



**HAL**  
open science

# Mécanique numérique pilotée par les données pour les comportements anélastiques

Héloïse Dandin, Adrien Leygue, Laurent Stainier

► **To cite this version:**

Héloïse Dandin, Adrien Leygue, Laurent Stainier. Mécanique numérique pilotée par les données pour les comportements anélastiques. 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, 83400 Hyères-les-Palmiers, France. hal-03717633

**HAL Id: hal-03717633**

**<https://hal.science/hal-03717633>**

Submitted on 8 Jul 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Mécanique numérique pilotée par les données pour les comportements anélastiques

H. Dandin<sup>1</sup>, A. Leygue<sup>1</sup>, L. Stainier<sup>1</sup>

<sup>1</sup> GeM, Ecole Centrale de Nantes, {heloise.dandin, adrien.leygue, laurent.stainier}@ec-nantes.fr

**Résumé** — L'approche *Data-Driven Computational Mechanics*, développée par Kirchdoerfer et Ortiz (2016), a récemment été étendue aux comportements anélastiques par Eggersmann et al. (2019). Ce travail présente une méthode basée sur les graphes pour la gestion de la base de données matériau avec dépendance à l'histoire complète de déformation. Un exemple est proposé pour un comportement élasto-plastique avec écrouissage isotrope dans le cas de treillis.

**Mots clés** — data-driven, plasticité.

## 1 Introduction

Un problème de mécanique numérique se compose classiquement d'un ensemble d'équations qui contraignent les champs de déformation et contrainte. D'une part, les principes d'admissibilité cinématique et statique sont pris en charge par le biais d'une discrétisation spatiale appropriée. À ces équations viennent s'ajouter des modèles de comportement, qui décrivent la réponse du matériau et qui sont formulés de manière empirique à partir d'observations expérimentales. Un ensemble de paramètres permet d'ajuster ces relations mathématiques, de manière à approcher au plus près le comportement observé.

Si les premières sont par définition continues et universelles, l'usage de modèles de comportement induit des biais dûs à la perte d'une partie des informations générées par les essais expérimentaux, à la difficulté d'identifier les paramètres du modèle, ou encore au choix du modèle le plus approprié, qui dépend fortement de l'expérience de l'utilisateur.

Dans un contexte de forte évolution à la fois des techniques de mesure expérimentale et des moyens de calcul intensif, de grandes quantités de données peuvent être générées et manipulées de manière à caractériser toujours plus précisément le comportement de matériaux complexes. De nouvelles approches ont alors émergé. Elles s'appuient directement sur des bases de données riches obtenues par des méthodes expérimentales ou des simulations numériques, comme des analyses multi-échelles.

Le concept de *Data-Driven Computational Mechanics* (DDCM) introduit il y a quelques années par Kirchdoerfer et Ortiz [3] pour les matériaux élastiques s'inscrit dans cette mouvance. En intégrant les données du matériau directement dans les simulations, il permet de s'affranchir des biais liés aux modèles de comportement. Depuis, cette méthode a été adaptée pour permettre par exemple l'identification des couples déformation-contrainte à partir de mesures de champs de déformation [5], l'extension à des données bruitées [4], à des comportements hyperélastiques [6] ou anélastiques [1].

Ce dernier cas induit une extension importante de l'espace constitutif, qui doit alors contenir l'histoire de déformation et/ou de contraintes possiblement résumée par des variables d'histoire, suivant les formulations proposées par [1]. La manipulation de la base de données matériau utilisée pour résoudre le problème DDCM devient très complexe, et requiert la mise en œuvre de simplifications et de structures de données adaptées [2].

Tout d'abord, ce document propose un rappel de la méthode DDCM telle que développée par [3], et de son extension aux comportements anélastiques [1]. Dans un second temps, un exemple d'application sur un treillis constitué d'un matériau plastique est présenté et l'efficacité de la méthode est discutée : la structuration de la base de données sous la forme d'un graphe orienté permet de prendre en compte efficacement l'histoire du matériau.

