

# Approche génétique et codicologique des manuscrits du « Traité des courbes » de Gabriel Cramer (1750)

Thierry JOFFREDO

Membre associé AHP-PReST (Université de Lorraine / Université de Strasbourg /  
CNRS)  
et HSM IMJ-PRG (Sorbonne Université / Université Paris Cité / CNRS)

3 juin 2022, séminaire Manuscrits scientifiques, ITEM

*« D'un point de vue théorique, l'analyse matérielle de manuscrits modernes menée sous les auspices d'une discipline dite « auxiliaire » de l'histoire, la codicologie, relève au premier chef d'une enquête sur les indices. Discrètes ou spectaculaires, [. . .] ces marques observées dans la matérialité même du document original nous renseignent, à condition de savoir les interroger, sur la fabrique toujours singulière de l'œuvre écrite. »*

Claire Bustarret, *Approche codicologique du manuscrit moderne*, in « Critique génétique : concepts, méthodes, outils », dir. Olga Anokhina et Sabine Pétilion, IMEC, 2009.

# Plan

Un coup d'œil à l'ouvrage publié

Les manuscrits BGE Ms Jallabert 48

Discontinuités, irrégularités, modifications « structurelles » :  
premiers indices

Généétique textuelle : Ajouts, suppressions, remplacements,  
déplacements et réécritures

Filigranes et marques de fabricants de papier

Dynamiques d'écriture

Datation

Conclusion

# Plan

## Un coup d'œil à l'ouvrage publié

Les manuscrits BGE Ms Jallabert 48

Discontinuités, irrégularités, modifications « structurelles » :  
premiers indices

Génétique textuelle : Ajouts, suppressions, remplacements,  
déplacements et réécritures

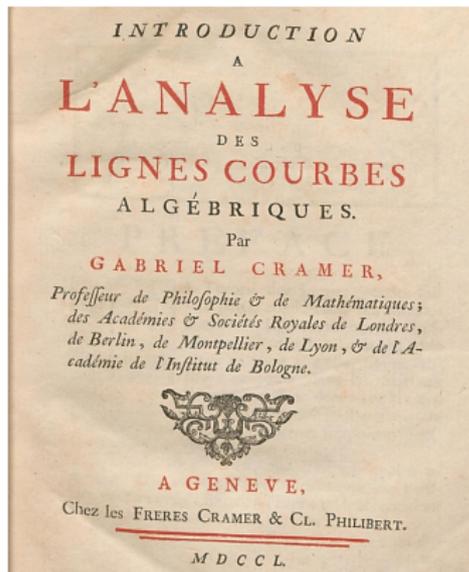
Filigranes et marques de fabricants de papier

