



**HAL**  
open science

# Comparaison des techniques ZF et MF pour des radars automobiles OFDM en utilisant les grandeurs PSLR et ISLR

B Benmeziane, Jean-Yves Baudais, S Méric, K Cinglant

► **To cite this version:**

B Benmeziane, Jean-Yves Baudais, S Méric, K Cinglant. Comparaison des techniques ZF et MF pour des radars automobiles OFDM en utilisant les grandeurs PSLR et ISLR. Journées nationales microondes, Jun 2022, Limoges, France. pp.1-4. hal-03664109

**HAL Id: hal-03664109**

**<https://hal.science/hal-03664109>**

Submitted on 10 May 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Comparaison des techniques ZF et MF pour des radars automobiles OFDM en utilisant les grandeurs PSLR et ISLR

B. Benmezziane<sup>1,2</sup>, J.-Y. Baudais<sup>2</sup>, S. Méric<sup>2</sup>, K. Cinglant<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ZF Autocruise, 760 avenue du Technopôle, 29280 Plouzané

<sup>2</sup>Univ Rennes, INSA Rennes, CNRS, IETR-UMR 6164, F-35000 Rennes  
bochra.benmezziane@zf.com

**Résumé** — De nombreuses techniques de focalisation sont utilisées pour établir la réponse en distance avec un radar OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex). Les plus connues parmi elles sont le filtre adapté (ou *matched filter*, MF) et le forçage à zéro (ou *zero forcing*, ZF). Cet article compare les grandeurs de PSLR (Peak Side Lobe Ratio) et ISLR (Integrated Side Lobe Ratio) de chacune de ces deux techniques. Les résultats montrent un avantage pour la technique ZF par rapport à la technique MF dans des environnements peu bruités.

## 1. Introduction

Le nombre de véhicules équipés de radars est en augmentation constante ces dernières années, ce qui conduit à un risque plus élevé de saturation de la bande de fonctionnement de ces radars et d'interférence entre ceux-ci [1]. Il devient donc urgent d'étudier des techniques, telles que la modulation OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), pour limiter l'impact des interférences. L'OFDM est une technique de multiplexage qui utilise des sous-porteuses orthogonales pour transmettre l'information [2]. Cette technique peut être utilisée pour la détection radar. Les propriétés du signal OFDM sont exploitées de différentes façons pour estimer le retard dû à la distance de la cible (ou profil distance). Parmi ces différentes possibilités, les plus connues sont le filtre adapté (ou *matched filter*, MF) et le forçage à zéro (ou *zero forcing*, ZF).

La majorité des radars actuels fonctionnent avec une onde continue modulée en fréquence, plus connue sous le nom de FMCW (*Frequency Modulated Continuous Wave*). Ces radars utilisent un MF pour estimer la distance. Le MF est aussi utilisé avec les radars OFDM [3]. Le ZF, comme technique d'estimation de la distance, a été introduit pour la première fois par [4]. Cette technique permet d'assurer à la fois la détection radar et la communication inter-véhicule avec un même signal OFDM. Dans le contexte du radar automobile [5], deux grandeurs sont cruciales pour caractériser les performances du radar : le PSLR (*Peak Side Lobe Ratio*) et l'ISLR (*Integrated Side Lobe Ratio*). Ces deux grandeurs caractérisent des valeurs particulières ou moyennes des lobes secondaires de la réponse du radar. Le niveau d'un lobe secondaire (PSLR) trop important mène à une fausse alarme (ce qui, pour une application automobile, peut conduire un freinage injustifié). De même,

un niveau général de lobes secondaires (ISLR) trop élevé augmente le seuil de détection ce qui diminue la probabilité de détection et en particulier pour des cibles éloignées. Cet article compare l'impact de chaque technique de filtrage sur le PSLR et l'ISLR. Il met aussi en évidence le lien qui existe entre le MF et le ZF pour chaque grandeur et montre l'avantage que le ZF présente dans les environnements peu bruités.

La suite de cet article est organisée comme suit. La section II décrit le signal OFDM réfléchi par une cible ainsi que les techniques d'estimation de la distance. Les grandeurs PSLR et ISLR sont définies et estimées pour chaque technique. Le lien entre les techniques d'estimation pour chaque grandeur est décrit dans la section III. Des simulations avec différents niveaux de bruit sont présentées dans la section IV. Enfin, la section V conclut cet article.

