



HAL
open science

Une indispensable révolution électorale

Xavier Bry

► **To cite this version:**

| Xavier Bry. Une indispensable révolution électorale. 2022. hal-03708065

HAL Id: hal-03708065

<https://hal.science/hal-03708065>

Preprint submitted on 28 Jun 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une indispensable révolution électorale

Xavier Bry

Deux citations précieuses:

« Les hommes, inégaux en fait, sont égaux en droit ; voilà le principe. La loi et les pouvoirs publics doivent lutter perpétuellement contre l'inégalité, qui, par l'effet des lois naturelles, renaît sans cesse, et sous mille formes. Il est un moyen d'y remédier toujours et quoi qu'il arrive, c'est d'organiser de mieux en mieux le suffrage universel, c'est-à-dire le gouvernement du peuple par lui-même. »

Alain - *Propos impertinents*

« Ce qui est sacré, dans la démocratie, ce sont les valeurs, pas les mécanismes ».

Amin Maalouf - *Les identités meurtrières.*

Avant-propos

Pourquoi un parti aussi clivant que le Rassemblement National est-il en permanence finaliste du scrutin présidentiel français, et ce, pour perdre nettement? Pourquoi la présence ou l'absence au premier tour d'un candidat au score lilliputien (comme Taubira en 2002) peut-elle changer le vainqueur? Comment est-il possible qu'en 2022 un président soit largement élu - face à son adversaire au second tour - par un peuple qui au même moment, d'après un sondage IFOP, souhaite majoritairement le mettre en cohabitation? Comment des candidats de grandes formations politiques peuvent-ils, par la vertu d'un vote dit "utile" (certes pas pour eux), se retrouver dépouillés de leur électorat au point de devoir rembourser leurs frais de campagnes et faire face à la ruine? Désertion des urnes, contestation du résultat des élections, discrédit de la classe politique - ou du moins des élections en ce qu'elles ne pourraient pas "changer les choses" - demande croissante de prise en compte du vote blanc, "troisième tour" dans la rue, échecs répétés des primaires, scores misérables des "grands partis" malgré leur forte implantation locale, contorsions des commentateurs politiques lorsqu'il s'agit d'interpréter le "verdict" des urnes ... Tout ceci ne pourrait-il avoir une origine commune, profonde, indépendamment des considérations sociologiques?

La chose que les commentateurs remettent le moins en cause (sauf quelques rares¹, et souvent encore timidement) est le mode de scrutin. Pourtant... n'est-il pas curieux que les modes de scrutins soient aussi variables entre les pays? Comme si ce qui était bon pour un peuple en matière démocratique ne l'était pas nécessairement pour un autre... Et, eu égard à leur variété, n'est-il pas étrange qu'ils soient partout quasiment "intouchables" ? Voilà qui confinerait presque à la religion. Or, le scrutin est si central à la démocratie - et ses conséquences si importantes - qu'il est indispensable de le passer au crible d'un examen critique sévère. Le scrutin est le premier moyen institutionnel donné, en démocratie, au peuple pour qu'il s'exprime. Et que diriez vous si l'on vous disait "vous avez la parole" et qu'on vous tendît un micro qui déforme tout ce que vous dites ?

1 Comme l'association "Mieux Voter", ou cette récente Matinale du Monde du mardi 17 mai 2022 Par Yann Chavance: "La science passe au crible les différents modes de scrutin".

Depuis des décennies, les mathématiciens du choix collectif étudient, avec toute la rigueur de leur discipline, les qualités et défauts des modes de scrutins. Jusqu'à récemment, leurs conclusions étaient plutôt pessimistes. En effet, cette branche des mathématiques est tombée, au vingtième siècle, sur quelques théorèmes "d'impossibilité" semblant limiter drastiquement l'expression d'une préférence collective - donc la possibilité d'un choix collectif satisfaisant. Voilà qui ruine efficacement le moral. Heureusement, au début des années 2000, et notamment en France, des progrès significatifs ont été réalisés: de nouveaux modes de scrutins ont été conçus et étudiés, qui ont deux sortes d'avantages. D'abord, ils s'affranchissent des hypothèses qui produisent les théorèmes d'impossibilité, ce qui leur permet d'échapper à ce qu'on pensait être une incontournable malédiction. Ensuite, ils garantissent une expression beaucoup plus fidèle et nuancée de l'opinion et du choix collectifs. Il se trouve que contrairement à ce qu'on pouvait craindre, ces modes de scrutins, tous apparentés, sont *simples*. Ceux qui vous diront le contraire vous prendront pour des demeurés - s'ils ne le sont eux-mêmes.

Il est plus que temps que citoyennes et citoyens connaissent l'existence et le fonctionnement de ces scrutins, car ils sont l'un des ingrédients fondamentaux de la rénovation démocratique.

Nous, mathématiciens attachés à la vulgarisation, vous proposons un petit voyage commenté au coeur des systèmes de vote sous la forme d'une mini-série. Nous nous étendrons d'abord assez largement sur les systèmes actuellement en vigueur sur la planète, et montrerons à l'aide de petits exemples qu'ils dysfonctionnent à peu près autant qu'il est possible. Ceci nous permettra de cerner le problème global, qui est vertigineux. Dans un deuxième temps, nous montrerons qu'on peut sauter au dessus du gouffre et accéder à une expression démocratique améliorée, ce qui nous vaudra un grand "ouf" de soulagement... à condition qu'on l'utilise.

Nos sources et références :

Les livres en français :

Balinski M. (2004), *Le suffrage universel inachevé*. Paris, Belin.

Balinski, M., & Laraki, R. (2012). *Jugement majoritaire versus vote majoritaire*. Revue française d'économie, 27(4), 11-44.

Monjardet B. (2003). *De Condorcet à Arrow via Guilbaud, Nakamura et les "jeux simples" »*. Mathématiques & Sciences humaines /Mathematics and Social Sciences (41e année, n°163, 2003, p.5-32)

Laslier J.-F. (2004). *Le vote et la règle majoritaire. Analyse mathématique de la politique*, Paris, CNRS-Éditions.

Sen A. (1993). *Ethique et économie*, Paris, PUF.

Les livres en anglais :

Arrow K. J. (1963). *Social Choice and Individual Values*, New Haven, Yale University Press.

Balinski, M., & Laraki, R. (2007). A theory of measuring, electing, and ranking. PNAS, 104 (21) 8720-8725; <https://doi.org/10.1073/pnas.0702634104>

Balinski, M., & Laraki, R. (2011). *Majority Judgment - Measuring, Ranking, and Electing*, MIT Press. <https://mitpress.mit.edu/books/majority-judgment>

Hansson B. (1969): *Voting and group decision functions*, B. Synthese 20: 526. Kluwer Academic Publishers, <https://doi.org/10.1007/BF00869933>

Satterthwaite M. A. (1975). *Strategy-proofness and Arrow's conditions: Existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions*, Journal of Economic Theory, vol. 10, no 2, p. 187–217

Quelques liens intéressants :

- Un premier tour de la question:

https://fr.wikipedia.org/wiki/Jugement_majoritaire

Sur la variabilité des modes de scrutin: <https://interstices.info/comment-designer-le-vainqueur-dune-election/>

Science étonnante sur Youtube: <https://www.youtube.com/watch?v=ZoGH7d51bvc>

Science étonnante sur Wordpress: <https://sciencetonnante.wordpress.com/2016/10/21/reformons-lelection-presidentielle/>

- Un peu plus avant:

Le jugement majoritaire présenté par l'un de ses inventeurs: <https://www.youtube.com/watch?v=ODuPoepQ1tY>

Le jugement majoritaire présenté au Collège de France par ses deux inventeurs: <https://www.college-de-france.fr/site/pierre-rosanvallon/seminar-2012-02-29-10h00.htm>

Le jugement majoritaire dans *Pour la science*:

<https://www.pourlascience.fr/sd/mathematiques/elections-jugement-majoritaire-6699.php>

Paradoxes de vote et modes de scrutin en France, par Patrick Blanchenay:

http://pdimension.net/Paradoxes_de_vote_en_France_v-ecran.pdf

Amartya Sen, conférence Nobel : <https://www.ofce.sciences-po.fr/pdf/revue/1-70.pdf>

Sébastien Rouillon, cours d'économie publique et du choix social:

http://sebastien.rouillon.pagesperso-orange.fr/docdecours_3.htm

- Les expériences:

Les résultats de l'expérience *Voter autrement*:

https://www.gate.cnrs.fr/IMG/pdf/va2017_crglobal_v2.pdf

Article de Michel Balinski sur l'élection présidentielle étasunienne de 2016:

<https://theconversation.com/amp/trump-and-clinton-victorious-proof-that-us-voting-system-doesnt-work-58752>

Résultats du Vote au « Jugement Majoritaire » Expérience Facebook / LaPrimaire.org Election Présidentielle de 2017

[https://s3.eu-west-](https://s3.eu-west-2.amazonaws.com/www.jugementmajoritaire2017.com/assets/ResultatsExpérienceJugementMajoritaire.pdf)

[2.amazonaws.com/www.jugementmajoritaire2017.com/assets/ResultatsExpérienceJugementMajoritaire.pdf](https://s3.eu-west-2.amazonaws.com/www.jugementmajoritaire2017.com/assets/ResultatsExpérienceJugementMajoritaire.pdf)

- L'association « Mieux voter »:

<https://mieuxvoter.fr>

Saison 1: Le mode d'élection fait le larron

Épisode 1: les votes majoritaires à un et deux tours.

Il est naturel de penser, lorsqu'on vote, que c'est l'opinion des citoyens qui va décider du vainqueur. C'est compter pour rien le fait que le mode de scrutin a été fixé, mais qu'il aurait pu être autre. Quelle est son influence? Pour le savoir, il faudrait faire voter le *même* peuple, au *même* moment, à plusieurs modes de scrutin, et comparer les résultats. Ce n'est guère faisable en pratique, mais on peut toujours l'imaginer. C'est ce que le mathématicien du choix collectif Michel Balinski a fait en 2004 dans son livre ². L'exemple qu'il a conçu et que nous utiliserons a été repris par David Louapre dans un clip de son excellente série, *Science étonnante*³.

Imaginons que cinq candidats se présentent à une élection : A(lexandre), B(rutus), C(léopâtre), D(arius) et E(lectre). Pour connaître les préférences des électeurs, on demande à chacun/e de classer les candidats. On obtient le tableau de préférences suivant, sur lequel nous allons appliquer divers modes de scrutin. Nous supposons que les électeurs votent sincèrement (pas de vote "utile" ni autre vote stratégique tordu).

Classé 1 ^{er}	A	B	C	C	D	E	Total
Classé 2 ^{ème}	B	D	D	E	E	C	
Classé 3 ^{ème}	C	C	B	B	C	B	
Classé 4 ^{ème}	D	E	A	D	B	D	
Classé 5 ^{ème}	E	A	E	A	A	A	
Nombre d'électeurs	33	16	3	8	18	22	100

Ne vous laissez pas impressionner par ce tableau. Il est plus simple à lire qu'il n'y paraît, regardez. Sur les 100 électrices et électeurs, il y en a 33 qui trouvent qu'Alexandre est préférable à Brutus, lui-même préférable à Cléopâtre, qu'ils préfèrent à Darius, qu'ils classent devant Électre. Etc. D'accord?

