



**HAL**  
open science

## Exploration perpétuelle : ça s'en va et ça revient

Arthur Rauch, Quentin Bramas, Stéphane Devismes, Pascal Lafourcade,  
Anissa Lamani

### ► To cite this version:

Arthur Rauch, Quentin Bramas, Stéphane Devismes, Pascal Lafourcade, Anissa Lamani. Exploration perpétuelle : ça s'en va et ça revient. AlgoTel 2022 - 24èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications, May 2022, Saint-Rémy-Lès-Chevreuse, France. 10.5281/zenodo.4640462 . hal-03657044v1

**HAL Id: hal-03657044**

**<https://hal.science/hal-03657044v1>**

Submitted on 2 May 2022 (v1), last revised 4 May 2022 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Exploration perpétuelle : ça s'en va et ça revient

Arthur Rauch<sup>1</sup>, Quentin Bramas<sup>2</sup>, Stéphane Devismes<sup>3</sup>, Pascal Lafourcade<sup>4</sup>  
et Anissa Lamani<sup>2</sup>

<sup>1</sup> INRIA, IRISA

<sup>2</sup> Université de Strasbourg, CNRS, ICUBE

<sup>3</sup> Université de Picardie Jules Verne, MIS, UR 4290

<sup>4</sup> Université Clermont Auvergne, CNRS UMR 6158, LIMOS

---

Cet article traite de l'exploration perpétuelle d'une grille par un petit nombre de robots ayant des capacités très limitées. Ces robots ont une vision à portée bornée, sont désorientés (ils n'ont pas de système de coordonnées commun), et ne savent pas distinguer leur droite de leur gauche. Ils exécutent le même algorithme de manière synchrone et sont équipés de lumières capables de changer de couleur. En outre, chaque robot dispose d'un panel réduit de couleurs et ces couleurs constituent les seules informations pouvant être mémorisées par le robot et capturées par les robots alentour. Dans ce cadre restreint, on souhaite que les robots visitent infiniment souvent et de manière exclusive chaque noeud d'une grille. Notre but est de trouver des solutions mobilisant le moins de ressources possibles. En supposant une portée de 1, nous proposons un algorithme utilisant seulement 3 robots et nous prouvons que ce nombre est optimal. Nous avons aussi élaboré un algorithme utilisant seulement une couleur (optimalité en nombre de couleurs). Ce dernier fonctionne avec 5 robots et suppose une portée de visibilité à distance 2. Cette hypothèse a été montrée nécessaire dans un article précédent.

**Mots-clés :** robots mobiles, grille finie, algorithme distribué, exploration exclusive perpétuelle.

---

## 1 Introduction

**Contexte.** Nous étudions les essaims de robots autonomes équipés de capteurs de visibilité, d'actionneurs de mouvement et de lumières pouvant prendre différentes couleurs. Ces robots, dits *lumineux*, opèrent de manière *synchrone*. Cependant, ils ont des capacités très faibles. Tout d'abord, leur portée de visibilité est bornée. Ensuite, ils sont *opaques*, c.-à-d., qu'un robot ne peut pas savoir si un robot se situe derrière un autre robot. Le nombre de couleurs disponibles est *constant*. À part les lumières, les robots n'ont pas de mémoire persistante et aucun moyen de communiquer. Par ailleurs, les couleurs de leurs lumières constituent l'unique moyen de les distinguer. Enfin, les robots n'ont *pas de système de coordonnées commun* (c.-à-d. qu'il n'y a *a priori* pas d'accord sur les orientations Nord-Sud et Est-Ouest), ni la *même chiralité* (c.-à-d. pas de notion de droite et de gauche commune). Ce dernier point constitue la contribution majeure de cet article par rapport à l'existant [1]. On étudie comment un nombre réduit de ces robots à très faibles capacités peut réaliser une tâche infinie, ici l'*exploration exclusive perpétuelle*. Dans ce problème, l'espace est divisé en lieux (p. ex., les pièces d'une maison) qui doivent être visités par les robots. Ainsi, on considère un espace discret fini défini par un graphe (ici une grille), où les nœuds représentent les lieux à visiter et les arêtes la possibilité d'aller d'un lieu à un autre. L'exploration perpétuelle consiste alors à assurer que chaque nœud du graphe soit visité infiniment souvent par au moins un robot. L'exclusivité impose de surcroît que l'exploration soit réalisée sans que jamais deux robots n'occupent le même nœud ni ne traversent la même arête simultanément.