Dynamiques d'écriture

Datation

Conclusion

## Un rapide coup d'œil aux contenus de l'ouvrage publié



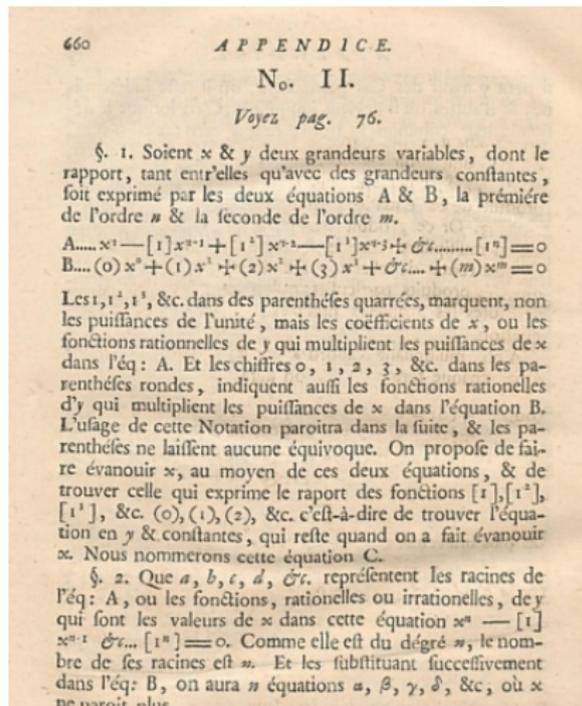
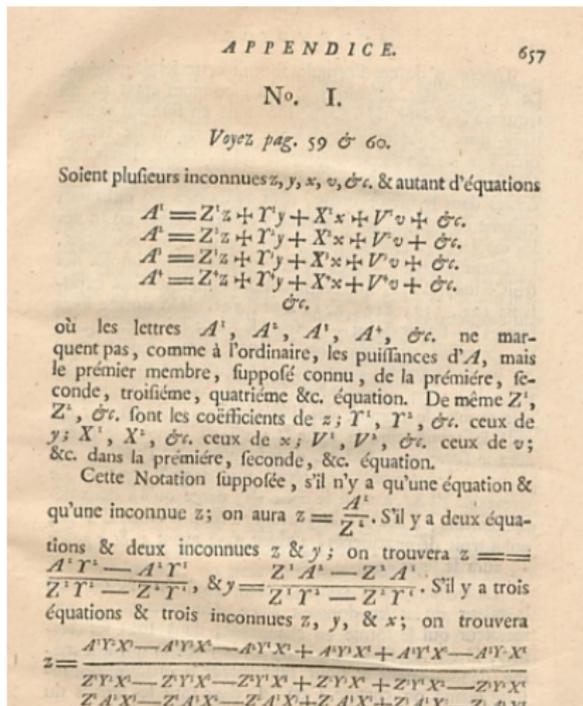
- ▶ Classification des courbes algébriques des cinq premiers ordres.
- ▶ Étude des branches infinies, asymptotes, points singuliers, tangentes, extrema, courbure ... , sans aucun recours au calcul différentiel.
- ▶ Presque 700 pages réparties en 13 chapitres, des exemples nombreux et variés, 33 planches.

## I N D I C E

## DES CHAPITRES ET DES PARAGRAPHES.

- ▶ De la Nature des Lignes courbes en général, & de leurs Equations
- ▶ Des transformations que subit l'Equation d'une Courbe, quand on la raporte à d'autres coordonnées
- ▶ Des différens Ordres des Lignes algébriques
- ▶ Quelques Remarques sur la construction géométrique des Egalités
- ▶ Valeur du produit de toutes les Ordonnées d'une même Abscisse
- ▶ Des Diamètres, Contre-Diamètres, & Centres des Lignes Courbes
- ▶ Détermination des plus grands termes d'une Equation. Principes de la Méthode des séries, ou Suites infinies
- ▶ Des Branches infinies des Courbes
- ▶ Divisions générales des Lignes des cinq premiers Ordres
- ▶ Des Points singuliers; Points multiples, Points d'Inflexion & de Serpement
- ▶ De la Méthode des Tangentes, Des Points d'Inflexion, &c. Des plus grandes & des plus petites abscisses & ordonnées, &c.
- ▶ De la Courbure des Lignes Courbes en leurs différens Points
- ▶ Des différentes espèces de Points multiples dont peuvent être susceptibles les Courbes des six premiers Ordres

## Deux appendices restés célèbres



# Plan

Un coup d'œil à l'ouvrage publié

**Les manuscrits BGE Ms Jallabert 48**

Discontinuités, irrégularités, modifications « structurelles » :  
premiers indices

Génétique textuelle : Ajouts, suppressions, remplacements,  
déplacements et réécritures

Filigranes et marques de fabricants de papier

Dynamiques d'écriture

Datation

Conclusion

## Manuscrits autographes du trait e des courbes conserv es à la Bibliothèque de Genève (MS. Jallabert 48)





## Un document composite

- ▶ 254 feuillets manuscrits, reliés dans un volume in-folio, présentés comme "Cours de Gabriel Cramer - Mémoires de divers sujets de mathématiques".
- ▶ Première partie : manuscrits de l'*Introduction*, divisée en 16 chapitres, plus un appendice et 5 planches.
- ▶ Seconde partie : recueil de notes, de calculs, de croquis, de brouillons partiels ou intermédiaires, et surtout de versions alternatives de pages présentes dans la première partie.

