



HAL
open science

Exemples d'Applications des Processus Longue Mémoire

F. Borgard

► **To cite this version:**

F. Borgard. Exemples d'Applications des Processus Longue Mémoire. Annales de l'ISUP, 1991, XXXVI (1-2), pp.141-152. hal-03664807

HAL Id: hal-03664807

<https://hal.science/hal-03664807>

Submitted on 11 May 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Pub. Inst. Stat. Univ. Paris
 XXXVI, fasc. 1-2, 1991, 141 à 152

EXEMPLES D'APPLICATIONS DES PROCESSUS LONGUE MEMOIRE

F. BORGARD

Université Pierre et Marie Curie
 Laboratoire de Statistique Théorique et Appliquée
 4, place Jussieu - 75252 Paris cedex 05

Nous présentons ici deux applications des processus longue mémoire. La première est l'essai d'un modèle synthétique de désaisonnalisation, corrélation spatiale, modélisation ARMA et FARMA pour 12 séries mesurant la vitesse du vent en Irlande. La deuxième est l'étude de l'adéquation d'un modèle fractionnaire saisonnier pour des séries d'agrégation monétaire, son estimation et la comparaison du point de vue prévisionnel avec le modèle SARIMA classiquement utilisé.

Pour ces deux études qui utilisent deux approches totalement différentes pour l'estimation du phénomène "longue mémoire" (méthode itérée du maximum de vraisemblance et régression du logarithme du périodogramme), nous essayons de présenter d'une manière critique les différentes étapes d'étude.

Mots clés : Désaisonnalisation, corrélation spatiale, différenciation fractionnaire, périodogramme, méthode du maximum de vraisemblance.

I. INTRODUCTION

Nous présentons ici quelques exemples de travaux ayant fait l'objet de publications récentes :

- Une étude spatio-temporelle de la puissance du vent en Irlande qui conduit à la modélisation d'un processus possédant à la fois une mémoire courte et une mémoire longue (pour ce processus on procède à l'estimation d'un modèle fractionnaire avec partie autorégressive par une méthode itérée du maximum de vraisemblance), Haslett et Raftery (1989), présentée dans le paragraphe 2.

- Une étude comparative sur des séries d'agrégation monétaire américaine de modélisation par un modèle saisonnier fractionnaire et par le modèle saisonnier "Air-Line" de Box et Jenkins (l'estimation du modèle fractionnaire se faisant à partir de la régression du logarithme du périodogramme sur les harmoniques saisonniers), Porter-Hudak (1990), développée dans le paragraphe 3.

II. ETUDE SPATIO-TEMPORELLE DE LA PUISSANCE DU VENT EN IRLANDE

Dans cette étude, on cherche à évaluer le potentiel énergétique du vent en un site précis d'Irlande. Ce problème est très important car, en Irlande, on estime que le vent pourrait suppléer l'électricité pour 25%. On s'intéresse à un site particulier, appelé par la suite k , pour lequel on possède des enregistrements de vitesse et de direction du vent mais sur une courte période de temps. Par ailleurs on dispose pour 12 stations météorologiques d'Irlande d'enregistrements pris toutes les heures de 1961 à 1978. En utilisant les liaisons spatio-temporelles liant le site k aux 12 stations météorologiques on souhaite obtenir des résultats précis pour le site k .

Les observations $Y_{i,t}$ considérées sont les racines carrées des moyennes journalières de la vitesse du vent en chaque station i . Les séries $Y_{i,t}$ ont des lois marginales à peu près gaussiennes. Sur ces séries on constate deux effets : un effet saisonnier et un effet de corrélation spatiale.

L'effet saisonnier s_j (sous l'hypothèse qu'il est identique pour toutes les stations et stable au cours des années), est estimé après régression à partir des valeurs moyennes de chaque jour j pour l'ensemble des stations par l'expression suivante où $t=(j,k)$:

$$\left(\frac{1}{12 \times 18} \sum_{i=1}^{12} \sum_{k=1961}^{1978} Y_i(j,k) \quad 1 \leq j \leq 365 \right).$$

On définit alors les séries désaisonnalisées

$$X_{i,t} = Y_{i,t} - s_j \quad (t = (j,k)), \quad k = 1961, 1962, \dots, 1978, \quad j=1, \dots, 365)$$

Remarque : Notons que si l'effet saisonnier n'est pas identique pour toutes les stations, les résultats relatifs au comportement "longue mémoire" de ces séries peuvent être alors bien différents. Aucune argumentation n'est donnée relativement à une telle hypothèse et l'on peut remarquer d'importants écarts sur les moyennes des séries d'une station à l'autre, par exemple entre Malin-Head (8,03m/s) et Kilkenny (3,25m/s).

