



HAL
open science

Historicisation et patrimonialisation du traité des courbes de Gabriel Cramer par les encyclopédies et dictionnaires en langue française (XVIIIe -XXe siècles)

Thierry Joffredo

► To cite this version:

Thierry Joffredo. Historicisation et patrimonialisation du traité des courbes de Gabriel Cramer par les encyclopédies et dictionnaires en langue française (XVIIIe -XXe siècles). *Philosophia Scientiae*, 2022, Patrimonialisation des mathématiques (XVIIIe-XXe siècles), 26 (2), <10.4000/philosophiascientiae.3484>. <hal-03688311>

HAL Id: hal-03688311

<https://hal.science/hal-03688311v1>

Submitted on 4 Jun 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Historicisation et patrimonialisation du traité des courbes de Gabriel Cramer par les encyclopédies et dictionnaires en langue française (XVIII^e-XX^e siècles)

Thierry Joffredo

AHP-PreST, UMR 7117, Université de Lorraine, CNRS,
Université de Strasbourg
Institut de Mathématiques de Jussieu–Paris Rive Gauche
(IMJ-PRG), UMR 7586, Paris (France)

Résumé : *L'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer, paru en 1750, a tout de suite bénéficié du soutien de D'Alembert qui l'a inclus dans les références bibliographiques de ses articles de mathématiques de l'*Encyclopédie* portant sur les courbes. Ainsi choisi et légitimé par l'entreprise encyclopédique et ses reprises (*Yverdon, Méthodique*), l'ouvrage de Cramer devient objet patrimonial au tournant du XIX^e siècle pour les mathématiciens, amateurs, professionnels ou enseignants qui travaillent sur les courbes algébriques. Le suivi sur le temps long des mentions de l'*Introduction* dans les encyclopédies, dictionnaires ou histoires des mathématiques en langue française, ainsi que dans quelques textes d'enseignement, nous permettra de comprendre que ce processus de patrimonialisation n'induit pas sa conservation, sa protection, sa valorisation à de seules fins mémorielles, en figeant l'ouvrage dans un passé immuable. Au contraire, il permet une historicisation critique de la part des acteurs qui les met en position d'interroger et de réactualiser les connaissances et les pratiques que l'œuvre contient, au gré des mouvements d'émergence, de réorganisation et des spécialisations des savoirs mathématiques, quitte à en oublier certains aspects pour en mettre de nouveaux en valeur.

Abstract: Gabriel Cramer's *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, published in 1750, was immediately supported by D'Alembert who included it in the bibliographical references of his mathematical articles on curves in the *Encyclopédie*. Cramer's work was thus chosen and legitimized

by the encyclopaedia and derived works (*Yverdon, Méthodique*) and became a patrimonial object at the turn of the 19th century for mathematicians, amateurs, professionals or teachers who work on algebraic curves. The continuing references over time to the *Introduction* in encyclopaedias, dictionaries or histories of mathematics in French as well as in some teaching texts will allow us to show how this process of patrimonialization does not lead to its conservation, protection or valorization for memorial purposes only by freezing the work in an immutable past. On the contrary, it allows for a critical historicization by the actors involved. This puts them in a position to question and update the knowledge and practices the work contains according to the movements of emergence, reorganization and specialization of mathematical knowledge, even if this involves forgetting some aspects of the work to highlight new ones.

*« A l'égard de votre ouvrage
sur les courbes je persiste
toujours dans l'idée que j'en
ay, et je viens d'ajouter à
l'article courbe de
l'Encyclopedie le jugement que
j'en porte. »*

Jean Le Rond D'Alembert à
Gabriel Cramer, lettre du
5 janvier 1751.

1 Introduction

Envisager un livre de mathématiques comme objet patrimonial soulève plusieurs questions. À quels titres peut-on affirmer qu'un ouvrage, avec ses contenus, méthodes, résultats et exemples, acquiert un statut patrimonial en mathématiques? Comment les communautés mathématiques (au sens large : mathématiciens, professeurs, historiens, amateurs, etc.) contribuent-elles à cette patrimonialisation? Ce processus fige-t-il l'ouvrage dans un passé mis à distance, immuable et finalement stérile, ou autorise-t-elle au cours du temps des relectures et des réutilisations fructueuses par les acteurs de la communauté dans les champs de savoirs et de pratiques qui sont les leurs?

Le processus de patrimonialisation comme « activité humaine de sélection, de qualification et de valorisation d'objets du réel » s'appuie sur des critères de choix et des modalités de légitimation et de diffusion propres à des communautés ou des groupes d'acteurs inscrits dans un contexte social et culturel

donné, et témoigne des représentations, des pratiques de hiérarchisation et des conséquences en termes de construction des identités collectives de ces communautés, comme l'énonce Isnart [Isnart 2016]. En prenant appui sur l'exemple de *l'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer, publiée à Genève en 1750 [Cramer 1750], qui est un bon candidat pour être qualifiée de pièce majeure du patrimoine mathématique en géométrie et en algèbre, cet article s'attachera à mettre en lumière les mécanismes de ce processus à l'œuvre dans les communautés mathématiques francophones sur un temps long (1750–1900), dans leurs activités de consolidation, d'historicisation et de diffusion des savoirs mathématiques au travers des articles d'encyclopédies et de dictionnaires, mais aussi des textes d'histoire des mathématiques et des ouvrages d'enseignement.

Les savoirs, méthodes et pratiques évoluent en permanence et rapidement en mathématiques : le livre peut alors être considéré après un certain temps comme totalement ou partiellement obsolète, faisant encore référence pendant un temps donné, mais devenant au fil du temps un objet mémoriel plutôt qu'un objet historique, un volume conservé dans un fonds ancien ou une simple ligne dans une bibliographie historique que l'on consulte à l'occasion ou que l'on cite sans lire. Or, en matière de patrimoine scientifique, « les opérations historique et mémorielle sont substantiellement antinomiques : la première vise à comprendre le passé, la seconde à unifier une communauté », met en garde Jérôme Lamy en plaidant d'ailleurs pour une participation critique de l'histoire des sciences aux processus patrimoniaux [Lamy 2010, 7]. Nous montrerons également ici que, loin d'immobiliser l'ouvrage de Cramer dans une simple perspective mémorielle et de neutraliser les usages et les lectures qui peuvent en être faits, les dynamiques du processus de patrimonialisation permettent aux membres de ces communautés d'historiciser le livre, d'interroger et de réactualiser les connaissances et les pratiques qu'il porte, au gré des mouvements d'émergence, de réorganisation et des spécialisations des savoirs mathématiques qui ont lieu dans la seconde moitié du XVIII^e siècle et du long XIX^e siècle.

2 Une rapide présentation de *l'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* et de son auteur

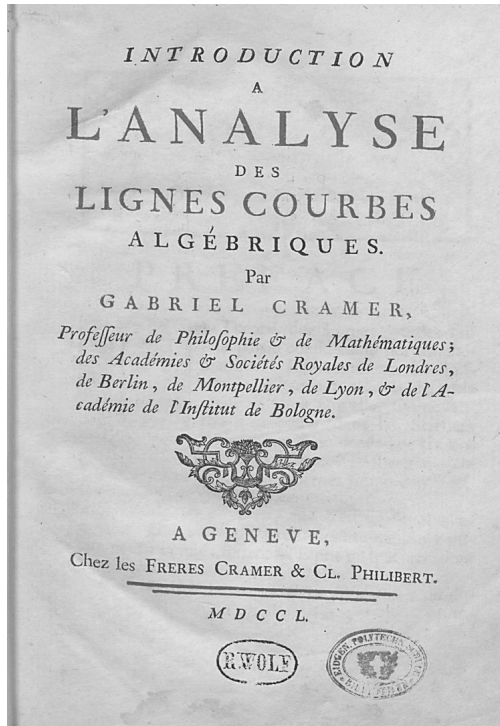
L'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques [Cramer 1750] est un ouvrage de près de 700 pages, publié en 1750 par Gabriel Cramer, alors professeur de philosophie et de mathématiques à Genève et membre de plusieurs académies et sociétés royales européennes, après une longue période d'écriture qui l'a occupé pendant presque toute la décennie 1740-

1750¹. C'est une véritable somme qui a pour ambition de synthétiser les savoirs et pratiques pour l'étude et la classification des courbes algébriques produits pendant le demi-siècle² suivant la publication de l'*Enumeratio linearum tertii ordinis* d'Isaac Newton [Newton 1704]. Cramer y expose la mise en œuvre des outils et méthodes algébriques, à l'exclusion de tout recours au calcul différentiel, nécessaires à l'étude des courbes algébriques (branches infinies, asymptotes, tangentes, points singuliers, courbure, etc.) en les illustrant par de nombreux exemples. Il a pour ambition de proposer une classification de ces courbes algébriques selon leur ordre (c'est-à-dire le degré de leur équation algébrique) en genres et espèces selon le nombre et la nature de leurs branches infinies et de leurs points singuliers, qu'il expose de manière effective jusqu'à l'ordre 4 dans le chapitre IX.