## 2. Estimation de la distance pour les radars OFDM

L'exploitation du signal OFDM pour l'estimation de la distance a été étudiée en détails dans [6] et [7]. Le signal OFDM transporte des données sur des sous-porteuses orthogonales et la modulation est réalisée via une transformée de Fourier inverse. Les  $N$  sous-porteuses utilisées dans un symbole OFDM de durée  $T$  sont  $f_n = \frac{n}{T}$ ,  $n \in [0, N - 1]$ , ce qui garantit l'orthogonalité entre ces sous-porteuses. Le symbole transmis est alors exprimé par :

$$\forall t \in [0, T + T_g], x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{2j\pi f_n (t - T_g)} \quad (1)$$

où  $a_n$  est le symbole complexe de modulation M-QAM transmis sur la sous-porteuse  $n$ . Le préfixe cyclique de durée  $T_g$  est essentiel : il permet d'absorber les échos reçus qui contiennent des distorsions dues à l'environnement. Le délai induit par la distance de la cible est estimé de deux manières différentes et qui sont étudiées dans cet article. Une de ces méthodes exploite la propriété des transformées de Fourier pour estimer la fonction de corrélation liée à l'écho reçu. Cette technique est appelée la technique du MF. La seconde technique est l'estimation du canal via sa réponse impulsionnelle et est appelée ZF.

Dans ce qui suit, on considère le signal à bande étroite et la durée  $T$  assez courte pour que les variations de Dop-

pler soient négligeables. La durée  $T_g$  est aussi parfaitement dimensionnée pour absorber le retard. Le signal reçu et démodulé est alors [3] :

$$Y(l) = a_l e^\phi e^{-2\pi j \frac{\tau}{T} l} + W(l) \quad (2)$$

où  $\phi = -2\pi j f_c \tau$ ,  $f_c$  est la fréquence porteuse,  $\tau$  est le retard correspondant à la position de la cible et  $W(l)$  est un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma_w^2$ .

Comme discuté plus haut, chacune des deux techniques permet de calculer différemment la réponse en distance. Pour le ZF, chaque échantillon  $Y(l)$  est divisé par  $a_l$  afin de calculer la fonction de transfert du canal. Par conséquent, la réponse impulsionnelle est :

$$\begin{aligned} \chi_{ZF}(i) &= \frac{e^\phi}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} \frac{Y(l)}{a_l} e^{2\pi j \frac{i l}{N}} \\ &= \frac{e^\phi}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} \left( e^{2\pi j (\frac{i l}{N} - \tau) \frac{l}{T}} + \frac{W(l)}{a_l} e^{2\pi j \frac{i l}{N}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Pour le MF, les échantillons  $Y(l)$  sont multipliés par  $a_l$ . La fonction de corrélation est :

$$\begin{aligned} \chi_{MF}(i) &= \frac{e^\phi}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} Y(l) \bar{a}_l e^{2\pi j \frac{i l}{N}} \\ &= \frac{e^\phi}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} \left( |a_l|^2 e^{2\pi j (\frac{i l}{N} - \tau) \frac{l}{T}} + \bar{a}_l W(l) e^{2\pi j \frac{i l}{N}} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

avec  $\bar{a}_l$  le conjugué de  $a_l$ . Chacune de ces fonctions  $\chi(i)$  représente une réponse en distance avec un pic dont la coordonnée correspond à la position de la cible. Si  $i_\tau = \frac{\tau}{T} N$  est l'indice d'un pic, alors :

$$\chi_{ZF}(i_\tau) = e^\phi \sqrt{N} + \frac{e^\phi}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} \frac{W(l)}{a_l} e^{2\pi j \frac{i_\tau l}{N}} \quad (5)$$

et

$$\chi_{MF}(i_\tau) = \frac{e^\phi}{\sqrt{N}} \left( \sum_{l=0}^{N-1} |a_l|^2 + \sum_{l=0}^{N-1} \bar{a}_l W(l) e^{2\pi j \frac{i_\tau l}{N}} \right) \quad (6)$$

Dans la suite de l'article,  $i_k$  est supposé entier. En pratique,  $\frac{\tau N}{T}$  est non-entier, ce qui cause une fuite spectrale qui peut être contrôlée par l'utilisation d'une fenêtre de pondération [8]. Le choix des paramètres pour cette fenêtre permet de ramener l'analyse du cas non entier au cas entier. Afin de ne pas alourdir la présentation, nous présentons les résultats dans le cas entier.