Alors, considérons d'abord le vote majoritaire uninominal (on ne doit mettre qu'un nom dans l'enveloppe) à *un seul tour*⁴. Chaque électeur vote donc pour le/la candidat/e en tête de son classement. Qui gagne? Alexandre, avec 33 voix, loin devant Électre qui arrive deuxième avec 22 voix, qui lui font une belle jambe puisqu'elle a perdu. C'est bon?

Passons maintenant au vote majoritaire uninominal à *deux* tours. C'est le scrutin français. Le premier tour, qui n'est autre que le vote précédent, sélectionne donc Alexandre (33 voix) et Électre (22 voix), qui espère se refaire. Au deuxième tour, regardez le tableau en ne voyant plus *que la position d'Alexandre et d'Électre*, puisque tous les autres candidats sont éliminés. Il y a 33+3 = 36 électeurs qui préfèrent Alexandre à Électre, et 64 qui préfèrent Électre à Alexandre. Électre écrase donc démocratiquement Alexandre. Sa victoire paraît absolument incontestable puisqu'elle a deux fois plus de partisans qu'Alexandre, n'est-ce pas?

Oui, mais... c'est faire litigieux du premier tour, opéré à la majorité simple, dont on subodore qu'en ne sélectionnant que les deux premiers, il a envoyé à la poubelle bien des candidats défendables ... tout en retenant - tenez vous bien - un candidat classé dernier par 2 électeurs sur 3: Alexandre! Le scrutin français apparaît déjà plombé. Il ne lui aura pas fallu longtemps.

Petit jeu: dans l'offre politique de ces dernières années, Alexandre vous fait-il penser à quelqu'un(e)? Oui, J.-M. le Pen en 2002, par exemple. Mais il n'est pas le seul. Sa fille a pris sa suite.

² Balinski M. (2004), *Le suffrage universel inachevé*. Paris, Belin.

³ <https://www.youtube.com/watch?v=ZoGH7d51bvc>

⁴ En vigueur ici: Corée du Sud, Islande, Kenya, Royaume Uni, USA, Canada, etc.

Épisode 2: le vote majoritaire à autant de tours qu'on pourra (vote "alternatif").

Résumé de l'épisode précédent: Cinq candidats, A(lexandre), B(rutus), C(léopâtre), D(arius) et E(lectre), briguent l'investiture suprême de leur peuple. Le scrutin uninominal à un tour, primitif, élit Alexandre, pourtant classé dernier par les deux tiers des électeurs. Le scrutin à deux tours permet d'éviter cette tragédie, élisant Électre. Mais, pour arriver le plus vite possible à un duel, il utilise un premier tour plutôt violent, expédiant à la poubelle des candidats après tout défendables.

Essayons moins de violence. Pour ça, on élimine gra-du-elle-ment, c'est-à-dire qu'on procède à une sélection d'autant plus douce qu'il y a de tours. Le scrutin le plus doux, puisqu'il y a 5 candidats, aura lieu à 4 tours: chaque tour permettra d'éliminer le candidat qui obtient le moins de suffrages, et le vainqueur sera celui qui aura survécu à ce doux élagage. C'est le *vote alternatif*⁵.

Classé 1 ^{er}	A	B	C	C	D	E	Total
Classé 2 ^{ème}	B	D	D	E	E	C	
Classé 3 ^{ème}	C	C	B	B	C	B	
Classé 4 ^{ème}	D	E	A	D	B	D	
Classé 5 ^{ème}	E	A	E	A	A	A	
Nombre d'électeurs	33	16	3	8	18	22	100

Regardons les classés premiers (première ligne) et les nombres d'électeurs correspondants. Qui obtient *le moins* de voix au premier tour? C'est Cléopâtre (C). *Exit*.

Gomez-la de la grille et procédez au 2^{ème} tour, en ne regardant que ceux qui sont en tête des classements. Là où Cléopâtre était la préférée, 3 électeurs classent désormais Darius en premier, et 8 y classent Électre. Vous aurez reconnu ce qu'on appelle le "report de voix". Darius obtient donc 21 voix, et Electre, 30. C'est donc Brutus, n'ayant que 16 voix, qui est éliminé au 2^{ème} tour.

On continue en le gommant du tableau. Au troisième tour, on a: toujours 33 voix pour Alexandre, toujours 30 pour Électre, et tout le reste (37) pour Darius, sur qui se reportent les voix de Brutus. Électre est éliminée.

Au dernier tour, Alexandre, qui n'a bénéficié d'aucun report de voix tellement il est clivant (qui ne le classe pas premier le classe presque toujours dernier), n'a toujours que ses 33 voix, contre 67 pour Darius, qui gagne triomphalement, et ne manquera pas de plastronner sur les forums.

Alors? Alors nous n'avons jusqu'ici considéré *que les scrutins majoritaires uninominaux* en faisant seulement varier leur nombre de tours. Et déjà, pour trois nombres de tours différents, on a trois gagnants différents... avec les *mêmes préférences des citoyens* !

Au fait, pour ce vote alternatif, on aurait pu concevoir la variante suivante: éliminer, à chaque tour, non le candidat classé le moins souvent premier, mais celui qui est classé le plus souvent dernier (haro sur le baudet). Il suffit de faire pareil mais en regardant la dernière place du classement à chaque tour. On obtient, au 1^{er} tour: Alexandre est délogé en fanfare, classé dernier par $22+18+8+16 = 64$ électeurs sur 100. Au 2^{ème} tour, Électre, classée dernière par $33+16+3 = 52$ électeurs sur 100, rejoint Alexandre en coulisses. Notons qu'être si peu aimée par beaucoup de gens ne l'a pas empêchée d'être la gagnante du scrutin français (cocorico; cela vous évoque-t-il quelqu'un ?) Au 3^{ème} tour, Darius se fait jeter ; au 4^{ème}, c'est Brutus par 51 voix contre 49 pour Cléopâtre, laquelle remporte l'élection.

Décidément, elle tanguer beaucoup, la machinerie uninominale majoritaire. Est-ce qu'elle ne commence pas à vous retourner les tripes? Bon. On va essayer autre chose.

Mais au prochain épisode.

⁵ Utilisé ici: Australie, Irlande, Inde, etc.

Épisode 3: le vote à points du Chevalier de Borda.

Résumé des épisodes précédents : Cinq candidats, A(lexandre), B(rutus), C(léopâtre), D(arius) et E(lectre), briguent l'investiture suprême de leur peuple. Celui-ci a employé toute une palanquée de scrutins majoritaires uninominaux à différents nombres de tours, et le vainqueur n'a jamais été le même. Vaguement dégoûté, le peuple s'apprête à aller à la pêche...

... Quand surgit, du fond du 18^{ème} siècle, le Chevalier Jean-Charles de Borda, ingénieur, physicien, navigateur, mathématicien et politologue, parce qu'il avait la santé et ne devait pas répondre à 50 courriels par jour. Borda et son contemporain Condorcet, dont on reparlera, sont les premiers à s'intéresser à la *totalité* des préférences des électeurs, et pas seulement au candidat qu'ils classent premier. Pour tenir compte de cette totalité, et n'utiliser qu'un seul tour, Borda propose un système à points très simple, qu'il reprend au sénat romain (vous vous êtes peut-être demandés pourquoi nos candidats avaient des prénoms antiques... voilà un élément d'explication).

Voici le système: un candidat classé dernier par un électeur n'obtient de lui aucun point. S'il est classé avant-dernier par l'électeur, il en obtient un point. Et ainsi de suite. Dans notre cas, comme il y a cinq candidats, il y a 5 places dans le classement, et le nombre maximum de points est donc quatre. Voici le tableau correspondant:

Classé 1 ^{er}	4 points	A	B	C	C	D	E	Total
Classé 2 ^{ème}	3 points	B	D	D	E	E	C	
Classé 3 ^{ème}	2 points	C	C	B	B	C	B	
Classé 4 ^{ème}	1 point	D	E	A	D	B	D	
Classé 5 ^{ème}	0 point	E	A	E	A	A	A	
Nombre d'électeurs		33	16	3	8	18	22	100

On calcule les nombres de points (scores) obtenus par les candidats, que l'on classe par scores décroissants. Par exemple, Alexandre obtient : 33 fois 4 points, plus 3 fois 1 point, soit: 135 points.

De même, on obtient pour Brutus: 247 points, Cléopâtre: 244 points, Darius: 192 points, Électre: 182 points. C'est donc Brutus qui remporte la victoire.

On remarque qu'Alexandre et Électre, souvent mal classés, sont en queue de classement avec ce système. On se rappelle qu'Électre a, malgré ça, *gagné au scrutin français*. Pourquoi la France n'a-t-elle pas conservé de ses origines républicaines le mode de scrutin de Borda? Mystère. Il a pourtant des qualités que les scrutins majoritaires n'ont pas, alors que la réciproque n'est pas vraie. Ah, si, tout de même: avec le vote de Borda, il faut faire des calculs un peu plus compliqués. Son emploi est donc plus simple lorsque le nombre d'électeurs est petit. C'est ce qui en fait l'une des méthodes préférées de certains jurys de compétitions sportives. Il est également utilisé au concours Eurovision de la chanson.

Outre la complexité relative de sa mise en oeuvre lorsque le nombre d'électeurs est grand, le vote de Borda n'est pas sans défauts, et on trouvera mieux, vous verrez. En attendant, retenons que le vote à points est peut-être une piste à suivre.

Il n'empêche. Cinq méthodes de vote, appliquées aux mêmes préférences des électeurs, ont donné cinq gagnants différents! En un sens, c'est le mode de scrutin qui a choisi le vainqueur. Et puis, chaque candidat, ayant gagné à l'un des scrutins, est fondé à contester la légitimité démocratique de tous les autres. La question se pose donc du moyen d'obtenir, si la chose est possible, un vainqueur *incontestable*. Mais la chose est-elle possible?

C'est ce que nous verrons au prochain épisode.

Épisode 4: les duels du Marquis de Condorcet.

Résumé des épisodes précédents : Cinq candidats, A(lexandre), B(rutus), C(léopâtre), D(arius) et E(lectre), briguent l'investiture suprême de leur peuple. Celui-ci a employé une palanquée de scrutins majoritaires uninominaux à divers nombres de tours, et le gagnant n'a jamais été le même. Pour ne pas désespérer les électeurs, Borda lui a proposé une méthode à points ... qui a fourni encore un autre gagnant. Comment obtenir, dans de telles conditions, un vainqueur incontestable?

Un vainqueur incontestable, dans la logique majoritaire, c'est un vainqueur qu'aucun autre candidat ne pourrait défier en duel et battre. Reprenons les préférences des électeurs de notre peuple fictif, et imaginons tous les duels possibles. C'est ce qu'a proposé Nicolas de Condorcet, rival de Borda. Ce visionnaire a milité pour tant de réformes fondamentales - dont celle de l'éducation - qu'il est arrêté par la Convention et retrouvé mort dans sa cellule deux jours plus tard sans qu'on sache pourquoi.

