



Factorisation tensorielle couplée en termes de rangs ($L, L, 1$): application conjointe à la super-résolution hyperspectrale et au démixage en présence de variabilité spectrale

Clémence Prévost, Ricardo Borsoi, Konstantin Usevich, David Brie, José Bermudez, Cédric Richard

► To cite this version:

Clémence Prévost, Ricardo Borsoi, Konstantin Usevich, David Brie, José Bermudez, et al.. Factorisation tensorielle couplée en termes de rangs ($L, L, 1$): application conjointe à la super-résolution hyperspectrale et au démixage en présence de variabilité spectrale. XXVIIIème Colloque Franco-phone de Traitement du Signal et des Images, Sep 2022, Nancy, France. hal-03689360

HAL Id: hal-03689360

<https://hal.science/hal-03689360>

Submitted on 7 Jun 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Factorisation tensorielle couplée en termes de rangs $(L, L, 1)$: application conjointe à la super-résolution hyperspectrale et au démixage en présence de variabilité spectrale

Clémence PRÉVOST¹, Ricardo BORSOI², Konstantin USEVICH², David BRIE², José BERMUDEZ³, Cédric RICHARD⁴

¹Univ. Lille, CNRS, Centrale Lille, UMR 9189 CRISTAL – nom.prenom[at]univ-lille[dot]fr

²Univ. Lorraine, CNRS, UMR 7039 CRAN – nom.prenom[at]univ-lorraine[dot]fr

³Fed. Univ. Santa Catarina, Florianópolis, Brésil

⁴Univ. Côte d’Azur, CNRS, OCA, Lagrange – nom.prenom[at]unice[dot]fr

Résumé – Nous proposons une solution conjointe aux problèmes de super-résolution et de démixage de l’image super-résolue. Cette approche utilise la décomposition tensorielle LL1 et tient compte d’un phénomène de variabilité spectrale. Des garanties théoriques de reconstruction sont fournies. Nous proposons un algorithme sous contraintes de positivité, dont les performances sont illustrées sur des images réelles.

Abstract – In this paper, we propose to jointly solve the hyperspectral super-resolution problem and the unmixing problem of the underlying super-resolution image using a coupled tensor LL1 decomposition. We consider a spectral variability phenomenon. Exact recovery conditions are provided. We propose a constrained algorithm to solve the problems at hand. Its performance is illustrated on real images.

1 Introduction

Le problème de super-résolution hyperspectrale (SRH) [26] vise à reconstruire une image à super-résolution (ISR) à partir d’images hyperpctrale (IHS) et multispectrale (IMS) de la même scène. Tandis que l’IMS possède de hautes résolutions spatiales et une basse résolution spectrale, l’IHS est hautement résolue spectralement mais dégradée spatialement [21]. Chaque pixel de l’ISR est approché par la somme d’un nombre fini de signatures spectrales. Le démixage spectral permet d’identifier ces signatures et les abondances des matériaux associés [2].

En pratique, l’IHS et l’IMS sont souvent acquises à des instants différents [12], ce qui induit des variations dans leurs conditions d’acquisitions [4], qui dégradent les performances des algorithmes de super-résolution et de démixage. Ce phénomène est appelé variabilité spectrale.

Ce papier propose de résoudre le problème de SRH en présence de variabilité spectrale. Le problème de reconstruction est reformulé comme une approximation tensorielle couplée en termes de rangs $(L, L, 1)$ (abrégée LL1). Nos résultats théoriques garantissent la reconstruction de l’ISR et de ses facteurs de mélange. Une procédure permettant de résoudre conjointement les problèmes de SRH et de démixage de l’ISR est proposée. La version longue de ce papier est disponible dans [18].

L’état de l’art sur la SRH est riche. Les approches matricielles [27, 25, 24] se basent sur le modèle de mélange linéaire. Certaines sont donc capables d’effectuer le démixage spectral de l’ISR [15, 27]. Des solutions tensorielles au problème de SRH ont également été développées [14, 19, 28, 9]. La décomposition LL1 a été utilisée dans [20] pour le dé-mélange de l’ISR. Ces approches ignoraient la variabilité spectrale.

Une approche de fusion en présence de variabilité a été considéré dans [3], mais n’offrait pas de garanties de reconstruction.