L'effet spatial est calculé à partir des corrélations entre stations en fonction de leur distance (mais sans tenir compte des situations géographiques respectives). Les auteurs après avoir retiré de l'étude la station de Rosslare (qui ne donne pas du tout les mêmes résultats que les autres stations) supposent pour les séries désaisonnalisées $X_{i,t}$ la structure de covariance suivante :

$$\text{Cov}(X_{i,t}, X_{j,t}) = \sigma_X^2 r_{ij}$$

$$\text{avec } r_{ij} \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ \alpha e^{-\beta d_{ij}} & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

où $0 \leq \alpha < 1$, $\beta > 1$ et où d_{ij} est la distance entre les stations i et j (en km).

Le choix de cette structure de covariance n'est pas nouveau, voir, par exemple Gaudin (1965), Creutin et Obled (1982), Tabios et Salas (1985), Thiebaut et Peddar (1986). Néanmoins on peut noter qu'elle ne fait intervenir aucun décalage temporel.

On obtient alors deux estimateurs possibles pour la moyenne de la série désaisonnalisée $\mu_k = E(X_{k,t})$: (les valeurs pour le site k étant observées de l'instant t_0 à t_{0+n-1}),

$$a/ \quad \bar{\mu}_k = \bar{X}_{k,t_0,n} = \frac{1}{n} \sum_{t=t_0}^{t_0+n-1} X_{k,t}$$

dont la variance est estimée par :

$$\bar{\sigma}_{k,t_0,n}^2 = \left\{ n^{-1} \sum_{s=1}^n (X_{k,t_0+s-1} - \bar{\mu}_k)^2 \right\} /_{n-1} ,$$

si l'on considère uniquement le site k .

$$b/ \quad \tilde{\mu}_k = a_k^T (\bar{\mu}_{t_0,n} - \ddot{\mu}) / a_{kk}$$

où $A = (a_{ij}) = R^{-1}$ R étant la matrice (r_{ij}) , $a_k \equiv (a_{1k} \dots a_{mk})^T$

$$\ddot{\mu} = (\ddot{\mu}_1, \dots, \ddot{\mu}_m)^T \text{ avec } \ddot{\mu}_i = \begin{cases} \bar{X}_{i,1,N} & (i \neq k) \\ 0 & i = k \end{cases} , \text{ où}$$

$$\bar{X}_{t_0,n} = (\bar{X}_{1,t_0,n}, \dots, \bar{X}_{m,t_0,n})^T \quad \text{Var}(\tilde{\mu}_k) = \sigma_X^2 \times a_k^T R a_k / a_{kk}^2 n ,$$

si on considère les m autres sites.

Remarques

1. Si $\bar{\mu}_k$ est toujours non biaisé, $\tilde{\mu}_k$ lui ne l'est que dans le cadre du modèle spatio-temporel retenu.
2. Les expressions proposées pour estimer $\text{Var}(\bar{\mu}_k)$ et $\text{Var}(\tilde{\mu}_k)$ ne sont valables que s'il n'y a aucune corrélation dans le temps entre les observations.
3. La somme des carrés des écarts est beaucoup plus faible pour $\tilde{\mu}_k$ que pour $\bar{\mu}_k$, mais elle n'est pas de l'ordre $O(n^{-1})$.
4. En se référant aux travaux de Hosking (1981), les auteurs constatent que les séries utilisées présentent des liaisons "longue mémoire". Pour mettre en évidence ce phénomène, ils essayent de retirer, par un filtre autorégressif d'ordre 9 uniquement la partie "mémoire courte" des séries. Malheureusement, il n'est donné aucun renseignement sur l'établissement du filtre et contrairement à leur attente les périodogrammes des séries filtrées ne mettent guère en évidence un phénomène longue mémoire. (En commentaire Dempster note que seulement $\frac{1}{500}$ des ordonnées du périodogramme suggère une dépendance "longue mémoire"). Si donc on se réfère aux travaux de simulation de Hosking (1982), ceux-ci

montrent que des processus fractionnaires "longue mémoire" peuvent être bien approximés par des AR(p) (avec p éventuellement égal à 2 ou 3). Si ces AR(p) ont des racines voisines de l'unité. On peut donc penser que le filtrage par un AR(9) a retiré ici non seulement la dépendance "mémoire courte" mais aussi une grande partie de la dépendance "longue mémoire".