Classé 1 ^{er}	A	B	C	C	D	E	Total
Classé 2 ^{ème}	B	D	D	E	E	C	
Classé 3 ^{ème}	C	C	B	B	C	B	
Classé 4 ^{ème}	D	E	A	D	B	D	
Classé 5 ^{ème}	E	A	E	A	A	A	
Nombre d'électeurs	33	16	3	8	18	22	100

Premier duel: opposons Alexandre à Brutus. 33 électeurs (ceux de la première colonne) préfèrent Alexandre à Brutus, et tous les autres préfèrent Brutus à Alexandre. Brutus gagne donc ce duel haut la main par 67 voix contre 33. Vous vérifieriez facilement les résultats des duels suivants:

A (33) est battu par B (67) ; A (33) est battu par C (67) ; A (33) est battu par D (67) ; A (36) est battu par E (64) ; Alexandre perd tous ses duels: c'est le "perdant de Condorcet". Une majorité lui eût peut-être préféré l'idiot du village si ce dernier s'était présenté.

B (49) est battu par C(51) ; B (82) bat D(18) ; B (52) bat E(48) ; C (66) bat D (34) ; C (60) bat E (40) ; enfin D (70) bat E (30).

Y a-t-il un ou une candidat(e) *qui bat tous les autres*? Oui, c'est Cléopâtre! (dégagée au premier tour du scrutin français, eeeeeeeh oui.) Bon, alors c'est très simple: on met tous les autres modes de scrutin à la poubelle, et on garde celui de Condorcet, voilà. Mais pourquoi ne l'a-t-on pas fait, alors? Parce qu'il y a un hic, et un gros. Il est connu sous le nom de "paradoxe de Condorcet". Si par exemple les préférences du peuple entre A, B et C avaient été les suivantes:

Classé 1 ^{er}	A	B	C	Total
Classé 2 ^{ème}	B	C	A	
Classé 3 ^{ème}	C	A	B	
Nombre d'électeurs	33	33	34	100

En duel: A (67) bat B (33), B (66) bat C (34), et ... C (67) bat A (33). Il n'y a donc pas de gagnant, alors que chaque duel produit une victoire très nette! Le paradoxe se produit avec plein d'autres nombres, essayez, vous allez voir. Ce pauvre Condorcet a dû s'amuser en trouvant ça. Si nos candidats ont des prénoms antiques, c'est aussi pour nous rappeler qu'il y a dans cette affaire un élément tragique.

Comment le suffrage universel va-t-il bien pouvoir s'en sortir?

Nous verrons une prochaine fois s'il y parvient.

Épisode 5: Entracte

Résumé des épisodes précédents : Cinq candidats, *A*(lexandre), *B*(rutus), *C*(léopâtre), *D*(arius) et *E*(lectre), briguent l'investiture suprême de leur peuple. Celui-ci a employé une palanquée de scrutins et le gagnant n'a jamais été le même, ce qui a fichu la pagaïe. Pour déterminer un vainqueur incontestable, Nicolas de Condorcet a proposé une méthode ... qui ne peut pas toujours donner de vainqueur incontestable. Où est le grain de sable qui coince la machine électorale ?

Comme souvent, quand une machine fait n'importe quoi, il faut tout démonter et tester chacun des rouages. Avant de le faire, nous allons constater une chose vaguement rassurante. Supposons qu'il n'y ait que deux candidats (Alexandre et Électre, par exemple) et mettons en concurrence tous les modes de scrutins vus précédemment.

Classé 1 ^{er}	1 point	A	E	A	E	E	E	Total
Classé 2 ^{ème}	0 point	E	A	E	A	A	A	
Nombre d'électeurs		33	16	3	8	18	22	100

Comme il n'y a que deux candidats, il n'y en a qu'un à éliminer. Donc, un scrutin uninominal ne peut avoir qu'*un tour*: le scrutin majoritaire à un tour, celui à deux tours et le vote alternatif se confondent. Alexandre obtenant 36 voix, et Électre 64, cette dernière gagne.

Et le vote de Condorcet? C'est la même chose, puisqu'il n'y a qu'un duel, gagné comme on vient de le voir par Électre.

Quant au scrutin de Borda, voyez le barème des points: un point par électeur qui vous classe premier, et c'est tout. Donc, le total des points d'un candidat (score de Borda) n'est autre ici que le nombre d'électeurs qui le classent premier, autrement dit le nombre de voix qu'il obtient au scrutin uninominal majoritaire.

Conclusion: lorsqu'il n'y a que deux candidats, *tous les scrutins classiques se réduisent à la même méthode*, celle qu'on nomme la "règle majoritaire". C'est celle qu'on utilise lors des référendums, puisqu'un référendum n'a que deux alternatives: "oui" et "non".

Les divergences entre les modes de scrutin n'apparaissent qu'à partir de *trois* candidats. Nous verrons dans la suite qu'il n'y a pas que leurs divergences qui apparaissent alors, mais aussi de gravissimes problèmes de manipulation.

Pour l'heure, posons nous les questions suivantes: pourquoi une telle multiplicité des modes de scrutin à travers le monde ? Serait-ce que la méthode supplantant toutes les autres est inconnue, ou qu'elle n'existe simplement pas ? En attendant, pourquoi chaque pays s'accroche-t-il, comme la moule à son rocher, à son propre mode de scrutin, différent de celui des autres, en pensant qu'il est le meilleur, et ce malgré les dysfonctionnements observés à répétition? Ça ressemble plus à une croyance qu'à l'exercice de la raison. Serait-ce que dans ce cas, la raison aboutit à une impasse ?

La tragédie antique fait place à un suspense hitchcockien.

La saison 1: *Le mode d'élection fait le larron*, est terminée. Mais la série continue de plus belle avec la saison 2: *Le naufrage des scrutins classiques*.

À vous revoir!

Saison 2: Le naufrage des scrutins classiques

Résumé des épisodes précédents : *Les modes de scrutin classiques conduisent à des victoires dont la variété fantaisiste semble insulter la raison. Celle-ci se rebelle et reprend le problème à zéro.*

Épisode 1: Que peut-on attendre au MINIMUM d'un "bon" mode de scrutin?

Les scrutins classiques prennent exclusivement en compte les *préférences* de chaque électeur entre les candidats. Et que demande-t-on à ces scrutins ? On leur demande d'abord de fournir un classement (avec ex-aequo possible) des candidats, reflétant une "préférence collective" entre eux. Le candidat gagnant est celui qui occupe la première place de ce classement.

La plupart des scrutins classiques sont utilisés seulement pour désigner le gagnant, et se moquent des autres candidats. *Vae victis*. Mais on *peut* associer à tous ces scrutins un classement des candidats, parfois même plusieurs. Par exemple, à notre cher scrutin uninominal majoritaire à deux tours, on peut associer le classement suivant: le gagnant est premier, son compétiteur finaliste est deuxième, et tous les autres candidats sont derniers ex-aequo. Ou alors: le gagnant est premier, tous les autres sont derniers ex aequo. Parmi les scrutins que nous avons vu, le seul qui ne produise pas systématiquement de vainqueur, et *a fortiori* de classement, est celui de Condorcet. C'est pourquoi il nous l'exclure.

À part ça, qu'a-t-on envie d'exiger d'un scrutin démocratique raisonnablement bien fichu ?

L'anonymat, d'abord: seuls comptent les préférences exprimées, et non quels électeurs les ont exprimées. Ça tombe tellement sous le sens que personne n'y pense.

L'absence de censure (ou *universalité*) ensuite: un électeur a le droit d'exprimer la préférence qu'il veut entre les candidats.

La *neutralité* (ou *impartialité*): le scrutin doit traiter *a priori* tous les candidats de la même façon. Pas de favoritisme.

Ces trois qualités semblent si évidemment exigibles qu'elles paraissent acquises d'avance. Parmi les modes de scrutins classiques, lesquels possèdent ces qualités? Tous: leur mode de calcul (à base de nombres de voix ou nombres de points) le garantit. D'ailleurs, si l'un d'entre eux était dépourvu d'une de ces qualités, il n'aurait jamais pu devenir classique. Ce n'est donc pas ça qui permet de les départager. Cherchons autre chose.

Ah, *l'unanimité*. Qu'est-ce? Si d'aventure, dans leurs préférences, *tous* les électeurs préfèrent strictement Alexandre à Brutus, un mode de scrutin unanime doit classer collectivement Alexandre devant Brutus. Voilà qui semble tomber sous le sens aussi. Et pourtant. Notre scrutin uninominal à deux tours, par exemple, n'est pas unanime. Quoi ? Oui, regardez cet exemple simple :

Classé 1 ^{er}	C	D	Total
Classé 2 ^{ème}	A	C	
Classé 3 ^{ème}	B	A	
Classé 4 ^{ème}	D	B	
Nombre d'électeurs	60	40	100

Alexandre est classée strictement devant Brutus par tous les électeurs. Or, tous les deux sont éliminés dès le premier tour. Collectivement, ils sont donc classés derniers *ex-aequo*.

Alors, quels sont les scrutins classiques unanimes ? *Aucun* des scrutins uninominaux majoritaires ! Seul le vote de Borda est unanime, et on comprend facilement pourquoi: Alexandre, classé devant Brutus par chaque électeur, obtient de celui-ci plus de points que Brutus. Au total, il fera donc un score strictement plus élevé que ce dernier.

Enfin! Le scrutin de Borda a une qualité que les autres n'ont pas! Faut-il le voir comme une panacée démocratique?

C'est ce qu'on verra... une prochaine fois.

Épisode 2: Une autre qualité agréable qu'un "bon" mode de scrutin devrait posséder : la monotonie⁶.

Résumé des épisodes précédents : *Les modes de scrutin classiques conduisent à des victoires dont la variété fantaisiste semble insulter la raison. Celle-ci se rebelle, reprend le problème à la base, et inventorie les qualités exigibles a minima d'un scrutin pour qu'il puisse se dire démocratique. Tous les scrutins classiques sont anonymes, non censurés, et impartiaux. Seul le vote à points de Borda est unanime. On continue l'inventaire.*

On tâche de n'exiger que des choses élémentaires et sensées, parce qu'on sent le terrain miné.

Supposons qu'étant donné les préférences des électeurs, le scrutin choisi classe Alexandre devant Brutus. Mais, pour s'amuser, Zeus rembobine le temps d'une journée, et change les préférences de certains des électeurs qui préféreraient Brutus à Alexandre, de sorte qu'ils se mettent à préférer Alexandre à Brutus. Puis Zeus laisse le peuple refaire l'élection. Alexandre, qui devait gagner, a non seulement conservé ses partisans sur Brutus, mais a gagné de nouveaux partisans, que Brutus a perdus. "Logiquement", Alexandre devrait encore gagner. C'est l'idée de la *monotonie*. Un mode de scrutin monotone garantit qu'acquérir de nouveaux partisans quand on est déjà victorieux ne remet pas en cause la victoire.

Quand il n'y a que deux candidats, tous les scrutins classiques se réduisent à la règle majoritaire, et celle-ci est monotone. Une fois de plus, les choses se gâtent dès qu'il y a au moins trois candidats. Prenons l'exemple de notre scrutin national à deux tours, agissant sur les préférences suivantes de 21 électeurs.

