Invisibilités croisées des chiffres et des lettres

Claire Margolinas, Marceline Laparra

Invisibilités croisées des chiffres et des lettres

Claire Margolinas, ACTé, Université Clermont-Auvergne

Marceline Laparra, CELTED, Université de Lorraine

Introduction : ce que notre travail doit à Jean-Yves Rochex

Notre travail au sein du réseau RESEIDA, depuis 2004, se caractérise par un mouvement de va et vient entre analyse anthropologique de terrain et développement épistémologique. Ce texte se situe plus particulièrement dans un développement théorique, dont le point de départ doit beaucoup aux échanges au sein de RESEIDA et tout particulièrement aux interventions de Jean-Yves Rochex.

Celui-ci, en conclusion de l'ouvrage collectif du réseau RESEIDA (Rochex & Crinon, 2011), insiste sur « une péjoration, voire […] une méconnaissance des enjeux de savoir » qui est le fait de l'enseignant quand le travail est piloté par les tâches (Rochex, 2011, p. 179),.

Rochex (2016) situe la « question de la place et du statut des contenus et enjeux de savoir […] au cœur du soucis d'enseigner plus explicitement ou de traquer les pédagogies implicites ou invisibles. ». Il introduit la nécessité d'une vigilance qui « doit être épistémologique, didactique et infra-didactique, et porter sur la conception des savoirs à enseigner, leurs modes de traitement didactique et les rapports au langage ou à la littératie qu'ils requièrent […] » (p. 41).

Dans notre ouvrage (Laparra & Margolinas, 2016) nous avons cherché à réaliser une double ambition: conduire des observations faites sur une longue durée, d'un point de vue anthropologique d'un groupe d'élèves au début de leur scolarité et soumettre ces observations à des questions théoriques venant en partie de deux champs didactiques différents.

Durant tout ce travail nous avons observé de jeunes élèves manipuler des étiquettes sur lesquelles étaient inscrits des lettres ou des chiffres, reproduire des chiffres et des lettres sur leur ardoise ou sur une feuille de papier, mettre en ligne les unes ou les autres, ou encore pointer un chiffre ou une lettre en la dénommant ou non. Les chiffres et les lettres n'occupaient alors pas une place particulière dans nos observations, comme s'ils étaient trop « minuscules » pour éveiller un intérêt, outils de la littératie qu'ils étaient, même à nos yeux, dominés par les mots et les nombres.

En effet, rendre hommage à Jean-Yves Rochex, pour nous, c'est surtout continuer à travailler dans la direction qui a été initiée ensemble et ouvrir de nouveaux dialogues, et dans ce cas, s'intéresser à ces objets minuscules en les replaçant dans une perspective plus large, celle des interactions invisibles entre littératie linguistique et littératie mathématique.

Le travail que nous avons mené à RESEIDA nous a déjà amenées à nous intéresser à des écrits souvent non considérés comme tels : les schémas (Laparra & Margolinas, 2009), les tableaux (Margolinas & Laparra, 2019). C'est donc un autre écrit : l'écriture mathématique, qui nous intéresse maintenant. Depuis une dizaine d'année, nos travaux ont porté tout particulièrement sur les interactions entre les univers de l'oralité et de la littératie, considérés comme un continuum et non pas comme une dichotomie (Margolinas & Laparra, 2019).

Dans ce chapitre, nous nous centrons sur la littératie, considérée comme un concept organisateur, pas seulement dans le domaine de la langue. Notre proposition se situe dans le registre de vigilance énoncé par Rochex, 2016) : considérer la dimension écrite des chiffres et des lettres dans leur contribution à l'écriture des nombres et des mots comme relevant paradoxalement d'un implicite. Ce n'est pas ici la « mise en activité » et ses dérives qui posent problème mais une tendance à vouloir obtenir la réussite par une conformité à des règles et des normes non interrogées qui sont celles de certains écrits mais pas de tous. Nous allons montrer que la littératie linguistique s'appuie sur une linéarisation (nécessaire à la transcription phonographique, quelle que soit la langue), mais que la littératie mathématique s'appuie sur une tout autre logique.

La première partie de ce texte confronte le lecteur à une petite expérience concernant l'écriture d'un mot et l'écriture chiffrée d'un nombre, expérience qui vise à faire apparaître des différences profondes entre ces deux écrits et leur relation à l'oralisation. Ces différences seront ensuite, dans une deuxième partie, considérées dans une perspective historique visant à mettre en évidence la singularité de l'écriture chiffrée de position. Dans une troisième partie, nous montrerons comment la littératie mathématique est implicitement envahie par la littératie linguistique et nous envisagerons quelques conséquences de cette invasion. En conclusion, nous reprendrons notre dialogue avec les travaux de Jean-Yves Rochex.

1. Une petite expérience concernant les écrits linguistiques et mathématiques

Pour introduire notre propos, nous vous proposons donc une petite expérience. Écrivons sur une feuille un mot en capitale d'imprimerie et en dessous de ce mot, un nombre entier. Découpons deux cartons opaques de même dimension permettant de recouvrir entièrement les deux écrits.

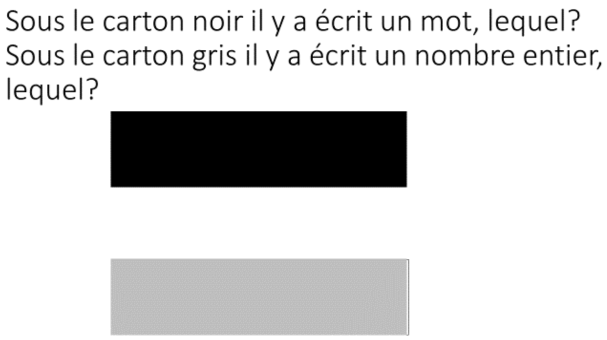


Figure 1. Mot et nombre cachés

L'expérience consiste à déplacer les cartons pour dévoiler signe par signe les deux écrits, d'abord en déplaçant le carton de la gauche vers la droite puis de la droite vers la gauche. Il s'agit d'essayer de faire le plus d'hypothèses possibles concernant le nombre ou le mot avant qu'ils soient entièrement dévoilés.