L'ouvrage contient treize chapitres, avec trente-trois planches de figures, suivis de trois appendices. Après avoir discuté de la nature des courbes algébriques et de leurs équations, et défini l'ordre d'une courbe algébrique, il introduit pour la première fois, dans le troisième chapitre, le *triangle analytique*, variante du *parallélogramme analytique* de Newton, un dispositif qui lui permet dans un premier temps d'établir qu'une courbe d'ordre n est définie par la donnée de $\frac{n(n+3)}{2}$ points. Le quatrième chapitre traite de la construction des égalités, c'est-à-dire la recherche des solutions d'équations par construction de points d'intersection de courbes d'équations bien choisies, s'inscrivant ainsi dans la tradition cartésienne de l'étude des courbes géométriques. Les cinquième et sixième chapitres exposent des notions (diamètre, centre) qui, bien connues dans le cadre de l'étude des coniques (c'est-à-dire les courbes d'ordre 2), s'étendent aux courbes d'ordres supérieurs. Le septième chapitre est central dans l'ouvrage de Cramer : intitulé « Détermination des plus grands Termes d'une equation. Principes de la Méthode des Séries, ou Suites infinies », il expose en détail les usages du triangle analytique pour déterminer les termes prépondérants de l'équation d'une courbe (à l'origine ou à l'infini), puis calculer des développements en série de la forme $y = f(x)$ à partir de l'équation $P(x, y) = 0$ de la courbe. Ce dispositif lui permet, dans le huitième chapitre, de déterminer les branches infinies des courbes et leurs asymptotes, ce qui est à la base de la classification des courbes d'ordres 2, 3 et 4 proposée dans le neuvième chapitre. Enfin, les quatre derniers chapitres proposent une étude des différentes propriétés des courbes : tangentes, points singuliers et multiples, courbure. Les trois appendices qui viennent clore l'ouvrage permettent à l'auteur de s'étendre sur des résultats de nature purement algébrique sans alourdir le texte principal ; il y énonce ses formules pour résoudre les systèmes d'équations linéaires du premier degré

1. Pour une biographie de Gabriel Cramer et une étude de la genèse de son *Traité des courbes algébriques*, voir [Joffredo 2017]. L'étude génétique de l'ouvrage est synthétisée dans [Joffredo 2019].

2. Un bon aperçu de l'histoire de la géométrie analytique et, plus particulièrement, de l'étude des courbes algébriques sur la période considérée, peut être trouvé dans l'ouvrage [Boyer 2004].

FIGURE 1 : Page de titre de l'*Introduction* de [Cramer 1750].

(aujourd'hui appelées *formules de Cramer*, à l'origine du développement de la notion de déterminant), et il y démontre rigoureusement que deux courbes d'ordres m et n se coupent en au plus mn points (contribution importante à la théorie de l'élimination³).

Lors de son séjour parisien de 1747-1748, Gabriel Cramer noue des liens forts avec D'Alembert, et engage avec lui une riche correspondance dès son retour à Genève. Au début du mois d'août 1750, le Genevois s'empresse de faire parvenir les premiers exemplaires de son livre, à peine sortis des presses d'imprimerie, à différents correspondants en Europe. Il en expédie une vingtaine à Paris, à destination d'aristocrates influents ou de membres éminents de l'Académie royale des sciences (parmi lesquels Fontenelle, Clairaut, La Condamine, Buffon, etc.). D'Alembert est bien entendu destinataire d'un de ces exemplaires. Les trois lettres aujourd'hui conservées, envoyées par le Parisien au cours de la période août 1750-janvier 1751, témoignent de sa lecture

3. Pour une histoire de l'élimination algébrique et la contribution de Cramer au sujet, voir [Penchèvre 2021].

très attentive du traité : il y discute de plusieurs points importants avant de conclure l'échange, dans sa lettre du 5 janvier, avec cette phrase citée plus haut en guise d'épigraphe :

A l'égard de votre ouvrage sur les courbes je persiste toujours dans l'idée que j'en ay, et je viens d'ajouter à l'article courbe de l'Encyclopedie le jugement que j'en porte. [Passeron 2015, 313]

Cette insertion par D'Alembert de mentions de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Cramer dans plusieurs articles de l'*Encyclopédie* marque le point de départ du processus de patrimonialisation de l'ouvrage, que nous nous proposons d'étudier ci-dessous au travers des mentions bibliographiques relevées dans les articles des grandes encyclopédies, dictionnaires ou histoires des mathématiques, et de quelques textes d'enseignement en langue française, entre 1750 et le début xx^e siècle.

3 Premières consécration encyclopédiques

L'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer est citée dans pas moins de dix articles de mathématiques rédigés par D'Alembert pour l'*Encyclopédie*. Si Gabriel Cramer ne vivra pas assez longtemps pour lire l'article COURBE, qui ne sera publié que deux ans après sa mort, dans le quatrième volume de l'*Encyclopédie*, il aura sans doute eu le plaisir, quelques mois avant son décès, alors qu'il était déjà très malade, de lire les premières mentions de son traité dans les articles ASYMPTOTE et AXE inclus dans le premier volume, que D'Alembert lui a fait parvenir dès sa publication⁴. Ainsi, dans le long article ASYMPTOTE, D'Alembert insère le commentaire suivant :

Une courbe géométrique ne peut avoir plus d'asymptotes droites qu'il n'y a d'unités dans l'exposant de son ordre. *Voyez Stirling, Enum. lin. 3i. ord. prop. VI. cor. 7. & l'Introduction à l'analyse des Lignes courbes*, par M. Cramer, p. 344. art. 147. Ce dernier ouvrage contient une excellente théorie des *asymptotes* des courbes géométriques & de leurs branches, chap. VIII. [D'Alembert & Diderot 1751-1765, vol. I, 795–796]

Dans le second volume, l'ouvrage de Cramer est à nouveau cité dans deux articles. Dans le premier, intitulé BRANCHE *de courbe*, D'Alembert écrit :

On trouvera une théorie très-complète des *branches infinies* des courbes dans le huitieme chapitre de l'*Introduction à l'analyse des*

4. Ce premier volume, publié le 28 juin 1751, lui sera expédié au début du mois de juillet par les bons soins de D'Alembert, via le libraire Briasson, accompagné de de cinq autres volumes à destination des souscripteurs genevois, comme l'indique la lettre de D'Alembert à Cramer en date du 6 juillet 1751 [Passeron 2015, 342–343].

lignes courbes par M. Cramer. Il y donne la méthode de déterminer les différentes *branches* d'une courbe, & leurs asymptotes droites ou courbes. Comme cette théorie nous conduiroit trop loin, nous renvoyons là-dessus à son ouvrage. [D'Alembert & Diderot 1751-1765, vol. II, 395]

Dans le même volume, à propos du CENTRE *d'une courbe d'un genre plus élevé*, il réitère la même recommandation :

M. Cramer, dans son *Introduction à l'analyse des lignes courbes*, donne une méthode très-exacte pour déterminer les centres généraux. [D'Alembert & Diderot 1751-1765, vol. II, 824]

Dans le quatrième volume, se trouve donc l'article COURBE, dans lequel D'Alembert cite l'ouvrage de Cramer en pas moins de neuf endroits. Et à l'entrée COURBE POLYGONE, prolongement direct de l'article COURBE qui le précède immédiatement, on retrouve une liste des « meilleurs ouvrages dans lesquels on puisse s'instruire de la théorie des courbes », qui sont :