Classé 1 ^{er}	C	A	B	Total
Classé 2 ^{ème}	A	C	A	
Classé 3 ^{ème}	B	B	C	
Nombre de votants	8	6	7	21

Alexandre est éliminé au 1^{er} tour, donnant ses voix à Cléopâtre qui l'emporte contre Brutus au 2nd tour avec les deux tiers des suffrages. Cléopâtre, arrivée première, est donc "collectivement préférée" à Alexandre, arrivé dernier. Observez pourtant, au passage, que l'ensemble des partisans de Cléopâtre contre Alexandre est constitué des seuls huit électeurs de la première colonne, lesquels sont donc très minoritaires. C'est déjà délirant.

À présent, deux des sept électeurs de la dernière colonne, partisans d'Alexandre contre Cléopâtre, inversent radicalement leur préférence et rejoignent la première colonne. Cléopâtre a donc deux partisans de plus sur Alexandre, ce qui dans un monde bien fait devrait lui conserver la victoire. Mais voyons plutôt.

Classé 1 ^{er}	C	A	B	Total
Classé 2 ^{ème}	A	C	A	
Classé 3 ^{ème}	B	B	C	
Nombre de votants	10	6	5	21

C'est maintenant Brutus qui est éliminé au premier tour, ce qui change tout! En effet, au second tour, Alexandre, fort des voix de Brutus, bat Cléopâtre. C'est avec ça qu'on vote en France. Si ce n'est pas monotone, c'est quand même ennuyeux. C'est ce défaut qui a permis à Chirac de gagner en 2002. En évitant de chercher trop de voix à droite, il en laissait assez à le Pen pour que celui-ci passe devant Jospin au 1^{er} tour. En effet, opposé à Jospin au 2nd tour, Chirac était sûr de perdre, tandis que face à le Pen, il était sûr de l'écraser. Chapeau l'artiste.

Rajouter des tours ne change rien: aucun des scrutins uninominaux majoritaires n'est monotone! Le vote de Borda, qui avait nos faveurs jusqu'ici parce qu'il était unanime, s'en tire-t-il mieux ? C'est ce que nous verrons au prochain épisode.

⁶ Rien à voir ici avec les sanglots longs des violons de l'automne.

Épisode 3: Le scrutin de Borda à l'épreuve de la monotonie.

Résumé des épisodes précédents : *Les modes de scrutin classiques conduisent à des victoires dont la variété fantaisiste semble insulter la raison. Celle-ci se rebelle, reprend le problème à la base, et inventorie les qualités exigibles a minima d'un scrutin pour qu'il puisse se dire démocratique. Tous les scrutins classiques sont anonymes, non censurés, et impartiaux. Seul le vote à points de Borda est, par surcroît, unanime. On demande aux scrutins d'être monotones, et les scrutins uninominaux majoritaires répondent déjà non. Que va dire celui de Borda?*

Le scrutin de Borda, en accordant à un candidat un nombre de points correspondant à son rang dans la préférence de chaque électeur, est plus nuancé que les autres, et semble plutôt rationnel. Pour l'instant, il a toutes les qualités requises... mais est-il monotone? Autrement dit, si le candidat Alexandre obtient déjà un score supérieur à celui de Cléopâtre et qu'il parvient à prendre encore des partisans à Cléopâtre, conserve-t-il son avance sur elle? On pourrait même penser qu'il ne peut que l'accroître. Eh bien pas du tout. Impossible? Regardez.

Classé 1 ^{er}	2 points	A	C	Total
Classé 2 ^{ème}	1 points	B	B	
Classé 3 ^{ème}	0 points	C	A	
Nombre d'électeurs		11	9	20

Les scores obtenus sont les suivants. Alexandre: 22, Brutus: 20, Cléopâtre: 18. Alexandre a donc quatre points d'avance sur Cléopâtre. L'ensemble de ses partisans contre elle est constitué des 11 électeurs de la première colonne, et elle n'a contre Alexandre que les 9 électeurs de la seconde colonne. Mais Zeus, qui préfère Cléopâtre, va jouer à Alexandre un tour de cochon. Il prend possession de l'esprit d'un des 9 partisans de Cléopâtre et l'envoie rejoindre les onze partisans d'Alexandre et les convaincre, non de changer leur préférence entre ces deux-là, mais seulement de *classer Brutus en dernier*. Alexandre, le vainqueur, a donc *gagné un partisan*. Et maintenant?

Classé 1 ^{er}	2 points	A	C	Total
Classé 2 ^{ème}	1 points	C	B	
Classé 3 ^{ème}	0 points	B	A	
Nombre d'électeurs		12	8	20

Maintenant, son score est de 24, celui de Brutus est de 8, et celui de Cléopâtre, de 28! C'est donc Cléopâtre, ayant *perdu un partisan* sur Alexandre, qui gagne l'élection, au grand dam d'Alexandre et encore plus de Brutus, qui maudit les dieux.

C'est fichu: aucun des scrutins classiques n'est monotone. Voilà le suffrage universel au fond de l'abîme. On n'avait pas l'impression d'être si exigeant, pourtant. C'était déjà trop, ricane l'Olympe, qui n'a que faire de la démocratie.

Refusant pourtant d'abandonner, nous allons revoir nos prétentions à la baisse, et ce, dès le prochain épisode.

Épisode 4: On essaie d'être un peu moins exigeant.

Résumé des épisodes précédents : *On inventorie les qualités exigibles a minima d'un scrutin pour qu'il puisse se dire démocratique. Tous les scrutins classiques sont anonymes, non censurés, et impartiaux. Mais pas un ne garantit à un vainqueur la conservation de la victoire quand l'ensemble de ses partisans grossit. C'est délirant, mais il semble qu'il nous faille abandonner cette exigence.*

Essayons de demander un peu moins. On aimerait bien - s'il te plaît, Père-Noël - que si un scrutin a classé Alexandre devant Brutus, et que l'on refasse le scrutin alors que les préférences des électeurs entre Alexandre et Brutus n'ont pas changé du tout (celles sur les autres candidats le peuvent), Alexandre reste devant Brutus⁷. Ce serait la moindre des choses. Eh bien même ça, c'est trop. L'Olympe se gondole devant la tragédie démocratique. Voyons par exemple notre scrutin national à deux tours, agissant sur les préférences ci-dessous.

Classé 1 ^{er}	A	B	C	D	Total
Classé 2 ^{ème}	B	A	B	B	
Classé 3 ^{ème}	C	C	A	A	
Classé 4 ^{ème}	D	D	D	C	
Nombre de votants	6	3	4	2	21

Au premier tour, Brutus et Darius sont éliminés. Au second tour, compte tenu des reports de voix, Alexandre bat Cléopâtre par 17 voix contre 4. Difficile de l'humilier davantage, la pauvre. Supposons maintenant que Darius, renseigné par ses mauvais sondages, décide de ne pas se présenter pour éviter la honte. On le comprend: il est classé premier par une infime minorité d'électeurs, et classé dernier par tous les autres. On a donc à présent:

Classé 1 ^{er}	A	B	C	B	Total
Classé 2 ^{ème}	B	A	B	A	
Classé 3 ^{ème}	C	C	A	C	
Nombre de votants	6	3	4	2	21

Brutus engrange les deux voix de Darius, ce qui lui permet d'éliminer Cléopâtre au 1^{er} tour. On pouvait donc humilier cette brave dame davantage. Et ce n'est pas fini. Au second tour, Brutus, jadis éliminé, met une déculottée à Alexandre (ce qui adoucit un peu la déconfiture de Cléopâtre).

C'est à peu près ce qui s'est passé en 2002 - l'IANP est un affaiblissement de la monotonie - avec Chirac dans le rôle de A, Jospin dans celui de B, le Pen dans celui de C et Taubira dans celui de D. Sauf qu'elle ne s'est pas retirée.

Vous aurez reconnu au passage le vote "utile", de son vrai nom: *vote stratégique*, alias *manipulation*. Cette malédiction pousse électeurs comme candidats vers le machiavélisme, et l'élection toute entière vers le chaos. "Si je ne me présente pas, tu me donnes un poste au gouvernement ?" ou "que me promets-tu si je me présente et que tu gagnes grâce à ça ?" Sans parler des sondages qui sont le pain quotidien de la manipulation, et que l'on va incriminer alors que le vrai problème est la manipulabilité du scrutin. Quand le doigt montre la lune... Mais, direz-vous, et si *tous* les scrutins sont manipulables de la sorte ? En effet, aucun des scrutins classiques n'y échappe ! Il faudra donc en chercher d'autres.

En attendant la suite, ayons une pensée pour les candidats de 2022 qui, par la grâce du vote "utile", n'ont pas atteint 5% des voix et doivent payer leur campagne en faisant la manche.

⁷ En termes techniques, ça s'appelle l'indépendance des alternatives non pertinentes, et comme c'est trop lourd, on dit IANP et c'est toujours aussi obscur.

Épisode 5: Malgré la baisse de nos exigences, on se prend un mur de face.

Résumé des épisodes précédents : *On a inventorié les qualités exigibles a minima d'un scrutin pour qu'il puisse se dire démocratique. Tous les scrutins classiques sont anonymes, non censurés, et impartiaux, et c'est bien le moins. Mais aucun d'entre eux n'échappe à la manipulation. La situation est-elle sans espoir?*

Lectrice, lecteur, accepte d'avance le chagrin, car cet épisode t'imposera le deuil des illusions qui te restaient.

Nous avons constaté que, pour un même état des préférences des électeurs entre les candidats, les différents modes de scrutin classiques conduisaient à des victoires dont la variété était proprement délirante. Ils ne s'accordaient que lorsqu'il n'y avait que deux candidats, ce qui est bien peu.

Nous nous sommes dit que tous les scrutins ne se valaient peut-être pas, et avons cherché quelques qualités de base qui puissent les départager. Sans aller bien loin, nous sommes tombés, pour tous les votes, sur la même impasse: celle qui permet de les manipuler facilement. Mais peut-être avons nous omis un scrutin, ou peut-être se pourrait-il que le scrutin possédant les qualités indispensables n'ait pas encore été inventé ?

Les scrutins que nous avons examinés jusqu'ici ont en commun 1) d'être fondés sur la préférence de chaque électeur entre les candidats - on lui demande de les classer - et 2) de fournir en sortie un classement des candidats ou, au moins, un gagnant. Eh bien, au vingtième siècle, de talentueux mathématiciens ont travaillé sur les scrutins de ce type, et montré deux choses:

Lorsqu'il n'y a que deux candidats, la *seule* méthode ayant les propriétés exigibles *a minima* dont nous avons parlé - anonymat, absence de censure, impartialité et monotonie - est la règle majoritaire: le candidat qui obtient le plus de suffrages l'emporte. C'est le théorème de May (1952). Une seule méthode, c'est peu, mais c'est déjà ça. Le problème, c'est que deux candidats, c'est pas beaucoup. Et le problème de ce problème, c'est que dès qu'il y a au moins trois candidats, il ne peut exister *aucun* scrutin de ce type qui possède les qualités susdites. C'est le drame, et c'est prouvé.

Quand bien même l'on n'exigerait plus la monotonie, qui semblait aller de soi et apparaît maintenant un luxe exorbitant : le théorème de Hansson (1969) dit que la seule méthode de classement des candidats qui soit anonyme, sans censure, impartiale et IANP⁸ consiste à classer tous les candidats *ex-aequo* quel que soit ce que le peuple a exprimé. C'est "l'École des fans".