**Contribution.** Dans ce contexte particulièrement limité, nous prouvons qu'il n'est pas possible de résoudre l'exploration perpétuelle d'une grille avec au plus 2 robots dont la portée de visibilité est 1 (c.-à-d., que les robots voient uniquement leur voisin dans la grille). Toujours avec portée de visibilité de 1, nous proposons un algorithme qui résout le problème avec 3 robots n'utilisant que 3 couleurs différentes. Ainsi, cet algorithme est optimal en nombre de robots sous cette hypothèse de visibilité. Nous nous intéressons ensuite à l'optimalité en nombre de couleurs utilisées, c'est-à-dire une couleur. D'après un résultat précédent [1], nous savons que la portée de visibilité doit être au moins de 2 pour pouvoir réaliser une solution optimale en terme de couleurs. Ainsi, nous considérons une portée de visibilité à 2 sauts. Sous cette hypothèse, nous obtenons un

algorithme optimal en nombre de couleurs utilisées : il nécessite 5 robots ayant tous la même couleur fixe. Ces robots, dits oublieux, sont ainsi sans mémoire persistante.

**Plan.** Le modèle utilisé par nos robots est décrit succinctement dans la section 2. Ensuite, par manque de place, nous résumons les idées principales de notre preuve d'impossibilité (Section 3). Enfin, nous décrivons uniquement notre premier algorithme (Section 4). Les détails omis sont disponibles dans la version longue de cet article [2]. De plus, des animations décrivant nos deux algorithmes sont disponibles en ligne <sup>†</sup>.

## 2 Modèle

Une configuration de  $n$  robots dans une grille est représentée par l'ensemble des couples (*position, couleur*) de chacun des robots. Les robots effectuent une infinité de *rondes* durant lesquelles chaque robot exécute un cycle « *Regarder-Calculer-Se Déplacer* » de manière synchrone. À chaque ronde, chaque robot *regarde* autour de lui : il obtient une *vue* du sous-graphe des nœuds situés à distance (de Manhattan) au plus  $\Phi \geq 1$  de lui. À partir de cette vue, le robot *calcule* une couleur et une destination, et *se déplace* vers cette destination en changeant la couleur de sa lumière (*n.b.*, le robot peut choisir de rester immobile et/ou garder la même couleur). Dans une vue, les nœuds sont, le cas échéant, étiquetés avec les couleurs des robots les occupant (*cf.*, la figure 1). En outre, la vue est orientée selon un système de coordonnées ego-centré choisi par un *adversaire* à chaque ronde, ce qui modélise l'absence d'orientation globale. Ainsi, l'orientation d'un robot peut être différente d'une ronde à l'autre. Précisément, l'adversaire peut appliquer une rotation arbitraire, et/ou une symétrie axiale, à la vue du robot. Un algorithme est décrit par un ensemble de configurations initiales, un ensemble de couleurs  $Cl$  et un ensemble de règles. L'ensemble des configurations initiales est décrit par un motif local, c.-à-d., un placement relatif des robots les uns par rapport aux autres avec leurs couleurs initiales ; ce qui augmente la flexibilité par rapport à une solution avec une seule configuration initiale possible. Une règle associe une vue locale à une destination, quelle que soit son orientation. Cela signifie qu'un algorithme ne contient qu'au plus une règle pour chaque vue, quelle que soit l'orientation. Un algorithme utilisant  $n$  robots doit réaliser l'exploration exclusive perpétuelle dans toutes grilles de taille au moins  $n \times n$  à partir de toute configuration où le motif local initial est placé et orienté de manière quelconque.

## 3 Résultat d'impossibilité

Nous savons déjà que notre problème ne peut être résolu avec un seul robot, quel que soit le nombre de couleurs, pour toute portée finie [1]. Ci-dessous nous complétons cette impossibilité avec le cas à 2 robots ayant une portée de visibilité 1 afin d'établir l'optimalité de la solution présentée dans la section 4.