1° *l'enumeratio linearum tertii ordinis* de M. Newton, d'où une partie de cet article COURBE est tirée : 2° l'ouvrage de M. Stirling sur le même sujet, & *Geometria organica* de M. Maclaurin, dont nous avons parlé : 3° les *usages de l'analyse de Descartes* par M. l'abbé DeGua, déjà cités ; ouvrage original & plein d'excellentes choses, mais qu'il faut lire avec précaution (Voyez BRANCHE & REBROUSSEMENT.) : 4° *l'introduction à l'analyse des lignes courbes*, par M. Cramer, ouvrage très-complet, très-clair & très-instructif, & dans lequel on trouve d'ailleurs plusieurs méthodes nouvelles : 5° l'ouvrage de M. Euler, qui a pour titre, *introductio in analys. infinitorum*, Lausan. 1748. [D'Alembert & Diderot 1751-1765, vol. IV, 387]

Remarquons qu'une liste assez équivalente de références était déjà donnée par Alexandre Savérien dans le premier tome de son *Dictionnaire universel de mathématique et de physique* paru quelques mois avant ce tome IV de l'*Encyclopédie*. Le traité de Cramer y apparaît d'ailleurs avec une erreur de titre : *Introduction à la connoissance des lignes Courbes & c. 1750. par M. Cramer* [Savérien 1753, vol. I, 242].

Le traité de Cramer est cité comme référence, souvent unique, dans plusieurs autres articles sur les courbes signés de D'Alembert ou attribués à cet auteur dans l'*Encyclopédie* : COURBURE, qui renvoie vers « *M. Cramer, chap. xij* » ; MAXIMUM :

Ceux qui désireront un plus grand détail, peuvent recourir à l'analyse des courbes de M. Cramer, où cette matière est bien traitée. *Voyez le chap. xj.* de cet ouvrage.

PARALLÉLOGRAMME :

On peut voir dans les *usages de l'analyse de Descartes* de M. l'abbé de Gua, & dans l'*introduction à l'analyse des lignes courbes* de M. Crammer, la démonstration, les différens usages, & les applications de cette regle, suivant les cas qui peuvent se présenter ; il suffit ici d'en donner l'esprit.

POINT DOUBLE, TRIPLE, QUADRUPLE, & c. ou en général point multiple :

on trouvera tout ce qu'on peut desirer sur ce sujet dans l'*introduction à l'analyse des lignes courbes*, par M. Cramer, chap. x et xiiij.

REBROUSSEMENT :

Voyez le *traité des courbes* de M. Cramer, où vous trouverez sur cette matiere un plus grand détail.

SERPENTEMENT :

Voyez le *traité des courbes* de M. Cramer.

et enfin TRIDENT :

voyez aussi l'*enumeratio linearum tertii ordinis* de Newton, & l'*analyse des lignes courbes* de M. Cramer⁵.

Cette consécration encyclopédique sera renforcée par les différentes éditions et suites de l'*Encyclopédie* qui seront publiées et largement diffusées tout au long de la seconde partie du XVIII^e siècle. Ainsi, l'*Encyclopédie* dite d'Yverdon, éditée entre 1770 et 1780 par l'imprimeur Fortunato Bartolomeo De Felice⁶ en cinquante-huit volumes in-quarto (dont six de suppléments et dix de planches) et intitulée *Encyclopédie, ou dictionnaire universel raisonné des connoissances humaines* [De Felice 1770-1780], sera largement diffusée, essentiellement en Europe du Nord (Suisse, Allemagne, Hollande, Danemark et Russie). L'article COURBE est une reprise verbatim de l'article écrit par D'Alembert pour l'*Encyclopédie* parisienne ; mais il y a une insertion, signalée par une étoile, en bas de la page 125, qui occupe deux pages entières. Il s'agit d'un exposé relativement complet de la méthode du triangle analytique de Cramer, qui « donne la limite à laquelle tend la relation algébrique entre deux coordonnées ». L'auteur de cette insertion signe (G.C.) : la coïncidence de ces initiales avec celles de Gabriel Cramer est troublante, mais il s'agit de

5. Respectivement vol. IV, 390 ; vol. X, 216 ; vol. XI, 912 ; vol. XII, 871 ; vol. XIII, 842 ; vol. XV, 112 ; et vol. XVI, 637. Ces différents articles peuvent être consultés dans l'édition numérique collaborative et critique de l'*Encyclopédie* de Diderot et D'Alembert (ENC CRE) à l'adresse suivante : <http://enccre.academie-sciences.fr>.

6. De Felice (1723-1789), professeur de philosophie à Rome, puis de physique expérimentale à Naples, a fui son Italie natale pour s'installer comme imprimeur à Berne puis à Yverdon, ville située entre Genève et Berne.

Mathieu-Bernard Goudin (1734-1817), astronome et mathématicien français, par ailleurs co-auteur avec Achille Pierre Dionis du Séjour d'un *Traité des courbes algébriques* publié en 1756 [Goudin & Dionis du Séjour 1756]. Il y expose en dix points « les propriétés principales des *courbes* algébriques qui sont données par le triangle analytique exclusivement au calcul différentiel » (position et nature des branches infinies et de leurs éventuelles asymptotes), mais aussi comment l'utiliser pour obtenir un développement en série, en reprenant un exemple de courbe d'ordre 7 qui était proposé par Cramer dans l'*Introduction* [Cramer 1750, 205–208], sans citer explicitement Cramer, néanmoins. On peut également noter la présence, dans le volume XII, d'un court article biographique sur Gabriel Cramer, signé de Gottlieb Emanuel von Haller, dans lequel on peut lire :

Nous lui devons surtout un ouvrage très profond qu'il a modestement intitulé, *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, 1750. Il a pénétré plus avant dans cette matière que Newton : celui-ci n'avoit donné que l'indication des lignes du troisième ordre, & il cacha la clef dont il s'étoit servi. *Cramer* donna la démonstration de la méthode inventée par Newton, & l'appliqua avec la plus grande sagacité à la doctrine des courbes algébriques en général. [De Felice 1770-1780, vol. XII, 231]

Un autre projet encyclopédique d'envergure, qui se place dans les pas de l'*Encyclopédie* parisienne, est l'*Encyclopédie méthodique* initiée par le libraire parisien Charles-Joseph Panckoucke en 1782. La parution des quelque 200 volumes de cette *Encyclopédie méthodique*, formidable entreprise de réorganisation et de révision des contenus de l'*Encyclopédie* de Diderot et D'Alembert, s'est étalée sur près de cinquante ans. Les auteurs principaux des articles composant les trois volumes du *Dictionnaire de mathématiques* [Panckoucke 1784-1789] issus de ce réarrangement « par ordre de matières », parus entre 1784 et 1789, sont D'Alembert (de manière posthume) pour les articles originaux tirés de l'*Encyclopédie*, en mathématiques pures et mécanique, Condorcet pour les articles sur le calcul des probabilités (ainsi que le calcul intégral dans le *Supplément*), Lalande pour les articles relatifs à l'astronomie, et enfin l'abbé Charles Bossut pour les articles de mathématiques élémentaires et quelques autres, dont l'hydrodynamique. Ce dernier, protégé de D'Alembert, était entré en correspondance avec Gabriel Cramer au début de sa formation mathématique en 1751, très peu de temps avant le décès du Genevois, et s'était déclaré admiratif de son œuvre. C'est lui qui a rédigé le « Discours préliminaire » de ce *Dictionnaire de mathématiques*, dans lequel on trouve une première mention de Gabriel Cramer et son *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* :

L'art d'éliminer les inconnues, ou de réduire les équations d'un problème au plus petit nombre possible, est une partie essentielle de l'*Analyse*. Plusieurs Géomètres s'en sont occupés. M. Cramer

l'avoit déjà fort simplifiée. M. Bezout en a fait l'objet d'un savant Traité, où il a porté la matière beaucoup plus loin qu'elle ne l'avoit été encore. [Panckoucke 1784-1789, vol. I, cxi].