Le MF a été conçu pour maximiser le rapport signal sur bruit en sortie du filtre de réception avec une réponse en distance qui dépend des symboles  $a_l$  émis. En revanche, la division par les symboles  $a_l$  avec ZF donne une réponse indépendante de ces symboles. Cela permet la transmission de symboles aléatoires, rendant la détection radar et la communication inter-véhicule possibles avec un seul signal.

### 3. Calcul et comparaison des PSLR et ISLR

Deux grandeurs peuvent être utilisées pour caractériser la fonction d'ambiguïté en distance d'un radar automobile. Le PSLR est le rapport entre le lobe principal, noté  $\chi(i_\tau)$ , et le lobe secondaire le plus élevé. L'ISLR est le rapport entre le pic principal et le reste de la réponse en distance. Le PSLR et l'ISLR peuvent être exprimés par  $\gamma$  tel que :

$$\gamma^2 = \frac{E[|\chi(i_\tau)|^2]}{E[\theta(\{\chi(i)\}^2)_{i \neq i_\tau}]} \quad (7)$$

où  $\theta(\{x_i\}) = \max_i x_i$  pour  $\gamma_{PSLR}$  et  $\theta(\{x_i\}) = \sum_i x_i$  pour  $\gamma_{ISLR}$  [9]. A noter que, dans notre étude, la fréquence d'échantillonnage est égale à la bande occupée. Cela signifie que la largeur du pic est constituée d'un seul échantillon. Avant de pouvoir comparer ces grandeurs pour ZF et MF, nous devons calculer  $E[|\chi(i)|^2]$  pour  $i_\tau$  et  $i \neq i_\tau$ . Avec des échantillons de bruit indépendants et à partir de (3), le calcul de l'espérance donne :

$$E[|\chi_{ZF}(i)|^2] = |E[\chi_{ZF}(i)]|^2 + \sigma_{1/a}^2 \sigma_w^2 \quad (8)$$

où  $\sigma_{1/a}^2$  est la variance de  $1/a$ . Ce résultat est possible avec  $N$  assez grand et pour que cette espérance soit approchée par la moyenne :

$$\sigma_{1/a}^2 = E \left[ \frac{1}{a_i^2} \right] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{a_i^2} \quad (9)$$

Les valeurs de  $\sigma_{1/a}^2$  dépendent de la modulation utilisée. Pour le MF (4), le calcul de l'espérance donne :

$$E[|\chi_{MF}(i)|^2] = |E[\chi_{MF}(i)]|^2 + \sigma_a^2 \sigma_w^2 \quad (10)$$

où  $\sigma_a^2$  est la variance de  $a_l$ , qui dépend aussi de la modulation utilisée et (10) est obtenu avec  $N$  assez grand.

L'étape suivante consiste à calculer le carré de l'espérance des réponses en distance pour  $i_\tau$  et  $i \neq i_\tau$ . Dans le cas général :

$$|E[\chi_{ZF}(i)]|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{l=0}^{N-1} e^{2\pi j (\frac{i l}{N} - \tau) \frac{l}{T}} \right|^2 + \sigma_{1/a}^2 \sigma_w^2 \quad (11)$$

et

$$|E[\chi_{MF}(i)]|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{l=0}^{N-1} |a_l|^2 e^{2\pi j (\frac{i l}{N} - \tau) \frac{l}{T}} \right|^2 + \sigma_a^2 \sigma_w^2 \quad (12)$$

Pour le pic principal,  $i = i_\tau$ , le carré de l'espérance devient :

$$|E[\chi_{ZF}(i_\tau)]|^2 = N + \sigma_{1/a}^2 \sigma_w^2 \quad (13)$$

et

$$|E[\chi_{MF}(i_\tau)]|^2 = N \sigma_a^4 + \sigma_a^2 \sigma_w^2 \quad (14)$$

En revanche, lorsque  $i \neq i_\tau$ , il n'y a pas de simplification triviale des expressions. Soit  $\alpha_l$  défini par  $\alpha_l = \frac{|a_l|^2}{\sigma_a^2}$ .