**Théorème 1.** *L'exploration perpétuelle d'une grille finie n'a pas de solution utilisant uniquement deux robots ayant une portée de vision 1, quel que soit le nombre constant de couleurs disponibles.*

*Aperçu de la preuve.* Supposons, par contradiction, qu'une telle solution existe. Comme les robots disposent d'un nombre constant de couleurs, il n'y a qu'un nombre fini,  $B$ , de règles possibles et les deux robots, s'ils voyagent sans voir de mur durant  $B$  rondes, vont forcément effectuer une suite de mouvements périodiques. On peut aussi montrer que lorsque les robots ne voient pas de mur, ils ne peuvent se séparer, sinon ils deviennent isolés, c.-à-d., qu'ils ne voient ni l'autre robot ni un mur. Lorsque les robots sont isolés, ils ne peuvent discriminer les destinations possibles. Donc, s'ils décident de bouger, leur destination est choisie par l'adversaire. Ce dernier peut alors les maintenir à la fois isolés et bloqués dans une petite région de la grille. Ainsi, l'exploration échoue. Par ailleurs, lorsque les robots se voient sans voir de mur, leur vue possède un axe de symétrie. Or, ils n'ont pas de chiralité commune. Donc, ils ne distinguent pas les deux destinations qui sont symétriques. Ainsi, toute règle demandant au robot de s'éloigner de cet axe est ambiguë, c.-à-d., que l'adversaire peut choisir de quel côté de l'axe le robot va se déplacer.

De toutes ces observations, on peut obtenir une propriété importante : lorsque les robots s'éloignent à distance  $B + 1$  de tous les murs, ils exécutent une séquence périodique de mouvements, et donc soit (i) ils voyagent en ligne droite en utilisant des règles non-ambigües pour s'éloigner ou se rapprocher du robot voisin, soit (ii) la séquence périodique contient une règle ambiguë demandant au robot de faire « un virage » (*i.e.*, de s'éloigner de l'axe de symétrie) et l'adversaire peut alors décider d'effectuer ce virage de telle

<sup>†</sup>. <https://doi.org/10.5281/zenodo.4640462>

sorte que les robots se déplacent à jamais le long d'un rectangle sans voir de mur (en effet, la séquence de mouvement étant périodique, ce mouvement ambiguë s'exécute aussi de manière périodique).

Ainsi, on peut en déduire que, en partant d'un coin de la grille, les robots vont rester proches des murs. En effet, en partant d'un coin, les robots ne contrôlent pas totalement la distance sur laquelle ils longent un mur : soit ils longent le mur pendant moins de  $B$  rondes, puis s'en éloignent en ligne droite (mais ils sont alors encore à distance au plus  $B$  d'un autre mur), soit ils longent le mur de manière périodique jusqu'à arriver à proximité d'un autre mur (mais alors ils sont restés proche du mur qu'ils longeaient). Par exemple, si la grille est très grande (la preuve formelle indique que la grille doit être au moins de taille  $9B \times 9B$ ), les robots, en partant d'un coin, ne peuvent pas longer un mur sur la moitié de sa distance puis s'en éloigner pour voyager en ligne droite jusqu'au centre de la grille.

L'exploration impose en particulier de visiter un coin de la grille. Or, à partir de là, il sera plus possible de visiter le centre de la grille, si la grille est suffisamment grande (précisément, si sa taille est au moins  $9B \times 9B$ ), ainsi nous obtenons la contradiction.  $\square$

## 4 Algorithme

Nous présentons maintenant l'algorithme, appelé  $Vone_3^3$ , qui résout le cas  $n = 3$ ,  $|Cl| = 3$  et  $\Phi = 1$ . D'après le théorème 1,  $Vone_3^3$  est optimal en nombre de robots. Pour faciliter la compréhension de la description ci-dessous, nous invitons le lecteur à visualiser les animations fournies en ligne <sup>†</sup>.

**Notations.** Dans les règles et exemples présentés ci-dessous, la limite extérieure de la grille est symbolisée par un *mur* représenté par des nœuds noirs. Dans les règles, une boucle signifie que le robot reste immobile. En cas de règles ambiguës, nous donnons toutes les destinations possibles (le choix étant fait par l'adversaire). En cas de changement de couleur, la nouvelle couleur est inscrite à côté du nœud où se trouve le robot. Enfin nous adoptons une écriture compacte afin de regrouper plusieurs situations semblables en une seule : le mouvement d'un robot dans une situation donnée peut être indépendant du fait qu'il soit à proximité d'un nœud vide ou d'un mur ; dans ce cas, nous regroupons les deux cas en un seul à l'aide un nœud hachuré.

**Principe.** L'algorithme définit 3 rôles pour les robots avec les couleurs :  $L$  (*leader*),  $S$  (*suiveur*) et  $X$  (*balise*). Initialement, les trois robots ont respectivement les couleurs  $L$ ,  $L$  et  $S$ . Ils doivent être alignés de telle manière à ce que l'un des deux leaders soit adjacent aux deux autres robots. Ce motif peut être placé arbitrairement dans la grille. Tout d'abord, lors d'une phase d'initialisation, les robots se déplacent vers un mur puis s'organisent afin de commencer la seconde phase : l'exploration perpétuelle effective.