Numérisation disponible en ligne : [https:](https://archives.bge-geneve.ch/ark:/17786/vtaff66d0c8b3c44d04)

[//archives.bge-geneve.ch/ark:/17786/vtaff66d0c8b3c44d04](https://archives.bge-geneve.ch/ark:/17786/vtaff66d0c8b3c44d04)

## Structure de la première partie (227 feuillets)

- ▶ I. De la Nature des Lignes Courbes en general, & de leurs Equations.
- ▶ II. Des transformations que subit l'équation d'une courbe lorsqu'on la raporte à d'autres coordonnées.
- ▶ III. Des différens ordres des lignes algébriques.
- ▶ IV. Digression sur l'évanouissement des quantités indéterminées.
- ▶ V. Quelques Remarques sur la construction géométrique des Egalités.
- ▶ VI. Valeur du produit de toutes les Ordonnées d'une même abscisse.
- ▶ VII. Des Diamètres, Contre-Diamètres, & Centres des Lignes Courbes.
- ▶ VIII. Détermination des plus grands termes d'une équation indéterminée. Principes de la Méthode des Séries ou Suites infinies.
- ▶ IX. Des branches infinies des courbes, & premièrement de leur nombre & de leur position.
- ▶ X. Des différentes espèces de branches infinies. Branches Hyperboliques & Paraboliques.
- ▶ XI. Détermination plus précise du nombre, de l'espèce & de la position des branches infinies d'une courbe.
- ▶ XII. Divisions generales des lignes des second, troisième & quatrième Ordre.
- ▶ XIII. Des Points Singuliers, & de leurs deux genres, les Points multiples & les Points d'inflexion et de serpentement.
- ▶ XIV. De la Methode des Tangentes, des Points d'inflexion, Des plus grandes & des plus petites ordonnées, &c.
- ▶ XV. De la courbure des lignes courbes en leurs différents points.
- ▶ XIV. Des différentes espèces de points multiples dont sont susceptibles les Courbes des six premiers Ordres.
- ▶ Appendix N<sup>o</sup> I, Planches I, IV, V, VI et VIII.

## Structure de la seconde partie (27 feuillets)

- ▶ Un feuillet de brouillons, présentant au recto la fin d'un article et le début d'un autre, numéroté 242, et au verso un début d'article numéroté 229, avec des brouillons de calculs algébriques (f. 220).
- ▶ Une page portant des instructions de corrections et d'améliorations à apporter au chapitre VIII (f. 221 recto), suivie d'un folio vierge (f. 222).
- ▶ Un petit feuillet de brouillon portant recto-verso portant deux articles sur les tangentes (f. 223).
- ▶ Deux feuillets de brouillon contenant des passages sur la courbure (f. 224-225).
- ▶ Trois feuillets de brouillons de calculs algébriques (f. 226-228).
- ▶ Un feuillet présentant au verso des croquis géométriques et architecturaux, ainsi que deux lignes de calcul infinitésimal et quelques schémas géométriques (f. 229).
- ▶ Deux feuillets de texte sur l'évanouissement des grandeurs inconnues, manuellement foliotés 55 et 56 (f. 230-231).
- ▶ Quatre feuillets de texte sur des transformations d'équations et des calculs de séries menés à l'aide du triangle analytique (f. 232-235).
- ▶ Deux feuillets de texte sur les branches infinies manuellement foliotés 78 et 79 (f. 236-237).
- ▶ Sept feuillets de texte sur le calcul des asymptotes, manuellement foliotés 108 à 113 avec une répétition du numéro 113 (f. 238-244).
- ▶ Deux feuillets de texte sur les cubiques et leurs asymptotes, manuellement foliotés 120 et 121 (f. 245-246).