Récemment, deux algorithmes tensoriels ont été développés [5]. Ils tenaient compte de variations spatiales et spatiales entre les observations. Cette approche n’offrait pas de solution au problème de démixage.

Notation – Les scalaires sont notés (a) ou (A) , les vecteurs $(\mathbf{a})$, les matrices $(\mathbf{A})$ et les tenseurs $(\mathcal{A})$. Leurs éléments sont notés a_i , $A_{i,j}$ and $\mathcal{A}_{i_1, \dots, i_N}$. La transposée matricielle est notée $\mathbf{A}^\top$. La notation $\mathbf{X} \geq \mathbf{0}$ dénote la positivité terme à terme. L’opérateur $\otimes$ dénote le produit tensoriel et l’opérateur $\bullet_p$ note la contraction selon la dimension p .

2 Approximation LL1 couplée

2.1 Modèle d’observation

Soient deux observations : une IHS $\mathcal{Y}_H \in \mathbb{R}^{I_H \times J_H \times K}$ et une IMS $\mathcal{Y}_M \in \mathbb{R}^{I \times J \times K_M}$. Les scalaires K et K_M sont les dimensions spectrales ($K_M < K$) tandis que (I, J) et (I_H, J_H) représentent les dimensions spatiales ($I_H < I, J_H < J$).

Soient deux ISR $\mathcal{Z} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ et $\tilde{\mathcal{Z}} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ à partir desquelles sont obtenues $\mathcal{Y}_H$ et $\mathcal{Y}_M$, respectivement [5, 11]. Les ISR $\mathcal{Z}$ et $\tilde{\mathcal{Z}}$ renferment des signatures spectrales différentes. Elles sont reliées entre elles par

$$\tilde{\mathcal{Z}} = \mathcal{Z} + \Psi, \quad (1)$$

où $\Psi \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ est un tenseur de variabilité spectrale. D’où le modèle d’observation

$$\begin{cases} \mathcal{Y}_H &= \mathcal{Z} \bullet_1 \mathbf{P}_1 \bullet_2 \mathbf{P}_2 + \mathcal{E}_H, \\ \mathcal{Y}_M &= \tilde{\mathcal{Z}} \bullet_3 \mathbf{P}_3 + \mathcal{E}_M, \end{cases} \quad (2)$$

avec $\mathcal{E}_H$ et $\mathcal{E}_M$ les termes de bruit blancs gaussiens. La matrice $\mathbf{P}_3 \in \mathbb{R}^{K_M \times K}$ est la matrice de dégradation spectrale,

tandis que $\mathbf{P}_1 \in \mathbb{R}^{I_H \times I}$ et $\mathbf{P}_2 \in \mathbb{R}^{J_H \times J}$ sont les matrices de dégradation spatiale (supposée séparable [23]). Résoudre le problème de SRH revient à reconstruire $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ et $\Psi \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ à partir de (1)–(2).

2.2 Approximation de rang faible

Supposons que l'ISR $\mathbf{Z}$ admet une décomposition LL1

$$\mathbf{Z} = \sum_{r=1}^R (\mathbf{A}_r \mathbf{B}_r^\top) \otimes \mathbf{c}_r, \quad (3)$$

avec $\mathbf{A}_r \in \mathbb{R}^{I \times L}$, $\mathbf{B}_r \in \mathbb{R}^{J \times L}$ et $\mathbf{c}_r \in \mathbb{R}^K$ ($r \in \{1, \dots, R\}$). La matrice $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_R] \in \mathbb{R}^{K \times R}$ contient les signatures spectrales des R matériaux de l'image. En supposant que les cartes d'abondance $\mathbf{S}_r$ sont de rang faible L , l'on peut écrire

$$\mathbf{S}_r \approx \mathbf{A}_r \mathbf{B}_r^\top \in \mathbb{R}^{I \times J}. \quad (4)$$