En vue de modéliser les séries $X_{i,t}$, les auteurs supposent tout d'abord qu'un modèle fractionnaire unique est valable pour toutes les séries :

$$(1) \quad X_{i,t} = \mu_i + (1-B)^{-d} \phi(B)^{-1} \theta(B) \varepsilon_{it} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$$

avec $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{mt})^T \sim N(0, \sigma^2 R)$ et $0 \leq d \leq \frac{1}{2}$.

L'unicité du modèle entraîne en particulier l'hypothèse très forte que $\text{Corr}(X_{it}, X_{jt}) = \text{Corr}(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt})$.

Pour estimer les paramètres du modèle (1), les auteurs présentent tout d'abord une procédure permettant d'obtenir des valeurs initiales pour les paramètres puis utilisent une méthode itérative du maximum de vraisemblance approché. Ils utilisent pour cela la fonction d'autocorrélation partielle du processus FARMA (0,d,0) et non celle du processus FARMA complet (p,d,q) dont l'expression est trop compliquée.

La procédure est la suivante : tout d'abord détermination des valeurs initiales (Paragraphe A) puis calcul des estimateurs par la méthode du maximum de vraisemblance (paragraphe B).

A. Identification du modèle

1. Détermination des valeurs initiales pour α et β en régressant $\text{Log}[\text{corr}(X_{i,t}, X_{j,t})]$ sur d_{ij} .
2. Construction par la méthode d'orthogonalisation de Gram-Schmidt du vecteur $Z_t = (Z_{1t}, \dots, Z_{mt})^T$ tel que $Z_t = C (X_{1t}, \dots, X_{mt})^T$ avec C matrice triangulaire inférieure ce qui donne des séries $Z_{i,t}$ $t = 1, 2 \dots N$ spatialement indépendantes.
3. Détermination d'un filtre autorégressif unique qui retire le maximum de la "mémoire courte", (il n'est pas indiqué de méthode de construction du filtre). Le filtre utilisé ici est un AR(9).
4. Découpage des séries en sous-séries de longueur n (avec plusieurs valeurs de n). Calcul des variances moyennes de ces sous-séries et estimation de d par régression des variances par

rapport à $\log n$, (Hosking, 1982) : si X_t est un ARIMA(0,d,0) la variance de la moyenne de n observations successives a pour expression :

$$\text{Var}(\bar{X}_n) \sim \frac{\gamma_0(-d)!}{(1+2d)d!} n^{2d-1} \text{ lorsque } n \rightarrow +\infty \quad 0 < d < \frac{1}{2}.$$

5. Ecriture des m séries $(1-B)^d Z_{i,t}$.

6. Identification d'un modèle ARMA(p,q) commun aux m séries $(1-B)^d Z_{i,t}$ et estimation. Dans le cas présent, on obtient pour les séries $Z_{i,t}$ un AR(2).

B. Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance :

- On pose $X^t = \{X_1, \dots, X_t\}$ et $X_1^t = \{X_{i,1}, \dots, X_{i,t}\}$

les hypothèses de modélisation ne permettant que des corrélations instantanées entre deux séries $X_{i,t}$, $X_{j,t}$ ($i \neq j$) si on suppose que :

X_t conditionnellement à X^{t-1} suit une loi normale multivariée.

On a : $E[X_{i,t}/X^{t-1}] = E[X_{i,t}/X_1^{t-1}]$, $\text{Var}[X_{i,t}/X^{t-1}] = \text{Var}[X_{i,t}/X_1^{t-1}]$,

et $\text{Corr}(X_{i,t}, X_{j,t}/X^{t-1}) = \alpha \exp(-\beta d_{ij})$.

En notant $\phi_{t,j}$ le coefficient de régression partielle du processus ARIMA(0,d,0), on peut alors écrire :

$$E[X_{i,t}/X_1^{t-1}] \approx \phi(B)\theta(B)^{-1} \sum_{j=1}^{t-1} \phi_{t,j} X_{i,t-j} \\ + \left[1 - \phi(1)\theta(1)^{-1} \sum_{j=1}^{t-1} \phi_{t,j} \right] \mu_i$$

et

$$\text{Var}[X_{i,t}/X_1^{t-1}] \approx \sigma_X^2 K \prod_{j=1}^{t-1} (1 - \phi_{t,j}^2) = v_t$$

où K représente le rapport de la variance de l'innovation du processus différencié en d suivant l'ARMA(p,q) (de polynômes $\phi(B)$ et $\theta(B)$) et de la variance du processus initial.

