{x} est colinéaire à l'axe de la poutre et en notant la contrainte normale N , les moments

de flexion M_{fy} and M_{fz} et le moment de torsion M_x , on a ainsi :

$$\mathbf{t}^{bolt} = \begin{pmatrix} N \\ M_{fy} \\ M_{fz} \\ M_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix}, \quad \mathbb{H} = \begin{pmatrix} ES & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & EI_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EI_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GC & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_y SG & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_z SG \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \chi_y = \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \\ \chi_z = \frac{\partial \theta_z}{\partial x} \\ \chi_x = \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \epsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \theta_z \\ \epsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \theta_y \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\epsilon}^p = \begin{pmatrix} \epsilon_x^p \\ \chi_y^p \\ \chi_z^p \\ \chi_x^p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

où l'on a négligé la déformation plastique de cisaillement (termes nuls dans $\boldsymbol{\epsilon}^p$). *Le module de Young E et le module de cisaillement G décrivant le comportement poutre élastique linéaire équivalent du boulon sont identifiés par l'essai d'identification décrit en Section 2.3.* Les paramètres géométriques de section S , d'inerties de flexion I_y et I_z et de facteur de correction du cisaillement k_y et k_z sont fixés par la géométrie nominale simplifiée cylindrique du corps de vis.

Le critère de plasticité retenu est inspiré de [6]. La fonction seuil P dépend ici d'un effort normal limite N_p et des moments limites M_{px} , M_{py} et M_{pz} qui ne dépendent que du matériau et de la section de la poutre. Dû à l'introduction de la précharge dans le boulon, il est supposé que la contrainte normale étant plus importante que les contraintes de cisaillement T_y and T_z , celles-ci n'interviennent pas dans le critère :

$$P(\mathbf{t}^{bolt}, p) = F(\mathbf{t}^{bolt}, p) - R(p) \quad (3)$$

$$= N_p \sqrt{\left(\frac{N}{N_p}\right)^2 + \left(\frac{M_{fy}}{M_{py}}\right)^2 + \left(\frac{M_{fz}}{M_{pz}}\right)^2 + \left(\frac{M_x}{M_{px}}\right)^2} - R(p) \quad (4)$$

avec :

$$N_p = S\sigma_y, \quad M_{px} = C\sigma_y, \quad M_{py} = \varphi M_{ey}, \quad M_{pz} = \varphi M_{ez}, \quad M_{ey} = \frac{I_y \sigma_y}{R}, \quad M_{ez} = \frac{I_z \sigma_y}{R}, \quad (5)$$

et où σ_y est la limite d'élasticité, C est une constant de torsion, R est le rayon de la poutre et φ est un facteur de forme plastique qui dépend uniquement de la forme de la section de la poutre égal ici à $\frac{16}{3\pi}$ pour une section circulaire. On notera également que l'on suppose ici qu'une section de la poutre est soit dans son domaine d'élasticité soit totalement plastifiée. Le cas de plasticité progressive dans la section peut bien entendu être intégré mais a peu d'effet en pratique sur les résultats des simulations d'assemblages réalisées jusqu'à maintenant. Une fonction d'écrouissage isotrope linéaire, fonction de la plasticité cumulée p et du module d'écrouissage H , est également retenue par simplicité :

$$R(p) = S(\sigma_y + Hp) \quad (6)$$

Evidemment d'autres modèles de plasticité pourraient être utilisés. Le modèle est bien entendu complété par la loi d'écoulement :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{p} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \quad (7)$$

et les conditions :

$$\dot{p} \geq 0 \quad ; \quad P(\mathbf{t}^{bolt}, p) \leq 0 \quad ; \quad \dot{p} \cdot P(\mathbf{t}^{bolt}, p) = 0 \quad (8)$$

L'intégration du comportement de poutre élasto-plastique à l'aide d'un algorithme de retour radial est détaillée dans [7]. Quant à l'intégration du comportement de contact frottant avec précharge, on pourra se référer à [8].