L'hypothèse de rang faible se justifie par la corrélation souvent observée entre les deux dimensions spatiales. Par ailleurs, une borne supérieure sur la reconstruction des $\mathbf{S}_r$ est disponible dans [6]. La matrice $\mathbf{S} = [\text{vec}\{\mathbf{S}_1\}, \dots, \text{vec}\{\mathbf{S}_R\}] \in \mathbb{R}^{I \times J \times R}$ contient les cartes d'abondance vectorisées. Sous contraintes de positivité terme à terme, les facteurs $\mathbf{C}$ et $\mathbf{S}$ peuvent être vus comme les facteurs d'un modèle de mélange. Ainsi, (3) correspond à l'interprétation tensorielle du modèle de mélange linéaire pour $\mathbf{Z}$. Le démixage spectral consiste à estimer les matrices $\{\mathbf{S}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{B}_r^\top\}_{r=1}^R$ et $\mathbf{C}$ à partir de $\mathbf{Z}$.

Dans ce papier, l'on considère un modèle de variabilité simplifié. Ce dernier permet d'établir des garanties théoriques de reconstruction de l'ISR. L'on considère le modèle additif¹

$$\tilde{\mathbf{C}} = \psi + \mathbf{C}, \quad (5)$$

où $\psi \in \mathbb{R}^{K \times R}$ est un terme explicite de variabilité spectrale.

En supposant que la variabilité se restreint au domaine spectral, le tenseur de variabilité Ψ admet une décomposition LL1 avec les mêmes termes spatiaux $\mathbf{A}_r$, $\mathbf{B}_r$ que dans (3) et un facteur spectral $\psi \in \mathbb{R}^{K \times R}$. Par conséquent, l'ISR $\tilde{\mathbf{Z}}$ admet une décomposition LL1 telle que

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z} + \underbrace{\sum_{r=1}^R (\mathbf{A}_r \mathbf{B}_r^\top) \otimes \psi_r}_{\Psi} = \sum_{r=1}^R (\mathbf{A}_r \mathbf{B}_r^\top) \otimes \tilde{\mathbf{c}}_r, \quad (6)$$

avec $\tilde{\mathbf{c}}_r$ la r -ième colonne de $\tilde{\mathbf{C}}$. Finalement, l'on peut réécrire (2) comme une décomposition LL1 couplée :

$$\begin{cases} \mathcal{Y}_H &= \sum_{r=1}^R (\mathbf{P}_1 \mathbf{A}_r (\mathbf{P}_2 \mathbf{B}_r)^\top) \otimes \mathbf{c}_r + \mathcal{E}_H, \\ \mathcal{Y}_M &= \sum_{r=1}^R (\mathbf{A}_r \mathbf{B}_r^\top) \otimes \mathbf{P}_3 \tilde{\mathbf{c}}_r + \mathcal{E}_M. \end{cases} \quad (7)$$

Le problème conjoint de fusion et de démixage consiste à estimer les facteurs $\{\mathbf{A}_r \mathbf{B}_r^\top\}_{r=1}^R$, $\mathbf{C}$, $\tilde{\mathbf{C}}$ à partir du modèle (7), sous contraintes de positivité

$$\{\mathbf{A}_r \mathbf{B}_r^\top\}_{r=1}^R \geq \mathbf{0}, \mathbf{C} \geq \mathbf{0}, \tilde{\mathbf{C}} \geq \mathbf{0}. \quad (8)$$

1. Ce modèle est mathématiquement équivalent au modèle multiplicatif considéré dans [13].

2.3 Garanties théoriques

L'étude complète de l'identifiabilité du modèle (7)–(8) ainsi que la preuve du théorème sont disponibles² dans [18].

Théorème 2.1 Soient deux ISR $\mathbf{Z}$ et $\tilde{\mathbf{Z}}$ admettant respectivement les décompositions (3) et (6); soient une IHS et une IMS suivant le modèle (7); et soient $\mathcal{E}_H, \mathcal{E}_M = \mathbf{0}$. Supposons que les facteurs $\{\mathbf{A}_r, \mathbf{B}_r\}_{r=1}^R, \mathbf{C}, \tilde{\mathbf{C}}$ sont tirés de distributions conjointes absolument continues et que $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$ sont de rang plein. Soit $\{\mathbf{A}_r^*, \mathbf{B}_r^*\}_{r=1}^R, \mathbf{C}^*, \tilde{\mathbf{C}}^*$ une solution au problème conjoint de fusion et de démixage. Alors $\mathbf{Z}$ et $\tilde{\mathbf{Z}} \bullet_3 \mathbf{P}_3$ sont reconstruits de façon exacte par