## 2 Mécanique numérique pilotée par les données pour des comportements anélastiques

### 2.1 Problème aux conditions aux limites et formulation du problème data-driven en élasticité

Dans un premier temps, on rappelle la formulation data-driven telle qu'introduite par Kirchdoerfer et Ortiz [3] pour des problèmes élastiques.

On considère un maillage discret constitué de  $N$  nœuds et  $M$  points d'intégration. Le système est soumis à des déplacements  $\mathbf{u}$  et des efforts  $\mathbf{f}$  appliqués aux nœuds. Chaque point d'intégration  $e$  du maillage est caractérisé par un état local  $\mathbf{z}_e = (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}) \in Z_e$  avec  $Z_e$  l'espace des phases local tel que  $Z_e = \mathbb{R}^{3 \times 3} \times \mathbb{R}^{3 \times 3}$ . Enfin, un état global  $\mathbf{z} = \{(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma})\}_{e=1}^M \in \mathcal{Z}$  décrit le système dans l'espace des phases global  $\mathcal{Z} = Z_1 \times \dots \times Z_M$ .

Le système est soumis aux contraintes mécaniques de compatibilité et d'équilibre :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e = \sum_{a=1}^N \mathbf{B}_{ea} \mathbf{u}_a, \quad \forall e = 1 \dots M, \quad (1a)$$

$$\sum_{e=1}^M \mathbf{w}_e (\mathbf{B}_{ea})^\top \boldsymbol{\sigma}_e = \mathbf{f}_a, \quad \forall a = 1 \dots N, \quad (1b)$$

avec  $\mathbf{w}_e$  le volume des éléments et  $\mathbf{B}_{ea}$  la matrice opérateur cinématique discrétisé relative au nœud  $a$  et au point d'intégration  $e$ . L'ensemble des états mécaniquement admissibles, c'est-à-dire qui vérifient les contraintes susnommées, est défini par

$$\mathcal{E} = \{\mathbf{z} \in \mathcal{Z} \mid (1a) \text{ et } (1b)\}, \quad (2)$$

où le symbole  $\mid$  signifie « soumis à », « tel que ».

En élasticité, dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations, le système (1) est résolu en introduisant une relation de comportement du type

$$\boldsymbol{\sigma} = \check{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\varepsilon}), \quad (3)$$

avec  $\check{\boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{R}^{3 \times 3} \rightarrow \mathbb{R}^{3 \times 3}$  décrivant une relation potentiellement non linéaire entre  $\boldsymbol{\sigma}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}$  et *a priori* bijective.

Dans l'approche data-driven cependant, cette étape est contournée en reformulant le problème aux conditions aux limites en un problème de minimisation. La réponse du matériau est décrite non pas par une relation mathématique, mais par une collection d'états issus par exemple d'essais expérimentaux ou de simulations numériques effectuées à plus petite échelle. L'ensemble local des données matériau s'écrit donc

$$\mathcal{D}_e = \{\mathbf{z}_i = (\boldsymbol{\varepsilon}_i, \boldsymbol{\sigma}_i) \mid i \in [1 \dots N^*]\} \subset Z_e, \quad (4)$$

pour un nombre  $N^*$  fini de couples matériau déformation-contrainte, et donne finalement la base de données matériau globale  $\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 \times \dots \times \mathcal{D}_M \subset \mathcal{Z}$ .

On associe alors une norme à l'espace des phases local :

$$\|\mathbf{z}_e\|_{\mathbb{C}_e}^2 = \frac{1}{2} ((\mathbb{C}_e : \boldsymbol{\varepsilon}_e) : \boldsymbol{\varepsilon}_e + (\mathbb{C}_e^{-1} : \boldsymbol{\sigma}_e) : \boldsymbol{\sigma}_e), \quad (5)$$

avec  $\{\mathbb{C}_e\}_{e=1}^M$  des tenseurs d'ordre 4 définis positifs, dont le rôle est de rendre homogène en dimension l'expression (5), et qui ne sont en aucun cas liés à une quelconque caractéristique du matériau. Il s'agit de paramètres algorithmiques dont le choix est laissé à l'utilisateur.