Le modèle simplifié a été intégré sous forme d'un élément utilisateur dans AbaqusTM[7]. Il aurait été bien entendu envisageable de développer le modèle de la Fig. 1 à l'aide des outils de modélisation

(connecteurs, éléments poutre avec plasticité...) proposés dans ce code. L'utilisation et la disponibilité de ces fonctionnalités étant dépendantes du code, le développement d'un élément utilisateur (généralement possible dans un code commercial) a été retenu afin d'en faciliter la portabilité d'un code à l'autre. A ce sujet, on pourra se référer à la validation d'une implantation du modèle décrit dans [3] dans la version 19 de SamcefTM[5].

L'élément utilisateur à deux nœuds obtenu est ensuite connecté aux surfaces bleues de la Fig. 1 par un raccord en déplacement au sens faible (*Distributing Coupling* dans AbaqusTM) ou de façon rigide (*MPCs* ou *Kinematic Coupling*). Ici des connections rigides ont été retenues en considérant que la souplesse sous tête de vis et d'écrou sont déjà prises en compte dans l'identification du comportement équivalent poutre du boulon.

2.3 Procédure d'identification

L'identification du comportement se fait à partir d'un modèle volumique détaillé de liaison générique à un boulon représentatif de la liaison étudiée en termes de géométrie et de comportement. Le modèle étant totalement paramétré et la procédure d'identification automatisée, l'utilisateur peut réaliser aisément la procédure d'identification chaque fois que nécessaire. Le fort sens physique donné aux para-

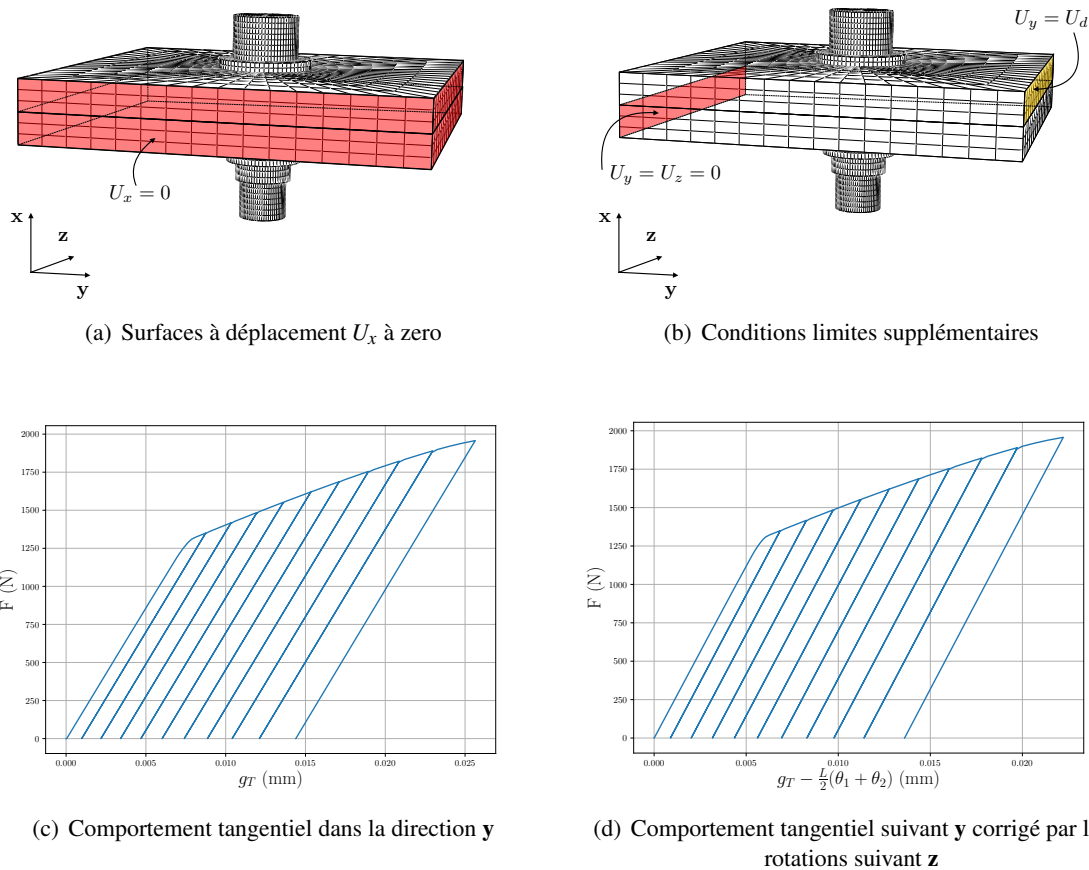


FIGURE 3 – Identification du comportement du modèle de connecteur [8]

mètres du modèle permet cependant d'avoir une première estimation de leur valeur assez facilement. Le choix adapté des conditions limites du problème générique est discuté dans [8]. De façon succincte, les paramètres du modèle simplifié sont les suivants :