Le plus médiatisé des théorèmes d'impossibilité est celui d'Arrow (1951), qui dit que la seule méthode de choix collectif qui soit sans censure, unanime⁹ et IANP consiste à ce qu'un seul électeur impose son choix à tous les autres: c'est la dictature! Auquel cas le scrutin n'est plus anonyme et n'a plus rien de démocratique. Bref, il y a toujours l'une des propriétés essentielles qui doit sauter.

C'est probablement pour ça que chaque pays reste jusqu'ici accroché à son mode de scrutin, défectueux en diable mais sanctifié par un usage prolongé.

La tragédie démocratique semble jouée. Le suffrage universel est au fond du trou et la terre le recouvre déjà. La démocratie peut-elle s'en sortir? Ne désespérons pas, car d'une faille peut sourdre la lumière. Il faut juste trouver la faille. Ce sera l'objet de la prochaine et dernière saison.

8 Indépendante des alternatives non-pertinentes, en gros: sans possibilité de vote stratégique (cf. épisode précédent).

9 Cf. saison 2, épisode 1.

Saison 3: Le sauvetage du suffrage universel

Résumé des saisons précédentes : *Les mathématiques ont prouvé le naufrage démocratique irrémédiable de tous les scrutins classiques. On n'a pas encore identifié leur faille originelle commune, mais ça urge, parce que la démocratie menace de calancher et que ses malheureux passagers n'ont pas de terre en vue.*

Épisode 1: Quelle est la faille des scrutins classiques ?

Il y a deux choses, dans l'opinion des électeurs, que les scrutins considérés jusqu'ici ne prennent pas en compte. La première est l'indifférence entre deux candidats, c'est-à-dire la possibilité qu'un électeur les classe ex-aequo. Votre coeur n'a pas le droit de balancer. La seconde est leur *degré d'approbation* de chaque candidat. Madame Bidule préfère Alexandre à Cléopâtre et monsieur Chosemuche, Cléopâtre à Alexandre, et c'est tout ce qu'enregistrent les scrutins classiques. Mais si Madame Bidule trouve Alexandre sublime, elle trouve Cléopâtre très bien quand même, tandis que monsieur Chosemuche trouve Cléopâtre excellente et Alexandre détestable. La victoire de Cléopâtre satisferait d'avantage ces deux électeurs que celle d'Alexandre, qui pousserait immédiatement monsieur Chosemuche dans la rue. Ça, les scrutins classiques ne le voient pas.

Pouvoir exprimer l'indifférence devrait être permis. Malheureusement, les maths montrent que ça n'affaiblit en rien la malédiction des théorèmes d'impossibilité frappant les scrutins qui ne tiennent compte que des classements. Et tenir compte du degré d'approbation, alors? Suffira-ce à exorciser cette malédiction ? Est-ce que ça ne va pas introduire d'autres problèmes? Ayant appris à être prudent, on va commencer très doucement, et très simplement.

Que va-t-on faire? Permettre à chaque électeur de donner une sorte de *note* à chaque candidat. Attention, on n'a aucunement l'intention de tomber dans une inextricable salade de chiffres. Il vaudrait même mieux, si possible, *éviter les chiffres*. On peut par exemple commencer avec deux "notes" possibles: *acceptable* et *inacceptable*. Ou: *oui* et *non*, si vous préférez. Un électeur peut alors dire *oui* à plusieurs candidats s'il les trouve acceptables, et *non* dans le cas contraire. L'expression de l'indifférence est ainsi parfaitement possible. Un candidat peut dire oui à tous les candidats s'il les trouve tous potables, et un autre tous les rejeter s'il n'en peut blairer aucun. Le vote blanc est ainsi une option naturelle de cette façon de procéder. Ce scrutin n'a qu'un seul tour, chaque électeur cochant sur son bulletin le nom de tous les candidats qu'il juge acceptable. Petite devinette: comment dépouiller ce scrutin? Réponse au prochain épisode.

Si l'électeur désire s'exprimer avec plus de nuances, il peut trouver que *oui* ou *non*, c'est trop caricatural, comme "degré d'approbation". Notons que c'est tout ce que les scrutins uninominaux lui ont proposé jusqu'ici. Si l'on veut une expression plus nuancée, il faut utiliser une échelle de notes comportant quelques degrés de plus, par exemple: *Bon* ; *Assez bon* ; *Moyen* ; *Mauvais* ; *À rejeter*. Vous voyez bien qu'on s'épargne les chiffres. Le tout est de savoir comment on va tirer des bulletins de votes un classement des candidats, et en particulier un vainqueur.

Et puis, encore faudrait-il que ce type de scrutin permette de sortir de l'impasse où se trouvent tous les précédents.

C'est ce que nous verrons dès la prochaine fois.

Épisode 2: L'espoir renaît avec le vote par approbation.

Résumé des épisodes précédents : *Les mathématiques ont prouvé le naufrage démocratique irrémédiable de tous les scrutins classiques. On a peut-être identifié leur faille originelle commune, qui consiste à ne pas prendre en compte le degré d'acceptation de chaque candidat par chaque électeur. La lumière semble poindre.*

Vous qui êtes frustré/e de ne pouvoir mettre qu'un nom dans l'enveloppe alors que plusieurs candidats vous paraissent très acceptables, voici un vote simple qui devrait vous satisfaire, le *vote par approbation* (ou *assentiment*). Regardez le bulletin de vote :

<input type="checkbox"/>	Alexandre
<input type="checkbox"/>	Brutus
<input type="checkbox"/>	Cléopâtre
<input type="checkbox"/>	Darius
<input type="checkbox"/>	Électre

Consigne: cochez le nom de *chaque candidat(e) qui vous est acceptable*. Vous pouvez cocher tous les candidats si tous vous agrément, ou bien aucun si vous les rejetez tous. Le vote n'a qu'un tour. Le gagnant sera le ou la candidat(e) qui aura reçu le plus de voix.

Si aujourd'hui vous mettiez plusieurs noms dans l'enveloppe, ou aucun, votre vote serait considéré comme nul *de la même manière*, ce qui n'a guère de sens. Dans le vote par approbation, si vous ne cochez aucun candidat, ce sera pris en compte : vous avez bien voté mais n'avez donné de voix à personne. Le pourcentage de voix obtenu par chaque candidat sur l'ensemble des votants mesure sa cote de popularité. Si le vainqueur a obtenu une voix de 75% des électeurs, ça veut dire que les trois quarts de ceux-ci le trouvent acceptable. Si le vainqueur n'a obtenu que 33%, il serre les fesses (les autres candidats aussi d'ailleurs, car ils ont fait encore moins) et le peuple gronde. On pourrait même imaginer qu'il faille dans ce cas refaire l'élection en changeant intégralement l'offre de candidats. En tous cas, l'opinion collective est enfin mesurée par le scrutin, ce que d'habitude elle n'est pas. Imaginez que le vainqueur ait obtenu 60% de voix. Il peut en être fier. Mais si celui qui est arrivé second a un score de 58%, le vainqueur sait que sa victoire fut fragile. Il est largement accepté, oui, mais il y a de la concurrence et il faudra gouverner en en tenant compte.

Le vote par approbation est presque vieux comme le monde puisqu'il a été utilisé à Sparte dans l'antiquité, puis au 13^{ème} siècle dans la République de Venise. Pourquoi ne l'utilisons-nous pas en France? Mystère, parce qu'à côté de notre scrutin de shadoks, le vote par approbation n'a que des qualités. 1) Il n'a qu'un tour. 2) L'électeur est content d'avoir pu apporter sa voix à tous les candidats qui lui en semblaient dignes. 3) Aucun vote "utile" déshabillant Pierre pour habiller Paul n'a lieu d'être et les sondages, cessant d'être suspects d'instrumentalisation, ne sont plus regardés que comme un éclairage sur l'état de l'opinion. 4) Le vote blanc est pris en compte. 5) Le scrutin donne la cote de popularité de tous les candidats, et le résultat de tout ça est que 6) le verdict des urnes est très facilement interprétable.

Voilà qui paraît trop beau. N'y a-t-il pas anguille sous roche? Non. Le vote par approbation est préférable aux scrutins uninominaux sur tous les plans. Et les théorèmes d'impossibilité alors? Eh bien ils ne le concernent pas! En effet, le vote par approbation a - certes de façon binaire - tenu compte de l'intensité d'approbation de l'électeur pour les candidats: classer deux candidats ex-aequo en les trouvant tous deux acceptables ou en les rejetant tous les deux n'est pas équivalent! Le vote par approbation fournit toujours un classement des candidats (pas de paradoxe de Condorcet) et se rit des théorèmes d'impossibilité: il est à la fois anonyme, impartial, sans censure, unanime et monotone (donc IANP). Si le vainqueur n'a pas d'ex-aequo, alors en plus c'est le gagnant de Condorcet. Allez, on l'essaie. Voici, par exemple les votes de la population entre nos cinq candidats, A(lexandre), B(rutus), C(léopâtre), D(arius) et E(lectre).

OUI	A, B	B, D, C	C, D	C, E	D, E, C,	E, C	Total
NON	C, D, E	A, E	B, A, E	B, D, A	B, A	B, D, A	
Nombre d'électeurs	33	16	3	8	18	22	100

Comptons les voix (nombre de *oui*): A = 33 ; B = 49 ; C = 67 ; D = 37 ; E = 48. Le classement est donc: C(67) > B(49) > E(48) > D(37) > A(33), et la victoire de Cléopâtre est très nette, comme l'est la déconfiture d'Alexandre. Pas de faux-semblant, chacun connaît sa cote.

Vous voyez qu'en plus des autres qualités, ce vote est simple et intuitif. Que demande le peuple? Eh bien peut-être tout simplement ça. Ce serait déjà un immense progrès que de l'utiliser à la place du scrutin actuel. Cela dit, les citoyennes et citoyens pourraient aussi trouver la distinction "acceptable" vs "inacceptable" trop binaire pour bien exprimer le degré d'appréciation. Nous allons donc prochainement introduire des degrés supplémentaires sur l'échelle.

Épisode 3: Vers un peu plus de nuances dans l'expression démocratique.

Résumé des épisodes précédents : *Les mathématiques ont prouvé le naufrage démocratique irrémédiable de tous les scrutins classiques. Ayant identifié leur faille originelle commune, qui consiste à ne pas prendre en compte le degré d'acceptation de chaque candidat par chaque électeur, on laisse à présent l'électeur "noter" librement chaque candidat sur une "échelle d'approbation". L'échelle la plus simple, composée des deux valeurs OUI et NON, nous a fourni le **vote par approbation**, qui a toutes les qualités exigibles et inaccessibles ensemble à tous les scrutins précédents. Mais ce vote est binaire, et on voudrait maintenant introduire des nuances, c'est-à-dire plus de degrés sur l'échelle.*

Comment permettre à l'électeur de donner son degré d'approbation de chaque candidat de façon nuancée sans tomber dans l'enfer des chiffres, et puis déduire des votes un classement des candidats qui ne soit pas contestable ? Nous sommes tous passés par l'école, et les notes ont représenté pour l'immense majorité de nous autres une légitime source d'angoisse. Les profs qui notent dur et plombent les moyennes, ceux qui sont plus cool et dont on espère le salut, les calculs de moyennes au dixième de point, les compensations... Pouah. On comprend que les candidats n'aient pas tellement envie d'être notés, mais pour sortir de l'impasse, on est obligé d'en passer par là. Un ancien président a dit: "Noter, ce n'est pas voter". Ah bon? Pourquoi? Voter à un scrutin uninominal, c'est pourtant noter: vous donnez un point au candidat que vous choisissez, zéro à tous les autres, et le pourcentage de voix obtenu par chaque candidat n'est autre que sa note moyenne. Alors! Un président ne devrait jamais dire ça. Si c'était juste pour faire un bon mot: noter, ce n'est pas roter non plus, fermez le rideau.