La distance entre deux états  $\mathbf{z}_e, \mathbf{y}_e \in Z_e$  est donc

$$d_e(\mathbf{z}_e, \mathbf{y}_e) = \sqrt{\|\mathbf{z}_e - \mathbf{y}_e\|_{\mathbb{C}_e}^2}, \quad (6)$$

et l'extension à l'espace des phases global donne naturellement la norme

$$\|\mathbf{z}\|_{\mathbb{C}}^2 = \sum_{e=1}^m \mathbf{w}_e \|\mathbf{z}_e\|_{\mathbb{C}_e}^2, \quad (7)$$

et la distance

$$d(\mathbf{z}, \mathbf{y}) = \sqrt{\|\mathbf{z} - \mathbf{y}\|_{\mathbb{C}}^2}. \quad (8)$$

Le problème data-driven peut ainsi être reformulé en un problème de double minimisation dont la solution est donnée par

$$S = \arg \min_{\mathbf{z} \in \mathcal{E}} \min_{\mathbf{y} \in \mathcal{D}} d(\mathbf{z}, \mathbf{y}) = \arg \min_{\mathbf{z} \in \mathcal{E}} d(\mathbf{z}, \mathcal{D}), \quad (9)$$

c'est-à-dire l'état matériau  $\mathbf{y}$  issu de la base de données matériau globale  $\mathcal{D}$  le plus proche de l'ensemble des états mécaniquement admissibles  $\mathcal{E}$ , ou, de manière équivalente, l'état mécanique  $\mathbf{z}$  issu de l'ensemble  $\mathcal{E}$  le plus proche de  $\mathcal{D}$ . Ce problème mêle une minimisation sur des variables à valeurs continues ( $\mathbf{z}$ ) et des variables à valeurs discrètes ( $\mathbf{y}$ ), et est typiquement résolu par une méthode de minimisation alternée jusqu'à l'obtention d'un point fixe.

Pour un état matériau  $\mathbf{y} = (\boldsymbol{\varepsilon}^*, \boldsymbol{\sigma}^*) \in \mathcal{D}$  fixé, résoudre l'équation (9) revient à identifier l'état mécanique  $\mathbf{z} = (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}) \in \mathcal{E}$  qui minimise la distance  $d(\bullet, \mathbf{y})$  et vérifie la contrainte d'équilibre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{z} \in \mathcal{E}} d(\mathbf{z}, \mathbf{y}), \\ \text{avec } d(\mathbf{z}, \mathbf{y}) = \left( \sum_{e=1}^M \frac{1}{2} \mathbf{w}_e \left( (\mathbb{C}_e : (\boldsymbol{\varepsilon}_e - \boldsymbol{\varepsilon}_e^*)) : (\boldsymbol{\varepsilon}_e - \boldsymbol{\varepsilon}_e^*) + (\mathbb{C}_e^{-1} : (\boldsymbol{\sigma}_e - \boldsymbol{\sigma}_e^*)) : (\boldsymbol{\sigma}_e - \boldsymbol{\sigma}_e^*) \right) \right)^{1/2}, \\ \text{tel que (1a) et (1b)}. \end{array} \right. \quad (10)$$

Le respect de la condition d'admissibilité cinématique est assuré en substituant la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$  par son expression (1a) dans la définition de la distance. Quant à l'admissibilité statique, elle est prise en compte à l'aide de multiplicateurs de Lagrange  $\boldsymbol{\eta}$  (assimilés à des déplacements virtuels). On obtient donc finalement le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \sum_{e=1}^M \mathbf{w}_e \mathbf{B}_e^T \mathbb{C}_e \mathbf{B}_e \right) \mathbf{u} = \sum_{e=1}^M \mathbf{w}_e \mathbf{B}_e^T \mathbb{C}_e \boldsymbol{\varepsilon}_e^* \\ \left( \sum_{e=1}^M \mathbf{w}_e \mathbf{B}_e^T \mathbb{C}_e \mathbf{B}_e \right) \boldsymbol{\eta} = \mathbf{f} - \sum_{e=1}^M \mathbf{w}_e \mathbf{B}_e^T \boldsymbol{\sigma}_e^* \\ \boldsymbol{\sigma}_e = \boldsymbol{\sigma}_e^* + \mathbb{C}_e \sum_{a=1}^N \mathbf{B}_{ea} \boldsymbol{\eta}_a \end{array} \right. \quad (11)$$