De la gauche vers la droite

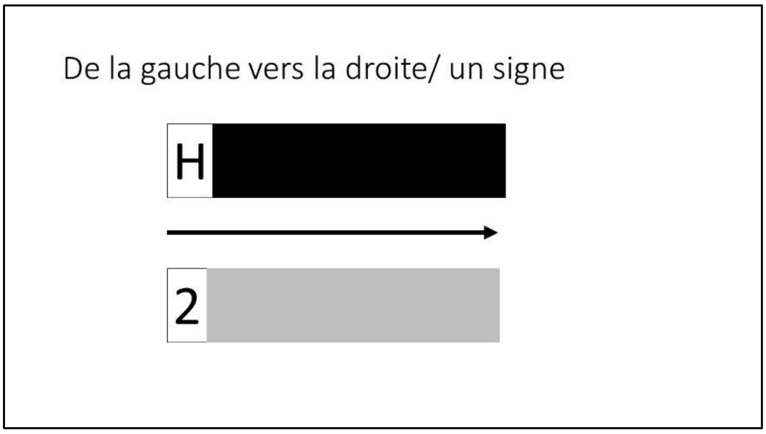


Figure 2. de la gauche vers la droite 1 signe

Le mot commence donc par la lettre H ce qui ne donne que très peu d'information sur sa prononciation ou sur son sens. Le nombre comporte le chiffre 2 à gauche, cependant on ne sait pas comment se prononce ce signe (par exemple si le nombre est 21 ou 21 000 il faut dire vingt et non pas deux) ni ce qu’il représente en termes de quantité (2 millions ? 2 dizaines ?).

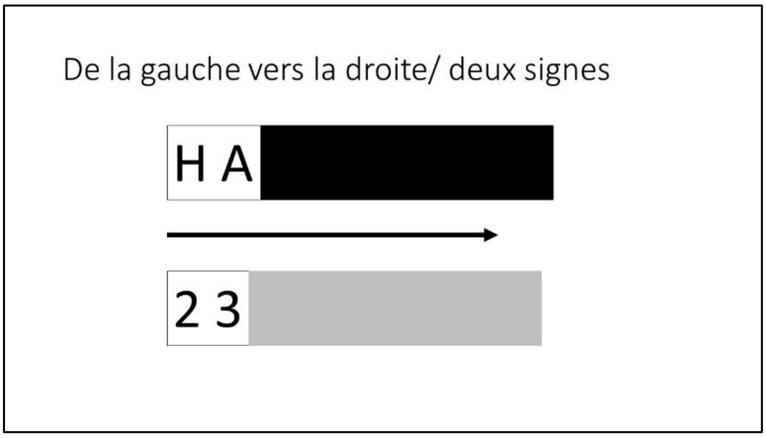


Figure 3. de la gauche vers la droite 2 signes

Le mot commence par HA, on en sait un peu plus sur les correspondances graphophoniques possibles, mais toujours rien sur le sens. Concernant le nombre on n’est pas plus avancé car 23 peut se lire vingt-trois (par exemple dans 23 000) ou deux-cent-trente (par exemple dans 237 ou dans 237000), et on ne sait toujours rien en termes de quantité.

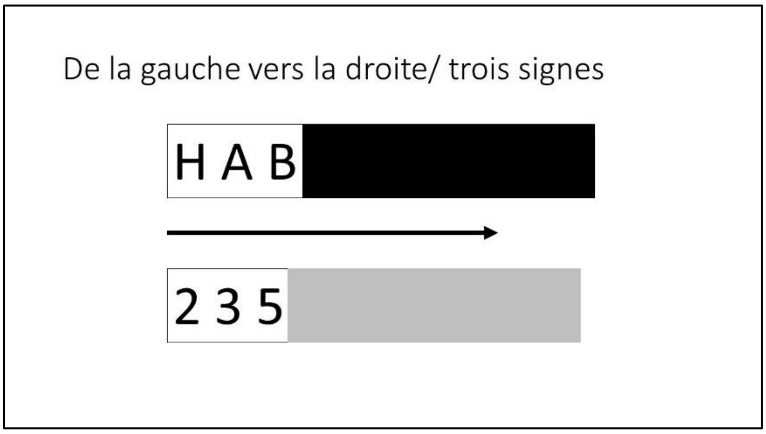


Figure 4. de la gauche vers la droite 3 signes

Nous savons maintenant que le mot commence par le son [a] et même par [ab] et nous pouvons même commencer à faire des hypothèses sur les mots possibles : habit, habiter, etc. Concernant le nombre on n’est toujours pas plus avancé.

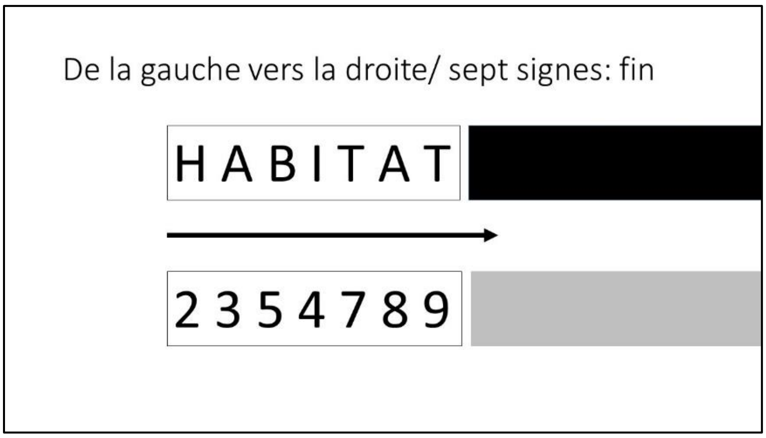


Figure 5. de la gauche vers la droite final

Ainsi, sans continuer à décrire l'expérience dans son entier, le mot (HABITAT) quand il est dévoilé de la gauche vers la droite, révèle à la fois la correspondance graphophonique et les significations possibles, même s'il faut attendre la fin pour savoir s'il s'agit de « habitat » ou bien de « habitation » ou encore de « habiter ». Par contre, il faut attendre le dévoilement complet du nombre 2354789 pour savoir qu'il se lit deux-millions-trois-cent-cinquante-quatre-mille-sept-cent-quatre-vingt-neuf.