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \sum_{r=1}^R (\mathbf{A}_r^* (\mathbf{B}_r^*)^\top) \otimes \mathbf{c}_r^*, \\ \tilde{\mathbf{Z}} \bullet_3 \mathbf{P}_3 &= \sum_{r=1}^R (\mathbf{A}_r^* (\mathbf{B}_r^*)^\top) \bullet_3 \mathbf{P}_3 \tilde{\mathbf{c}}_r^*, \end{aligned}$$

si $I_H J_H \geq LR$, $IJ \geq L^2 R$ et

$$\min \left(\left\lfloor \frac{I}{L} \right\rfloor, R \right) + \min \left(\left\lfloor \frac{J}{L} \right\rfloor, R \right) + \min(K_M, R) \geq 2R + 2.$$

De plus, les facteurs de mélange $\{\mathbf{S}_r^* = \mathbf{A}_r^*, \mathbf{B}_r^*\}_{r=1}^R, \mathbf{C}^*, \mathbf{P}_3 \tilde{\mathbf{C}}^*$ sont reconstruits exactement à des ambiguïtés d'échelle et de permutation [8] près.

3 Algorithme

Dans cette partie, on note $\tilde{\mathbf{C}}_M = [\tilde{\mathbf{c}}_{M,1}, \dots, \tilde{\mathbf{c}}_{M,R}] = \mathbf{P}_3 \tilde{\mathbf{C}}$ et $\psi_M = \mathbf{P}_3 \psi$. Reformulons (7) comme le problème d'optimisation contraint

$$\underset{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{S}, \mathbf{C}, \tilde{\mathbf{C}}_M}{\text{minimize}} \mathcal{J}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{S}, \mathbf{C}, \tilde{\mathbf{C}}_M), \quad (9)$$

où la fonction de coût $\mathcal{J}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{S}, \mathbf{C}, \tilde{\mathbf{C}}_M)$ est telle que

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{S}, \mathbf{C}, \tilde{\mathbf{C}}_M) &= \|\mathcal{Y}_H - \sum_{r=1}^R (\mathbf{P}_1 \mathbf{A}_r (\mathbf{P}_2 \mathbf{B}_r)^\top) \otimes \mathbf{c}_r\|_F^2 \\ &+ \|\mathcal{Y}_M - \sum_{r=1}^R (\mathbf{A}_r \mathbf{B}_r^\top) \otimes \tilde{\mathbf{c}}_{M,r}\|_F^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Le problème conjoint de fusion et de démixage revient à optimiser (9) sous contraintes³ de positivité (8). L'Algorithme 1, Coupled Non-Negative Block-Term Decomposition accounting for VARIability (CNN-BTD-Var), résout un problème de moindres carrés pour chaque facteur.

La complexité d'une itération de CNN-BTD-Var est :

$$\bullet \mathcal{O}(I^3 + J^3 + K^3 + L^3 R^3) \text{ pour } \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C};$$

2. Les conditions de reconstruction sont proposées sans bruit. Si cette condition est restrictive au sens de l'application considérée, elle offre des informations précieuses sur l'identifiabilité statistique du modèle et permet d'évaluer les performances asymptotiques de l'algorithme proposé.

3. D'autres contraintes (rang faible, norme unitaire) peuvent être considérées, voir [18].

Algorithm 1: CNN-BTD-Var

Input : $\mathcal{Y}_H, \mathcal{Y}_M, P_1, P_2, P_3; R, L, \text{iter}$
for $m \in \{1, \dots, \text{iter}\}$ **do**
 $A \leftarrow \arg \min_A \mathcal{J}(A, B, S, C, \tilde{C}_M),$
 $B \leftarrow \arg \min_B \mathcal{J}(A, B, S, C, \tilde{C}_M),$
 $S_r \leftarrow \arg \min_{S_r \geq 0} \|A_r B_r^\top - S_r\|_F^2,$
 $C \leftarrow \arg \min_{C \geq 0} \mathcal{J}(A, B, S, C, \tilde{C}_M),$
 $\tilde{C}_M \leftarrow \arg \min_{\tilde{C}_M \geq 0} \mathcal{J}(A, B, S, C, \tilde{C}_M),$
 $\psi_M \leftarrow \tilde{C}_M - P_3 C.$
end for
return $Z^{(3)} = SC^\top, (\Psi \bullet_3 P_3)^{(3)} = S\psi_M^\top.$

- $\mathcal{O}(IJK_M R + I_H J_H K R)$ pour les mises à jours restantes par moindres carrés.