Ainsi, la première référence au travail de Cramer concerne les résultats purement algébriques sur l'élimination des inconnues entre équations algébriques, qui étaient restés plutôt ignorés de D'Alembert. Mais c'est bien dans le contexte de cette « Géométrie mixte » que Bossut situe, d'un point de vue historique, le traité des courbes de Cramer, aux côtés de ceux de Newton [1704], Stirling [1717] et Euler [1748] :

C'est principalement dans la Géométrie mixte qu'on reconnoît l'usage & la fécondité des Théories analytiques. Ici je suis forcé plus que jamais de me contenir : car il me faudroit un espace très-étendu, si je voulois rapporter avec quelque détail les découvertes qu'on a faites en ce genre. Je ne citerai donc pas l'énumération des lignes du troisième ordre par Neuton, ni les méthodes ingénieuses de Stirling pour les interpolations des séries & pour les quadratures des courbes, ni l'Analyse des courbes algébriques de M. Cramer, ni un semblable ouvrage de M. Euler, & c. [Panckoucke 1784-1789, vol. I, cxi–cxii]

L'article APPROXIMATION est complètement réécrit dans la *Méthodique* [Panckoucke 1784-1789, vol. I, 96b–108b] ; là où le court article de D'Alembert s'arrête à la résolution par approximation d'équations algébriques numériques (à une seule variable), celui de Bossut⁷ est beaucoup plus développé, expose en détail la méthode de Newton pour résoudre les équations numériques par la méthode des séries et aborde le cas des équations contenant plusieurs inconnues. Il conclut ainsi :

Les équations qui contiennent plus de trois lettres, peuvent se traiter, à-peu-près, de la même manière. Toute la difficulté qu'on éprouve à former les suites qui doivent exprimer les valeurs de l'inconnue, consiste à choisir, parmi les termes de l'équation, ceux qui sont plus grands que les autres [...]. Neuton a donné, pour cela, une règle fort commode, qu'on appelle ordinairement *le parallélogramme de Neuton*. Elle est expliquée de la manière la plus claire & la plus détaillée dans un excellent Ouvrage de M. Cramer, qui a pour titre : *Introduction à l'Analyse des Lignes courbes Algébriques*, Gen. 1750. [Panckoucke 1784-1789, vol. I, 102]

Les articles ASYMPTOTE (vol. I, 177a–179a), AXE (vol. I, 202a–204a), BRANCHE (vol. I, 228b–229b), CENTRE *d'une courbe d'un genre plus élevé*

7. La première partie de l'article, qui nous intéresse ici, est signée (*L. B.*), ce qui est la marque des contributions de l'abbé Bossut, comme indiqué dans la rubrique *Auteurs* en début de volume.

(vol. I, 322b), COURBE et COURBURE (vol. I, 449b–465a), PARALLÉLOGRAMME (vol. II, 523b–525b), POINT DOUBLE, TRIPLE, QUADRUPLE (vol. II, 618), REBROUSSEMENT (vol. II, 730b–731a), SERPENTEMENT (vol. III, 36) sont des reprises fidèles des articles originaux de D’Alembert, sans modification ni adjonction aucune, et citent donc le traité de Cramer dans les mêmes termes que dans l’*Encyclopédie*.

L’*Encyclopédie d’Yverdon* et la partie *Mathématiques* de l’*Encyclopédie méthodique* sont deux grands succès d’édition, qui prolongent celui de l’*Encyclopédie* parisienne originale, et, propageant les appréciations positives initialement portées par D’Alembert (en les complétant par des notices biographiques ou des explications détaillées), renforcent le traité des courbes de Gabriel Cramer en tant que source de première intention sur la question des courbes algébriques, près de quarante ans après sa parution. C’est là la première étape, décisive, de la mutation de l’ouvrage vers le statut d’objet patrimonial.

4 De l’historicisation à la patrimonialisation (1770-1820)

Parallèlement à ces premières consécration encyclopédiques, force est de constater que le champ de recherche constitué par l’étude des courbes algébriques sous la forme proposée par Cramer s’assèche au cours de la seconde partie du XVIII^e siècle, ne donnant lieu qu’à très peu de nouveaux travaux, mémoires ou livres sur le sujet. Le traité des courbes de Cramer, si l’on excepte le petit livre de Mathieu Bernard Goudin et Achille Pierre Dionis du Séjour mentionné *supra*, vient d’une certaine manière clore la question, qui ne retrouvera un nouvel élan qu’à la fin des années 1820, en France et en Allemagne⁸.

À la charnière entre le XVIII^e et le XIX^e siècle, on voit donc apparaître les premières traces d’historicisation du traité de Cramer, d’une part dans la seconde édition de l’*Histoire des mathématiques* compilée par Jean-Étienne Montucla actualisée et augmentée de deux volumes supplémentaires achevés par l’astronome Jérôme de Lalande après son décès en 1799 [Montucla & Lalande 1799-1802], et d’autre part dans l’*Histoire générale des mathématiques* que l’on doit à Charles Bossut [Bossut 1802]. Ces deux hommes, proches des milieux encyclopédistes et de D’Alembert, donnent les premières perspectives historiques sur les progrès de la géométrie analytique pour l’étude des courbes depuis Descartes. Montucla, après avoir traité les grandes questions de la

8. « Between 1750 and 1827 little had been added to the subject of higher plane curves, but Plücker was here about to open a new era » [Boyer 2004, 246]. Voir la section suivante pour le renouvellement de l’étude des courbes par un retour à la géométrie synthétique opéré par Poncelet et Chasles dans les années 1820.

théorie des courbes, énumère les contributions de Newton, Stirling, De Gua et Euler, avant de distinguer élogieusement le traité de Cramer :

Il manquait cependant encore jusqu'en 1750 un livre sur ce sujet, qui réunît à la profondeur de la doctrine, les développements nécessaires pour le rendre accessible à tous les géomètres. C'est ce que M. Cramer a exécuté avec le plus grand succès, par son ouvrage trop modestement intitulé : *Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes Algébriques*, qui parut à Genève en 1750, in-4°, ouvrage d'ailleurs original en plusieurs points, et dans lequel au mérite du fond s'ajoute celui de la forme, je veux dire une clarté et une méthode tout-à-fait satisfaisantes. On ne sauroit par toutes ces raisons trop le conseiller à tous ceux qui désirent approfondir cette théorie. [Montucla & Lalande 1799-1802, 71]

Quelques pages plus loin, nous trouvons deux autres invitations à consulter l'ouvrage de Cramer : la première sur l'usage du parallélogramme analytique de Newton pour le calcul des séries dans la résolution des « équations des courbes supérieures » (83), la seconde sur la théorie de l'élimination et la résolution des systèmes d'équations linéaires (293).

Quant à Charles Bossut, que nous avons vu à l'œuvre dans le dictionnaire de mathématiques de la *Méthodique*, dans le chapitre X du second volume de son *Histoire générale des mathématiques*, intitulé *De quelques ouvrages sur l'Analyse*, il ajoute :

Je ne dois pas oublier de citer avec distinction Cramer parmi les bienfaiteurs de la nouvelle Géométrie. Son *Introduction à l'Analyse des lignes courbes algébriques*, est le traité le plus complet qui existe sur cette matière. L'auteur ne laisse rien à désirer sur la théorie des branches infinies des courbes, sur leurs points multiples, et en général sur tous les symptômes qui servent à les caractériser. [Bossut 1802, Vol. II, 146-147]

Plus de cinquante ans après sa parution, ces deux regards historiens sur le traité de Gabriel Cramer le situent comme un ouvrage de référence sur le sujet de l'analyse des courbes, dans une certaine continuité avec les encyclopédistes. Mais si chez Montucla et Lalande on sent encore une certaine actualité du traité de Cramer, Bossut témoigne davantage d'un début de mise à distance historique de l'ouvrage, un demi-siècle après sa publication. L'ouvrage, alors même que les méthodes et résultats mathématiques qu'il contient perdent de leur actualité, devient progressivement un objet historique et une référence dans les manuels d'enseignement, contribuant à sa patrimonialisation.

Ainsi, l'abbé Jean Saury, dans son *Cours complet de mathématiques* en cinq volumes paru en 1774, écrit :

Le célèbre de Gua a développé dans un savant ouvrage les usages de l'Analyse Carthésienne pour la recherche des

propriétés des Lignes géométriques d'un ordre quelconque. Ce Mathématicien auroit, pour ainsi dire, épuisé cette théorie, s'il n'étoit tombé dans une espece de paralogisme, en voulant juger des Séries par leur seul premier terme. Cette recherche a été enfin finie par Cramer dans son Livre intitulé : *Introduction à l'Analyse des Lignes courbes algébriques*. Cet Ouvrage in-4°. de 680 pages a été imprimé à Genève en 1750. L'Auteur y fait usage du Triangle algébrique, ce qui rend ses opérations longues & pénibles ; il ne parle d'ailleurs ni des courbes qu'on appelle transcendentes, ni des courbes à double courbure.