**TABLEAU 1. Paramètres du radar OFDM.**

Paramètres	Symbole	Valeur
Nombre de sous-porteuses	$N$	1024
Largeur de bande (MHz)	$B$	375
Ordre de la modulation M-QAM	$M$	16
Rapport signal à bruit (dB)	SNR	20
Fréquence porteuse (GHz)	$f_c$	77
Distance de la cible (m)	$R$	12

Par conséquent,  $\forall l, E[\alpha_l] = 1$  et  $E[\alpha_l^2] \geq 1$ . Le lien entre le carré des espérances ZF et MF pour  $N$  assez grand est donné par la relation suivante :

$$\left| \sum_{l=0}^{N-1} \alpha_l e^{2\pi j(\frac{l}{N} - \tau)} \right|^2 = \left| \sum_{l=0}^{N-1} e^{2\pi j(\frac{l}{N} - \tau)} \right|^2 + N(E[\alpha_l^2] - 1) \quad (15)$$

Ainsi, en combinant les équations (7) à (15), dans le cas du PSLR, le lien entre ZF et MF est exprimé par :

$$\frac{N + \frac{\sigma_w^2}{\sigma_a^2}}{\gamma_{\text{PSLR,MF}}^2} - \frac{\sigma_w^2}{\sigma_a^2} = \frac{N + \sigma_{1/a}^2 \sigma_w^2}{\gamma_{\text{PSLR,ZF}}^2} + \max \alpha_l^2 - 1 - \sigma_{1/a}^2 \sigma_w^2 \quad (16)$$

Dans les environnements peu bruités, c.-à-d.  $\sigma_w^2 \rightarrow 0$ , et puisque  $\max \alpha_l^2 \geq E[\alpha_l^2] \geq 1$ , (16) devient :

$$\frac{1}{\gamma_{\text{PSLR,MF}}^2} = \frac{\max \alpha_l^2 - 1}{N} + \frac{1}{\gamma_{\text{PSLR,ZF}}^2} \geq \frac{1}{\gamma_{\text{PSLR,ZF}}^2} \quad (17)$$

Dans le cas de l'ISLR, le lien entre ZF et MF est exprimé par :

$$\frac{N + \frac{\sigma_w^2}{\sigma_a^2}}{\gamma_{\text{ISLR,MF}}} - \frac{\sigma_w^2}{\sigma_a^2} = (N-1)(E[\alpha_l^2] - 1) + \frac{N + \sigma_{1/a}^2 \sigma_w^2}{\gamma_{\text{ISLR,ZF}}} - \sigma_{1/a}^2 \sigma_w^2 \quad (18)$$

et dans les environnements peu bruités :

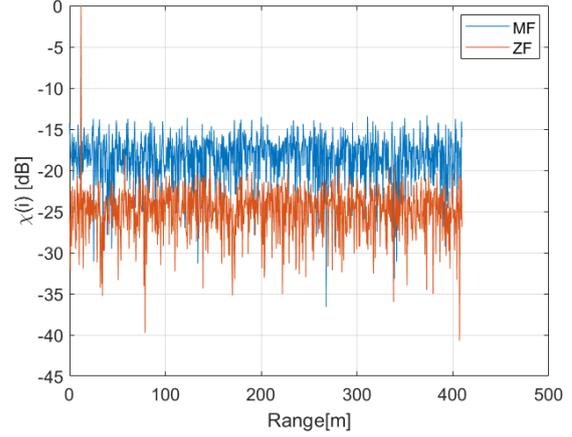
$$\frac{1}{\gamma_{\text{ISLR,MF}}^2} = \frac{N-1}{N}(E[\alpha_l^2] - 1) + \frac{1}{\gamma_{\text{ISLR,ZF}}^2} \geq \frac{1}{\gamma_{\text{ISLR,ZF}}^2} \quad (19)$$

Cela démontre que pour le PSLR et l'ISLR, ZF donne de meilleurs résultats dans des environnements peu bruités.

#### 4. Résultats et discussion

Des simulations ont été faites en utilisant les techniques ZF et MF pour l'estimation de la distance dans un radar OFDM. Les paramètres de ce radar sont résumés dans le tableau 1. Le SNR est donné par le rapport  $\frac{\sigma_w^2}{\sigma_a^2}$ .