Reprenons. J.-F. Laslier¹⁰ propose une échelle à cinq barreaux, avec attribution de points aux barreaux de l'échelle. Voici un exemple simple et intuitif de correspondance :

Très hostile	hostile	indifférent	favorable	très favorable
-2	-1	0	+1	+2

On attribue à chaque candidat le total (ou la moyenne) des points qu'il a obtenus, et on classe les candidats par score décroissant. C'est le *vote de valeur*. Comme tous les votes par notation, il est à un tour. Comme le vote par approbation, il n'est pas concerné par les théorèmes d'impossibilité et a toutes les qualités qu'on a demandées au Père-Noël sans les obtenir des scrutins "classiques". Essayons immédiatement ce vote de valeur sur une toute petite population d'électeurs:

Alexandre	-1	0	0	1	1	1	1	3
Brutus	0	1	-1	0	0	1	1	2
Cléopâtre	1	-1	0	0	0	-1	1	0
<i>électeur</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>total</i>

Le classement est donc: $A > B > C$. Et là, mini-drame. L'électeur *b* n'est pas très content : son candidat favori a perdu. Et l'électeur *b* regrette d'avoir été sincère. En effet, il pouvait faire gagner Brutus en lui donnant la note maximale, 2, et en donnant à A la note -1. Voici ce que ça donne :

Alexandre	-1	-1	0	1	1	1	1	2
Brutus	0	2	-1	0	0	1	1	3
Cléopâtre	1	-1	0	0	0	-1	1	0
<i>électeur</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>total</i>

Le classement est devenu: $B > A > C$, et l'électeur *b* est aux anges.

¹⁰ Laslier J.-F. (2004). *Le vote et la règle majoritaire. Analyse mathématique de la politique*, Paris, CNRS-Éditions.

Le vote de valeur est donc facilement manipulable. Mais alors, tous les électeurs peuvent le manipuler: pour forcer les chances de leur(s) candidat(s) préféré(s), ils lui/leur donnent la note maximale, et à tous les autres, la note minimale. Si chaque électeur n'a qu'un candidat préféré et fait ça, le résultat est exactement celui d'un scrutin uninominal majoritaire à un seul tour. La manipulation conduit ainsi à très mal utiliser ce mode de scrutin.

Ce qui rend le vote de valeur manipulable, c'est l'usage de la somme des points (ou de leur moyenne, ça revient au même) pour calculer les scores. Ces sommes ou moyennes sont, vous venez de le voir, très sensibles aux notes extrêmes: donner une note extrême à un candidat permet donc d'influencer son score.

Comment diantre réussir à introduire des degrés dans l'échelle de notation tout en immunisant le vote contre la manipulation? C'est ce que nous verrons dès le prochain épisode.

Épisode 4: Empêcher les nuances dans l'expression démocratique d'y réintroduire la manipulation.

Résumé des épisodes précédents : *Après le naufrage démocratique irrémédiable de tous les scrutins classiques, on examine les scrutins qui prennent en compte le degré d'acceptation de chaque candidat par chaque électeur. Le vote par approbation, qui ne prend qu'un tour et consiste pour chaque électeur à pouvoir dire OUI ou NON à chaque candidat, s'est déjà montré très supérieur à tous les scrutins précédents. Mais il n'est guère nuancé. Le vote de valeur - consistant pour chaque électeur à noter chaque candidat entre -2 et +2, suite à quoi le candidat qui obtient la note moyenne la plus haute gagne - est quant à lui très manipulable.*

Il s'agit de rendre le "forçage" de note inutile pour chaque candidat, afin qu'au fond, il ne soit pas tenté de noter les candidats de façon insincère. Le vote de valeur calculait la note *moyenne* de chaque candidat. Nous allons remplacer celle-ci par sa note *médiane*. Qu'est-ce que ça change? Ça rend le forçage de note inopérant dans l'immense majorité des cas. Regardez.

Imaginons pour la clarté de l'exemple qu'il y ait quinze électeurs (une équipe de rugby) qui votent pour choisir un restaurant parmi trois: *l'Ail au beurre noir*, *le Bide comblé*, et *le Croque-en-jambes*. On utilise la même échelle de notation que pour le vote de valeur:

Très hostile	hostile	indifférent	favorable	très favorable
-2	-1	0	+1	+2

Les restaurants obtiennent des joueurs les quinze notes suivantes, que l'on a classées, pour chaque restaurant, par ordre croissant:

Ail au beurre noir :	-2	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1	1	1	1	2	2
Bide comblé :	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	1	1	1	2	2	2
Croque-en-jambes :	-2	-2	-2	-2	-1	-1	1	1	1	1	1	2	2	2	2

Les notes *moyennes* obtenues par les restaurants sont: $A = 0.13$; $B = -0.07$; $C = 0.2$ et c'est donc le Croque qui est choisi, devant l'Ail, lui-même devant le Bide.

Du moins, ce serait le cas si l'un des joueurs - favorable à A, et hostile à B comme à C - n'avait vu les notes données par ses petits camarades et anticipé une conclusion qui ne lui plaît guère. Il décide de forcer sa notation, donnant +2 à A et -2 à C. Ceci change les moyennes en: $A = 0.2$; $B = -0.07$; $C = 0.13$ et toc, c'est A qui passe devant C. On a déjà vu ce problème de manipulabilité dans l'épisode précédent.

Maintenant, utilisons plutôt la *médiane* que la moyenne. La médiane d'une suite croissante de nombres est la valeur qui est au milieu, c'est-à-dire telle qu'il y a autant de valeurs avant elle qu'après. Pour 15 nombres, c'est la 8^{ème} valeur (il y en a 7 avant elle, et 7 après). Regardez les séries de notes obtenues par les trois restaurants. Les médianes sont les valeurs de la 8^{ème} colonne, et valent: $A = 0$, $B = -1$; $C = 1$.

On retrouve ici le même ordre que celui des moyennes (avant la manipulation du joueur malhonnête). Ce joueur essaie de nouveau de manipuler le résultat, changeant son +1 à A en +2, et son -1 à C en -2. Résultat: ça ne change absolument rien aux notes médianes de A et C. En effet, si votre note est déjà en dessous de la médiane, c'est-à-dire dans l'une des 7 premières colonnes, vous pouvez bien l'y pousser vers la note la plus basse, ça ne changera pas la médiane en 8^{ème} colonne. Idem si votre note est au dessus de la médiane et que vous la poussez vers la note maximale. Voilà le manipulateur Gros-Jean comme devant. C'est l'*immense* avantage de la médiane par rapport à la moyenne: être robuste par rapport aux valeurs extrêmes¹¹.

11 C'est d'ailleurs pour ça que les bons économistes préfèrent regarder le salaire médian plutôt que le salaire moyen. Le second sera tiré très fort vers le haut par le salaire d'un PDG de grosse société ou d'une star du football, tandis que le salaire médian ne bougera pas d'un centime.

Remarquez enfin, et ce n'est pas un mince avantage, que les moyennes nécessitent des chiffres (et qui aime vraiment les chiffres?) Eh bien tiens, la médiane permet de s'en passer, justement. Il suffit que les "notes" possèdent un ordre, ce qui est la moindre des choses. Par exemple, les notes peuvent bien être directement : très hostile (th), hostile (h), indifférent (i), favorable (f), très favorable (tf). Leur ordre est clair: $th < h < i < f < tf$. On n'a donc pas besoin, quand on écrit la série des notes obtenues par un candidat dans l'ordre croissant, de leur associer des valeurs numériques. Pour les notes des restaurants:

Ail au beurre noir :	th	h	h	h	h	h	i	i	f	f	f	f	f	tf	tf
Bide comblé :	th	th	h	h	h	h	h	h	i	f	f	f	tf	tf	tf
Croque-en-jambes :	th	th	th	th	h	h	f	f	f	f	f	tf	tf	tf	tf

La médiane est toujours en 8^{ème} colonne: favorable pour C, indifférent pour A et hostile pour B. Parfait, nous voilà débarrassés des chiffres en même temps que des manipulations.

Il reste deux difficultés à régler: la détermination de la médiane quand le nombre d'électeurs est pair, et surtout, le départage des ex-aequo.

Allez, on fait ça la prochaine fois!

Épisode 5: Où l'on peaufine notre vote par notation, enfin immunisé contre les manipulations. le Jugement Majoritaire dans son principe.

Résumé des épisodes précédents : Après le naufrage démocratique irrémédiable de tous les scrutins classiques, on examine les scrutins demandant à chaque électeur de donner une note à chaque candidat. Pour empêcher la manipulation par "forçage des notes", on a décidé de classer les candidats par notes médianes plutôt que notes moyennes décroissantes. L'usage des médianes nous permet aussi de nous débarrasser des notes numériques. Reste à départager les ex-aequos.

D'abord, il faut remarquer que quand le nombre d'électeurs est pair, chaque candidat reçoit un nombre pair de notes, et que la série que ces notes composent n'a pas de médiane telle qu'on l'a définie la fois dernière. En effet, une fois ces notes ordonnées en croissant, il n'y a pas de note "au milieu". Par exemple, pour la série croissante de six notes : (0 , 0 , 1 , 2 , 2 , 3), il n'y en a pas telle qu'à sa gauche il y ait autant de notes qu'à sa droite. Au milieu, il n'y a qu'une bête virgule. Nous voilà bien embêtés.

Ce n'est pas grave, il suffit de prendre le *couple* qui est au milieu, c'est-à-dire tel qu'il y a autant de notes à sa gauche qu'à sa droite. On l'appellera *couple médian*, et dans la série ci-dessus, c'est (1 , 2).

Oui, me direz-vous, mais autant on sait comparer des notes, autant on ne sait pas comparer des *couples* de notes! En fait, si. On sait, et on va, en utilisant une petite règle. On compare d'abord les couples selon leur plus petit élément, celui de gauche, et si jamais ceux-ci ne permettent pas de départager les couples, on regarde alors le plus grand élément de chaque couple, celui de droite. On dira donc qu'un couple de notes (*a* , *b*) est strictement inférieur à un autre (*c* , *d*) lorsque l'un de deux cas se présente: 1) $a < c$, ou 2) $a = c$ mais $b < d$. Essayons:

(1 , 2) < (2 , 2) , parce que $1 < 2$ (il y a inégalité entre les premiers éléments). Ça va.

(2 , 2) < (2 , 3) , parce que $2 < 3$ (il y a égalité entre les premiers éléments, mais inégalité entre les seconds). Ça va toujours.