Si on pose :

$$U_{i,t} = \phi(B)\theta(B)^{-1} \sum_{j=1}^{t-1} \phi_{t,j} X_{i,t-j}$$

$$W_t = 1 - \phi(1)\theta(1)^{-1} \sum_{j=1}^{t-1} \phi_{t-1,j}$$

Alors :

$$E[X_{i,t}/X_i^{t-1}] = U_{i,t} + W_t \mu_i$$

Et les estimateurs du maximum de vraisemblance de μ et σ_ϵ^2 ont pour expression :

$$\hat{\mu}_i : \sum_{t=1}^N W_t (X_{i,t} - U_{i,t}) V_t^{-1/2} / \sum_{t=1}^N W_t^2$$

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = (Nm)^{-1} \sum_{t=1}^N (X_t - U_t - W_t \hat{\mu})^T A (X_t - U_t - W_t \hat{\mu}) V_t$$

où $U_t = (U_{1,t}, \dots, U_{m,t})^T$, et $\hat{\mu} = (\hat{\mu}_1, \dots, \hat{\mu}_m)^T$.

La log-vraisemblance a comme expression approchée :

$$\ell(\alpha, \beta; d; \phi(B), \theta(B)) \approx -\frac{1}{2} Nm \text{Log } \hat{\sigma}_\epsilon^2 - \frac{1}{2} N|R|$$

Pour chaque valeur de d on maximise ℓ comme fonction des paramètres. Le calcul récursif des $\phi_{t,j}$ et l'évaluation de $E(X_{i,t}/X_i^{t-1})$ est la partie qui demande le plus de calculs. Or d'après Hosking (1981) $\phi_{t,j} \sim -\pi_j$ et $\pi_j \sim 0$ (j^{-d-1}) lorsque $t \rightarrow \infty$ où les π_j sont les poids π de l'ARIMA(0,d,0). On utilise donc les approximations suivantes :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{t-1} \phi_{t,j} X_{i,t-j} &\approx \sum_{i=1}^M \phi_{t,j} X_{i,t-j} - \sum_{j=M+1}^{t-1} \pi_j X_{t-j} \\ &\approx \sum_{j=1}^M \phi_{t,j} X_{i,t-j} - M \pi_M d^{-1} \{1 - (M/j)^d\} \bar{X}_{i,M+1,t-1-M} \end{aligned}$$

On peut alors calculer les estimateurs des paramètres. Pour $M = 100$ les résultats obtenus sont :

$$\tilde{\alpha} \approx 1, \quad \tilde{\beta} = 1.10^{-3}, \quad \tilde{\psi}_1 \approx 0, \quad \tilde{\psi}_2 \approx -0,06.$$

Pour le site k, on a :

$$\text{Var}(\tilde{\mu}_k) = \sigma_X^2 a_k^T R a_k \{n + \sum(n-j) \rho_j\} / n^2$$

où les ρ_j sont les autocorrélations du processus fractionnaire ARIMA(p,d,q). On fait l'approximation suivante :

$$\text{Var}(\tilde{\mu}_k) \approx 2\pi f(o) a_k^T R a_k \{n + \sum(n-j) \rho_j^{(d)}\} / n^2$$

où les $\rho_j^{(d)}$ sont les autocorrélations de l'ARIMA(o,d,o) et $f(o)$ le spectre à l'origine du modèle estimé ARMA(p,q) avec les polynômes $\hat{\phi}(B)$ et $\hat{\theta}(B)$ et $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$.

Remarques : 1. Dans le cas présent la partie ARMA(p,q) se ramène à un ARMA(2,0) avec $\psi_1 \approx 0$ et ψ_2 d'amplitude 6.10^{-2} ce qui justifie l'approximation utilisée.

2. En définitive la modélisation des séries $\{Y_{it}\}$ par le modèle fractionnaire fournit des résidus dont la fonction d'autocorrélation correspond à un bruit blanc. Néanmoins il existe sur les résidus des corrélations croisées non nulles en zéro, ce qui pose le problème de la spécification de la fonction d'autocorrélation spatiale. Cependant l'utilisation de ces résultats pour l'estimation de la puissance du vent dans certaines stations météorologiques pour des jours donnés a été satisfaisante.