Avec ces paramètres, les réponses en distance (3) et (4) sont simulées et comparées à la figure 1. Cette figure montre que, dans les environnements peu bruités, ZF a un



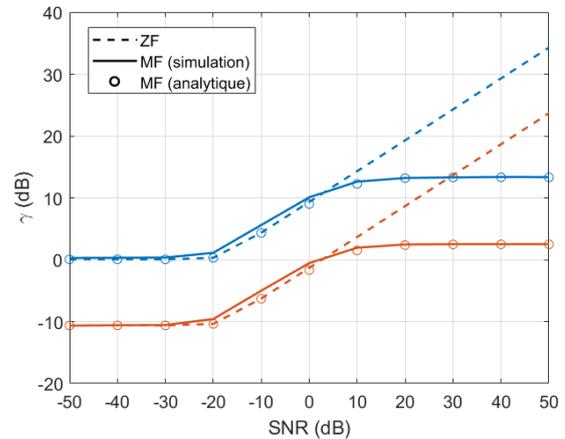
**FIGURE 1. Comparaison des réponses en distance normalisées.**

**TABLEAU 2. Paramètres QAM.**

$M$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$E[\alpha_l^2]$	1	1.44	1.32	1.52	1.38	1.54	1.4	1.54	1.4
$\max \alpha_l^2$	1	2.78	3.24	4.98	5.44	6.68	7.01	7.75	7.94

niveau de lobes secondaires beaucoup plus bas que MF. Néanmoins, afin de comparer les PSLR et ISLR de ZF et MF, d'autres simulations sont nécessaires dans différents environnements. À l'aide de (7), (17) et (19), les PSLR et ISLR sont calculés pour chaque technique. Les éléments nécessaires à ce calcul sont dans le tableau 2.

La figure 2 montre la comparaison entre ZF et MF avec  $N = 1024$  sous-porteuses et en utilisant une modulation 16-QAM pour différents SNR. La courbe "simulation" est calculée via (7), tandis que les courbes "analytiques" sont calculées via (17) et (19). Les graphes montrent trois tendances. Pour la première avec les SNR les plus élevés, (17) et (19) s'avèrent justes puisque ZF a un meilleur PSLR et un meilleur ISLR tandis que le MF atteint un plateau. L'explication est que, même si le bruit baisse, les lobes se-



**FIGURE 2. PSLR (bleu) et de l'ISLR (rouge) en fonction du SNR.**

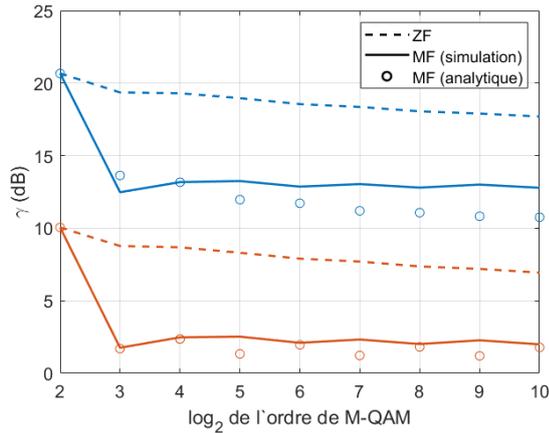


FIGURE 3. PSLR (bleu) et ISLR (rouge) en fonction de l'ordre de la modulation M-QAM.

conformes de la fonction d'autocorrélation du MF restent les mêmes. Pour le ZF, le niveau de lobes secondaires ne dépend que du bruit. Pour la seconde où les SNR sont plus bas, le bruit est beaucoup trop élevé pour que (17) et (19) soient justes. Dans ces cas, le MF montre un résultat légèrement meilleur que le ZF. Enfin, quand  $\text{SNR} < -30$  dB, le bruit trop puissant rend la détection impossible.