avec  $(\boldsymbol{\varepsilon}^*, \boldsymbol{\sigma}^*)$  l'état issu de la base de données matériau le plus proche de l'état mécaniquement admissible  $(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma})$ .

## 2.2 Extension aux comportements anélastiques

Les comportements élastiques sont caractérisés par l'indépendance de la réponse du matériau à l'histoire de déformation. On cherche désormais à étendre la formulation data-driven à des comportements anélastiques irréversibles et dépendants de l'histoire, comme décrit par Eggersmann et al. [1].

Le maillage décrit précédemment est désormais soumis à un chargement évolutif en fonction du temps  $t = (t_0, \dots, t_k, t_{k+1}, \dots, t_n)$ . Dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations,  $\mathbf{w}_e$  et  $\mathbf{B}_e$  ne dépendent pas du temps. Les contraintes de compatibilité et d'équilibre deviennent, à l'instant  $t_{k+1}$ ,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{e,k+1} = \mathbf{B}_e \mathbf{u}_{k+1}, \quad \forall e = 1 \dots M, \quad (12a)$$

$$\sum_{e=1}^M \mathbf{w}_e \mathbf{B}_e^T \boldsymbol{\sigma}_{e,k+1} = \mathbf{f}_{k+1}, \quad (12b)$$

et l'ensemble des états mécaniques s'écrit

$$\mathcal{E}_{k+1} = \{ \mathbf{z} \in \mathcal{Z} \mid (12a) \text{ et } (12b) \} \subset \mathcal{Z}. \quad (13)$$

D'autre part, la réponse instantanée du matériau est désormais fonction de l'histoire de déformation. En d'autres termes, les états matériau possiblement atteignables à l'instant  $t_{k+1}$  dépendent de ceux visités aux instants précédents. On peut donc écrire l'ensemble matériau local instantané

$$\mathcal{D}_{e,k+1} = \{ (\boldsymbol{\varepsilon}_{e,k+1}, \boldsymbol{\sigma}_{e,k+1}) \mid \text{histoire passée locale} \} \subset \mathcal{Z}_e, \quad (14)$$

et la base de données matériau globale instantanée devient  $\mathcal{D}_{k+1} = \mathcal{D}_{1,k+1} \times \dots \times \mathcal{D}_{M,k+1}$ . On fait l'hypothèse que le comportement du matériau est bien représenté par la base de données (par exemple, la dépendance à l'histoire passée traduira implicitement le caractère irréversible du comportement).

Finalement, la solution du problème instantané de double minimisation est :

$$\mathcal{S} = \arg \min_{\mathbf{z}_{k+1} \in \mathcal{E}_{k+1}} \min_{\mathbf{y}_{k+1} \in \mathcal{D}_{k+1}} d(\mathbf{z}_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1}) = \arg \min_{\mathbf{z}_{k+1} \in \mathcal{E}_{k+1}} d(\mathbf{z}_{k+1}, \mathcal{D}_{k+1}), \quad (15)$$

c'est-à-dire le couple  $(\mathbf{z}_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1})$  d'états à l'instant  $t_{k+1}$ , respectivement mécaniquement admissible et issu de la base de données matériau contrainte par l'histoire de déformation, les plus proches l'un de l'autre au sens de la distance  $d$ .

Le défi majeur consiste donc à identifier la base de données matériau  $\mathcal{D}_{k+1}$ , dépendante de l'histoire de déformation. Une proposition est faite dans le cas simple de treillis constitués d'éléments unidimensionnels à un point d'intégration, pour lesquels la contrainte et la déformation se réduisent à des grandeurs scalaires.