III. ETUDE DE SERIES D'AGREGATION MONETAIRE

Dans ce paragraphe on s'intéresse aux séries monétaires suivantes :

M₁ : Monnaie en circulation + traveller's chèques émis par des établissements non bancaires + dépôts à vue des banques autres que les Caisses d'Epargne + dépôts des comptes chèques

M₂ : $M_2 = M_1$ + dépôts à terme des particuliers et des petites entreprises + dépôts des SICAV monétaires + compte des particuliers ayant accès au marché monétaire + dépôts de Caisse d'Epargne + rêmérés d'un jour + rêmérés d'Euro-dollars.

M₃ : M_2 + dépôts à terme de longue durée des grandes entreprises + rêmérés + Eurodollars à terme + SICAV monétaire non liés à une

gestion automatique des comptes.

Pour chacune de ces séries, l'auteur propose en liaison avec les travaux de Jonas (1981), Carlin, Dempster et Jonas (1985), Carlin et Dempster (1989) un modèle SARIMA fractionnaire $(1-B^s)^d X_t = a_t$ où d est un paramètre fractionnaire appartenant à l'intervalle $]-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}[$, et où a_t un bruit blanc et s la longueur de la saisonnalité pour le logarithme différencié. L'auteur propose de comparer l'adéquation d'un tel modèle à l'adéquation du modèle SARIMA Box et Jenkins : $(1-B)(1-B^{12})X_t = (1-\theta_1 B)/1-\theta_{12} B^{12} a_t$ sur le logarithme de ces séries. Ceci est justifié par le fait que les corrélogrammes de $(1-B) \text{Log } M_1$ et $(1-B) \text{Log } M_2$ présentent aux décalages saisonniers une décroissance hyperbolique en accord avec un modèle saisonnier fractionnaire.

Remarque : En ce qui concerne le modèle SARIMA proposé, on peut noter d'une part que si le corrélogramme de $(1-B)(1-B^{12}) \text{Log } M_1$ n'est pas en contradiction avec un modèle moyenne mobile $(1-\theta_1 B)(1-\theta_{12} B^{12})a_t$, il a la particularité de proposer une valeur θ_1 négative, alors que l'on a $\theta_1 > 0$ et $\theta_{12} > 0$ lorsque l'opérateur $(1-B)(1-B^{12})$ surdifférencie nettement la série. D'autre part le corrélogramme de $(1-B)(1-B^{12}) \text{Log } M_2$ ne correspond pas a priori à un modèle moyenne mobile $(1-\theta_1 B)(1-\theta_{12} B^{12})a_t$.

L'auteur donne les résultats de la modélisation fractionnaire pour M_1, M_2 et M_3 et des deux modélisations pour M_1 .

Pour M_1 prolongée sur la période 1947-1958 on obtient :

- Le mode saisonnier fractionnaire suivant

$$(1-B)(1-B^{12})^{0,7208} \text{Log } M_{1,t} = a_t$$

- Le modèle SARIMA

$$(1-B)(1-B^{12}) \text{Log } M_{1,t} = (1 + 0,2189B)(1-0,5420B^{12})a_t$$

Si on compare les valeurs observées et les valeurs prévues suivant ces deux modèles sur la période 1986-12 à 1987-11, on constate que le modèle saisonnier fractionnaire présente une très bonne adéquation entre valeurs prévues et valeurs observées et cette adéquation est bien supérieure à celle du modèle SARIMA utilisé.

Remarques

1- La valeur de d obtenue (0,7208) n'appartient pas à l'intervalle $]-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}[$. La modélisation saisonnière fractionnaire ne se ramène donc pas uniquement à un mouvement saisonnier stationnaire

à longue mémoire mais contient de plus une tendance ! (Ce résultat est certainement à rapprocher du fait que la valeur de $\theta_1 = 0,218$ est positive).

2- Si $d > \frac{1}{2}$, l'auteur signale qu'il faut préalablement différencier la série par 0,25 ou 0,3, mais il n'indique ni étape explicite de calcul ni étude préalable sur l'optimalité d'une telle procédure.

3- Pour l'estimation de d lorsque $d \in \left] -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right[$, les procédures envisagées sont

- la méthode de Hosking (1982) pour le modèle $(1-B)^d \Omega(B) X_t = \theta(B) a(t)$

- la méthode de Porter-Hudak (1983) pour le modèle $(1-B)^d X_t = a_t$

- Pour le modèle $(1-B^S)^d X_t = a_t$, la régression du logarithme du périodogramme sur $\text{Log}(2(1-\cos \pi j s/T))$ pour $j=1,2,\dots,g(T)$, $g(T)$ étant estimé par simulation.