La simulation suivante compare ZF et MF avec  $N = 1024$  sous-porteuses et  $\text{SNR} = 20$  dB pour différents ordres de modulation M-QAM. Les résultats sont représentés à la figure 3. Cette figure montre que la différence de PSLR ou d'ISLR entre ZF et MF reste quasiment la même quelle que soit la modulation utilisée et reste cohérente avec la différence illustrée à la figure 2. La seule exception apparaît pour la modulation 4-QAM où les résultats se superposent pour ZF et MF. Avec cette modulation, l'amplitude des symboles  $|a_i|$  est de 1, ce qui signifie que les réponses en distance sont égales, c.-à-d.  $|\chi_{\text{ZF}}(i)| = |\chi_{\text{MF}}(i)|$ .

La dernière simulation compare ZF et MF en utilisant une modulation 16-QAM dans un environnement où  $\text{SNR} = 20$  dB pour différents nombres de sous-porteuses. Là encore, la figure 4 montre clairement la supériorité de ZF sur MF pour les deux grandeurs PSLR et ISLR, quel que soit le nombre de sous-porteuses dans un environnement peu bruité. De ce fait, il est prouvé que pour des SNR élevés, ZF comme technique d'estimation donne de meilleurs PSLR et ISLR que MF quels que soient le nombre de sous-porteuses et la modulation utilisée. Cela en fait un meilleur candidat pour le radar automobile.

## 5. Conclusion

Dans cet article, les deux grandeurs étudiées sont le PSLR et l'ISLR qui sont décisives dans le radar automobile. Les techniques d'estimation de distance ZF et MF sont comparées analytiquement par rapport à ces grandeurs. Le ZF montre un avantage dans les environnements peu bruités. Des simulations démontrent les performances supérieures de ZF, qui est la solution privilégiée pour le radcom OFDM (radar et communication).

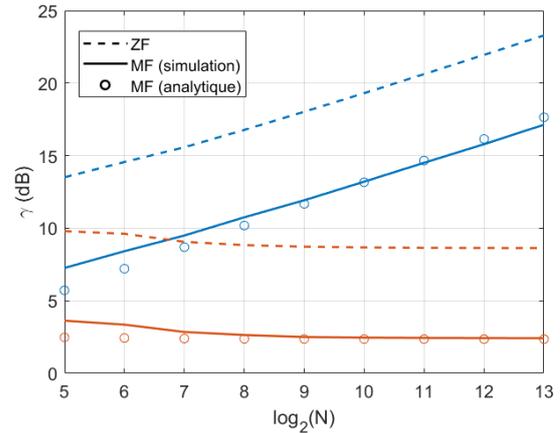


FIGURE 4. Comparaison des PSLR (bleu) et ISLR (rouge) en fonction du nombre de sous-porteuses.

## Références

- [1] A. Bourdoux *et al.*, "Phenomenology of mutual interference of FMCW and PMCW automotive radars," in *IEEE Radar Conference*, Seattle, Washington, May 2017, pp. 1709–1714.
- [2] T. T. Nguyen, "Design and analysis of superresolution algorithm and signal separation technique for an OFDM-based MIMO radar," Master's thesis, Karlsruhe Institut für Technologie, Oct. 2012.
- [3] S. Sen and A. Nehorai, "Adaptive design of OFDM radar signal with improved wideband ambiguity function," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 2, pp. 928–933, 2009.
- [4] C. Sturm *et al.*, "A novel approach to OFDM radar processing," in *IEEE Radar Conference*, Pasadena, CA, May 2009, pp. 1–4.
- [5] W. Van Thillo *et al.*, "Almost perfect auto-correlation sequences for binary phase-modulated continuous wave radar," in *European Radar Conference*, Nuremberg, Germany, Oct. 2013, pp. 491–494.
- [6] G. Hakobyan, "Orthogonal Frequency Division Multiplexing Multiple-Input Multiple-Output Automotive Radar with Novel Signal Processing Algorithms," Ph.D. dissertation, Universität Stuttgart, 2018.
- [7] C. Sturm *et al.*, "An OFDM system concept for joint radar and communications operations," in *IEEE Vehicular Technology Conference*, Barcelona, Spain, Apr. 2009, pp. 1–5.
- [8] F. J. Harris, "On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform," *Proceedings of the IEEE*, vol. 66, no. 1, pp. 51–83, 1978.
- [9] X. Lu and H. Sun, "Parameter assessment for SAR image quality evaluation system," in *Asian and Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar*, Huangshan, China, Nov. 2007, pp. 58–60.