Peu de temps auparavant avoit paru l'*Introduction à l'Analyse des Infiniment-petits* de M. Euler, Ouvrage latin, en deux volumes in-4°. Cet Auteur traite, comme Cramer, des branches infinies des courbes & de leurs genres, des points de contact, des rayons osculateurs, des points singuliers, des points conjugués ou solitaires, des points multiples, &c. Ces Savans sont d'accord dans les conséquences, quoique leurs méthodes soient différentes : mais celle d'Euler est plus facile à entendre & à retenir. [Saury 1774, vol. I, xiii–xiv]

La première traduction française de l'*Introductio* d'Euler sera d'ailleurs publiée quelque 23 ans plus tard par Jean-Baptiste Labey [Euler 1797], alors professeur de mathématiques aux Écoles centrales du département de la Seine, mais qui sera bientôt nommé instituteur d'analyse à l'École polytechnique. Cette traduction largement annotée participe tardivement à la diffusion des travaux d'Euler en France, mais l'auteur glisse dans une de ses notes du chapitre XIII portant sur les affections des lignes courbes une nouvelle recommandation pour le traité de Cramer :

Ceux qui en voudront davantage pourront consulter l'*Introduction à l'Analyse des lignes courbes, par Cramer* ; ouvrage intéressant par sa grande clarté & par les exemples qui s'y trouvent multipliés. Je conseille même à ceux qui voudront approfondir la théorie des courbes, d'en joindre la lecture à celle de l'ouvrage dont je donne ici la traduction. [Euler 1797, 412]

On retrouve naturellement les deux ouvrages de Cramer et Euler dans les recommandations de lecture initialement faites aux élèves de l'École normale et de l'École polytechnique. Ainsi, dans la transcription des leçons de mathématiques de Laplace à l'École normale « données à l'amphithéâtre du Jardin des Plantes dans les premiers mois de 1795 » (comme le précise le *Journal de l'École polytechnique* dans lequel sont publiées ces leçons en 1812), on lit ce conseil venant à la fin de la huitième séance, consacrée à l'algèbre et à ses applications à la géométrie, incluant des éléments d'étude des courbes d'ordres supérieurs :

Les bornes de cette leçon ne me permettent pas d'insister davantage sur la théorie des courbes. On trouvera tous les détails que l'on peut désirer à cet égard, dans le second volume de l'Introduction à l'analyse des infiniment petits, par *Euler*, et dans l'ouvrage de *Cramer* sur la Théorie des courbes. Ces deux ouvrages, quoiqu'excellens chacun dans son genre, ne dispensent pas de lire les deux ouvrages originaux qui leur ont donné naissance, et qui, soit par eux-mêmes, soit par l'influence qu'ils ont eue sur l'histoire des mathématiques, méritent toute l'attention des géomètres : je veux parler de la Géométrie de *Descartes*, et du traité de *Newton*, intitulé *Énumération des lignes du troisième ordre*. [École polytechnique 1812, 122–123]

De même, dans son *Traité du calcul différentiel et intégral*, Sylvestre-François Lacroix⁹, futur instituteur d'analyse à l'École polytechnique, comme Labey, le donne en référence bibliographique dans la table du premier volume pour le chapitre IV sur la théorie des lignes courbes¹⁰ [Lacroix 1797, xxii]. En promoteur du calcul différentiel, les méthodes algébriques du traité de Cramer le laissent circonspect, mais c'est surtout l'utilité de la classification des courbes proposée par Cramer et Euler qu'il questionne :

Le nombre et la nature des branches infinies forment les caractères les plus propres à distinguer entr'elles les courbes d'un même ordre ; Euler et Cramer s'en sont servi pour partager les courbes du troisième et du quatrième ordre en grandes familles, auxquelles ils ont donné le nom de *genres*, et qu'ils ont subdivisées en espèces par la considération des points singuliers ; mais ces détails, plus curieux qu'utiles, sortent entièrement du plan que je me suis proposé. [Lacroix 1797, 368]

Il est intéressant de noter que, dans la seconde édition de son *Traité*, Lacroix donne deux exemples de développements en série, dont le second est, au signe près, issu du traité des courbes de Cramer : il s'agit de l'équation $ax^3 + x^3y - ay^3 = 0$, dont il calcule les quatre développements (un pour x petit, et trois pour x grand) déjà donnés par le Genevois [Cramer 1750, 174]. Il conclut son paragraphe par une recommandation de la lecture de l'*Introduction* pour approfondir le sujet, mais dans une perspective historique, presque informative :

La méthode ci-dessus peut sembler incomplète, à quelques égards, puisqu'on n'y entre dans aucun détail sur le nombre des développemens qu'on doit tirer d'une équation, d'après son degré, et

9. Ce traité en trois volumes, publiés entre 1797 et 1800, est un ouvrage à visée encyclopédique, synthèse actualisée des recherches analytiques du second XVIII^e siècle, rappelle Caroline Ehrhardt dans un article éclairant sur le rôle d'enseignant de Lacroix et l'importance de son traité [Ehrhardt 2009].

10. En compagnie des ouvrages de Descartes, Newton, Stirling, Maclaurin, De Gua de Malves, Euler et Goudin et Dionis du Séjour.

sur les cas où ces développemens peuvent acquérir des termes imaginaires ; mais ce détail aurait peu d'intérêt, puisqu'on emploie rarement la méthode dont il s'agit ; et d'ailleurs on peut consulter le chapitre VII de l'*Introduction à l'Analyse des lignes courbes*, par Cramer, qui mettra sur la voie de ces recherches.

[Lacroix 1810, 113]

Pour terminer, il faut relever ici la présence de l'ouvrage de Gabriel Cramer parmi les cent douze livres de mathématiques listés dans le *Catalogue des livres qui doivent composer la bibliothèque d'un lycée, conformément à l'article XXVII de l'arrêté du 19 frimaire an XI*¹¹ !

Ces quelques exemples issus de textes d'enseignement permettent de confirmer cette distanciation historique progressive mais sensible au tournant du XIX^e siècle : le traité de Cramer continue d'être cité et référencé, mais en perdant de son actualité. Entre objet de savoir et objet patrimonial, il reste ainsi dans la mémoire collective des mathématiciens, professionnels ou amateurs, tout en entrant dans les bibliothèques des lycées et des grandes écoles.

5 Renouveau des paradigmes et nouvelles lectures (1820-1915)

À partir des années 1820, autour de Jean-Victor Poncelet et Michel Chasles, le mouvement de renaissance de la géométrie « pure » oriente la géométrie des courbes vers les méthodes synthétiques au détriment des approches algébriques ou analytiques. Ce n'est pas pour autant que l'ouvrage de Gabriel Cramer disparaît, mais sa perception et les lectures qui en sont faites évoluent dans le temps. Poncelet, dans un *Historique servant d'introduction à une théorie des transversales appliquée à la recherche des propriétés projectives des courbes géométriques* écrit lors de l'hiver 1822-1823, mais publié en 1866 seulement, dans la seconde édition de son *Traité des propriétés projectives des figures* [Poncelet 1866], énonce clairement ce changement de paradigme :

En France et à l'époque du XVIII^e siècle, on était bien loin d'être aussi avancé dans la théorie des lignes géométriques ; on y paraissait même ignorer entièrement les recherches qui avaient occupé Cotes et Mac-Laurin. L'*Introduction à l'Analyse des lignes courbes* par Cramer, qu'on doit considérer comme renfermant à peu près tout ce qui était alors connu sur ce sujet, n'est en effet que le développement des principes posés par Newton et

11. Document disponible sur Gallica à cette adresse : <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k63880226>. Ces cent douze livres ne traitent pas tous de mathématiques pures : on y trouve des livres d'astronomie, de physique, de mécanique, etc.

