

Dualité nœud-couche dans les réseaux multicouches

C.Presigny¹ et F.De Vico Fallani¹ (1) Sorbonne Université, Institut du Cerveau, CNRS, INRIA, INSERM, AP-HP Hôpital de la Pitié Salpêtrière, F-75013, Paris, France charley.presigny@inria.fr

Les réseaux multicouches constituent un formalisme pertinent pour modéliser les interactions multi-échelles ou multi-niveaux de nombres de systèmes complexes [1]. A l'heure actuelle, une unique description multicouche de ces systèmes est systématiquement employée *i.e.*, la description où les nœuds/couches sont modélisés de manière intuitive au plus proche des données (*ex* : un réseau social où les nœuds sont les individus et les couches différents moyens de télécommunications entre eux). Cependant, le formalisme multicouche permet théoriquement une multiplicité de descriptions pour un système donné (*ex* : dans la définition des couches) [2] mettant en valeur différentes facettes de celui-ci. Ainsi, certains aspects multi-échelles sont-ils systématiquement négligés. Nous établissons le principe de la *dualité nœud-couche* afin de combiner la description « intuitive » (description O) et une description complémentaire d'un même système, jusqu'ici inexplorée (description D). En se fondant sur une mesure simple (degré multicouche), nous montrons que seule la combinaison des deux descriptions est capable de saisir l'ensemble des différences entre deux réseaux multicouches. Nous construisons un modèle de reconnexion stochastique multi-échelle pour caractériser de manière systématique les deux descriptions et leur combinaison en partant de réseaux multicouches aléatoires. Nous étudions les relations entre les deux descriptions en fonction du nombre de nœud et de couches (dans le sens de la description O). Notamment, nous mettons en évidence que la description O est agnostique à la plupart des reconnexions dans les réseaux multiplexes (voir Figure 1), ce qui suggère que la description D est plus adaptée pour étudier ces derniers que la description O dans le cadre présenté dans notre étude.

En conclusion, nous proposons la *dualité nœud-couche* pour mettre en évidence la pertinence d'une description multicouche alternative. Nous montrons que la combinaison des deux descriptions nous permet d'exploiter pleinement la dimension multi-échelle du formalisme multicouche. Cette dualité constitue enfin un principe très facile à implémenter et à exploiter par n'importe quelle étude utilisant le formalisme multicouche.

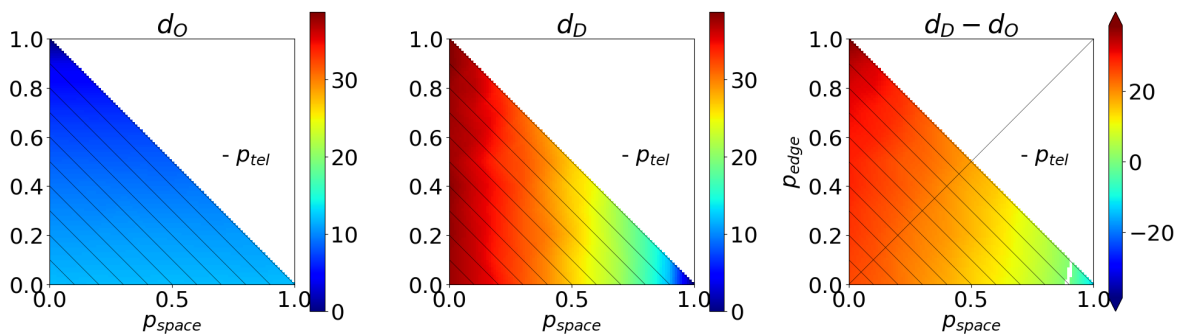


Figure 1 : Diagrammes de distance entre un réseau multiplex Erdős-Rényi composé de 20 couches, 100 nœuds ($p = 0.15$) et une version reconnectée de celui-ci en fonction de p_{space} (probabilité de reconnecter le réseau en gardant la densité des couches fixes), p_{edge} (probabilité de reconnecter le réseau en gardant la densité des nœuds fixes) et $R=0.25$ (25% des liens sont rebranchés). p_{tel} (probabilité de reconnecter le réseau en ne conservant pas la densité des nœuds et des couches) est représentée par les lignes diagonales (de gauche à droite, p_{tel} va de 0 à 1 avec un pas de 0.1). **(Gauche)** Diagramme de distance obtenu dans la description O. **(Milieu)**

Diagramme de distance obtenu dans la description D. **(Droite)** Diagramme de distance obtenu par la différence entre les distances obtenues dans les descriptions O et D. Chaque point est obtenu par une moyenne sur 200 réalisations de l'algorithme de reconnexion stochastique.

Références

- [1] S. Boccaletti *et al.*, The structure and dynamics of multilayer networks, *Physics Reports*, 544(1), 2014, pp 1-122.
- [2] M. Kivelä et M. Porter, Isomorphisms in multilayer networks, *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 5(3), 2018, pp 198-211.