# Plan

Un coup d'œil à l'ouvrage publié

Les manuscrits BGE Ms Jallabert 48

**Discontinuités, irrégularités, modifications « structurelles » :**  
premiers indices

Généétique textuelle : Ajouts, suppressions, remplacements,  
déplacements et réécritures

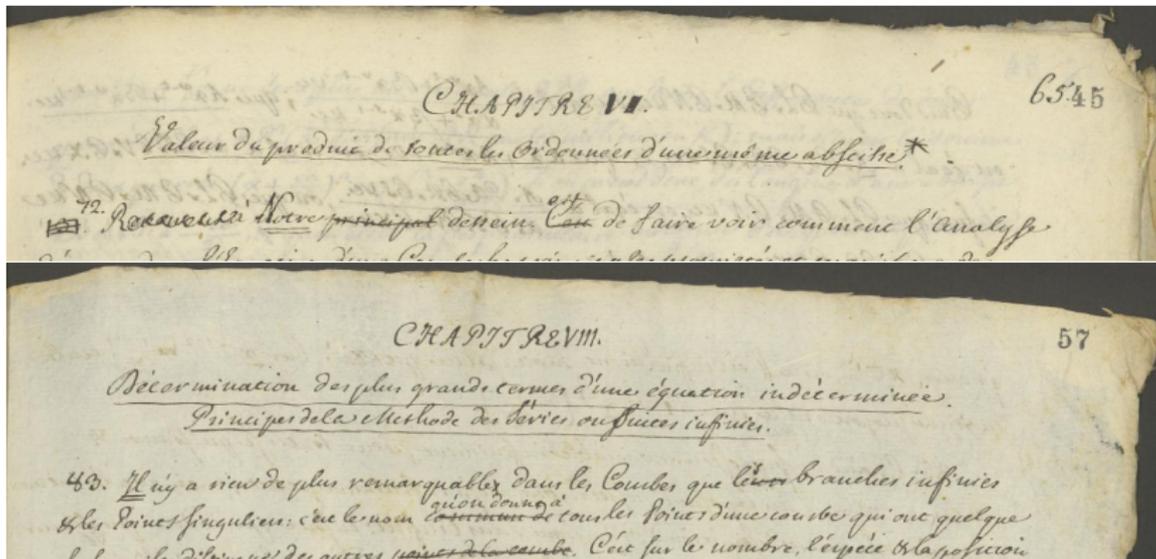
Filigranes et marques de fabricants de papier

Dynamiques d'écriture

Datation

Conclusion

## Analyse du manuscrit : pagination

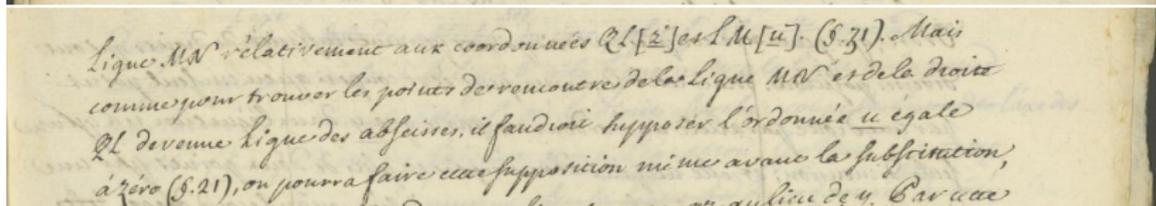
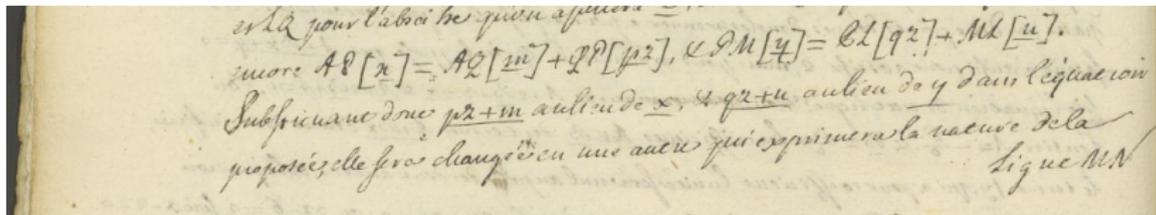