De la droite vers la gauche

Recommençons l'expérience de droite à gauche.

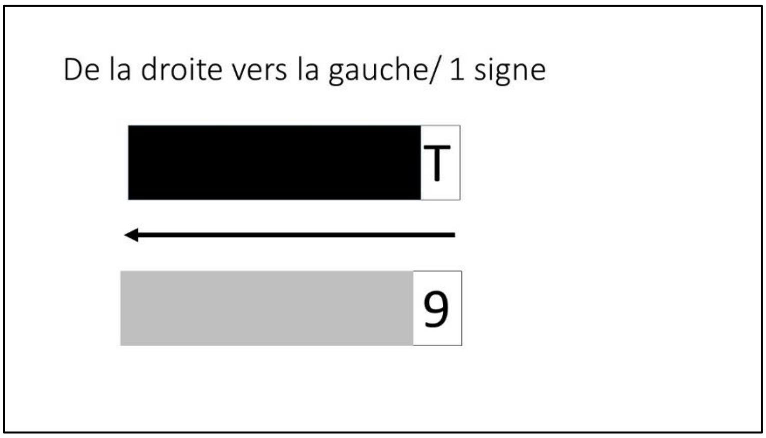


Figure 6. de la droite vers la gauche 1 signe

Le T en fin de mot ne permet de faire aucune hypothèse ni graphophonique ni sémantique. Par contre le 9 représente obligatoirement neuf unités quels que soient les chiffres qui se trouvent éventuellement encore cachés. Dans ce cas 9 se prononcera toujours « neuf ».

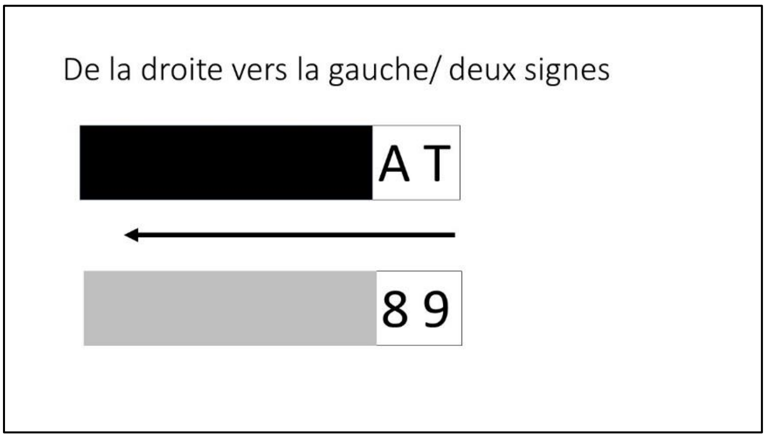


Figure 7. de la droite vers la gauche 2 signes

En déplaçant le carton de la droite vers la gauche, nous dévoilons AT et 89. En ce qui concerne le mot écrit nous savons qu'il se termine par le son [a] mais nous n'en savons pas plus sur la signification possible. Concernant le nombre, le 8 nouvellement dévoilé représente obligatoirement huit dizaines, quels que soient les chiffres qui se trouvent éventuellement encore cachés. Nous savons que ce 8 se prononce en français de France « quatre-vingt ». Nous connaissons donc aussi la prononciation de la séquence de chiffres 89 (quatre-ving-neuf).

Au fur et à mesure du déplacement de la droite vers la gauche, les informations concernant le nombre écrit sont certaines et stables (elles ne changeront pas), ainsi que sa correspondance en numération orale. Plus encore, cette correspondance orale n'a pas vraiment d'importance : dans un pays qui adopte cette numération écrite chiffrée qui tend à devenir universelle, nous pouvons donner à notre interlocuteur, au fur et à mesure du dévoilement des chiffres de droite à gauche, la quantité d'objets qu'il demande, même si nous ne savons pas prononcer le nombre écrit dans sa langue.

Cette petite expérience nous révèle un fonctionnement de l'écriture chiffrée de position des nombres entiers qui n'est pratiquement jamais explicitée : l'écriture chiffrée de position que nous connaissons est conçue de droite à gauche. Au contraire, beaucoup d'enseignants considère que les nombres se lisent uniquement de gauche à droite. En effet, 2563 se lit en disant d'abord deux mille puis cinq cent puis soixante puis trois, mais la valeur du premier 2 rencontré à gauche n'a de sens que parce qu'il représente un troisième groupement (premier groupement : dizaine, deuxième groupement : centaine, troisième groupement : millier) dans un repère droite-gauche dont l'origine est l'unité.

Cependant, l'écriture chiffrée de position n'est pas la seule façon d'écrire les nombres. Pour mieux comprendre la singularité de l'écriture chiffrée de position, qui nous est si familière, nous proposons un détour historique dans le but d'interroger les liens entre l'écriture mathématique des nombres et la linéarité de l'écrit.

2. La mémoire des quantités à l'origine de l'écriture des nombres

Une des premières désignations des quantités (Sumer, période Uruk, environ -4000 ans av. J.C.)

Les nombres entiers (par la suite nous parlerons des « nombres » pour signifier les « nombres entiers ») permettent de désigner des quantités qui peuvent être exprimée par un mot-nombre (par exemple « deux », « trente ») ou par une écriture. Les nombres cherchent à désigner des quantités : quantité d'animaux dans un troupeau, plus généralement quantité d'objets dans une collection qui intervient dans un processus d'échange. Pour comparer les quantités de deux collections qui sont coprésentes, des procédures de l'oralité qui engagent les corps suffisent : par exemple associer un à un des objets de deux collections permet de savoir si elles possèdent ou non la même quantité d'objets. Pour réaliser une telle relation termes à termes, les mots-nombres ne sont pas nécessaires, ils peuvent être prononcés ou non. Il n'est d'ailleurs pas nécessaire d'avoir une langue commune pour comparer ces quantités.