Stirling pour la classification des lignes courbes et la discussion de leurs principales affections par rapport aux axes coordonnés. On y enseigne, il est vrai, à déterminer, pour chaque point de la courbe, la tangente et la normale, le cercle osculateur et le rayon de courbure, ainsi que les grandeurs ou les lieux qui en dépendent, tels que les développées, etc. ; mais ces recherches, ces solutions de problèmes infiniment utiles aux arts qui se fondent sur le dessin linéaire, ne sont là présentées ou résolues qu'à l'aide des équations des courbes et par le calcul des abscisses et ordonnées ; on n'opère presque jamais sur les lignes, sauf dans quelques cas très-simples ; en un mot, c'est de l'Analyse algébrique, admirable, il est vrai, par son universalité, mais non de la Géométrie telle que le réclament les divers besoins des arts.

C'est encore ainsi que, de nos jours (1823), on traite volontiers, dans les ouvrages consacrés à l'instruction, la théorie des lignes courbes. [Poncelet 1866, 318]

D'une manière sensiblement différente, plus nuancée, mais qui compte tout de même beaucoup de points communs avec Poncelet, Chasles rend compte de ces mêmes progrès de la géométrie au XVIII^e siècle dans son *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, sous-titré particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne* (c'est-à-dire la géométrie synthétique). On y trouve un court exposé sur ces « géomètres qui appliquèrent avec succès la Géométrie de Descartes à la théorie générale des courbes géométriques » dans lequel le traité de Cramer est cité, aux côtés des travaux d'Euler, Goudin ou Waring :

Dans le même temps [qu'Euler] Cramer donna, sous le titre *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* (in-4^o, 1750), un traité spécial, le plus complet, et encore aujourd'hui le plus estimé, sur cette vaste et importante branche de la Géométrie. [...] Ce sont là, je crois, les derniers perfectionnements notables que la science des courbes dut à la Géométrie des Anciens et à l'analyse de Descartes. [Chasles 1837, 152–153]

Sachant que les travaux sur les courbes d'Edward Waring datent des années 1770, on voit là, par les yeux de Chasles, qu'il s'agit pour lui d'un champ de savoirs, de méthodes et de pratiques qui s'est clos plus d'un demi-siècle auparavant.

Entre 1835 et 1840, paraissent les trois volumes du *Dictionnaire des sciences mathématiques pures et appliquées par une société d'anciens élèves de l'École Polytechnique*, rédigé sous la direction d'Alexandre Sarrazin de Montferrier, qui se présente en page de titre comme « membre de l'ancienne Société royale académique des sciences de Paris, de l'Académie des sciences de Marseille, de celle de Metz, etc. ». D'après les tables situées en fin de volume, les articles sont écrits soit par Montferrier lui-même, soit par le journaliste

grenoblois Alexandre Barginet, soit par Alphonse-Louis-Bernard Boubée de Lespin¹², désigné ici comme « capitaine du génie ». Ce *Dictionnaire* a pour ambition de mettre à jour les connaissances mathématiques déclinées dans celui de la *Méthodique*, qui serait « tombée [...] dans un discrédit complet » à cause des progrès récents de la science mathématique [Sarrazin de Montferrier 1835-1840, vol. I, vi].

L'ouvrage de Cramer n'est pas référencé dans l'article COURBE du premier volume de ce dictionnaire. Écrit par Boubée de Lespin, cet article est assez sommaire : on y passe assez rapidement sur la classification des courbes algébriques en donnant les équations générales des courbes des trois premiers ordres, mentionnant les travaux de Newton, Stirling et Euler. L'article COURBURE, de longueur presque aussi importante que l'article COURBE, et également dû à Boubée de Lespin, ne le mentionne pas davantage. En revanche plusieurs articles connexes, attribués à Montferrier, citent à de nombreuses reprises le traité des courbes de Cramer. Ainsi, dans l'article ASYMPTOTE, on lit :

Voyez, pour la théorie complète des asymptotes, l'ouvrage de Cramer, intitulé : Introduction à l'analyse des lignes courbes. Voy. aussi le Traité des fluxions de Maclaurin, les Institutions analytiques de Marie Agnesi et, dans ce Dictionnaire, les articles COURBES et BRANCHES. [Sarrazin de Montferrier 1835-1840, vol. I, 175]

L'article BRANCHE DE COURBE, justement, se conclut par une unique référence à l'ouvrage de Cramer : « Voyez l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes*, de Cramer » (vol. I, 241). Le court article CENTRE D'UNE COURBE préconise au lecteur de se reporter aux ouvrages de l'abbé De Gua et de Cramer (vol. I, 297), tout comme les articles PARALLÉLOGRAMME DE NEWTON (vol. II, 279) et TRIDENT (vol. II, 580). Enfin, l'article POINTS SINGULIERS, qui traite des points d'inflexion, de rebroussement et des points multiples, se conclut par cette phrase :

La théorie des points singuliers contient encore un grand nombre de cas remarquables pour lesquels nous devons renvoyer à l'Analyse des lignes courbes de Cramer, et au Traité de calcul différentiel de Lacroix. [Sarrazin de Montferrier 1835-1840, vol. II, 340] (vol. II, 340)

Le traité des courbes de Cramer est également cité dans l'article ÉLIMINATION :

Cramer, dans son Analyse des lignes courbes, Bézout, dans sa Théorie générale des équations, Vandermonde et La Place, dans les Mémoires de l'Académie pour 1772, ont traité avec plus ou moins

12. Ce dernier est le seul des trois auteurs que l'on retrouve dans le *Répertoire de l'École impériale polytechnique* de 1855.

de généralité cette partie importante de la théorie des équations qui est en outre redevable à Euler d'un procédé simple et élégant. [Sarrazin de Montferrier 1835-1840, vol. I, 522–523]

Enfin, il faut noter la présence d'un article biographique CRAMER (GABRIEL), attribué à Barginet, qui réserve un développement à son *Analyse des courbes* :

L'ouvrage qui a consacré la célébrité de Cramer est celui qu'il intitula modestement : *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* (Genève, 1750, in-4°). Ce livre est connu de tous les mathématiciens. La théorie générale des lignes courbes avait occupé le célèbre Euler, il en avait traité dans son *Introductio in analysin infinitorum* avec cette puissance de talent et cette généralité de vues qui caractérisent toutes ses productions. Mais il était nécessaire que ce sujet fût traité dans un ouvrage spécial, avec tous les développemens qu'il comporte, et présenté sous une forme plus accessible à tous les géomètres. Tel fut le but que se proposa Cramer, et qu'il remplit avec un rare bonheur. [Sarrazin de Montferrier 1835-1840, vol. I, 403]

En 1869, dans le cinquième tome du *Grand dictionnaire universel du XIX^e siècle* de Pierre Larousse, on trouve aussi un court article biographique CRAMER (GABRIEL), dans lequel est portée l'appréciation suivante :

Son ouvrage le plus important est l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* (Genève, 1750, in-4°), l'un des premiers traités de géométrie analytique, et l'un des plus estimés. [Larousse 1866-1877, vol. V, 440]

À partir de 1886 paraît à Paris la *Grande Encyclopédie* sous la direction, dans un premier temps, du député de la Seine Ferdinand-Camille Dreyfus, qui tient le rôle de « secrétaire général » à la tête d'un comité de direction composé d'une douzaine de membres, dont les mathématiciens Charles-Ange Laisant, lui aussi député de la Seine, et Hermann Laurent [Dreyfus 1886-1902]. Cette encyclopédie en 31 volumes, dont la publication s'est étendue sur plus de quinze ans, se veut la concurrente des grandes encyclopédies étrangères du XIX^e siècle¹³ et aspire à raviver la lumière de l'encyclopédisme français. Les articles de mathématiques y sont précis et d'une grande actualité, mais ne proposent que rarement des renvois bibliographiques : ainsi les articles signés par Laurent, comme ASYMPOTOTE, AXE, COORDONNÉES (où l'on cite Plücker, Darboux, Clebsch et Gauss), COURBE, COURBURE (où se trouvent tout de même évoqués les travaux de Gauss et Bertrand), ÉLIMINATION, INFLEXION, LIGNE, OSCULATION (dont la rubrique bibliographique se résume à « Tous

13. Comme le *Conversations Lexikon* de Brockhaus en Allemagne, l'*Encyclopædia Britannica* en Grande-Bretagne ou encore l'*Encyclopædia americana* aux États-Unis.