(1 , 2) = (1 , 2) parce qu'il n'est ni inférieur, ni supérieur: forcément, c'est le même. Nickel.

Tiens, reprenons l'exemple des rugbymen qui doivent choisir un restaurant, mais avec l'un d'entre eux qui se désiste parce s'est foulé les deux chevilles en glissant sur sa savonnette dans la douche. Les quinze rugbymen ne sont plus que quatorze à voter. Celui qui se désiste était favorable à B, hostile à A et très favorable à C. Les notes¹² des restaurants sont donc :

Ail au beurre noir :	th	h	h	h	h	i	i	f	f	f	f	f	tf	tf
Bide comblé :	th	th	h	h	h	h	h	h	i	f	f	tf	tf	tf
Croque-en-jambes :	th	th	th	th	h	h	f	f	f	f	f	tf	tf	tf

Les couples médians sont en colonnes 7 et 8 (encadrées en gras). Les premiers éléments de ces couples sont $h < i < f$, ce qui donne le classement Bide < Ail < Croque, et les agapes auront lieu au Croque.

Ceci va nous aider à départager les ex-aequos, regardez. Bon, déjà, le quinzième joueur est très courageux, très affamé, et viendra finalement sur des béquilles. Imaginons que obtenues des restaurants par les joueurs soient alors:

Ail au beurre noir :	th	h	h	h	h	h	i	i	f	f	f	f	f	tf	tf
Bide comblé :	th	th	h	h	h	h	h	i	i	f	f	f	tf	tf	tf
Croque-en-jambes :	th	th	th	th	h	h	f	f	f	f	f	tf	tf	tf	tf

Avec la médiane *favorable*, le Croque est toujours vainqueur. Mais s'il était fermé? Il faudrait départager

12 Rappel: th = très hostile, h = hostile, i = indifférent, f = favorable, tf = très favorable.

l'Ail du Bide, parce qu'ils ont la même médiane: *indifférent*. C'est simple: comme ce n'est pas elle qui permet de les départager, on l'ôte simplement de leur série de notes à chacun (c'est-à-dire qu'on supprime leur 8^{ème} colonne), et on refait la comparaison des séries des 14 notes restantes de A et de B.

Ail au beurre noir :	th	h	h	h	h	h	<table border="1"><tr><td>i</td><td>f</td></tr><tr><td>h</td><td>i</td></tr></table>	i	f	h	i	f	f	f	f	tf	tf
i	f																
h	i																
Bide comblé :	th	th	h	h	h	h	<table border="1"><tr><td>h</td><td>i</td></tr><tr><td>h</td><td>i</td></tr></table>	h	i	h	i	f	f	f	tf	tf	tf
h	i																
h	i																

Ceci nous amène alors à comparer les couples médians de ces deux séries: (indifférent , favorable) pour A, et (hostile , indifférent) pour B. Comme hostile < indifférent, on a B < A. Si le Croque est fermé, on ira donc à l'Ail.

- Ah, mais si les couples médians sont identiques, on retombe sur un cas d'ex-aequo!

Eh bien mais alors on recommence: on supprime les colonnes de ces couples et on compare ce qui reste des séries, etc. On finit toujours pas trouver une inégalité... sauf si les deux candidats ont obtenu exactement la même série de notes: là, on a l'ex-aequo parfait, et ils ne sont pas départageables¹³.

Avez-vous remarqué? Les notes "extrêmes" ne servent *pas* strictement à rien. D'une part, leur présence sert quand même à positionner la médiane. D'autre part, elles interviennent dans le départage des ex-aequos, mais seulement dans la mesure où les notes moins extrêmes n'y sont pas parvenues!

Cette méthode formidable s'appelle le *Jugement Majoritaire*, et a été théorisée entre 2003 et 2007 par les mathématiciens du CNRS Michel Balinski (récemment décédé) et Rida Laraki, *alive and kicking*. Pour l'anecdote, l'idée "centrale" de la méthode - l'utilisation de la médiane pour éviter les manipulations - a été trouvée empiriquement par un jury viticole en... 1976!

Bon, c'est très bien, tout ça, surtout quand on est une équipe de rugby voulant choisir un restaurant, parce que des séries de 15 notes, c'est très gérable sur un coin de table. Mais quand on est un peuple qui veut élire un chef d'état, ou une ville qui veut choisir un projet d'aménagement, on est beaucoup plus nombreux. Alors en pratique, comment fait-on? On utilise une recette équivalente, très rapide, que nous dévoilerons la prochaine fois.

13 En pratique, un tel cas est extrêmement improbable si le nombre de votants est élevé.

Épisode 6: Le Jugement majoritaire dans sa pratique

Résumé des épisodes précédents : *Après le naufrage démocratique irrémédiable de tous les scrutins classiques, il semble qu'on ait trouvé une méthode ayant simultanément toutes les qualités que les autres n'ont pas: le Jugement Majoritaire. Mais sa recette de calcul semble plus adaptée aux équipes de rugby voulant choisir un restaurant qu'à un peuple voulant élire un chef d'état. Il reste donc à la rendre plus pratique pour les grands effectifs de votants.*

Reprenons le problème de l'investiture à la fonction suprême de l'un(e) de nos cinq candidats: Alexandre, Brutus, Cléopâtre, Darius et Électre. Le bulletin de vote du jugement majoritaire est le suivant:

	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter
Alexandre							
Brutus							
Cléopâtre							
Darius							
Électre							

Ciel, est-il donc effrayant. Le mode d'emploi est pire encore: il s'agit de mettre une croix dans chaque ligne, sous la mention qui vous semble convenir au candidat. Diablement compliqué, hein? Ben, non.

Et comment dépouille-t-on? On compte, pour chaque candidat, le nombre de chacune des mentions qui lui ont été attribuées. Puis on divise ces nombres par celui des votants pour obtenir, pour chaque candidat, les pourcentages obtenus par ses différentes mentions. Imaginons que le résultat soit:

	Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter	Total
Alexandre	12.4	6.0	6.0	2.0	10.2	20.0	43.4	100
Brutus	1.2	2.0	4.0	14.4	30.6	37.8	10.0	100
Cléopâtre	8.0	25.6	38.4	16.2	8.0	2.0	1.8	100
Darius	10.0	13.2	8.2	7.8	22.0	13.0	25.8	100
Électre	16.4	17.0	35.8	11.6	8.8	6.4	4.0	100

Un tel tableau donne déjà une information détaillée sur l'appréciation de chaque candidat par les électeurs. Or, tous les scrutins traditionnels nous privent de cette information. Par exemple, Électre est beaucoup plus appréciée qu'Alexandre, ou encore: Alexandre est plus clivant que Brutus.

Maintenant, déterminons le classement de ces candidats au jugement majoritaire. Pour cela, on va utiliser une recette équivalente à celle que nous avons employée pour l'équipe de rugby. Voici cette recette.

1) On détermine la mention médiane de chaque candidat. C'est celle dans laquelle, que l'on parte de la gauche ou de la droite, la somme des pourcentages franchit les 50%. Pour Alexandre, que 43,4% des électeurs ont rejeté et 20% trouvé insuffisant, c'est donc: *insuffisant* (43,4% est plus petit que 50%, et 43,4% +20% est plus grand). On obtient ainsi:

Alexandre : *Insuffisant* ; Brutus: *Passable* ; Cléopâtre : *Bien* ; Darius : *Passable* ; Électre : *Bien*.

Il reste à départager les ex-aequo: Brutus et Darius, d'un côté, avec *Passable*, Cléopâtre et Électre de l'autre, avec *Bien*.

Pour ce faire, on calcule deux autres pourcentages par candidats: celui de ses mentions inférieures à sa médiane, qu'on notera *m* pour "moins", et celui de ses mentions supérieures à sa médiane, qu'on notera *p*

pour "plus", tiens. On obtient ainsi:

Alexandre (*insuffisant*) : $m = 43.4$, $p = 36.6$; Brutus (*passable*) : $m = 47.8$, $p = 21.6$; Cléopâtre (*bien*) : $m = 28.0$, $p = 33.6$; Darius (*passable*) : $m = 38.8$, $p = 39.2$; Électre (*bien*) : $m = 30.8$, $p = 33.4$.

Et puis? Et puis déjà, si le pourcentage m d'un candidat est plus grand que son p , on met un "moins" à sa mention médiane. Si c'est son pourcentage p qui l'emporte, c'est un "plus" qu'on colle à sa mention médiane (si ces deux pourcentages sont égaux, on ne met rien). Ainsi, on obtient:

Alexandre : *Insuffisant*⁻ ; Brutus: *Passable*⁻ ; Cléopâtre : *Bien*⁺ ; Darius : *Passable*⁺ ; Électre : *Bien*⁺

Voilà qui permet déjà de départager Brutus et Darius : Avec *Passable*⁺, Darius est au-dessus de Brutus, qui n'a que *Passable*⁻. S'ils avaient obtenu *Passable*⁻ tous les deux, on aurait comparé leurs pourcentages m , et on aurait classé en dessous celui qui avait le plus gros. Voilà la règle. Quant à Cléopâtre et Électre, elles ont toutes deux *Bien*⁺. La règle est que dans le cas d'un ex-aequo avec même mention⁺, on compare les pourcentages p des deux candidats et on classe au dessus celui qui a le plus élevé. Avec $p = 33.6$, Cléopâtre l'emporte sur Électre qui n'a obtenu que $p = 33.4$. On a donc finalement le classement suivant:

Alexandre : *Insuffisant*⁻ < Brutus: *Passable*⁻ < Darius : *Passable*⁺ < Électre : *Bien*⁺ < Cléopâtre : *Bien*⁺

Voilà, c'est tout. Est-ce si compliqué que ça, compte tenu de la moisson de bonnes propriétés que possède ce système de vote? Je vous le demande (et vous répondez ce que vous voulez).

La prochaine fois, nous découvrirons les simulations du jugement majoritaire sur quelques élections ayant eu lieu dans un passé récent, et constaterons que ce mode de scrutin change, plus encore que le nez de Cléopâtre, la face du monde.

Épisode 7 et dernier : Le Jugement majoritaire dans ses oeuvres

Résumé des épisodes précédents : *Après le naufrage démocratique irrémédiable de tous les scrutins classiques, il semble qu'on¹⁴ ait trouvé une méthode, le Jugement Majoritaire, possédant toutes les qualités que les autres n'ont pas. En théorie, c'est déjà très bien. Et en pratique?*

L'élection présidentielle française de 2012 :

Un sondage *OpinionWay* a été réalisé en avril 2012 sur 993 participants représentatifs de l'électorat français, en vue de simuler le résultat du jugement majoritaire à cette élection. En voici les résultats. On a surligné les mentions médianes (franchissement des 50%) en jaune, et calculé les proportions p des mentions supérieures et m des mentions inférieures à cette médiane pour chaque candidat :

p		Excellent	TB	B	AB	Acceptable	Mauvais	À rejeter	m
36,45	E Joly	1,64	2,57	9,81	9,35	13,08	18,46	45,09	45,09
28,73	M Le Pen	3,74	2,57	3,97	6,54	5,84	6,07	71,26	0
47,19	N Sarkozy	3,97	6,31	10,75	8,64	8,88	8,64	52,8	0
40,19	J-L Mélenchon	7,71	14,72	17,76	14,25	10,98	5,14	29,44	45,56
32,24	P Poutou	1,17	3,5	8,88	9,81	8,88	20,56	47,2	47,2
46,96	N Arthaud	0,23	2,1	4,21	8,18	11,21	21,03	53,04	0
35,05	J Cheminade	0	0,47	1,64	5,37	8,41	19,16	64,95	0
33,4	F Bayrou	2,1	8,64	22,66	17,06	14,72	11,45	23,36	49,53
49,31	N Dupont-Aignan	1,17	1,87	5,14	7,48	14,02	19,63	50,7	0
34,35	F Hollande	16,36	17,99	21,03	8,41	11,68	5,61	18,93	44,63

Rappel de la règle : 1) Un candidat ayant un p plus élevé que son m voit sa mention affublée d'un "+", et d'un "-" si son m est plus élevé que son p . 2) dans le cas d'un ex-aequo avec même mention -, on compare les m des deux candidats et on classe en dessous celui qui a le m le plus élevé. Dans le cas d'ex-aequo avec même mention +, on compare les p des deux candidats et on classe au dessus celui qui a le p le plus élevé.

