



**HAL**  
open science

# Gradients du champ acoustique par rapport à la position et la forme d'une paroi rigide dans une cavité à l'aide d'un modèle réduit et d'XFEM

Antoine Legay, Luc Laurent

## ► To cite this version:

Antoine Legay, Luc Laurent. Gradients du champ acoustique par rapport à la position et la forme d'une paroi rigide dans une cavité à l'aide d'un modèle réduit et d'XFEM. 15ème Colloque National en Calcul des Structures, CSMA, May 2022, Presqu'île de Giens, France. hal-03717622v1

**HAL Id: hal-03717622**

**<https://hal.science/hal-03717622v1>**

Submitted on 8 Jun 2022 (v1), last revised 8 Jul 2022 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Gradients du champ acoustique par rapport à la position et la forme d'une paroi rigide dans une cavité à l'aide d'un modèle réduit et d'XFEM

A. Legay<sup>1</sup>, L. Laurent<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés,  
Conservatoire national des arts et métiers, case 2D6R10, 292 rue Saint-Martin, 75141 Paris Cedex 03, France  
{antoine.legay,luc.laurent}@lecnam.net

**Résumé** — Ces travaux visent à proposer des outils numériques efficaces permettant la conception optimale d'agencement de cavités acoustiques. La méthode proposée se base sur l'emploi (1) d'une approche XFEM pour prendre en compte l'immersion d'une structure dans une cavité fluide, et (2) d'une approche de réduction de modèle de type Craig-Bampton pour le fluide. Le calcul direct des gradients paramétriques de quantités d'intérêt permet la mise en oeuvre de la méthode proposée pour conduire des études de sensibilité et/ou des optimisations avec des temps de calcul acceptables.

**Mots clés** — XFEM ; réduction de modèle ; gradients ; vibro-acoustique.

## 1 Introduction et contexte de l'étude

Le développement d'outils efficaces de conception optimale en vibro-acoustique est aujourd'hui une demande importante des bureaux d'études [1]. Cette problématique est très présente dans le cadre de l'agencement de cavités acoustiques au sein desquelles peuvent être placées des structures dont la position et la forme doivent être déterminées de manière optimale en prenant en compte les contraintes liées au domaine d'application [2]. On retrouve ces questionnements dans le cas par exemple de l'aménagement d'espaces de travail, d'habitacles de véhicule, de cabines d'avion... Dans ces contextes, conduire des analyses de sensibilité [3, 4], des analyses de propagation d'incertitudes [4, 5] et des optimisations globales [6] nécessite un nombre important de résolutions du problème vibro-acoustique associées à des jeux de paramètres distincts. Par ailleurs, le calcul des gradients paramétriques des quantités d'intérêt peut s'avérer particulièrement coûteux quelque soit l'approche retenue pour les calculer.

On s'intéresse alors dans ce travail à l'élaboration d'une méthode efficace permettant de calculer le champ de pression dans une cavité fluide – dont le comportement du fluide (air) est régi par l'équation de Helmholtz – et ses gradients par rapport aux paramètres pilotant la position et la forme d'une structure rigide immergée.

Modélisé numériquement en s'appuyant sur la méthode des éléments finis, la résolution problème nécessite un temps de calcul incompatible avec une exploitation du solveur au travers de multiples résolutions. Pour cette raison, plusieurs outils sont proposés dans cette étude :

- une réduction du modèle mécanique basée sur l'emploi conjoint des approches XFEM [7, 8] et de synthèse modale (Craig-Bampton [9]);
- un calcul direct des gradients du champ de pression en fonction des paramètres.

L'emploi de ces outils conduit alors à une réduction significative des temps de calcul permettant l'usage de la méthode dans un contexte d'optimisation paramétrique globale en utilisant des métamodèles à gradients [10, 11] par exemple.

## 2 Modélisation et résolution du problème d'acoustique

### 2.1 Modélisation du problème couplé air-structure

On considère une structure rigide immergée dans un domaine  $\Omega$  comportant un fluide acoustique (Figure 1). La structure est localisée dans le domaine  $\Omega$  par une fonction  $\phi(M)$  dont la ligne de niveau