les traités d'analyse »), POINT SINGULIER, REBROUSSEMENT, SÉRIE ne proposent pas explicitement de références bibliographiques. Laisant signe l'article QUARTIQUE, dans lequel ne sont cités que des auteurs plus contemporains, comme Plücker, Zeuthen, Cayley. L'article CUBIQUE, non signé, présente une rubrique bibliographique incluant Salmon, Clebsch et Briot, mais ne remonte pas davantage au XVIII^e siècle. Le nom de Cramer n'est que fugitivement cité dans l'article DÉTERMINANT (vol. XIV, 314). On y trouve tout de même un article biographique CRAMER (GABRIEL) dans lequel il est écrit :

Les plus grands services qu'il ait rendus à la science sont, d'une part, les éditions des œuvres des premiers Bernoulli (celles de Jean en 1742, de Jacques en 1744) et du *Commercium epistolicum* entre Leibniz et Jean Bernoulli (1745) ; d'autre part, la publication de son *Introduction à l'analyse des courbes algébriques* (Genève, 1750, in-4), ouvrage qui est longtemps resté un guide indispensable sur cette matière, bien qu'il eût été devancé de deux ans par Euler, qui a traité du même sujet dans son *Introductio in analysin infinitorum*. (vol. XIII, 255)

Au travers des exemples de ces deux encyclopédies généralistes, on voit que dans les articles eux-mêmes, les références aussi anciennes que le traité des courbes de Cramer, « longtemps resté un guide indispensable sur cette matière », sont progressivement effacées au profit de références bibliographiques plus récentes, voire contemporaines de leur écriture. Il reste néanmoins quelques mentions éparses dans les articles biographiques.

Cet effacement progressif connaît un reflux à la toute fin du XIX^e siècle avec de nouveaux projets encyclopédiques très spécialisés. En Allemagne, c'est un projet de grande envergure qui voit le jour sous la direction de Felix Klein, ciblant un lectorat de mathématiciens, physiciens et ingénieurs professionnels, et dont le but est de présenter un exposé complet et cohérent des mathématiques de cette période, tout en ancrant les notions mathématiques présentées dans leur développement historique : l'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* [Klein 1898-1933]. À partir de 1904, une édition française « rédigée et publiée d'après l'édition allemande sous la direction de Jules Molk, professeur à l'université de Nancy » (comme l'annonce la page de titre), paraît sous le titre *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées* [Molk 1904-1916]. Cette version n'est pas une simple traduction de l'*Encyklopädie* allemande mais présente quelques spécificités tenant compte « des traditions et des habitudes françaises », notamment par des développements historiques plus rigoureux et nombreux [Gispert 1999, 354].

On trouve les premières mentions de l'ouvrage de Gabriel Cramer dans le premier tome (en trois volumes) consacré à l'arithmétique et l'algèbre, dans les articles ANALYSE COMBINATOIRE et DÉTERMINANTS¹⁴. Les auteurs

14. Initialement écrit par le mathématicien allemand Eugen Netto, et repris par le Nancéien Henri Vogt.

rappellent ainsi que les *inversions* en analyse combinatoire se trouvent déjà dans l'*Introduction* de Cramer sous le nom de *dérangements* [Molk 1904-1916, tome I, vol. 1, 88]. L'aperçu historique qui introduit l'article DÉTERMINANTS indique également : « Lorsqu'on résout n équations linéaires par rapport à n inconnues, les valeurs des inconnues sont des fractions dont le numérateur et le dénominateur sont des fonctions rationnelles entières des coefficients; *G. Cramer* a donné une règle pour composer ces fonctions » (tome I, vol. 1, 88). Dans le volume suivant, il est à nouveau cité dans l'article sur les équations linéaires qui invoque la *règle de Cramer* (tome I, vol. 2, 34). Enfin le traité de Cramer est donné en référence dans les articles portant sur la théorie de l'élimination¹⁵, sur le calcul du résultant de deux équations algébriques et sur la méthode du parallélogramme de Newton (tome I, vol. 2, 76, 95 et 124 resp.).

Dans le troisième tome (distribué en quatre volumes) consacré à la géométrie, on trouve, essentiellement dans les notes historiques, de nouvelles références à l'*Introduction*. Dans le premier volume sur les fondements de la géométrie plane, il est cité sur le sujet des points isolés [Molk 1904-1916, tome III, vol. 1, 166], mais aussi dans l'introduction historique de l'article sur la théorie analytique des courbes planes algébriques¹⁶ qui énumère les contributeurs au sujet des courbes algébriques au XVIII^e siècle, où il est cité en compagnie de Maclaurin et Euler (tome III, vol. 1, 221). On le retrouve surtout mentionné à plusieurs reprises dans le troisième volume, consacré à la géométrie algébrique plane, dans le chapitre intitulé *Théorie générale des courbes planes algébriques*¹⁷, et plus particulièrement dans le paragraphe concernant les points singuliers des courbes, qui présente des notes historiques très précises sur les points de serpentement et de rebroussement. À propos de l'étude des points singuliers en général, l'auteur précise dans une nouvelle note ce que l'on doit à De Gua et Cramer :

Cette méthode d'étudier les points singuliers, que l'on trouve aujourd'hui dans tous les traités, est due à *J. P. de Gua de Malves*, *Usages de l'analyse de Descartes*, p. 4/69, 91/105, 116/47. Voir aussi *G. Cramer*, *Introd.*, 400–538 (chap. 10, 11) et, dans le chapitre 13 (568–655), une étude détaillée des différentes espèces de points multiples dont peuvent être susceptibles les courbes des six premiers ordres : le tout avec beaucoup d'exemples et de figures. [Molk 1904-1916, tome III, vol. 1, 280]

15. Initialement écrit par Eugen Netto, et repris par un certain Le Vasseur.

16. L'article original est dû au mathématicien italien Gino Fano, et repris par le français Sauveur Carrus.

17. Ce chapitre a été écrit par le mathématicien italien Luigi Berzolari, sans mention d'un traducteur. La version présentée dans l'édition française a été considérablement remaniée et réduite par rapport à l'original, qui occupait près de 140 pages dans l'édition allemande, contre une cinquantaine seulement ici ; il est également inachevé : après une interruption brutale du texte, le lecteur peut lire l'avertissement suivant : « La fin de l'article n'a pas été publiée en raison de la guerre. »

Ce dernier exemple illustre ainsi le fait que, pour un mathématicien du début du XX^e siècle, dans un contexte de forte spécialisation et de réorganisation des savoirs mathématiques, avec une attention particulière portée aux aspects historiques de leur développement, près de 150 ans après la publication de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, la perception de la contribution de l'ouvrage aux mathématiques réside au moins autant dans la théorie des déterminants et de l'élimination que dans l'étude des courbes algébriques pour elle-même, valorisant autant les appendices algébriques du traité que son contenu lui-même.

6 En conclusion

Au terme de ce parcours couvrant plus d'un siècle et demi, le relevé des états successifs des mentions de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* dans les encyclopédies, dictionnaires, histoires des mathématiques ou textes d'enseignement écrits en langue française permet de dessiner la trajectoire d'un ouvrage qui, devenu objet patrimonial, relie les recherches du temps présent avec celles du temps passé par la conservation de la mémoire de certains savoirs et pratiques, d'une part, et les perspectives historiques ouvertes sur leurs développements et leurs mutations d'autre part.

Au cours du temps, l'ouvrage de Cramer a été diffusé, consulté, annoté, discuté, puis rangé et conservé dans les bibliothèques, aujourd'hui numérisé et mis à disposition de tous. S'il a échappé à l'oubli, au contraire d'autres textes moins « chanceux », il attend, sur les rayons des bibliothèques patrimoniales ou aux tréfonds des *data centers* hébergeant les livres numérisés, des lecteurs qui se font sans doute de plus en plus rares mais aussi plus experts, curieux de mesurer les écarts et les proximités du texte avec l'état actuel de la connaissance, de comprendre sa place dans la dynamique de la construction des savoirs dont il est une photographie instantanée, prise il y a plus de 270 ans.