- La précharge est donnée par l'utilisateur et automatiquement appliquée au premier pas de chargement du calcul ;
- La limite d'élasticité σ_y et le module d'érouissage H du boulon sont aussi des données utilisateur, le comportement du boulon étant ici supposé resté dans son domaine élastique pour l'identification ;
- La rigidité élastique équivalente axiale (resp. de torsion) du boulon/poutre est déterminée numériquement par une sollicitation de traction (resp. de torsion) sur le boulon à partir de conditions

limites *ad hoc* sur le modèle volumique générique (non représentées en Fig. 3) de façon à prendre en compte la souplesse de la tête de vis et de l'écrou ;

- Un test de cisaillement sur le modèle volumique générique (Fig. 3(a) et Fig. 3(b) pour des cycles de charge-décharge d'amplitude croissante permet d'identifier :
 - La rigidité élastique équivalente en flexion du boulon/poutre c_{bolt} dans la phase de glissement par mesure du glissement tangentiel cumulé (corrigé par les rotations, voir Fig. 3(d)) selon la relation :

$$t_T = c_{bolt} \left(g_T - \frac{L}{2}(\theta_1 + \theta_2) \right)$$

où L est la longueur de la poutre/boulon et θ_1 et θ_2 sont les rotations moyennes suivant z des surfaces d'appui bleues de la Fig. 1 ;

- La rigidité élastique équivalente de cisaillement des plaques (c_T en Fig. 1) à partir de la réponse élastique de la Fig. 3(c) (l'influence du modèle de plasticité sur la réponse est étudiée dans [7]) ;
- Le coefficient de frottement équivalent (μ en Fig. 1) à partir du seuil de glissement et dont la valeur est proche du coefficient de frottement entre plaques assemblées.

On notera que la dépendance des valeurs identifiées à la précharge est également obtenue facilement par la procédure d'identification. Les valeurs identifiées sont donc valables pour une large gamme de valeur de précharge. Les courbes de réponse du modèle avec connecteur, issu de la procédure d'identification, et du modèle volumique générique (référence) pour une valeur de précharge donnée sont en bon accord (voir Fig. 4). On constate que le comportement global obtenu correspond qualitativement à un comportement élasto-plastique avec écrouissage cinématique linéaire.

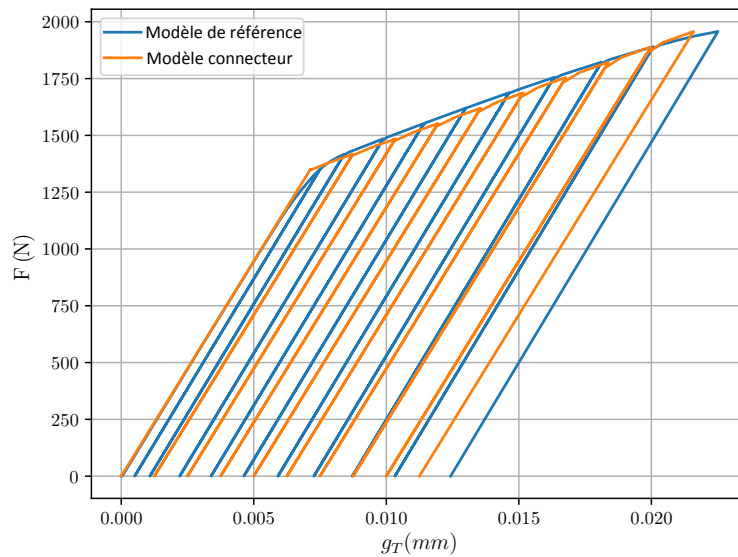


FIGURE 4 – Courbes de réponse de l'effort en fonction du saut de déplacement tangentiel entre plaques assemblées pour le modèle volumique de référence et le modèle avec connecteur [8]