### 3 Résolution d'un problème de plasticité sur des treillis

#### 3.1 Génération de la base de données matériau

La base de données matériau est générée à partir d'un modèle de plasticité 1D, comme décrit par [7], avec un écrouissage cinématique. La fonction d'écoulement plastique est donc de la forme :

$$f(\sigma, p) = |\sigma| - \sigma_y(p), \quad (16)$$

avec  $p$  la déformation plastique cumulée et  $\sigma_y$  la loi d'écrouissage, telle que

$$\sigma_y(p) = H \cdot p + \sigma_{y0}, \quad (17)$$

avec  $\sigma_{y0} = 0.1$  MPa. Le module de Young  $E$  vaut 1 MPa et le module d'écrouissage est  $H = E/3$ .

La figure 1 montre la base de données générée artificiellement et le graphe orienté associé, dont les nœuds correspondent aux états de la base de donnée. Une double-flèche autorise le passage d'un nœud à l'autre et vice-versa, ce qui correspond à une transition élastique entre deux états; une flèche simple symbolise une transition plastique. Pour un état  $z_{e,k}$  donné à l'instant  $t_k$ , les états qui constituent la base de données  $\mathcal{D}_{e,k+1}$  sont donc les états du sous-graphe de racine  $z_{e,k}$  atteignables à l'instant  $t_{k+1}$ .

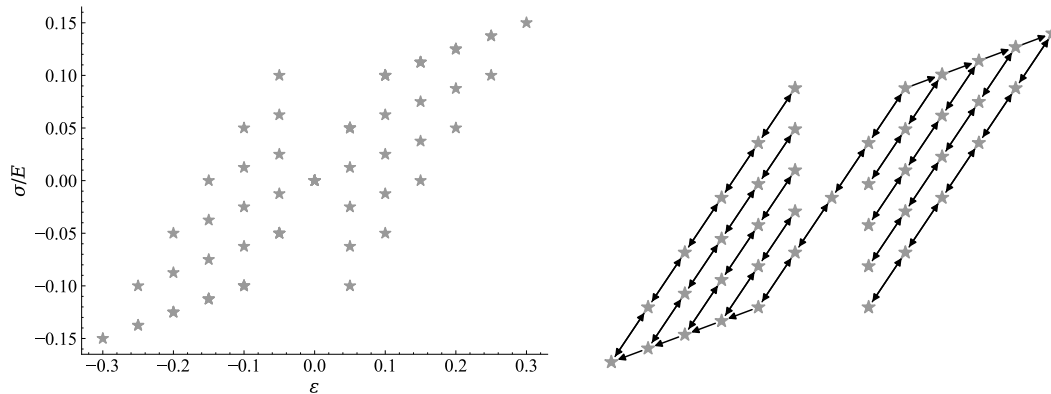


FIGURE 1 – Base de données matériau (à droite) et graphe associé (à gauche), échantillonnage 1/5

#### 3.2 Résolution du problème DDCM

On s'intéresse à un treillis composé de 4 barres à un point d'intégration chacune (fig. 2a). Les nœuds du bord inférieur sont bloqués verticalement en déplacement, et ceux du bord gauche sont bloqués horizontalement. Un déplacement de 0.2 mm est imposé incrémentalement sur les nœuds du bord droit, et suivi d'une décharge (fig. 2b).