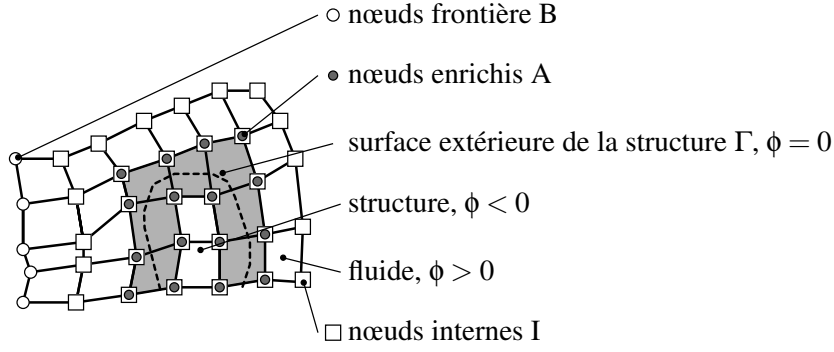


FIGURE 1 – Domaine  $\Omega$  occupé par un fluide acoustique et par une structure localisée par une ligne de niveau

nulle matérialise la surface extérieure  $\Gamma$  de celui-ci. Autrement dit, la structure correspond à la partie du domaine  $\Omega$  pour lequel  $\phi < 0$  et le fluide correspond à la partie du domaine pour lequel  $\phi > 0$ . La fonction ligne de niveau est choisie comme étant la distance signée d'un point du domaine à la surface extérieure de la structure. Le fluide acoustique est décrit par la fluctuation de pression  $p$  autour d'un état d'équilibre. On note  $\rho$  sa masse volumique et  $c$  la célérité du son dans son milieu.

La fluctuation de pression dans le fluide est discrétisée par des éléments finis. Le maillage du fluide est indépendant de la position de la structure, permettant ainsi de placer arbitrairement la structure dans le maillage donné de la cavité [7]. La fluctuation de pression étant discontinue de part et d'autre de la surface extérieure de la structure, cette discontinuité est prise en compte par enrichissement de la base d'approximation du fluide par une fonction de Heaviside (XFEM [12]) :

$$p(M) = \sum_{i \in \mathcal{S}} N_i(M) P_i + \sum_{i \in \mathcal{E}} N_i(M) \psi(M) A_i \quad (1)$$

où  $\mathcal{S}$  est l'ensemble des nœuds du maillage,  $N_i(M)$  est la fonction de forme associée au nœud  $i$ ,  $P_i$  est la valeur de pression nodale,  $\mathcal{E}$  est l'ensemble des nœuds enrichis (nœuds connectés aux éléments coupés par la structure),  $A_i$  est l'inconnue additionnelle provenant de l'enrichissement et  $\psi(M)$  est la fonction d'enrichissement qui est égale à la fonction de Heaviside de la ligne de niveau le long de la structure, c'est à dire au signe de la ligne de niveau  $\phi$  :

$$\psi(M) = \text{Signe}(\phi(M)). \quad (2)$$

## 2.2 Modèle numérique discrétisé

Le problème d'acoustique discrétisé s'écrit alors pour la pulsation harmonique  $\omega$  :

$$\left( \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{II} & \mathbf{K}_{IB} & \mathbf{K}_{IA} \\ \mathbf{K}_{BI} & \mathbf{K}_{BB} & \mathbf{0}_{BA} \\ \mathbf{K}_{AI} & \mathbf{0}_{AB} & \mathbf{K}_{AA} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{II} & \mathbf{M}_{IB} & \mathbf{M}_{IA} \\ \mathbf{M}_{BI} & \mathbf{M}_{BB} & \mathbf{0}_{BA} \\ \mathbf{M}_{AI} & \mathbf{0}_{AB} & \mathbf{M}_{AA} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{P}_I \\ \mathbf{P}_B \\ \mathbf{P}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_I \\ \omega^2 \mathbf{U}_B \\ \mathbf{0}_A \end{bmatrix}, \quad (3)$$

où  $\mathbf{P}_I$  et  $\mathbf{P}_B$  sont respectivement les vecteurs des pressions nodales des parties standard pour les nœuds internes I et de frontière B (Figure 1), tandis que  $\mathbf{P}_A$  est le vecteur correspondant à l'enrichissement aux nœuds A. Les nœuds frontière B sont ceux pour lesquels un déplacement fluide  $\mathbf{U}_B$  est imposé. Ce système montre que le couplage fluide-structure est uniquement réalisé via l'enrichissement et que, par conséquent, seules les matrices correspondantes ( $\mathbf{K}_{IA}$ ,  $\mathbf{M}_{IA}$ ,  $\mathbf{K}_{IB}$ ,  $\mathbf{M}_{IB}$ ,  $\mathbf{K}_{AA}$ ,  $\mathbf{M}_{AA}$ ) doivent être recalculées lorsque la position ou la forme de la structure varie.