Les facteurs A et B sont initialisés par la fonction `lll_gevd` de TensorLab [22] (voir [7, 10]) et les facteurs $C, \tilde{C}_M$ sont obtenus en résolvant des problèmes de moindres carrés.

4 Résultats

4.1 Procédé expérimental

L'ISR et l'IMS de référence sont acquises avec la même résolution spatiale. Les matrices P_1, P_2 sont générées suivant [23] avec un taux d'échantillonnage $d = 4$ entre l'ISR et l'IHS. La matrice P_3 est générée à partir de la réponse spectrale de Sentinel-2, produisant une IMS contenant $K_M = 10$ bandes spectrales. Un bruit blanc gaussien est ajouté aux observations afin d'obtenir un SNR de 30dB. L'ISR reconstruite $\hat{Z}$ est comparée à la référence Z à l'aide de plusieurs indicateurs [26], le principal étant le *SNR de reconstruction* (R-SNR) :

$$\text{R-SNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{\|Z\|_F^2}{\|\hat{Z} - Z\|_F^2} \right). \quad (11)$$

Le temps de calcul est évalué grâce aux fonctions `tic` et `toc` de MATLAB. Un code MATLAB à l'adresse https://github.com/cprevost4/LL1_HSR_HU.

Le jeu de données considéré représente une prise de vue de Lake Tahoe⁴, et $Z \in \mathbb{R}^{100 \times 80 \times 173}$. Il comporte trois matériaux principaux pour lesquels des signatures spectrales obtenues par VCA [16] et dites de référence sont disponibles.

4.2 Reconstruction de l'ISR

Notre algorithme est comparé à des algorithmes matriciels (CNMF [27], GLP-HS [1]) et tensoriels sans variabilité (STEREO [14], SCOTT [19], CNN-BTD [28]). Deux algorithmes tenant compte de la variabilité sont également évalués : FuVar [3] et CB-STAR [5].

Les rangs choisis pour CNN-BTD-Var sont $R = 3$ et $L = 20$, avec 20 itérations. Le tableau 1 regroupe les métriques pour la reconstruction de Z . Les meilleurs résultats sont affichés en

⁴. disponible à l'adresse <https://landsat.gsfc.nasa.gov/landsat-8/>.

gras. La Figure 1 montre une bande spectrale de référence et ses reconstructions. CNN-BTD-Var et CB-STAR fournissent

TABLE 1 – Métriques pour la reconstruction de Z .

Alg.	R-SNR	CC	ERGAS	Temps (s)
CNN-BTD-Var	16.1371	0.9514	4.5902	1.2251
STEREO	5.8368	0.75957	15.2801	1.2148
SCOTT	1.918	0.50379	23.3815	0.14701
CNN-BTD	6.0332	0.80003	14.9491	1.2826
CNMF	12.1314	0.87494	7.2804	1.7442
GLP-HS	11.7862	0.87408	7.6011	4.507
FuVar	14.54	0.92498	5.528	761.3932
CB-STAR	19.2413	0.97539	3.2231	8.3597

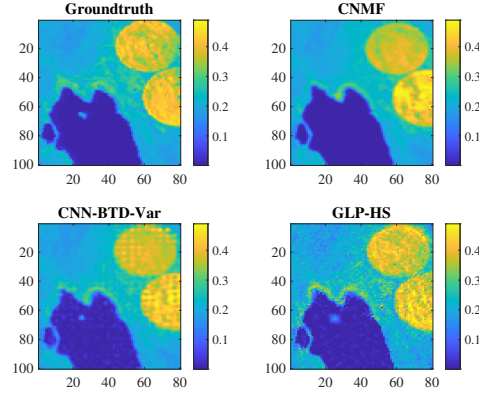


FIGURE 1 – Reconstruction d'une bande spectrale.

les meilleures métriques. Les performances de CNN-BTD-Var sont inférieures à celles de CB-STAR, mais son temps de calcul est réduit. Les autres méthodes tensorielles, bien que rapides, fournissent de moins bonnes performances.