- Pour le modèle plus général $(1-B)^{d_1} (1-B^S)^{d_2} \Omega(B) X_t = \theta(B) a_t$, la méthode de régression ne permet pas de séparer pour l'estimation d_1 et d_2 . En effet, la régression $\text{Log} I(\pi j/T) = \phi_0 - d_1 \text{Log} 2(1-\cos(\pi j/T)) - d_2 \text{Log} 2(1-\cos(\pi j s/T))$ $j=1,2,\dots,g(T)$ devient asymptotiquement équivalente à :

$$\text{Log} I(\pi j/T) = \phi_0 - (d_1 + d_2) \text{Log}(\pi j/T).$$

4. Cette étude qui donne d'excellents résultats d'adéquation pour la série M_1 a de plus le mérite d'établir l'ordre de longueur minimale des séries pour toute estimation saisonnière fractionnaire et de souligner les difficultés de modélisation pour des modèles plus complexes $(1-B)^{d_1} (1-B^S)^{d_2} \Omega(B) X_t = \theta(B) a_t$.

Bibliographie

BOX, G.E.P. and JENKINS, G.M. (1976) Time Series Analysis, Forecasting and Control Revised edn San Francisco. Holden-Day.

CARLIN, J.B. and DEMPSTER, A.P. (1989), "Sensitive Analysis of Seasonal Adjustments : Empirical Cases Studies" J.A.S.A. 84, 6-20.

CARLIN, J.B., DEMPSTER, A.P. and JONAS, A.B. (1985) "On methods and Models for Bayesian Time Series Analysis". Jour. of Econom. 30. 67-90.

- CREUTIN, J.D. and OBLED, C. (1982) Objective analysis and mapping techniques for rainfall fields : an objective comparison. *Wat. Resour. res.* 18, 413-415.
- GAUDIN, L.S. (1965) Objective Analyse by Least Squares. Israël Program for Scientific Translations.
- GEWEKE, J. and PORTER-HUDAK, S. (1983) "The Estimation and Applications of Long Memory Time Series Models". *J.A.S.A.* 4, 221-237.
- GRANGER, C.W.G. (1980) "Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models". *Journal of Econom.* 25, 227-228.
- GRANGER, C.W.G. and JOYEUX, R. (1980) "An introduction to Long Memory Time Series Models and Fractionally Differencing". *J.A.S.A.* 1, 15-29.
- HASLETT, J. and RAFTERY, A.E. (1989) Space-time Modelling with Long-Memory Dependence : Assessing Ireland's Wind Power Resource. *Roy. Stat. Soc. Appl. Stat.* 38 n°1, 1-50.
- HOSKING, J.R.M. (1981) Fractional differencing *Biometrika* 68, 165-176.
- HOSKING, J.R.M. (1982) Some models of persistence in time series. In *Time Series Analysis : Theory and Practice* (ed. O.D. Anderson), pp. 641-651 Amsterdam : North-Holland.
- HOSKING, J.R.M. (1984a) Asymptotic distributions of the sample mean, autocovariances, and autocorrelations of long memory time series, Technical Report 2752, Mathematics Research Center. University of Wisconsin.
- HOSKING, J.R.M. (1984b) Modeling persistence in hydrological time series using fractional differencing. *Wat. Resour. Res.* 20, 1898-1908.
- JONAS, A. (1981) "Long Memory Self Similar Time Series Models" unpublished manuscript, Harvard University, Dept. of Statistics.

PORTER-HUDAK, S. (1982) "Fractionally Differenced Modelling : A Simplified Spectral Approach" unpublished Ph.D. Thesis. University of Wisconsin-Madison. Dept. of Economics.

PORTER-HUDAK, S. (1990) "An Application of the Seasonal Fractionally Differenced Model to the Monetary Aggregates". J.A.S.A. 85, 338-344.

TABIOS, G.Q. and SALAS, J.D. (1985) A comparative analysis of techniques for spatial interpolation of precipitation. Wat. Res. Bull. 21. 365-380.

TAQQU, M. (1975) Weak convergence to fractional Brownian motion to the Rosenblatt process. Z. Wahrs. Verw. Geb. 31, 287-302.

THIEBAUX, H.J. and PEDDER, M.A. (1986) Spatial objective Analysis with Applications in Atmospheric Science. London : Academic Press.

YAJIMA, Y. (1985) "Estimation of Long Memory Time Series Models". Austr. Journ. of Stat. 27, 303-320.