Les expressions des matrices composant la matrice de rigidité sont données par :

$$\mathbf{K}_{ij} = \frac{1}{\rho} \int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T \mathbf{B}_j dV \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_{AA} = \frac{1}{\rho} \int_{\Omega} \mathbf{B}_A^T \mathbf{B}_A dV \quad (5)$$

$$\mathbf{K}_{IA} = \frac{1}{\rho} \int_{\Omega} \psi \mathbf{B}_I^T \mathbf{B}_A dV \quad (6)$$

où  $i$  et  $j$  prennent les valeurs I et B. L'opérateur gradient discrétisé  $\mathbf{B}_i$  vaut

$$\mathbf{B}_i = \left[ \frac{\partial \mathbf{N}_i^T}{\partial x} \quad \frac{\partial \mathbf{N}_i^T}{\partial y} \quad \frac{\partial \mathbf{N}_i^T}{\partial z} \right]^T, \quad (7)$$

$$(8)$$

où  $\mathbf{N}_i$  désigne la matrice des fonctions de formes associées aux nœuds  $i$  et où  $(x, y, z)$  désigne les coordonnées d'un point dans un système de coordonnées cartésien.

Les expressions des matrices composant la matrice de masse sont données par :

$$\mathbf{M}_{ij} = \frac{1}{\rho c^2} \int_{\Omega} \mathbf{N}_i^T \mathbf{N}_j dV, \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_{AA} = \frac{1}{\rho c^2} \int_{\Omega} \mathbf{N}_A^T \mathbf{N}_A dV \quad (10)$$

$$\mathbf{M}_{IA} = \frac{1}{\rho c^2} \int_{\Omega} \psi \mathbf{N}_i^T \mathbf{N}_A dV \quad (11)$$

où  $i$  et  $j$  prennent les valeurs I et B.

On remarque que dans cette formulation, le fluide capturé à l'intérieur de la surface  $\Gamma$  est calculé, mais n'a aucune influence sur la solution physique dans le domaine fluide puisque la structure est rigide.

### 2.3 Projection sur une base réduite

Afin de réduire le temps de calcul, un modèle réduit du problème est construit [8, 13] : les inconnues  $\mathbf{P}_I$  sont projetées sur la base modale tronquée de la cavité considérée en l'absence de structure (nœuds I) ainsi que sur les relèvements statiques à l'interface [9], ici les nœuds A. La projection s'écrit alors sous la forme

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_I \\ \mathbf{P}_B \\ \mathbf{P}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{Ip} & \Psi_{IB} & \Psi_{IA} \\ \mathbf{0}_{Bp} & \mathbf{1}_{BB} & \mathbf{0}_{BA} \\ \mathbf{0}_{Ap} & \mathbf{0}_{AB} & \mathbf{1}_{AA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_p \\ \mathbf{P}_B \\ \mathbf{P}_A \end{bmatrix} \quad (12)$$

où  $\Phi_{Ip}$  correspond à la base modale des  $p$  premiers modes propres du système  $(\mathbf{K}_{II} - \omega_i^2 \mathbf{M}_{II}) \phi_i^i = \mathbf{0}$  et où  $\Psi_{IA}$  et  $\Psi_{IB}$  sont les modes statiques d'interface définis par

$$\Psi_{IA} = -\mathbf{K}_{II}^{-1} \mathbf{K}_{IA} \quad (13)$$

et

$$\Psi_{IB} = -\mathbf{K}_{II}^{-1} \mathbf{K}_{IB}. \quad (14)$$

Les modes propres ainsi calculés sont normés à la masse ( $\phi_i^{iT} \mathbf{M}_{II} \phi_i^i = 1$ ). La matrice de raideur  $\mathbf{K}_{II}$  projetée sur ces modes devient diagonale et est notée  $\Omega_{pp}$ .

La projection du problème discrétisé donné à l'équation (3) sur la base donnée à l'équation (12) donne le système réduit suivant :

$$\left( \underbrace{\begin{bmatrix} \Omega_{pp} & \mathbf{0}_{pB} & \mathbf{0}_{pA} \\ \mathbf{0}_{Bp} & \hat{\mathbf{K}}_{BB} & \hat{\mathbf{K}}_{BA} \\ \mathbf{0}_{Ap} & \hat{\mathbf{K}}_{BA}^T & \hat{\mathbf{K}}_{AA} \end{bmatrix}}_{=\hat{\mathbf{K}}} - \omega^2 \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{1}_{pp} & \hat{\mathbf{M}}_{pB} & \hat{\mathbf{M}}_{pA} \\ \hat{\mathbf{M}}_{pB}^T & \hat{\mathbf{M}}_{BB} & \hat{\mathbf{M}}_{BA} \\ \hat{\mathbf{M}}_{pA}^T & \hat{\mathbf{M}}_{BA}^T & \hat{\mathbf{M}}_{AA} \end{bmatrix}}_{=\hat{\mathbf{M}}} \right) \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_p \\ \mathbf{P}_B \\ \mathbf{P}_A \end{bmatrix}}_{=\hat{\mathbf{P}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_p \\ \omega^2 \mathbf{U}_B \\ \mathbf{0}_A \end{bmatrix}}_{=\hat{\mathbf{F}}} \quad (15)$$