3 Application à un collecteur d'échappement automobile

L'assemblage comporte 55 boulons, est encasté à sa base et soumis à un effort F suivant la direction y de $50kN$ comme illustré en Fig. 5. Le comportement du collecteur est élastique linéaire (module de Young $E = 70GPa$ et coefficient de Poisson $\nu = 0.3$). Chaque boulon est préchargé à $10kN$ et a un comportement élasto-plastique ($E = 210, GPa$, $\nu = 0.3$, limite d'élasticité $\sigma_y = 800MPa$). Le coefficient de frottement au niveau de l'assemblage vaut 0.1 pour le modèle de référence tout volumique (éléments finis hexaédriques d'ordre 2, C3D20). On rappelle que *des conditions de contact sans frottement sont utilisées pour le modèle avec les connecteurs* qui se substituent aux boulons, les phénomènes de frottement étant pris en compte dans le comportement des connecteurs. Afin d'apprécier l'importance de la prise

en compte de la plasticité dans les boulons, un modèle avec connecteur élastique est également proposé. Pour plus de détails, on pourra se référer à [7]

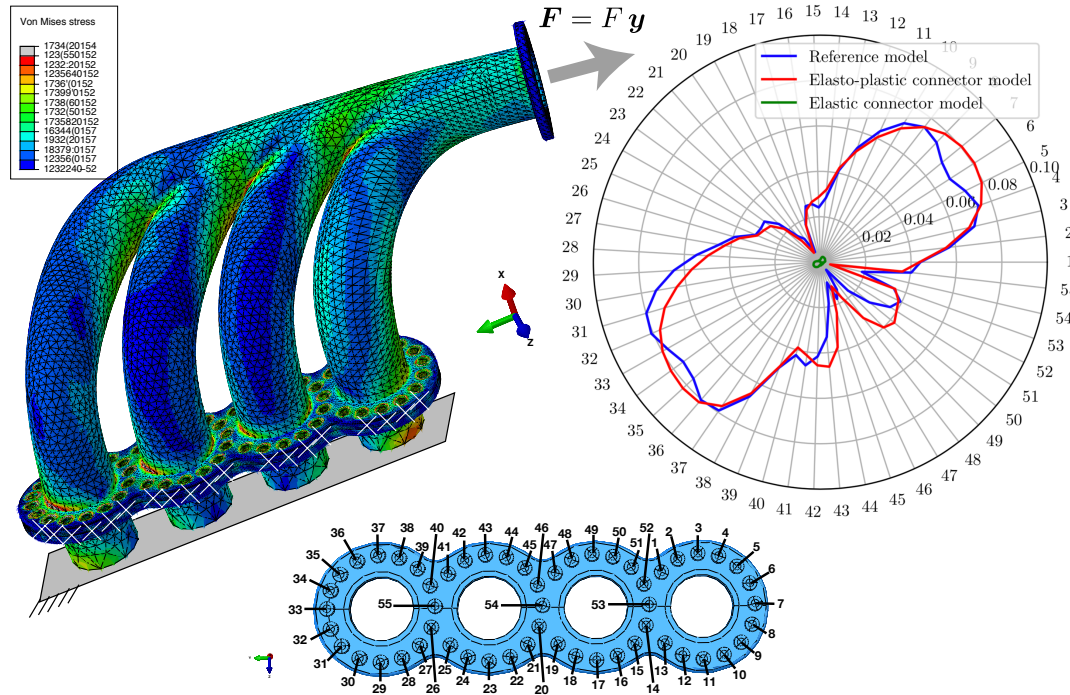


FIGURE 5 – Comparaison des résultats du modèle de référence tout volumique et du modèle avec connecteurs élasto-plastiques ou élastiques du collecteur d’échappement : contrainte de Von Mises et norme du glissement tangentiel au niveau de chaque boulon [7]

On constate que les normes du glissement tangentiel $\|g_T\|$ à la fin du chargement pour chacun des modèles sont en bon accord et que le modèle avec connecteur élastique sous-estime largement la valeur du glissement (voir diagramme radar de la Fig. 5 associée à la numérotation des boulons fournie).

Le modèle avec connecteurs permet un gain en temps de calcul proche de 3.5 (Tab. 1). Ceci est dû en partie à un nombre de degrés de liberté plus faible, un nombre d’itérations à convergence plus réduit et à une intégration “réduite” du comportement de plasticité et de frottement au niveau des connecteurs. Le gain est en pratique d’autant plus important que les phénomènes non-linéaires surviennent au cours du calcul.