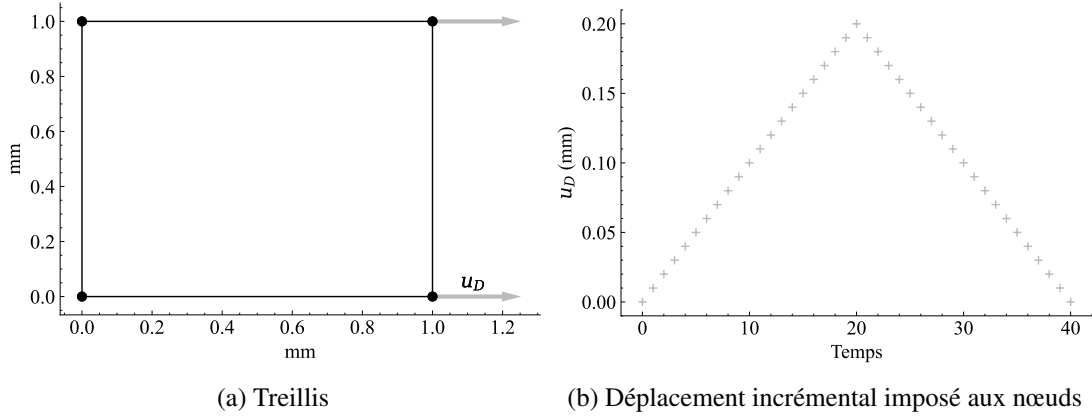


FIGURE 2 – Géométrie et chargement

L'algorithme 1 détaille la démarche DDCM ici particularisée pour des treillis utilisée pour la résolution du problème de plasticité. Il est similaire à l'algorithme original introduit par [3], la différence majeure se situant à la ligne 34. Celle-ci correspond à l'étape de création de la base de données matériau  $\mathcal{D}_{e,k+1}$  et revient, dans l'approche des graphes présentée ci-dessus, à déterminer pour chaque élément un sous-graphe de la base de données  $\mathcal{D}_{e,k}$  ayant pour racine l'état  $z_{e,k}^*$ . Les états matériau  $z_{e,k+1}^*$  sont obtenus en parcourant ce sous-graphe et en déterminant l'état le plus proche de l'état mécanique  $z_{e,k+1}$  au sens de la norme définie en (5).

Tout au long du chargement, les éléments des bords droit et gauche ne sont pas déformés, tandis que les éléments des bords haut et bas sont déformés de manière identique. Les états mécaniques et matériau obtenus à l'issue de la simulation sont présentés sur la fig. 3. Dans le cas simple étudié ici, la méthode DDCM étendue à la plasticité permet de détecter le chemin de déformation associé au niveau d'écroutissage du matériau. La base de données utilisée contenant la solution exacte du problème, les états mécaniques et matériau sont superposés.