où les matrices sont définies par

$$\hat{\mathbf{K}}_{AA} = \mathbf{K}_{AA} + \Psi_{IA}^T \mathbf{K}_{IA}, \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{BB} = \mathbf{K}_{BB} + \Psi_{IB}^T \mathbf{K}_{IB}, \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{BA} = -\mathbf{K}_{IB}^T \mathbf{K}_{II}^{-1} \mathbf{K}_{IA} = \mathbf{K}_{IB}^T \Psi_{IA} = \Psi_{IB}^T \mathbf{K}_{IA}, \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_{AA} = \mathbf{M}_{AA} + \Psi_{IA}^T \mathbf{M}_{IA}^* + \mathbf{M}_{IA}^T \Psi_{IA}, \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_{BB} = \mathbf{M}_{BB} + \Psi_{IB}^T \mathbf{M}_{IB}^* + \mathbf{M}_{IB}^T \Psi_{IB}, \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_{BA} = \Psi_{IB}^T \mathbf{M}_{IA}^* + \mathbf{M}_{IB}^T \Psi_{IA}, \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_{pA} = \Phi_{Ip}^T \mathbf{M}_{IA}^*, \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_{pB} = \Phi_{Ip}^T \mathbf{M}_{IB}^*, \quad (23)$$

$$(24)$$

avec

$$\mathbf{M}_{IA}^* = \mathbf{M}_{II} \Psi_{IA} + \mathbf{M}_{IA}, \quad (25)$$

$$\mathbf{M}_{IB}^* = \mathbf{M}_{II} \Psi_{IB} + \mathbf{M}_{IB}. \quad (26)$$

$$(27)$$

### 3 Calcul du gradient de la solution par rapport à un paramètre structurel

En notant  $x_p$  un paramètre de la structure (paramètre de forme ou de position), la dérivée du système d'équations (15) permet de calculer la dérivée du champ de pression en résolvant le système suivant :

$$\left( \hat{\mathbf{K}} - \omega^2 \hat{\mathbf{M}} \right) \frac{\partial \hat{\mathbf{P}}}{\partial x_p} = - \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}}{\partial x_p} - \omega^2 \frac{\partial \hat{\mathbf{M}}}{\partial x_p} \right) \hat{\mathbf{P}}. \quad (28)$$

La dérivée de la matrice de rigidité réduite donne

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{K}}}{\partial x_p} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{pp} & \mathbf{0}_{pB} & \mathbf{0}_{pA} \\ \mathbf{0}_{Bp} & \mathbf{0}_{BB} & \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}_{BA}}{\partial x_p} \\ \mathbf{0}_{Ap} & \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}_{BA}^T}{\partial x_p} & \frac{\partial \hat{\mathbf{K}}_{AA}}{\partial x_p} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

où

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{K}}_{AA}}{\partial x_p} = \Psi_{IA}^T \frac{\partial \mathbf{K}_{IA}}{\partial x_p} + \frac{\partial \mathbf{K}_{IA}^T}{\partial x_p} \Psi_{IA}, \quad (30)$$

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{K}}_{BA}}{\partial x_p} = \Psi_{IB}^T \frac{\partial \mathbf{K}_{IA}}{\partial x_p}. \quad (31)$$

La dérivée de la matrice de masse réduite donne

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{M}}}{\partial x_p} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{pp} & \mathbf{0}_{pB} & \frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_{pA}}{\partial x_p} \\ \mathbf{0}_{Bp} & \mathbf{0}_{BB} & \frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_{BA}}{\partial x_p} \\ \frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_{pA}^T}{\partial x_p} & \frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_{BA}^T}{\partial x_p} & \frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_{AA}}{\partial x_p} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

où

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_{AA}}{\partial x_p} = \frac{\partial \Psi_{IA}^T}{\partial x_p} \mathbf{M}_{IA}^* + \Psi_{IA}^T \frac{\partial \mathbf{M}_{IA}^*}{\partial x_p} + \frac{\partial \mathbf{M}_{IA}^T}{\partial x_p} \Psi_{IA} + \mathbf{M}_{IA}^T \frac{\partial \Psi_{IA}}{\partial x_p}, \quad (33)$$