L'enquête historique nous permet de distinguer les mouvements et les variations : si les encyclopédies, dictionnaires et histoires des mathématiques sont naturellement le lieu de la patrimonialisation, par leurs processus de sélection et de valorisation qui s'inscrivent dans un temps long, on y voit heureusement que la mémoire de l'ouvrage, si elle est conservée et préservée dans sa matérialité et traduite dans ces textes encyclopédiques, ne fige pas l'objet dans le passé mais demeure un appui pour les communautés mathématiques successives qui peuvent autant se référer aux savoirs et pratiques qui y sont décrits que s'en écarter pour construire de nouvelles perspectives et mesurer leurs avancées.

Dans notre étude, si nous avons vu que la première consécration encyclopédique de l'*Introduction*, qui tient pour beaucoup à l'action de D'Alembert et de ses proches (au premier rang desquels Montucla et Bossut), installe l'ouvrage de Cramer dans une certaine continuité mémorielle jusqu'au tout début du

XIX^e siècle, le recul et la critique historique engagés par des acteurs comme Lacroix puis Poncelet et Chasles ont permis de questionner cette mémoire et ont conduit à présenter l'œuvre sous de nouveaux angles, à proposer de nouvelles lectures, dans des dictionnaires ou encyclopédies mathématiques s'adressant à un public plus spécialisé et averti (Montferrier, Molk).

Une patine s'installe, inexorablement, mais au cours du temps certains aspects de l'œuvre de Gabriel Cramer prennent la lumière et se ravivent, alors que d'autres s'assombrissent ou s'effacent : aujourd'hui, par exemple, les résultats algébriques alors rejetés en annexe par l'auteur (notamment la règle dite des déterminants, encore appelée « règle de Cramer » en France depuis le milieu du XIX^e siècle) sont bien plus connus et actuels que la tentative de classification des courbes algébriques qui en était l'objet principal. Les processus d'historicisation et de patrimonialisation à l'œuvre dans ces encyclopédies et dictionnaires que nous avons parcourus, s'ils légitiment à un moment donné et pour une communauté d'acteurs donnée les savoirs et les méthodes contenus dans l'ouvrage, laissent toute leur place aux questionnements et aux actualisations permettant à d'autres communautés d'avancer et d'élargir la carte des connaissances en conservant l'objet patrimonial comme repère, tel un amer dans leurs voyages exploratoires.

Bibliographie

- BOSSUT, Charles [1802], *Histoire générale des mathématiques*, Paris : Louis.
- BOYER, Carl B. [2004], *History of Analytic Geometry*, Mineola, New York : Dover Publications.
- CHASLES, Michel [1837], *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne, suivi d'un mémoire de géométrie sur deux principes généraux de la science, la dualité et l'homographie*, Bruxelles : M. Hayez.
- CRAMER, Gabriel [1750], *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, Genève : chez les frères Cramer et Cl. Philibert.
- D'ALEMBERT, Jean Le Rond & DIDEROT, Denis (éds.) [1751-1765], *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*, Chez Briasson, David l'aîné, Le Breton, Durand à Paris, puis chez Samuel Faulche & Compagnie à Neuchâtel, URL <http://enccre.academie-sciences.fr/encyclopedie>.
- DE FELICE, Fortunato Bartolomeo (éd.) [1770-1780], *Encyclopédie, ou dictionnaire universel raisonné des connoissances humaines*, Yverdon : Fondation de Félice.

DREYFUS, Ferdinand-Camille [1886-1902], *La Grande Encyclopédie : inventaire raisonné des sciences, des lettres et des arts. Par une société de savants et de gens de lettres*, Paris : Lamirault.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE (éd.) [1812], *Journal de l'École polytechnique, publié par le Conseil d'instruction de cet établissement. Septième et huitième cahiers*, t. II, Paris : Imprimerie impériale.

EHRHARDT, Caroline [2009], L'identité sociale d'un mathématicien et enseignant. Sylvestre-François Lacroix (1765-1843), *Histoire de l'éducation*, 123(123), 5–43, doi : 10.4000/histoire-education.2024.

EULER, Leonhard [1748], *Introductio In Analysin Infinitorum*, Lausanne : Marc-Michel Bousquet & associés.

— [1797], *Introduction à l'analyse infinitésimale par Léonard Euler ; Traduite du latin en français, avec des Notes & des éclaircissements, par J. B. Labey*, t. II, Paris : Barrois l'aîné.

GISPERT, Hélène [1999], Les débuts de l'histoire des mathématiques sur les scènes internationales et le cas de l'entreprise encyclopédique de Felix Klein et Jules Molk, *Historia Mathematica*, 26(4), 344–360, doi : 10.1006/hmat.1999.2260.

GOUDIN, Mathieu-Bernard & DIONIS DU SÉJOUR, Achille Pierre [1756], *Traité des Courbes algébriques*, Paris : Chez Charles-Antoine Jombert.

ISNART, Cyril [2016], Anthropologie du patrimoine. Le patrimoine comme objet anthropologique. échelles et incarnations de la patrimonialisation, *Encyclopædia Universalis*, [en ligne], URL <https://www.universalis.fr/encyclopedie/anthropologie-du-patrimoine/>.

JOFFREDO, Thierry [2017], *Approches biographiques de l'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques de Gabriel Cramer*, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01852029>.

— [2019], Une analyse génétique de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer (1750), *Revue d'histoire des mathématiques*, 25(2), 235–289, doi : 10.24033/rhm.226.

KLEIN, Felix [1898-1933], *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*, Leipzig : Teubner.

LACROIX, Sylvestre-François [1797], *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*, t. I, Paris : J.B.M. Duprat.

— [1810], *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*, t. 1, Paris : Courcier, 2^e éd.

- LAMY, Jérôme [2010], La tension histoire/mémoire dans la valorisation du patrimoine scientifique et technique : une perspective critique, *Cahiers François Viète*, Série II(3), 7–35, URL <https://cfv.univ-nantes.fr/cahiers/numeros-parus/cahiers-francois-viete-serie-ii-n3>.
- LAROUSSE, Pierre [1866-1877], *Grand dictionnaire universel du XIXe siècle : français, historique, géographique, mythologique, bibliographique*, Paris : Administration du grand Dictionnaire universel.
- MOLK, Jules [1904-1916], *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*, Paris : Gauthier-Villars.
- MONTUCLA, Jean-Étienne & LALANDE, Jérôme de (éds.) [1799-1802], *Histoire des Mathématiques, dans laquelle on rend compte de leur progrès depuis leur origine jusqu' à nos jours ; ou l'on expose le tableau et le développement des principales découvertes dans toutes les parties des Mathématiques, les contestations qui se sont élevées entre les Mathématiciens, et les principaux traits de la vie des plus célèbres*, Paris : Henri Agasse.
- NEWTON, Isaac [1704], *Opticks : or, a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light. Also two treatises of the species and magnitude of curvilinear figures*, Londres : Smith and Walford.
- PANCKOUCKE, Charles-Joseph [1784-1789], *Encyclopédie méthodique : Mathématiques. Par MM. D'Alembert, l'Abbé Bossut, De la Lande, le Marquis de Condorcet, & c.*, Paris : Chez Panckoucke.
- PASSERON, Irène (éd.) [2015], *Correspondance générale 1741-1752, Jean Le Rond d'Alembert, Œuvres complètes*, t. V-2, Paris : CNRS.
- PENCHÈVRE, Erwan [2021], *Histoire de l'élimination algébrique*, Histoire et philosophie des sciences, Paris : Classiques Garnier.
- PONCELET, Jean-Victor [1866], *Traité des propriétés projectives des figures*, t. 2, Paris : Gauthier-Villars.
- SARRAZIN DE MONTFERRIER, Alexandre André Victor [1835-1840], *Dictionnaire des sciences mathématiques pures et appliquées*, Paris : Dénain et Delamare.
- SAURY, Jean [1774], *Cours complet de mathématiques, par M. l'Abbé Sauri*, Paris : Ruault.
- SAVÉRIEN, Alexandre [1753], *Dictionnaire universel de mathématique et de physique*, Paris : chez Jacques Rollin et Charles-Antoine Jombert.
- STIRLING, James [1717], *Lineæ tertii ordinis Neutonianaæ, sive Illustratio tractatus D. Neutoni De enumeratione linearum tertii ordinis : Cui subiungitur Solutio trium problematum*, Oxoniæ : e Theatro Sheldoniano, impensis Eduardi Whistler.