## Analyse du manuscrit : numérotation

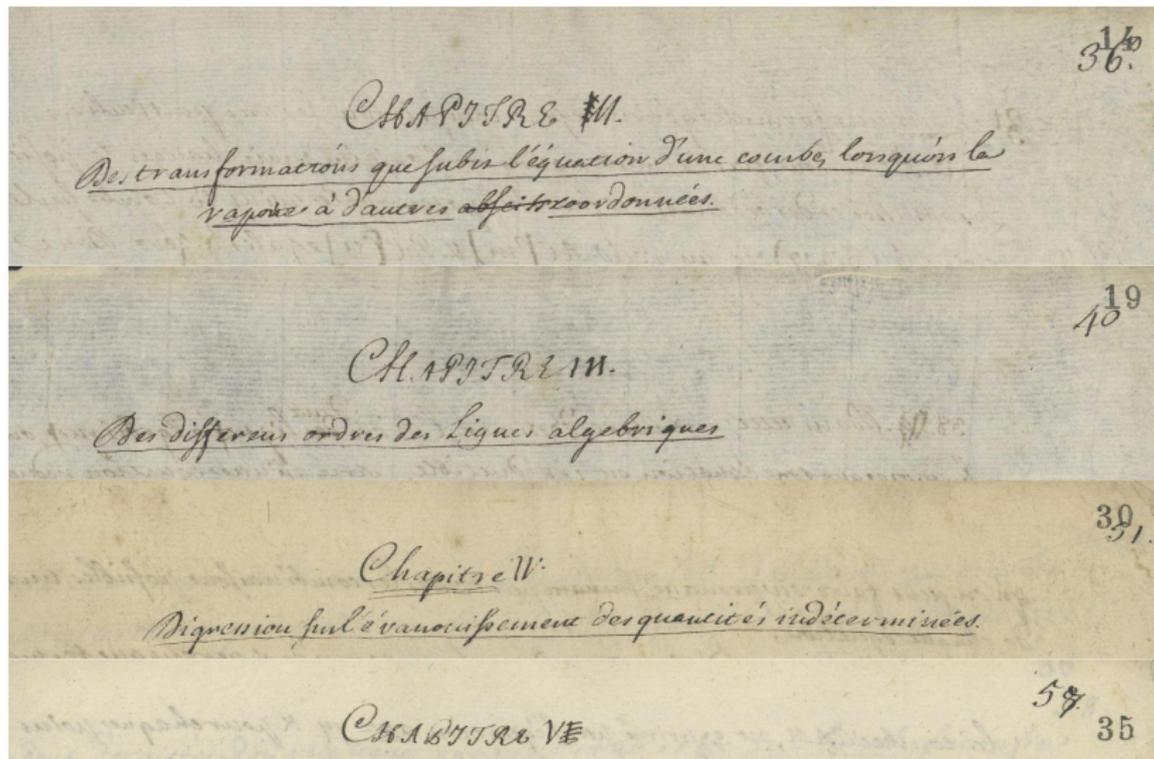
36. ~~36.~~ Les Lignes algébriques, considérées analytiquement, se divisent en  
 différents Ordres, selon les degrés de leurs équations. Ces degrés s'estiment, comme  
 dans les égalités déterminées, par le degré du plus haut terme de l'équation.  
 Mais, ~~comme~~ <sup>parce que</sup> dans les équations des lignes il y a deux indéterminées,  $x$  &  $y$ , le  
 degré de chaque terme s'estime par la somme des exposants des puissances de  $x$  et  $y$ .  
 Les termes, où il n'y a ni  $x$  ni  $y$  sans du degré zéro. Les termes qui n'ont qu'un  
 $x$  sans  $y$ , ou qu'un  $y$  sans  $x$ , mais, où cette indéterminée peut être multipliée  
 par un coefficient quelconque ou une constante quelconque, comme  $by$  ou  $ex$ , sont des termes du premier degré. Les termes du second  
 degré sont ceux où se trouvent  $xx$ ,  $xy$ , ou  $yy$ . Mais  $x^2$ ,  $x^2y$ ,  $xy^2$  et  $y^3$  sont  
 les termes du troisième degré;  $x^3$ ,  $x^2y$ ,  $x^2y^2$ ,  $xy^3$ ,  $y^4$  ceux du quatrième degré,  
 & ainsi de suite.