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_{BA}}{\partial x_p} = \Psi_{IB}^T \frac{\partial \mathbf{M}_{IA}^*}{\partial x_p} + \mathbf{M}_{IB}^T \frac{\partial \Psi_{IA}}{\partial x_p}, \quad (34)$$

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_{pA}}{\partial x_p} = \Phi_{Ip}^T \frac{\partial \mathbf{M}_{IA}^*}{\partial x_p}, \quad (35)$$

$$(36)$$

avec

$$\frac{\partial \mathbf{M}_{IA}^*}{\partial x_p} = \mathbf{M}_{II} \frac{\partial \Psi_{IA}}{\partial x_p} + \frac{\partial \mathbf{M}_{IA}}{\partial x_p}, \quad (37)$$

$$\frac{\partial \Psi_{IA}}{\partial x_p} = -\mathbf{K}_{II}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}_{IA}}{\partial x_p} \quad (38)$$

$$(39)$$

Enfin, les dérivées des matrices  $\mathbf{K}_{IA}$  et  $\mathbf{M}_{IA}$  par rapport à  $x_p$  valent, à partir de leurs expression données aux équations (6) et (11) :

$$\frac{\partial \mathbf{K}_{IA}}{\partial x_p} = \frac{2}{\rho} \int_{\Gamma} \frac{\partial \phi}{\partial x_p} \mathbf{B}_I^T \mathbf{B}_A dS, \quad (40)$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}_{IA}}{\partial x_p} = \frac{2}{\rho c^2} \int_{\Gamma} \frac{\partial \phi}{\partial x_p} \mathbf{N}_I^T \mathbf{N}_A dS. \quad (41)$$

Ces expressions montrent que le calcul du gradient de la solution par rapport à un paramètre  $x_p$  lié à la structure revient à calculer le gradient de la ligne de niveau par rapport à ce paramètre. Dans le cas d'un paramètre de position, si la ligne de niveau est connue de façon explicite en fonction de ce paramètre  $x_p$  alors l'expression de  $\frac{\partial \phi}{\partial x_p}$  est calculée de façon explicite. Dans le cas contraire, la ligne de niveau étant discrétisée en utilisant les fonctions de forme du maillage fluide, la dérivée de  $\phi$  fait alors intervenir les dérivées des fonctions de forme. Dans ce travail, on n'utilise que des paramètres donnant  $\phi$  de façon explicite.

## 4 Résultats

Afin d'illustrer les performances de la méthode proposée, l'exemple présenté en figure 2 est considéré. Au sein d'une cavité remplie d'air, est positionnée une structure rigide sphérique paramétrée par les coordonnées  $(X, Y, Z)$  de son centre et son rayon  $R$ . Pour cette étude, les valeurs des paramètres sont fixés à  $X = Y = 1$  m,  $Z = 0,5$  m et  $R = 0,8$  m. La cavité fluide est maillée à l'aide de 22983 éléments tétraédriques à 4 nœuds. Le problème comporte alors 4470 nœuds fluide.

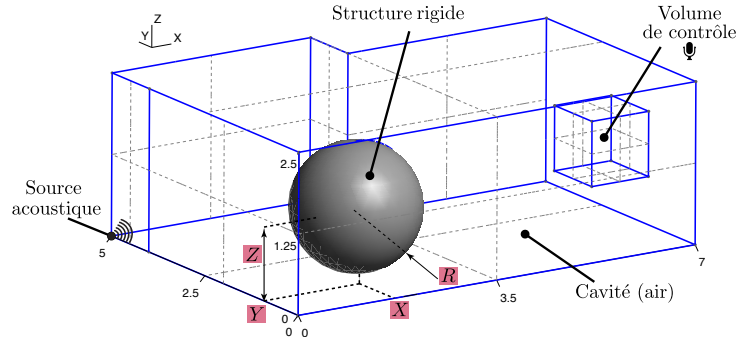


FIGURE 2 – Cavité et structure considérées

La structure, ici de forme simple, conduit à un paramétrage explicite de la ligne de niveau présentée en figure 3. Les gradients de la ligne de niveau nécessaires aux équations (40) et (41) et présentés en figure 4 sont alors obtenus directement.