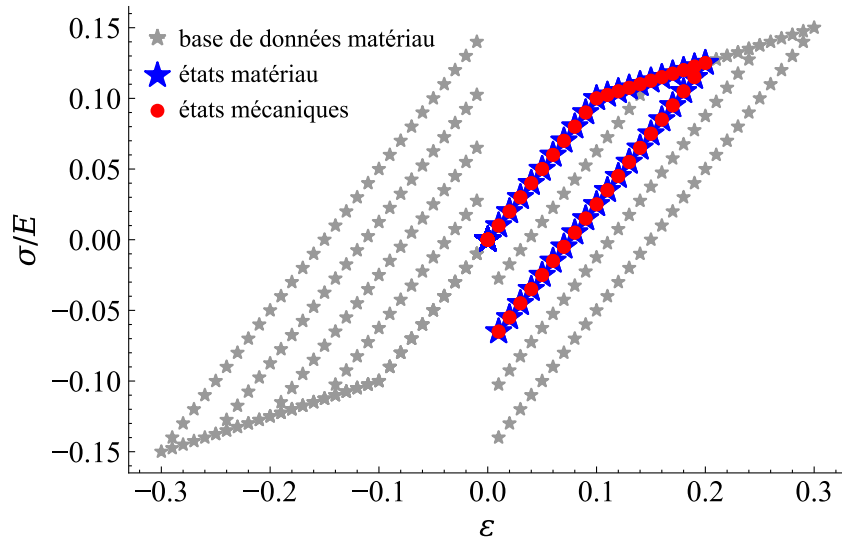


FIGURE 3 – Solution du problème DDCM

---

**Algorithme 1** Algorithme DDCM pour des treillis en plasticité

---

**Entrée:** maillage de  $N$  nœuds et  $M$  points d'intégration, conditions aux limites  $\forall t = t_0 \dots t_n$ , métrique  $C$ , base de données matériau  $\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 \times \dots \times \mathcal{D}_M$ .

```
1: pour  $k = 0 \dots n$  faire
2:    $i \leftarrow 0$ 
3:    $\triangleright$  Initialisation des états matériau : ◁
4:   pour tout  $e = 1 \dots M$  faire
5:     si  $k = 0$  alors
6:        $\triangleright$  Au premier pas de temps : initialisation aléatoire ◁
7:        $z_{e,k}^{*(0)} = (\boldsymbol{\varepsilon}_{e,k}^{*(0)}, \boldsymbol{\sigma}_{e,k}^{*(0)}) \leftarrow \text{random}((\boldsymbol{\varepsilon}', \boldsymbol{\sigma}')) \in \mathcal{D}_{e,k}$ 
8:     sinon
9:        $\triangleright$  Initialisation aux états matériaux identifiés au pas de temps précédent ◁
10:       $z_{e,k}^{*(0)} = (\boldsymbol{\varepsilon}_{e,k}^{*(0)}, \boldsymbol{\sigma}_{e,k}^{*(0)}) \leftarrow z_{e,k-1}^*$ 
11:     fin si
12:   fin pour
13:    $\triangleright$  Calcul des états mécaniques : ◁
14:   Résoudre en  $\mathbf{u}_k^{(i)}$  et  $\boldsymbol{\eta}_k^{(i)}$  :
15:   
$$\left( \sum_{e=1}^M w_e \mathbf{C} \mathbf{B}_e^\top \mathbf{B}_e \right) \mathbf{u}_k^{(i)} = \sum_{e=1}^M w_e \mathbf{C} \mathbf{B}_e^\top \boldsymbol{\varepsilon}_{e,k}^{*(i)}$$

16:   
$$\left( \sum_{e=1}^M w_e \mathbf{C} \mathbf{B}_e^\top \mathbf{B}_e \right) \boldsymbol{\eta}_k^{(i)} = \mathbf{f} - \sum_{e=1}^M w_e \mathbf{B}_e^\top \boldsymbol{\sigma}_{e,k}^{*(i)}$$

17:   pour tout  $e = 1 \dots M$  faire
18:      $\boldsymbol{\varepsilon}_e^{(i)} = \sum_{a=1}^N \mathbf{B}_{ea} \mathbf{u}_{a,k}^{(i)}$ 
19:      $\boldsymbol{\sigma}_e^{(i)} = \boldsymbol{\sigma}_e^{*(i)} + \sum_{a=1}^N \mathbf{C} \mathbf{B}_{ea} \boldsymbol{\eta}_{a,k}^{(i)}$ 
20:   fin pour
21:    $\triangleright$  Mise à jour des états matériau : ◁
22:   pour tout  $e = 1 \dots M$  faire
23:      $z_{e,k}^{*(i+1)} \leftarrow \arg \min_{z'_{e,k} \in \mathcal{D}_{e,k}} \|z_{e,k}^{(i)} - z'_{e,k}\|_C^2$ 
24:   fin pour
25:    $\triangleright$  Etude de la convergence ◁
26:   si  $z_{e,k}^{*(i+1)} = z_{e,k}^{*(i)}$  alors
27:      $z_{e,k}^* = z_{e,k}^{*(i)}$ 
28:   sinon
29:      $i \leftarrow i + 1$ 
30:     aller à (13)
31:   fin si
32:    $\triangleright$  Mise à jour de la base de données matériau ◁
33:   pour tout  $e = 1 \dots M$  faire
34:      $\mathcal{D}_{e,k+1} \leftarrow$  états de  $\mathcal{D}_{e,k}$  admissibles à  $k + 1$ 
35:   fin pour
36: fin pour
```

---

## 4 Discussion

L'exemple présenté précédemment est caractérisé par sa simplicité (seulement quatre points d'intégration) et fait appel à une base de données matériau générée artificiellement, non bruitée et contenant la solution exacte du problème.