Le vainqueur du JM aurait donc été le même qu'au scrutin actuel: François Hollande, avec la mention « Bien - » qu'il est le seul à obtenir. Il est intéressant de voir qu'il est suivi de Jean-Luc Mélenchon, puis François Bayrou, tous deux ayant obtenu « Assez bien - ». On constate également que *la moitié des candidats sont jugés majoritairement « à rejeter »* ! Or, avec le scrutin en vigueur, l'un d'entre eux, Nicolas Sarkozy, a été finaliste au deuxième tour, tandis que Bayrou et Mélenchon, non. N'y a-t-il pas là de quoi s'indigner ? Le classement final fourni par le jugement majoritaire est:

Hollande (B-) > Mélenchon (AB-) > Bayrou (AB-) > Joly (M-) > Poutou (M-) >
 Dupont-Aignant (R) > Sarkozy (R) > Arthaud (R) > Cheminade (R) > Le Pen (R)

14 Balinski, M., & Laraki, R. (2012). *Jugement majoritaire versus vote majoritaire*. Revue française d'économie, 27(4), 11-44. Ou, plus costaud et en anglais : Balinski, M., & Laraki, R. (2011). *Majority Judgment - Measuring, Ranking, and Electing*, MIT Press.

L'élection présidentielle française de 2017 :

Un sondage IFOP-FabriqueSpinoza, réalisé les 11-12 Avril 2017 sur 1000 personnes représentatives de la population française, âgée de 18 ans et plus a donné les résultats suivants:

<i>p</i>		Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter	<i>m</i>
35,5	Mélenchon	13,3	22,2	28,8	9,1	11,1	15,5	35,7
32,4	Macron	9,6	22,8	25,7	11	11,1	19,8	41,9
46,6	Hamon	5,5	11,7	29,4	17	15,3	21,1	36,4
37,3	Dupont-Aignant	3,9	9,5	23,9	17,9	20,4	24,4	44,8
45,6	Le Pen	15,3	14	16,3	6,7	13,6	34,1	47,7
33,9	Poutou	2,8	8,5	22,6	17,6	22,8	25,7	48,5
48,6	Fillon	8,2	11,9	17,9	10,6	17,9	33,5	33,5
43,6	Lassalle	0,9	4	19,6	19,1	27,2	29,2	29,2
42,4	Arthaud	1,4	5,5	19,2	16,3	28,4	29,2	29,2
39	Asselineau	1	3,5	17,9	16,6	29,4	31,6	31,6
36,8	Cheminade	0,4	2,4	16,9	17,1	30,9	32,3	32,3

Le classement fourni par le jugement majoritaire est :

Mélenchon (AB-) > Macron (AB-) > Hamon (P+) > Dupont-Aignant (P-) > Le Pen (P-) > Poutou (P-) > Fillon (I+) > Lassalle (I+) > Arthaud (I+) > Asselineau (I+) > Cheminade (I+)

Ces résultats indiquent la victoire de Mélenchon. Cependant, les scores de Macron sont assez proches pour ne pas exclure la possibilité de sa victoire, car ce n'est qu'un sondage, et il y a une marge d'erreur. On peut déplorer que notre système à deux tours n'ait pas placé en tête ces deux candidats, qui nous auraient livré un débat de fond autrement plus intéressant que la bouffonnerie pathétique à laquelle nous avons assisté. Au lieu de quoi c'est Marine le Pen, avant-dernière des quatre candidats jugés « passables », qui a été finaliste, et n'a trouvé pour arme rhétorique face à son concurrent que le ricanement.

Une autre révélation est que la plus haute mention obtenue est « assez bien - », ce qui n'est pas précisément un plébiscite. On voit dans cette mention, comme dans le fait que Mélenchon et Macron soient les deux premiers, tout le potentiel de mécontentement que recelait la victoire de Macron. Cette épée de Damoclès lui chût rapidement sur l'occiput sous la forme d'une montagne de gilets jaunes. Le troisième est Benoît Hamon, à qui le scrutin à deux tours, distordu par le vote « utile » n'a permis que de récolter 6% - score très loin de représenter l'opinion collective le concernant ... mais encore très au dessus du score qu'obtiendra Anne Hidalgo pour la même raison. Les souverainistes Dupont-Aignant et Le Pen sont quatrième et cinquième, cette dernière ayant progressé en appréciation depuis 2012. Enfin, Fillon, auto-torpillé par son affaire d'emplois familiaux, inaugure la série des candidats « insuffisants ».

L'élection présidentielle française de 2022 :

Un sondage *OpinionWay* permettant l'application du JM a été réalisé en mars 2022 sur 1044 personnes inscrites sur les listes électorales. En voici les résultats.

<i>p</i>		Excellent	Très bien	Bien	Assez bien	Passable	Insuffisant	À rejeter	<i>m</i>
47	Macron	7,4	11,3	17,3	11	14,7	8,5	29,8	38,3
43,2	Le Pen	10,3	10,3	13,1	9,5	10,5	10,3	36	46,3
32	Pécresse	2,7	5,4	7,5	16,4	20,5	19,8	27,7	47,5
34,2	Mélenchon	6,2	6,7	9,5	11,8	15,8	12,9	37,1	50
43,8	Roussel	1,1	2,4	6,6	12,9	20,8	25,2	31	31
42	Jadot	1,6	2,3	8,2	10,6	19,3	25,8	32,2	32,2
40,9	Lassalle	1,5	2,7	6,6	11,7	18,4	29,2	29,9	29,9
33,8	Hidalgo	0,9	1,3	4,7	8	18,9	24,7	41,5	41,5
38	Dupont-Aignant	2,3	3,3	7	9,9	15,5	20	42	42
28,4	Poutou	0,8	2,2	4,5	7,9	13	28,7	42,9	42,9
27,3	Arthaud	0,3	1,7	4	8,1	13,2	27,2	45,5	45,5
44,9	Zemmour	5,5	4,3	7,3	6,6	10,9	10,3	55,1	0

La première constatation est que plus aucun candidat n'obtient de mention supérieure à "Passable". Macron orne sa mention d'un "+" mais il est bien le seul. Regardez les pourcentages de la mention "à rejeter". N'y a-t-il pas là matière à penser? Ah, bien sûr, une telle photographie de l'opinion ne doit pas faire plaisir à toutes ces femmes et hommes politiques qui briguent l'investiture suprême, et il leur sera plus facile d'incriminer l'appareil photo. Pas de chance pour eux, il est bien meilleur que celui qu'on a utilisé jusqu'ici. Ce qu'il nous dit, c'est qu'il y a une très violente crise de confiance.

The icing on the cake: la présidentielle étasunienne de 2016

Un sondage d'opinion, effectué par le *Pew Research Center* sur un échantillon représentatif de 1787 électeurs en mars 2016, a obtenu les résultats suivants:

<i>p</i>		Excellent	Bon	Moyen	Médiocre	Très mauvais	<i>m</i>
0,36	Kasich	0,05	0,30	0,42	0,14	0,08	0,22
0,37	Sanders	0,10	0,27	0,27	0,15	0,21	0,36
0,30	Cruz	0,07	0,23	0,32	0,18	0,20	0,38
0,33	Clinton	0,11	0,22	0,20	0,16	0,30	0,46
0,39	Trump	0,10	0,16	0,12	0,15	0,45	0,45

Le classement fourni par le jugement majoritaire est l'ordre des candidats dans le tableau (c'est fait exprès). Qui voit-on en dernier, avec la mention « médiocre » ? Et juste avant lui ? Et qui a été finaliste, mmh? Et qui a été élu, puis est sorti de l'Accord de Paris sur le climat, a dénoncé l'accord sur le nucléaire iranien, et a employé ses quatre années de mandat à ridiculiser la présidence étasunienne aux yeux de la planète?

Conclusions: 1) aux USA, le système électoral délire encore plus qu'en France, et 2) l'usage du jugement majoritaire en cette occasion eût changé la face du monde.

Épilogue

Le suffrage universel est très largement conçu comme étant l'une des conditions de la démocratie. Mais il était jusqu'ici très défectueux. On savait le ver dans le fruit depuis plusieurs décennies, mais faute de solution de rechange suffisamment étudiée, on regardait ailleurs en répétant des mantras. Les périodes de relative stabilité ont conforté ici et là l'idée fausse que le problème soulevé par les théoriciens, en pratique, n'existait pas.

La défiance populaire croissante vis-à-vis des élections, et des représentants qui en sortent, n'est certes vraisemblablement pas *entièrement* dûe aux nombreux dysfonctionnements du mode de scrutin. Mais ceux-ci, grâce aux simulations, apparaissent cruciaux, et il serait aussi bête qu'irresponsable d'oblitérer le problème fondamental qu'ils posent. Reposons la question initiale: que diriez-vous si l'on vous disait "vous avez la parole" et qu'on vous tendît un micro qui déforme tout ce que vous dites ? Ne diriez-vous pas: si c'est comme ça, je ne joue plus ?

Le vote par approbation est la plus simple des solutions véritables. C'est ainsi la solution dont le fonctionnement est le plus facile à comprendre.

Le jugement majoritaire, un peu plus complexe, en est un raffinement à la fois nuancé et robuste.

L'un comme l'autre ne se contentent pas de fournir un vainqueur, mais un classement des candidats, et, par surcroît, une appréciation collective attachée à chacun, ce qui est une information dont tous les scrutins "classiques" nous privent. Ceci permet à l'opinion collective de se connaître, et de connaître la position de chaque candidat dans l'appréciation collective.

Étant considérablement moins schématiques, ces scrutins sont bien préférables au référendum souvent invoqué comme panacée démocratique. Voilà qui fait d'eux un outil de grande valeur - pour ne pas dire indispensable - dans le choix de projet.

La sacralité, qui semble empêcher pour l'instant l'indispensable réforme de l'élection présidentielle, est moins active à l'échelle locale. Aussi le vote par approbation et le jugement majoritaire commencent-ils à être utilisés dans diverses associations, conseils municipaux, jurys sportifs et gastronomiques, ainsi que pour les recrutements collégiaux à l'université.

Quand la République en sera-t-elle jugée digne?