La quantité d'intérêt considérée est la pression quadratique moyenne  $L_p$  dans un volume de contrôle  $V_i$  inclus dans le volume fluide :

$$L_p = 10 \log_{10} \frac{\int_{V_i} p^2 dV}{p_0^2 \int_{V_i} dV} \quad (42)$$

où  $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$  est la pression acoustique de référence dans l'air. La dérivée de cette quantité par rapport à un des paramètres  $(X, Y, Z, R)$  du problème fait intervenir la dérivée du champ de pression en tout point du volume de contrôle.

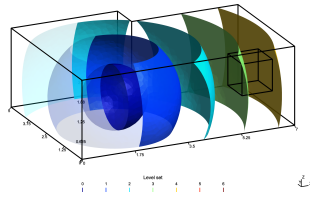


FIGURE 3 – Ligne de niveau  $\phi$

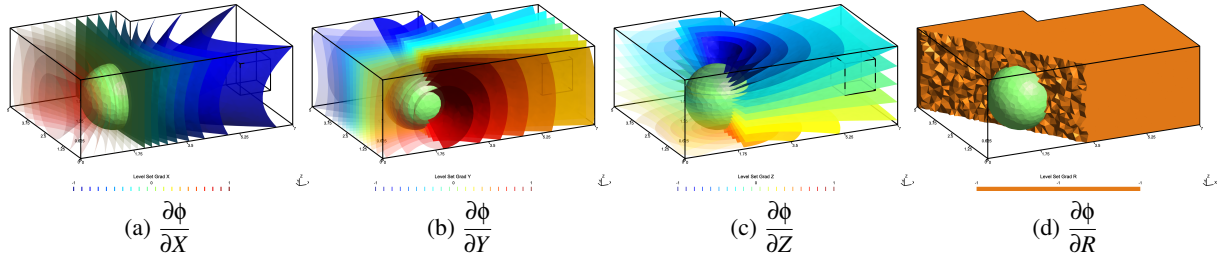


FIGURE 4 – Gradients de la ligne de niveau  $\phi$  par rapport aux paramètres de position et de forme de la structure

La stratégie proposée permet alors en tout point du fluide, comme présenté en figure 5 à la fréquence de 127 Hz, d’obtenir le champ de pression et ses gradients par rapport aux paramètres. Les champs de gradients permettent entre autres à une fréquence donnée d’établir l’évolution du champ de pression en fonction des différents paramètres sans modifier la valeur des paramètres. Dans un contexte de bureau d’études, cette évolution permet une aide non négligeable dans le choix de l’évolution des paramètres au regard de la quantité d’intérêt considérée.

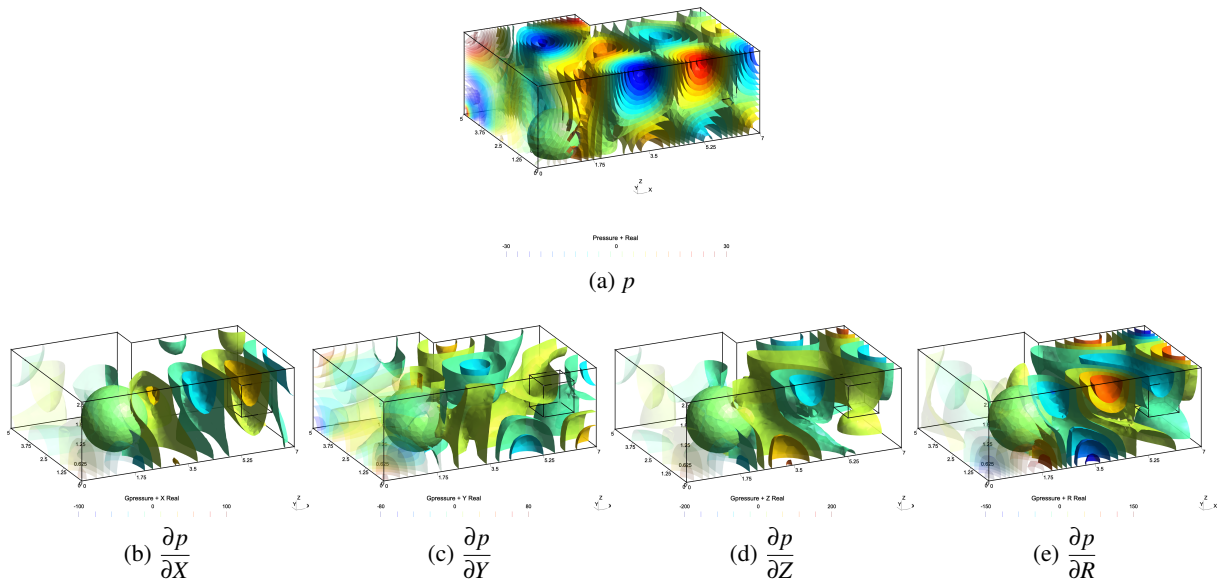


FIGURE 5 – Parties réelles du champ de pression et ses gradients par rapport aux paramètres à la fréquence de 127 Hz