Cependant, si les destinataires et les collections ne sont pas coprésentes, qu'elles sont éloignées dans le temps ou dans l'espace, d'autres procédures sont nécessaires (Brousseau, 1998; Goody, 1994). Les situations d'éloignement dans le temps et dans l'espace produisent une rupture : il n'est alors plus possible de communiquer par le langage oral ou par le corps (en montrant des doigts, par exemple). Les procédures qui permettent de dépasser le problème posé impliquent toutes de référer à la quantité qu'il faut mémoriser et de communiquer en ayant recours soit à une collection de petits objets de même quantité de la collection initiale (par exemple des cailloux) soit en constituant une collection de petits objets dont certains symbolisent des groupements.

Parmi ces procédures, est historiquement attesté le système de bulle-enveloppe (Figure 8) de l'époque sumérienne. Il s'agit de sphères creuses dans lesquelles sont déposés des petits objets en argile (calculi) qui symbolisent des quantités (objets ronds ou sphériques) ou des groupements de ces quantités (objets coniques petits ou grands). L'usage de ces bulles-enveloppes et des calculi était de garantir l'intégrité d'une transaction. Par exemple, un marchand de bétail pouvait ainsi confier un troupeau à un berger et une bulle-enveloppe contenant une quantité de calculi correspondant aux bêtes du troupeau, ce qui permettait de vérifier (plus tard ou bien une fois arrivé à une destination lointaine) que les bêtes étaient bien toutes présentes dans le troupeau (André-Leicknam & Ziegler, 1982, p. 49).

Figure 8: Calculi et bulle-enveloppe, musée du Louvre, Sumer[1]

Le passage par l'écrit pour représenter des quantités semble dériver du système des bulles-enveloppes (André-Leicknam & Ziegler, 1982; Guittel, 1975). Il est à remarquer que le terme « écriture » n'est pas volontiers utilisé par les préhistoriens pour désigner les codes graphiques qui représentent des quantités (Voir par exemple Glassner, 2000). Cependant, l'écrit, qu'il cherche à coder des sons ou bien des quantités, représente un saut (Goody, 1986).

Figure 9- Bulle-enveloppe avec calculi et tablettes montrant l'évolution du cunéiforme, Uruk (Wikimédia[2]*)*

Le système des calculi permet une symbolisation des quantités groupées. Comme les calculi sont des objets, ils peuvent bouger dans la bulle et une fois sortis, ils pouvaient être déposés, par exemple sur le sol, de multiples façons. Rendre compte d'une quantité n'oblige en effet en rien à imposer un ordre ou à produire une ligne, il suffit que les différents objets soient visibles. Par contre, produire une trace sur une tablette d'argile rectangulaire conduit à suivre préférentiellement les bords de la tablette et peut ainsi constituer une ligne (tablette à gauche dans la Figure). Il y a cependant une différence fondamentale avec l'écriture linguistique, puisque la transcription phonographique de la parole implique le respect de l'ordre d'énoncé de cette parole dans le temps, *alors que la transcription d'une quantité déjà symbolisée par les calculi n'implique aucun ordre particulier*. Il est plus commode de regrouper les marques correspondant aux différents groupements (voir Figure), et sans doute aussi de les regrouper toujours de la même manière, mais ce n'est pas une nécessité.

Numérations anciennes reposant sur une base régulière

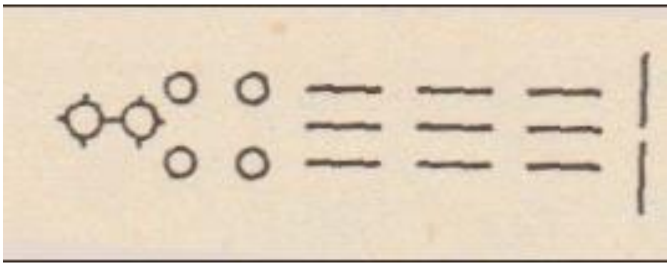
De nombreux systèmes de numérations écrites se sont développés dans les périodes anciennes (Cajori, 1928; Menninger, 1992), parallèlement au développement des écritures linguistiques. Ces systèmes reposent sur l'existence d'une base de numération (dix, douze, ou autre) c'est à dire de groupements systématiques : par exemple en base dix, dès qu'il y a dix unités forment une dizaine, dix dizaines forment une centaine, dix centaines font un millier, etc.

La plupart de ces systèmes introduisent un symbole pour chacune des unités de numération la plupart du temps au moins jusqu'au millier (Figure 10). Dans un tel système il faut autant de symboles qu'il y a d'unités

[1] https://fr.wikipedia.org/wiki/Bulle-enveloppe

[2] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Clay_accounting_ball_with_calculi,_counters,_and_evolution_of_cuneiform_-_Oriental_Institute_Museum,_University_of_Chicago_-_DSC07070.JPG

de numération (ici un symbole pour mille, un symbole pour cent, un symbole pour dix et un symbole pour un).



Deux-mille quatre-cent neuf-dizaines deux
(ou Deux-mille quatre-cent quatre-vingt-douze)

Figure 10- Écriture crétoise (-1500), Cajori 1928, p.22 – transcription orale en français

L'écriture de la Figure 10 comporte des symboles groupés et ordonnés (de droite à gauche : de la plus petite unité à la plus grande, ou bien de gauche à droite : de la plus grande unité à la plus petite). Cependant une petite expérience va nous permettre de montrer que cet ordre n'est pas nécessaire.

Figure 11- Écriture crétoise, signe de gauche visible

Figure 12- Écriture crétoise, signe de droite visible

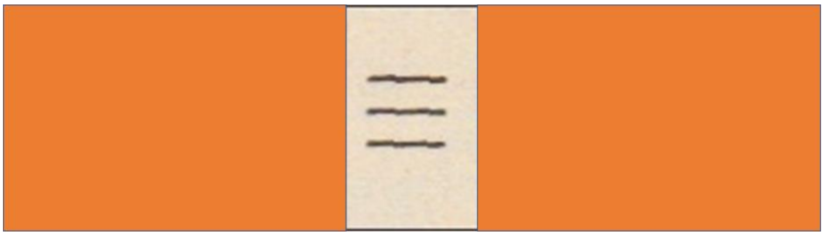


Figure 13- Écriture crétoise, signe central visible

Les trois figures ci-dessus montrent qu'il est possible de comprendre une partie de l'écriture crétoise du nombre quelle que soit la partie montrée. Par exemple, dans une transaction financière en base dix, la Figure 11 permet de donner une partie de la somme (valeur mille), la Figure 12 permet aussi de donner une autre partie de la somme (valeur deux), et la Figure 13 également (valeur trente). Chaque signe réfère à une quantité groupée en base, quelle que soit sa position dans l'écriture crétoise.