Ces simplifications permettent une convergence très rapide du calcul DDCM en anélasticité. En revanche, deux étapes clés de l'algorithme 1 sont identifiées comme étant très coûteuses en termes de

temps de calcul, et constituant des enjeux majeurs pour la généralisation de la méthode :

- la mise à jour des états matériau (étape 23), qui nécessite de rechercher dans la base de données  $\mathcal{D}_{e,k}$  l'état le plus proche de l'état mécanique  $z_{e,k}$ ,
- l'identification, pour chaque élément, de la base de données matériau  $\mathcal{D}_{e,k+1}$  des états atteignables à l'instant  $t_{k+1}$ , ce qui correspond, dans l'approche illustrée en 3.1, à la construction du graphe associé à la base de données.

Une méthode utilisant des algorithmes de recherche des plus proches voisins a notamment été proposée [2] : elle accélère notablement l'étape de mise à jour des états matériau.

Concernant l'identification de la base de données matériau (14), une approche thermodynamique peut permettre de caractériser la dissipation générée par le passage d'un état à un autre, et ainsi de déterminer les états admissibles à l'instant  $t_{k+1}$ . Bien évidemment, suivant la façon dont sont obtenues les données (mesures expérimentales ou calcul multi-échelles), ces quantités thermodynamiques sont plus ou moins facilement accessibles.

Finalement, Eggersmann et al. [1] identifient trois paradigmes (et leurs combinaisons) pour prendre en compte l'anélasticité : les *matériaux avec histoire*, pour lesquels l'histoire complète de déformation est retenue, les *matériaux différentiels*, conditionnés par les histoires de déformation et contrainte récentes, et les *variables d'histoire*, qui résument les histoires récentes de déformation et de contrainte.

Ces deux dernières approches sont particulièrement intéressantes du point de vue de l'efficacité numérique, bien que leur implémentation soulève de nouvelles questions liées à l'identification *a priori* des variables pertinentes pour chaque type de comportement.

Dans les travaux présentés ici, on a montré comment prendre en compte l'anélasticité en associant un graphe orienté à la base de données matériau. À terme, ils devraient permettre l'extension du solveur DDCM actuel pour la plasticité à des éléments bidimensionnels, en maintenant des temps de calcul raisonnables.

## 5 Conclusion

L'algorithme DDCM développé par [3] dans un cadre élastique permet, en s'appuyant uniquement sur les données du matériau pour sa caractérisation, de s'affranchir des biais induits par l'utilisation de modèles de comportement. Ce solveur a ensuite été étendu par Eggersmann et al. [1] aux matériaux au comportement dépendant de l'histoire.

Une première tentative de pré-traitement de la base de données matériau sous forme de graphe a été présentée dans ce document, qui s'appuie sur l'histoire complète de déformation du matériau. Les résultats obtenus sont encourageants et invitent à poursuivre la réflexion pour viabiliser la méthode dans un cadre plus général.

## Références

- [1] R. Eggersmann, T. Kirchdoerfer, S. Reese, L. Stainier, M. Ortiz. *Model-Free Data-Driven inelasticity*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., (350) 81-99, 2019.
- [2] R. Eggersmann, L. Stainier, M. Ortiz, S. Reese. *Efficient data structures for model-free data-driven computational mechanics*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., (382) 113855, 2021.
- [3] T. Kirchdoerfer, M. Ortiz. *Data-driven computational mechanics*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., (304) 81-101, 2016.
- [4] T. Kirchdoerfer, M. Ortiz. *Data Driven Computing with noisy material data sets*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., (326) 622-641, 2017.
- [5] A. Leygue, M. Coret, J. Réthoré, L. Stainier, E. Verron. *Data-based derivation of material response*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., (331) 184-196, 2018.
- [6] A. Platzer, A. Leygue, L. Stainier, M. Ortiz. *Finite element solver for data-driven finite strain elasticity*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., (379) 113756, 2021.
- [7] J. C. Simo, T. J. R. Hughes. *Computational Inelasticity*, Springer, 2006.