	Modèle de référence	Connecteur élasto-plastique	Connecteur élastique
Nombre de d.d.l.	5.6 M	3.7 M	3.7 M
Nombre d’itérations	256	166	126
Temps CPU (s)	$8.46 \cdot 10^5$	$2.45 \cdot 10^5$	$2.35 \cdot 10^5$
Speed-up	-	3.45	3.6

TABLE 1 – Comparaison des temps de calcul du modèle de référence tout volumique et du modèle avec connecteurs élasto-plastiques ou élastiques du collecteur d’échappement [7]

Enfin, le modèle avec connecteurs permet des gains significatifs en termes d’espace mémoire et de tailles de fichier (Tab. 2). Un autre gain, difficile à évaluer précisément car dépendant de l’utilisateur, concerne le temps ingénieur de préparation du modèle.

4 Conclusion

Implémenté sous forme d’un élément utilisateur dans le code AbaqusTM, le modèle simplifié de liaison boulonnée proposé permet de prendre en compte automatiquement la précharge du boulon et en-capsule (i) les phénomènes de frottement entre plaques assemblées et localisés au voisinage du boulon,

	Modèle de référence	Modèle à connecteurs	Gain
Taille des fichiers d'entrée	169 Mo	110 Mo	53%
Taille des fichiers de sortie	10 Go	9.1 Go	9%
Taille de la mémoire requise	64 Gb	43 Gb	49%
Temps du <i>pre-processing</i>	85 s	50 s	70%

TABLE 2 – Comparaison des tailles de fichiers et d'espace mémoire du modèle de référence tout volumique et du modèle avec connecteurs du collecteur d'échappement [7]

permettant ainsi d'utiliser des interfaces de contact sans frottement dans le reste du modèle, ainsi que (ii) la plasticité du boulon. Cela conduit à une réduction importante du nombre d'itérations du solveur non-linéaire et donc de temps de calcul, ce qui s'avère appréciable dans le cas de l'optimisation d'un assemblage boulonné. Par sa simplicité de mise en oeuvre, il permet également un gain de temps significatif dans la mise en données du problème par rapport à celle du modèle de référence tout volumique et pour une qualité de résultats très acceptable.

Références

- [1] R. Askri, C. Bois, H. Wargnier, J. Lecomte. *A reduced fastener model using multi-connected rigid surfaces for the prediction of both local stress field and load distribution between fasteners*, Finite Elem. Anal. Des., 110, 32-42, 2016.
- [2] P. Gray, C. McCarthy, *A global bolted joint model for finite element analysis of load distributions in multi-bolt composite joints*, Compos. B Eng., 41 (4), 317-325, 2010.
- [3] P.-A. Guidault, M.-F. Soulé De Lafont, P.-A. Boucard. *Modélisation et identification d'un connecteur élément fini non-linéaire pour la simulation d'assemblages boulonnés*, 12^{ème} Colloque national en calcul des structures, CSMA, Giens, France, 2015.
- [4] J. Kim, J.-C. Yoon, B.-S. Kang, *Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints*, Applied Mathematical Modelling, 31(5), 895-911, 2007.
- [5] C. Paleczny, B. Cauville, P.-A. Guidault, P.-A. Boucard. *Développement et validation d'un connecteur pour les assemblages boulonnés*. 3^{ème} Colloque Supméca Alumni, Les assemblages mécaniques, évolutions récentes et perspectives, Saint-Ouen, France, 2019.
- [6] J.M. Proix, J.-L. Flejou. *Plasticité dans les poutres*, Manuel de référence, R5.03.30, version 9, Documentation Code_Aster, 2009.
- [7] R. Verwaerde, P.-A. Guidault, P.-A. Boucard. *A non-linear finite element connector model with friction and plasticity for the simulation of bolted assemblies*, Finite Elements in Analysis and Design, 195, 103586, 2021.
- [8] R. Verwaerde, P.-A. Guidault, P.-A. Boucard. *A nonlinear finite element connector for the simulation of bolted assemblies*, Computational Mechanics, 65, 1531-1548, 2020.