Au sein du volume de contrôle défini en figure 2, la quantité d’intérêt et ses dérivées par rapport aux paramètres sont observées et leurs évolutions en fonction de la fréquence sont présentées en figure 6 pour différents nombres de modes pris en compte pour la réduction de modèle. Comme pour la quantité d’intérêt, il est important de prendre en compte un nombre suffisant de modes (matrice  $\Phi_{Ip}$ ) afin d’être en mesure de représenter correctement la quantité d’intérêt sur la bande de fréquence considérée. Ce constat est d’autant plus vrai pour les gradients qu’un nombre insuffisant de modes conduit à des gradients de fonctions de réponses en fréquences d’amplitude totalement incohérents lorsque la fréquence maximale des modes de la base modale est trop faible. Sur la base de ces résultats, 150 modes ( $f_{\max} = 267$  Hz) ont été pris en compte dans la suite afin de s’assurer de la représentativité des réponses obtenues par rapport

à des FRF de référence calculées sans la réduction.

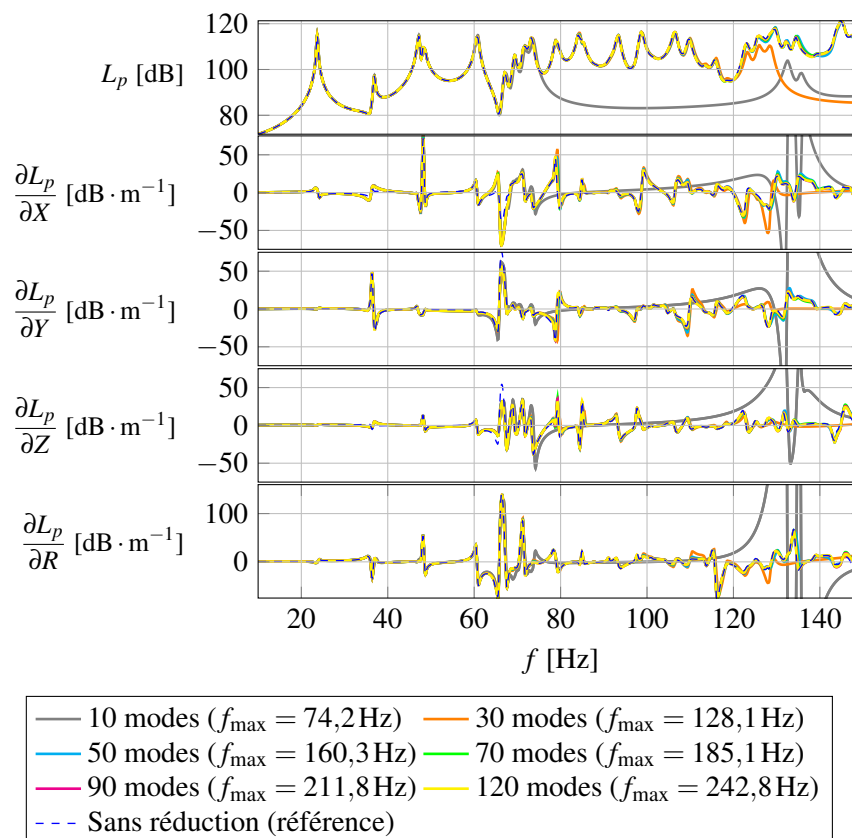


FIGURE 6 – Fonction de réponses en fréquences et ses dérivées par rapport aux paramètres de position et de forme de la structure

Enfin, le tableau 1 présente une comparaison entre les approches avec et sans réduction. On observe alors que pour un jeu de paramètres, le gain obtenu en terme de temps de calcul est de l'ordre de 3. Dans un contexte de multiples résolutions (chacune associée à un jeu de paramètres), l'approche permet un gain asymptotique d'environ 3,26.