37. On peut donc former pour chaque Ordre de Lignes, une <sup>et</sup> Équation  
 générale, qui représente toutes les Lignes possibles de cet Ordre-là: lesquelles  
 ensuite se divisent et subdivisent en genres, et espèces, selon la variété des

## Analyse du manuscrit : réclames



## Analyse du manuscrit : titres de chapitres



## Premières conclusions : un document composite

Des manuscrits d'origines différentes ont été assemblés pour former le présent recueil et d'en identifier les parties « originales » d'une part, et les parties ajoutées, supprimées ou réécrites d'autre part. Ce recueil ne représente donc certainement pas l'état d'avancement du manuscrit à un moment donné, mais est une reconstitution a posteriori à partir de papiers d'origines diverses, soit par l'auteur lui-même au fur et à mesure des évolutions qu'il apporte à un manuscrit initial, soit plus tardivement par la personne qui a choisi et compilé ces papiers avant de les faire relier.

# Plan

Un coup d'œil à l'ouvrage publié

Les manuscrits BGE Ms Jallabert 48

Discontinuités, irrégularités, modifications « structurelles » :  
premiers indices

**Généétique textuelle : Ajouts, suppressions, remplacements,  
déplacements et réécritures**

Filigranes et marques de fabricants de papier

Dynamiques d'écriture

Datation

Conclusion



# Plan

Un coup d'œil à l'ouvrage publié

Les manuscrits BGE Ms Jallabert 48

Discontinuités, irrégularités, modifications « structurelles » :  
premiers indices

Génétique textuelle : Ajouts, suppressions, remplacements,  
déplacements et réécritures

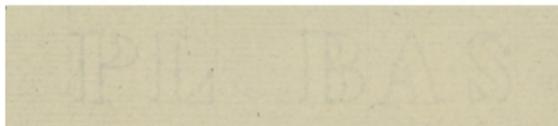
**Filigranes et marques de fabricants de papier**

Dynamiques d'écriture

Datation

Conclusion

en de  $x$  dans l'équa  
 me à l'écrit ni suront  
 , en faisant  $x=0$  da  
 $a$ , qui est la valeur  
 (9.11), parce que  $x=0$   
 l'axe  
 l'axe des ordonnées  
 parce  $x=0$  donne



# Plan

Un coup d'œil à l'ouvrage publié

Les manuscrits BGE Ms Jallabert 48

Discontinuités, irrégularités, modifications « structurelles » :  
premiers indices

Généétique textuelle : Ajouts, suppressions, remplacements,  
déplacements et réécritures

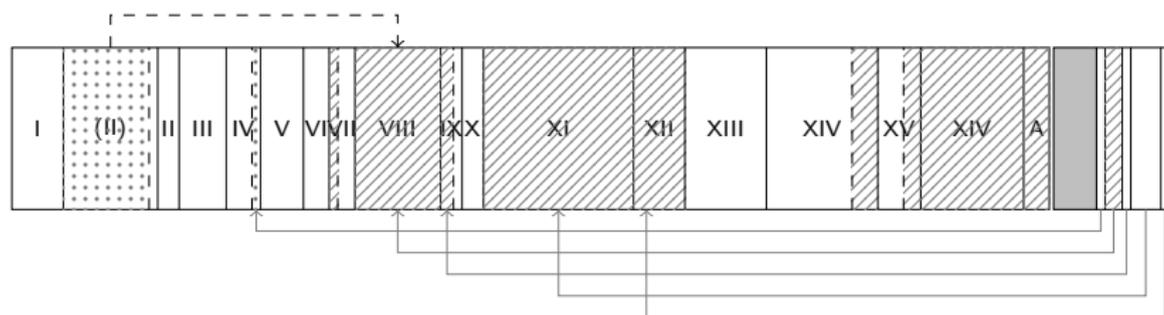
Filigranes et marques de fabricants de papier