L'écriture chiffrée de position

Nous pouvons faire remonter l'origine de l'écriture chiffrée de position à différentes civilisations (Babyloniens, Mayas, Chinois voir Guittel, 1975, p. rabat de couverture). L'écriture héritée des Indiens a été étudiée par les Arabes dans le courant du 9e siècle. Elle a été transmise en Occident par les Arabes, l'écriture actuelle des chiffres n'a été stabilisée qu'au 15e siècle (Wikipédia/Numération arabe[3]).

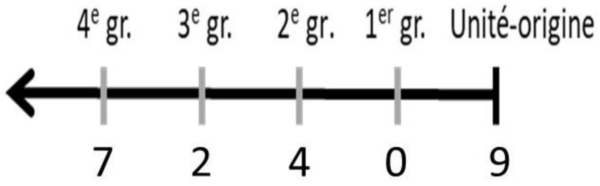


Figure 14- Ecriture chiffrée de position du nombre 72409

L'écriture chiffrée de position ne dispose pas d'un signe correspondant à chaque unité de numération, elle attribue une position à chaque groupement par dix (Figure 14) et c'est parce cette écriture utilise la position qu'elle n'a pas besoin de symbole propre à chaque unité, au contraire de l'écriture crétoise. Il y a un repère par rapport auquel est définie cette position : dans notre numération de position, les unités de référence sont à droite, puis de droite à gauche, on rencontre chaque groupement dans l'ordre (unité, dizaine, centaine, millier, dizaine de millier, de droite à gauche), chaque groupement a une valeur dix fois plus grande que le précédent.

Pour qu'il n'y ait aucune ambiguïté sur la relation entre position et valeur de chaque chiffre, il est nécessaire d'introduire un nouveau signe (le signe 0) pour marquer une place éventuellement vide dans le repère de droite à gauche. Dans le nombre 72409, le chiffre 0 permet de déterminer le groupement correspondant au chiffre 4 : deuxième groupement (centaine), dans le repère dont l'unité est l'origine. Par contre, il n'est pas nécessaire d'écrire 072409 car de la droite vers la gauche, la valeur correspondant au dernier chiffre rencontré (7) est déjà déterminé (4e groupement : dix-milliers).

3. L'invasion invisible des chiffres par les lettres

Les élèves écrivent et lisent sans arrêt des lettres et des chiffres, cependant dans les systèmes littératiens associés à ces signes, il y a des ressemblances et de grandes différences dont nous allons décrire quelques-unes.

L'orientation implicite de l'espace par la littératie

Comme l'a montré Goody (1979), l'espace physique et les objets sont transformés par l'écriture. Alors que l'espace est par nature non orienté, les orientations de l'écriture peuvent s'imposer comme orientations de l'espace.

Les adultes littératiés n'ont le plus souvent pas conscience du caractère non orienté de l'espace car pour eux l'espace est « naturellement » orienté par la littératie chronotopique, surtout l'espace à une seule dimension (ligne). De ce fait, ils lisent très souvent les productions des élèves sur une page comme si l'ordre littératien correspondait à ce que les élèves ont voulu signifier et souvent ce n'est pas exact.

Par exemple, un élève peut tout à fait connaître une histoire racontée, savoir quel personnage vient avant quel autre, dans la temporalité de l'histoire racontée. Si on lui demande de déposer des images correspondant aux personnages dans l'espace de la page, il est possible qu'il dépose chaque image devant lui sans les ordonner spatialement, en racontant l'histoire dans l'ordre du récit, car les images jouent alors pour lui un rôle d'événement et pas un rôle de points dans un repère spatial. Cette façon d'engendrer la disposition les

[3] https://fr.wikipedia.org/wiki/Num%C3%A9ration_arabe

cartes peut laisser croire à l'adulte qui n'a pas entendu l'élève raconter l'histoire que celui-ci n'a pas compris l'ordre de l'apparition des personnages.

À l'école maternelle, toute ligne est toujours parcourue « comme ça » presque jamais en référence explicite au parcours gauche – droite. Cet ordre s'applique de façon préférentielle à toutes les lignes parcourues : ligne d'objets, ligne d'étiquettes, ligne formée par les corps des élèves, ligne des chiffres dans les nombres. L'implicite se nourrit en effet de la répétition d'un apprentissage par corps (Bourdieu, 1980).

À l'école élémentaire, les élèves savent déjà pour la plupart comment se parcourt une ligne d'écriture. Ces connaissances incorporées sont corrigées quand elles ne sont pas correctes mais peu voire pas explicitées. Le programme[4] de cycle 2 de 2015 ne fait d'ailleurs apparaître les mots « gauche » et « droite » que dans une liste de termes permettant de définir des positions (haut-bas, devant-derrière, droite-gauche), mais pas dans la matière « français ».

Mots et nombres

Nous allons maintenant essayer de décrire ce qui rapproche et ce qui différencie les chiffres, les lettres, les mots et les nombres, et nous allons comparer l'ordre d'engendrement de l'écriture ou de la lecture d'un mot de la langue et celui de l'écriture ou de la lecture d'un nombre.

Les élèves apprennent à nommer les lettres les plus fréquentes, ce qui leur permet de les retrouver dans une suite de lettres et d'épeler les mots lettres à lettres. Un affichage de l'alphabet est souvent présent dans la classe, dans lequel les lettres sont ordonnées de façon conventionnelle (l'alphabet), même si cette suite ordonnée des lettres n'est pas toujours enseignée et mémorisée.