	Sans réduction	Avec réduction
Nb. ddl Air [F]	4470	150 modes
Nb. ddl enrichis [A]	122	122
<b>Total</b>	<b>4592</b>	<b>272</b>
Offline, indépendant de la structure	-	17 s (CPU)
Offline, dépendant de la structure	2 s (CPU)	4 s (CPU)
Online, 300 fréquences	937 s (CPU)	284 s (CPU)

TABLE 1 – Comparaison des performances du calcul de la solution et de ses gradients par rapport aux paramètres avec et sans la réduction du modèle

## 5 Conclusion

Ce travail décrit une approche permettant de calculer les gradients d'une quantité d'intérêt, basée sur la pression acoustique, par rapport à des paramètres de position ou de forme liés à la structure immergée dans la cavité acoustique. La méthode XFEM permet d'avoir une expression explicite de la position et de la forme de la structure grâce à une fonction ligne de niveau, de plus, aucun remaillage n'est nécessaire lorsque la structure change de forme et/ou de position. Afin de gagner en temps de calcul, le problème



discrétisé est projeté sur une base réduite dont la re-construction est peu coûteuse lorsqu'un paramètre varie.

L'originalité du travail présenté ici est le calcul direct des gradients de la solution du problème réduit par rapport aux paramètres de position ou de forme de la structure. Ces gradients sont obtenues grâce au calcul direct des dérivées des opérateurs discrétisés puis à la résolution d'un problème également projeté sur la base réduite. Cette stratégie de calcul des gradients à partir du problème réduit permet un gain significatif en temps de calcul par rapport au même calcul effectué sur le système non-réduit, de l'ordre de 3 à 4 pour l'exemple présenté.

Les travaux futurs viseront à développer une approche adjointe de calcul des gradients, la prise en compte d'un couplage complet fluide-structure ainsi que la mise en oeuvre de la méthode dans un contexte de dimensionnement optimal.

## Références

- [1] Cetin B. Dilgen, Sumer B. Dilgen, Niels Aage, and Jakob S. Jensen. Topology optimization of acoustic mechanical interaction problems : a comparative review. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 60 :779–801, 2019.
- [2] Mostafa Ranjbar, Steffen Marburg, and Hans-Jürgen Hardtke. Structural-acoustic optimization of a rectangular plate : A tabu search approach. *Finite Elements in Analysis and Design*, 50 :142–146, 2012.
- [3] Yunlong Li, Xiaojun Wang, Haohui Zhang, Xianjia Chen, Menghui Xu, and Chong Wang. An interval algorithm for sensitivity analysis of coupled vibro-acoustic systems. *Applied Mathematical Modelling*, 50 :394–413, 2017.
- [4] K. Dammak, A. El Hami, S. Koubaa, L. Walha, and M. Haddar. Reliability based design optimization of coupled acoustic-structure system using generalized polynomial chaos. *International Journal of Mechanical Sciences*, 134 :75–84, 2017.
- [5] K. Dammak, S. Koubaa, A. El Hami, L. Walha, and M. Haddar. Numerical modelling of vibro-acoustic problem in presence of uncertainty : Application to a vehicle cabin. *Applied Acoustics*, 144 :113–123, 2019. Special Issue on ICTD-CMMNO'2016 ( ICTD : International Congress on Technical Diagnostics).
- [6] Venanzio Giannella, Riccardo Lombardi, Matteo Maria Pisani, Luigi Federico, Mattia Barbarino, and Roberto Citarella. A novel optimization framework to replicate the vibro-acoustics response of an aircraft fuselage. *Applied Sciences*, 10(7), 2020.
- [7] Antoine Legay. An extended finite element method approach for structural-acoustic problems involving immersed structures at arbitrary positions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 93(4) :376–399, 2013.
- [8] Antoine Legay. The extended finite element method combined with a modal synthesis approach for vibro-acoustic problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 101(5) :329–350, 2015.
- [9] Mervyn C. C. Bampton and Roy R. Craig Jr. Coupling of substructures for dynamic analyses. *AIAA Journal*, 6(7) :1313–1319, 2016/11/25 1968.
- [10] Luc Laurent, Rodolphe Le Riche, Bruno Soulier, and Pierre-Alain Boucard. An overview of gradient-enhanced metamodels with applications. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 26(1) :61–106, Jan 2019.
- [11] Luc Laurent and Antoine Legay. Gradient-Enhanced Parametric Optimization of Vibro-Acoustic Problem using Xfem and a Dedicated Metamodel. In *13th World Congress on Computational Mechanics, WCCM XIII and the 2nd Pan American Congress on Computational Mechanics*, New York, United States, July 2018.
- [12] Nicolas Moës, John Dolbow, and Ted Belytschko. A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46(1) :131–150, 1999.
- [13] Romain Rimpler, Antoine Legay, and Deü Jean-François. Performance of a restrained-interface substructuring fe model for reduction of structural-acoustic problems with poroelastic damping. *Computers and structures*, 89(23–24) :2233–2248, 2011.