4.3 Démélange spectral

CNN-BTD-Var est comparé à CNMF et à un algorithme de démélange standard : BMDR-ADMM [17]. Ce dernier est appliqué sur l'ISR reconstruite par CB-STAR. Les signatures spectrales et cartes d'abondances reconstruites sont affichées aux Figures 2 et 3. CNN-BTD-Var estime correctement les fac-

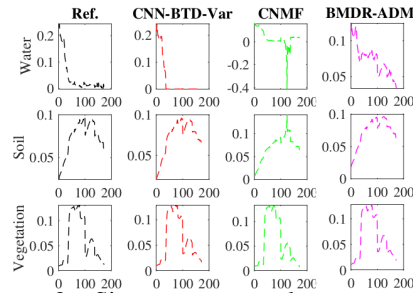


FIGURE 2 – Signatures spectrales reconstruites.

teurs de mélange.

5 Conclusion

Ce papier propose de résoudre conjointement les problèmes de SRH et de démélange en présence de variabilité. La méthode

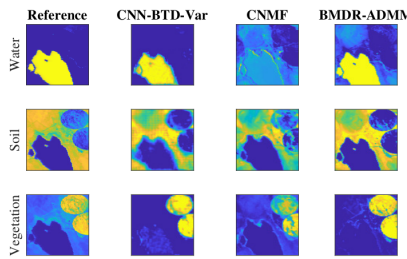


FIGURE 3 – Cartes d’abondance reconstruites.

proposée est basée sur la décomposition tensorielle LL1. Les simulations illustrent les performances de notre algorithme. Les contraintes de positivité assurent l’interprétabilité du modèle de rang faible, sans impacter négativement le temps de calcul.