Les élèves apprennent aussi une suite orale, celle des mots-nombres (un, deux, trois…) qu'ils associent progressivement à une quantité et ils apprennent quels chiffres servent à écrire ces mots. Jusqu'à neuf il faut un seul chiffre et celui-ci porte le même nom que celui du nombre qu'il cherche à écrire. A partir de dix ce n'est plus le cas, il faut au moins deux chiffres et chacun d'eux portent un nom qui n'a rien à voir avec le nom du nombre écrit (par exemple 12 se lit douze et s'écrit avec les chiffres un et deux).

Il y a une différence essentielle : la succession des mots-nombres correspond à la construction de successeurs, obtenus en ajoutant le nombre « un » au nombre précédent, alors qu'il n'y a pas de relation entre les lettres successives de l'alphabet.

La position, un implicite dans l'enseignement de l'écriture chiffrée

Cependant, les premiers apprentissages des écritures chiffrées (école maternelle et CP, notamment) ne s'accompagnent pas de l'orientation droite-gauche qui caractérise l'écriture chiffrée de position.

Tout se passe comme si « 31 » était une sorte de transcription phonographique dans l'ordre gauche-droite (le 3 qui se lit trente et le 1 qui se lit un). C'est l'ordre de la parole quand on dit le nombre qui domine. Les transcriptions phonographiques erronées sont d'ailleurs très courantes (au cycle 3, quand les nombres étudiés auront un grand nombre de chiffres), comme par exemple « quatre-ving-treize » écrit « 42013 », ce qui montre la persistance d'une conception phonographique calquée sur la littératie linguistique

De plus, le rôle d'origine de l'unité de référence dans un repère droite-gauche n'est pas enseigné, ce qui produit de très nombreuses erreurs dès que des nombres décimaux (à virgule) sont introduit : une dizaine représentent dix fois l'unité (1x10) et un dixième représente une fraction de dix de l'unité (1÷10), leur place à droite et à gauche de l'unité est donc dans un ordre logique[5].

Les élèves vont aussi apprendre que les opérations se posent en alignant les chiffres vers la droite et non pas vers la gauche, ce qui les surprend et va contribuer à leur faire considérer les mathématiques comme une

[4] Y compris la révision de 2018 concernant le français et les mathématiques http://cache.media.education.gouv.fr/file/30/62/2/ensel169_annexe1_985622.pdf

[5] Nous n'avons pas la possibilité de développer ce point ici. Il suffit de remarquer que, de droite à gauche, chaque valeur (par exemple dizaine-unité-dixième) s'obtient bien par multiplication par dix de la précédente.

matière un peu étrange. Ils devront ensuite devoir apprendre que l'alignement à droite ne fonctionne pas pour les nombres décimaux, ce qui va encore ajouter à leur désarroi. De plus, l'organisation des opérations est parfois présentée sans hiérarchiser les informations.

Dans l'affiche repérée sur internet et couramment vue dans les classes[6] en CP-CE1(Figure 15), l'information pertinente du point de vue de l'écriture chiffrée de position : « J'aligne les chiffres des unités entre eux » se trouve amoindrie dans la même bulle par « Je fais de même pour les chiffres des dizaines » alors que « Je mets un seul chiffre par carreau » peut être lue soit comme une préconisation « esthétique », soit comme une logique d'alignement vertical de toutes les unités de même valeur. De plus toutes les autres informations sur la même affiche relèvent de choix concernant une sorte de bon usage de l'écrit mathématique scolaire, qui n'est pas inutile, mais ne présente aucune nécessité mathématique. De plus, l'affiche présente deux nombres à deux chiffres ce qui fait que visuellement les chiffres sont alignés à la fois à droite et à gauche.

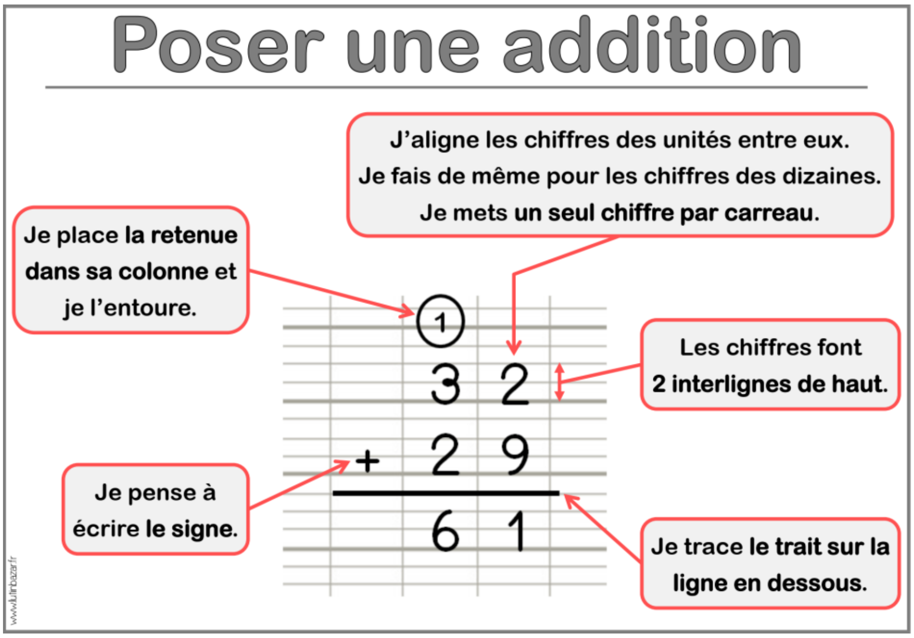


Figure 15. Affiche "poser une addition" site internet lutin bazar

Lorsqu'au CM1-CM2 les nombres décimaux sont introduits, de nombreuses erreurs se produisent, bien connues par les enseignants et les chercheurs (Brousseau, 1980; Comiti & Neyret, 1979; Grisvard & Léonard, 1981), dont certaines comme dans la Figure 16, sont relatives aux positionnement des chiffres.