**Dynamiques d'écriture**

Datation

Conclusion

## Analyse du manuscrit : dynamiques internes



- ▶ suppression, réécriture et déplacement du chapitre II sur la méthode des séries ;
- ▶ réécriture totale ou partielle des chapitres VII, VIII, IX, XI, XII, XIV et XV ;
- ▶ ajout tardif d'un dernier chapitre sur les points multiples, adjonction au recueil de l'appendice et des planches de figures.

## Dynamiques d'écriture

L'analyse des manuscrits révèle quelques dynamiques d'écriture au cours de ces deux années :

- ▶ Adaptation du lexique mathématique (substitution *axe des abscisses* à *ligne des abscisses*).
- ▶ Amélioration de la présentation des calculs.
- ▶ Reformulations de certains passages (simplification, clarification).
- ▶ Choix des exemples, etc.

# Plan

Un coup d'œil à l'ouvrage publié

Les manuscrits BGE Ms Jallabert 48

Discontinuités, irrégularités, modifications « structurelles » :  
premiers indices

Génétique textuelle : Ajouts, suppressions, remplacements,  
déplacements et réécritures

Filigranes et marques de fabricants de papier

Dynamiques d'écriture

**Datation**

Conclusion

## Datation des manuscrits

Mon hypothèse de datation - qui s'appuie sur d'autres éléments d'analyse génétique, notamment sa correspondance - est qu'il s'agit d'un manuscrit de 1741, partiellement repris (réorganisation, réécritures, enrichissement) en 1745-1746 suite à la correspondance avec Clairaut et Euler en 1744-1745, avec à la marge quelques éléments ajoutés en 1748-1750 (retour de Paris) ou après la mort de l'auteur en 1752 (par le compilateur).

Qui a compilé et organisé le recueil de ces manuscrits ?

Pour la 1<sup>re</sup> partie, sans doute Cramer lui-même, avant de fournir les épreuves aux imprimeurs. Puis Jallabert, après la mort de Cramer, pour les adjonctions (appendice, planches, 2<sup>de</sup> partie) ?

# Plan

Un coup d'œil à l'ouvrage publié

Les manuscrits BGE Ms Jallabert 48

Discontinuités, irrégularités, modifications « structurelles » :  
premiers indices

Génétique textuelle : Ajouts, suppressions, remplacements,  
déplacements et réécritures

Filigranes et marques de fabricants de papier

Dynamiques d'écriture

Datation

Conclusion

## En guise de conclusion

Une étude codicologique incomplète et difficile à mener :

- ▶ Appropriation d'une discipline spécifique : savoirs, lexique, outils et méthodes ;
- ▶ Nécessité de pouvoir accéder régulièrement et durablement aux manuscrits ;
- ▶ Élargissement de l'étude par l'examen systématique d'autres sources proches ;
- ▶ Contribution à l'élaboration de bases de données collectives.

...mais tellement passionnante et enrichissante !

## Merci de votre attention.

### Quelques références :

- ▶ Bustarret, Claire : Usages des supports d'écriture au XVIII<sup>e</sup> siècle : une esquisse codicologique, *Genesis. Manuscrits – Recherche – Invention*, 34 (2012), p. 37–65.
- ▶ Bustarret, Claire : Approche codicologique du manuscrit moderne. In *Critique génétique. Concepts, méthodes, outils.*, par Olga Anokhina et Sabine Pétilion (dir.), Paris, IMEC Éditeur, 2009, p. 47-59.
- ▶ Gaudriault, Raymond : Filigranes et autres caractéristiques des papiers fabriqués en France aux XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècles, Paris, CNRS Éditions, 1995.
- ▶ Joffredo, Thierry : Une analyse génétique de l'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques de Gabriel Cramer (1750), *Revue d'Histoire des Mathématiques*, Société Mathématique de France, 2019, 25 (2), p. 235-289.