Références

- [1] B. Aiazzi, L. Alparone, S. Baronti, A. Garzelli, and M. Selva. MTF-tailored multiscale fusion of high-resolution ms and pan imagery. *Photogrammetric Eng. and Remote Sens.*, 72(5) :591–596, 2006.
- [2] J. M. Bioucas-Dias, A. Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Q. Du, P. Gader, and J. Chanussot. Hyperspectral unmixing overview : geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches. *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.*, 5(2) :354–379, 2012.
- [3] R. A. Borsoi, T. Imbiriba, and J. M. Bermudez. Super-resolution for hyperspectral and multispectral image fusion accounting for seasonal spectral variability. *IEEE Trans. Image Process.*, 29(1) :116–127, 2020.
- [4] R. A. Borsoi, T. Imbiriba, J. M. Bermudez, C. Richard, J. Chanussot, L. Drumetz, J.-Y. Tourneret, and C. Zare, A. .and Jutten. Spectral variability in hyperspectral data unmixing : A comprehensive review. *arXiv preprint arXiv :2001.07307*, 2020.
- [5] R. A. Borsoi, C. Prévost, K. Usevich, D. Brie, J. M. Bermudez, and C. Richard. Coupled tensor decomposition for hyperspectral and multispectral image fusion with inter-image variability. *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, 2021.
- [6] M. Bousse, O. Debals, and L. De Lathauwer. A tensor-based method for large-scale blind source separation using segmentation. *IEEE Trans. Signal Process.*, 65(2) :346–358, 2016.
- [7] G. Boutry, M. Elad, G. H. Golub, and P. Milanfar. The generalized eigenvalue problem for nonsquare pencils using a minimal perturbation approach. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 27(2) :582–601, 2005.
- [8] L. De Lathauwer. Decompositions of a Higher-Order Tensor in Block Terms—Part II : Definitions and Uniqueness. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 30(3) :1033–1066, 2008.
- [9] M. Ding, X. Fu, T.-Z. Huang, J. Wang, and X.-L. Zhao. Hyperspectral super-resolution via interpretable block-term tensor modeling. *arXiv e-prints*, page arXiv :2006.10248, June 2020.
- [10] M. Elad, P. Milanfar, and G. H. Golub. Shape from moments—an estimation theory perspective. *IEEE Trans. Signal Process.*, 52(7) :1814–1829, 2004.
- [11] V. Ferraris, N. Dobigeon, Q. Wei, and M. Chabert. Robust fusion of multiband images with different spatial and spectral resolutions for change detection. *IEEE Trans. Comp. Imag.*, 3(2) :175–186, 2017.
- [12] T. Hilker, M. A. Wulder, N. C. Coops, J. Linke, G. McDermid, J. G. Masek, F. Gao, and J. C. White. A new data fusion model for high spatial-and temporal-resolution mapping of forest disturbance based on landsat and MODIS. *Remote Sensing of Environment*, 113(8) :1613–1627, 2009.
- [13] T. Imbiriba, R. A. Borsoi, and J. M. Bermudez. Generalized linear mixing model accounting for endmember variability. In *2018 IEEE ICASSP*, pages 1862–1866, 2018.
- [14] C. I. Kanatsoulis, X. Fu, N. D. Sidiropoulos, and W.-K. Ma. Hyperspectral Super-Resolution : A Coupled Tensor Factorization Approach. *IEEE Trans. Signal Process.*, 66(24) :6503–6517, 2018.
- [15] Q. Li, W.-K. Ma, and Q. Wu. Hyperspectral super-resolution : Exact recovery in polynomial time. In *2018 IEEE SSP*, pages 378–382. IEEE, 2018.
- [16] J.M.P. Nascimento and J.M.B. Dias. Vertex component analysis : A fast algorithm to unmix hyperspectral data. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, 43(4) :898–910, 2005.
- [17] L. Nus. *Méthodes rapides de traitement d’images hyperspectrales. Application à la caractérisation en temps réel du matériau bois*. PhD Thesis, University of Lorraine, France, 2019.
- [18] C. Prévost, R.A. Borsoi, K. Usevich, D. Brie, J. M. Bermudez, and C. Richard. Hyperspectral super-resolution accounting for spectral variability : coupled tensor l11-based recovery and blind unmixing of the unknown super-resolution image. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 15(1) :110–138, 2022.
- [19] C. Prévost, K. Usevich, P. Comon, and D. Brie. Hyperspectral Super-Resolution with Coupled Tucker Approximation : Identifiability and SVD-based algorithms. *IEEE Trans. Signal Process.*, 68 :931–946, 2020.
- [20] Y. Qian, F. Xiong, S. Zeng, J. Zhou, and Y.Y. Tang. Matrix-vector nonnegative tensor factorization for blind unmixing of hyperspectral imagery. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 55(3) :1776–1792, 2016.
- [21] G. A. Shaw and H. K. Burke. Spectral imaging for remote sensing. *Lincoln laboratory journal*, 14(1) :3–28, 2003.
- [22] N. Vervliet, O. Debals, L. Sorber, M. Van Barel, and L. De Lathauwer. *Tensorlab 3.0*. Available online, 2016.
- [23] L. Wald, T. Ranchin, and M. Mangolini. Fusion of satellite images of different spatial resolutions : Assessing the quality of resulting images. *Photogrammetric Eng. and Remote Sens.*, 63(6) :691–699, 1997.
- [24] Q. Wei, J. M. Bioucas-Dias, N. Dobigeon, and J.-Y. Tourneret. Multiband image fusion based on spectral unmixing. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 54(12) :7236–7249, 2016.
- [25] Q. Wei, N. Dobigeon, and J.-Y. Tourneret. Fast fusion of multiband images based on solving a Sylvester equation. *IEEE Trans. Image Process.*, 24(11) :4109–4121, 2015.
- [26] N. Yokoya, C. Grohnfeldt, and J. Chanussot. Hyperspectral and multispectral data fusion : A comparative review of the recent literature. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 5(2) :29–56, 2017.
- [27] N. Yokoya, T. Yairi, and A. Iwasaki. Coupled Nonnegative Matrix Factorization Unmixing for Hyperspectral and Multispectral Data Fusion. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 50(2) :528–537, 2012.
- [28] G. Zhang, X. Fu, K. Huang, and J. Wang. Hyperspectral super-resolution : A coupled nonnegative block-term tensor decomposition approach. In *2019 IEEE CAMSAP*, 2019. Guadeloupe, West Indies.