[6] https://lutinbazar.fr/wp-content/uploads/2010/04/affichage-poser-une-op%C3%A9ration.png

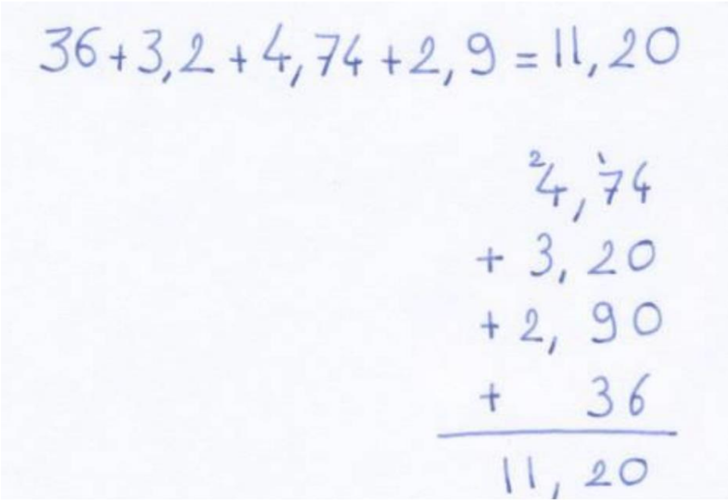
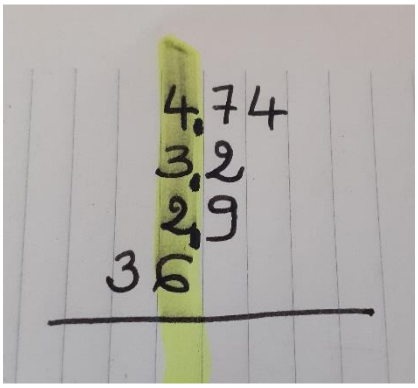


Figure 16. Copie d'élève de cycle 3

Cependant, pour les nombres entiers comme pour les nombres décimaux, c'est l'unité de référence qui est alignée dans l'opération posée (en jaune dans la Figure 17), et les autres chiffres se placent par rapport à celle-ci en les alignant verticalement, remarquons qu'il n'est pas nécessaire d'avoir des règles spécifiques pour les décimaux, comme le rajout de zéros.



.

Figure 17. Opération posée alignement unité de référence

Interactions invisibles entre la littératie linguistique et la littératie mathématique

La parole se développe comme une « ligne » dans le temps. Les écritures linguistiques rendent compte de cette « ligne » en organisant un parcours qui, en français, est de gauche à droite, de haut en bas avec retour à la ligne, sur la page suivante, etc. L'écriture mathématique s'organise préférentiellement sur une seule ligne qui, dans le cas des nombres, est orientée dans un repère droite-gauche dont l'unité de référence est l'origine, comme nous l'avons montré. Dans d'autres cas, l'écriture mathématique symbolique n'est pas orientée. Par exemple $2 \times 16 = 32$ représente la même égalité que $32 = 2 \times 16$. C'est ce qui permet à un élève tunisien de produire l'écriture suivante dans le cadre d'une résolution de problème dont l'énoncé est écrit en arabe au-dessus de la ligne prévue pour la réponse (Figure 18)

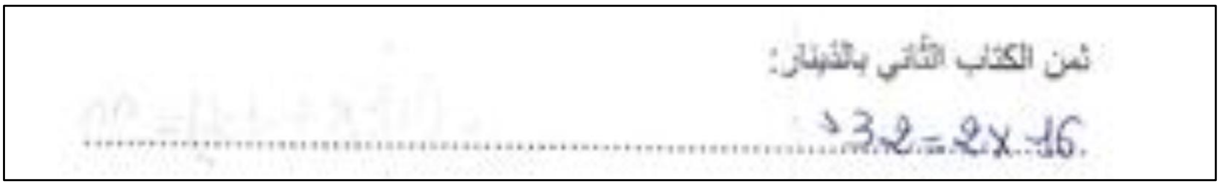


Figure 18. Extrait Mémoire (Belgasmi, 2016, p. 142) : résolution d'un problème arithmétique par un élève tunisien de niveau 6e (extrait 1)

Cependant l'orientation empruntée à la littératie linguistique produit des ambiguïtés dans le cas des opérations non commutative, comme dans cette autre partie de la copie du même élève tunisien (Figure 19). En effet, en lisant de droite à gauche, l'élève a écrit ce qui peut être lu en français « cent-quarante-quatre divisé par neuf égale seize » ce qui est parfaitement correct. Cependant, si vous avez lu (de gauche à droite) « seize égale neuf divisé par cent-quarante-quatre » c'est bien entendu faux. Cela nous permet de prendre conscience de la lecture gauche-droite (en France) de l'écriture $144 \div 9 = 16$, ambiguïté qui sera levée par l'écriture fractionnaire $\frac{144}{9} = 16$ (qui s'écrit de la même manière en France et en Tunisie)

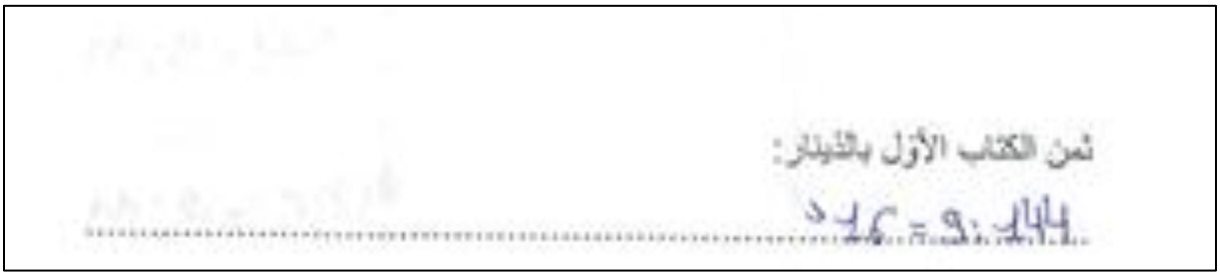


Figure 19. Extrait Mémoire (Belgasmi, 2016, p. 142) : résolution d'un problème arithmétique par un élève tunisien de niveau 6e (extrait 2)

Ressemblances et différences invisibles entre les littératies

Toutes ces ressemblances et ces différences entre les nombres et les mots restent en général invisibles lors des activités en classe. Mais la puissance de la chose écrite est telle qu'une règle d'engendrement qui ne vaut que pour les suites de lettres est transférée à tort sur les suites de chiffres.

Le caractère implicite et incorporé de la littératie chronotopique et de l'orientation que nous nommons gauche – droite, et le fait que cette orientation gauche-droite semble pouvoir s'appliquer aux nombres va poser de redoutables problèmes aux élèves, en mathématiques, au fur et à mesure de leur rencontre avec de nouveaux objets mathématiques, dès l'école élémentaire.

Conclusion

Reprenons maintenant notre dialogue avec Jean-Yves Rochex en repartant de la citation présente dans notre introduction, dans laquelle il situe la « question de la place et du statut des contenus et enjeux de savoir […] au cœur du soucis d'enseigner plus explicitement ou de traquer les pédagogies implicites ou invisibles. ». Il introduit la nécessité d'une vigilance qui « doit être épistémologique, didactique et infra-didactique, et porter sur la conception des savoirs à enseigner, leurs modes de traitement didactique et les rapports au langage ou à la littératie qu'ils requièrent […] » (p. 41).

Dans nos travaux, nous avons rencontré des savoirs que nous avons qualifiés de « transparents » (Margolinas & Laparra, 2011). Une telle transparence d'un savoir est relative à une institution (Margolinas, 2014). Les travaux de recherche que nous menons depuis une quinzaine d'années ont cherché à contribuer à augmenter la visibilité de certains savoirs qui n'étaient identifiés et valorisés que dans de petites institutions : l'énumération (Laparra & Margolinas, 2009) et d'autres savoirs transparents de l'écrit : schéma (Laparra & Margolinas, 2009), tableaux (Margolinas & Laparra, 2019).

Cependant, nous n'avions pas envisagé jusqu'à présent que des connaissances massivement présentes dans les pratiques de classe : les mots et les nombres écrits, puissent être associés à des savoirs transparents. Nous espérons que ce texte contribuera à traquer des invisibles dans le trop visible.

Il nous semble en effet important de souligner qu'enseigner plus explicitement ne peut relever d'une volonté de chaque enseignant ou d'une forme de pédagogie qui pourrait s'appliquer de façon générale à tout enseignement. Au contraire, nous soutenons que le travail épistémologique, didactique et infra-didactique, celui qui porte sur la conception des savoirs à enseigner (pour reprendre les termes de Rochex), doivent être l'objet d'un travail scientifique, dont les effets sur l'institution d'enseignement ne peuvent être rapides.

Jean-Yves Rochex ouvre pour nous une voie qui peut se révéler à la fois passionnante et complexe, car les savoirs les plus élémentaires qui sont ceux de l'humanité depuis fort longtemps soit n'ont pas été décrits, soit le sont dans des institutions productrices de savoir éloignés de l'école (par exemple l'anthropologie de l'écriture). Merci Jean-Yves !

Références

André-Leicknam, B., & Ziegler, C. (Éds.). (1982). *Naissance de l'écriture. Cunéiforme et hiéroglyphes.* (Catalogue d'exposition). Réunion des musées nationaux.

Belgasmi, N. (2016). *L'utilisation de la schématisation dans la résolution de problèmes en mathématiques dans le cadre de la TSD: Cas des élèves de la sixième année de l'école de base* [Master de recherche en didactique des mathématiques]. Université virtuelle de Tunis.

Bourdieu, P. (1980). *Le sens pratique*. Editions de minuit.

Brousseau, G. (1980). Problèmes de didactique des décimaux : Première partie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *1*(1), 11-59.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.

Cajori, F. (1928). *A History of mathematical Notations*. The Open Court Publishing Company.

Comiti, C., & Neyret, R. (1979). A propos des problèmes rencontrés lors de l'enseignement des décimaux en classe de cours moyen. *Grand N*, *18*, 5-20.

Glassner, J.-J. (2000). *Écrire à Sumer*. Éditions du Seuil.

Goody, J. (1979). *La raison graphique* (A. Bensa, Trad.). Les éditions de minuit.

Goody, J. (1986). *La logique de l'écriture. Aux origines des sociétés humaines*. Armand Colin.

Goody, J. (1994). *Entre l'oralité et l'écriture*. PUF.

Grisvard, C., & Léonard, F. (1981). Sur deux règles implicites utilisée dans la comparaison des décimaux positifs. *Bulletin de l'APMEP*, *vert*(327), 47-60.

Guittel, G. (1975). *Histoire comparée des numérations écrites*. Flammarion.

Laparra, M., & Margolinas, C. (2009). Le schéma : Un écrit de savoir? *Pratiques*, *143-144*, 51-82.

Laparra, M., & Margolinas, C. (2016). *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe*. De Boeck.

Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques? *Revue Française de Pédagogie*, *188*, 13-22.

Margolinas, C., & Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In J.-Y. Rochex & J. Crinon (Éds.), *La construction des inégalités scolaires* (p. 19-32). Presses universitaires de Rennes.

Margolinas, C., & Laparra, M. (2019). Comment se manifeste le continuum oralité/littératie ? Étude d'une tâche de classification. *Pratiques*, *183-184*. https://doi.org/10.4000/pratiques.7513

Menninger, K. (1992). *Number Words and Number Symbols*. Dover Publication.

Rochex, J.-Y. (2011). Conclusion. La fabrication de l'inégalité scolaire : Une approche bernsteinienne. In J.-Y. Rochex & J. Crinon (Éds.), *La construction des inégalités scolaires* (p. 173-198). Presse Universitaire de Rennes.

Rochex, J.-Y. (2016). Traquer les implicites pour combattre les inégalités : Bonnes pratiques ou vigilance partagée? *Dialogue*, *162*(Pratiques pour lever les fatalités), 37-43.

Rochex, J.-Y., & Crinon, J. (2011). *La construction des inégalités scolaires*. Presses Universitaires de Rennes.