Nous commençons par décrire la phase d'exploration perpétuelle. L'idée de l'algorithme est de répéter une exploration de la grille ligne par ligne dans une direction donnée puis colonne par colonne. Étant donné que les robots ne disposent pas d'orientation commune, ils doivent s'organiser pour créer cette orientation et la maintenir durant l'exploration de la grille dans une direction donnée. Cela est assuré grâce au robot appelé *sentinelle* laissé au bord d'un mur. Plus précisément, supposons que les robots soient placés sur deux lignes parallèles adjacentes  $\ell_i$  et  $\ell_{i+1}$  de la grille telle que  $\ell_i$  contient un robot avec la couleur  $L$  (la sentinelle) adjacent à un mur  $\mathcal{L}$  et  $\ell_{i+1}$  contient deux robots, appelés *explorateurs* ; ces derniers étant voisins, à distance 2 et 3 du mur  $\mathcal{L}$  et colorés avec les couleurs  $S$  et  $L$  respectivement (cf., la dernière configuration de la séquence de la figure 5). Les explorateurs sont en charge d'explorer  $\ell_{i+1}$ . Pour ce faire, ils commencent par se déplacer sur la ligne  $\ell_{i+1}$  en s'éloignant du mur  $\mathcal{L}$  et ainsi du robot sentinelle. Ceci est réalisé en exécutant les règles de la figure 1. Lorsque le leader atteint le mur opposé à  $\mathcal{L}$ , il n'observe aucun autre robot, à part le suiveur. L'idée est de faire en sorte que les robots fassent demi-tour et ainsi ils vont re-visiter les nœuds de la ligne  $\ell_{i+1}$  dans le sens inverse. Pour cela, les robots doivent échanger leur rôle. Cela est réalisé en exécutant les règles de la figure 2. La figure 3 illustre la séquence de configurations durant ce processus. Ainsi, les deux robots reviennent sur leurs pas et explorent de nouveau la ligne  $\ell_{i+1}$ .

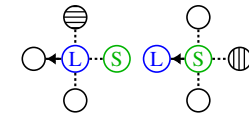


FIGURE 1: Aller tout droit.

Une fois en bout de ligne, le leader observe cette fois le robot sentinelle et peut déduire que la ligne courante a été complètement explorée et qu'il faut passer à la ligne suivante. Cette ligne est celle qui est adjacente à  $\ell_{i+1}$  qui ne contient pas le robot sentinelle : la ligne  $\ell_{i+2}$ . Le changement de ligne est réalisé en exécutant les règles de la figure 4. La figure 5 présente la séquence de configurations correspondante. On s'aperçoit qu'après le changement de ligne, la configuration atteinte est similaire à celle du début de

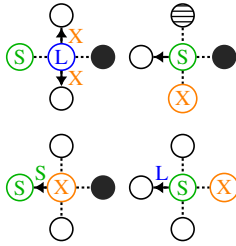


FIGURE 2: Demi-tour.

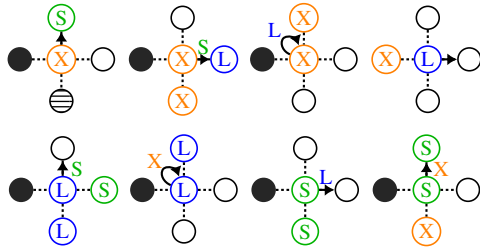


FIGURE 4: Changement de ligne.

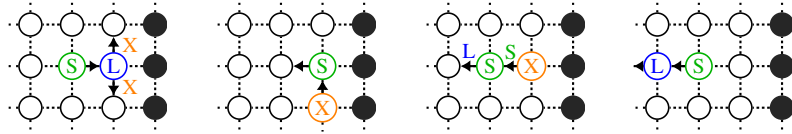


FIGURE 3: Séquence de configurations lors du demi-tour.

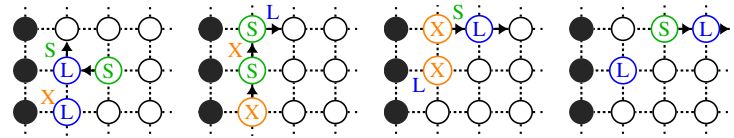


FIGURE 5: Séquence de configurations lors du changement de ligne.

l'exploration de la ligne  $\ell_{i+1}$ , les robots vont donc explorer  $\ell_{i+2}$  de la même manière.

La grille étant finie, les robots avancent et changent de ligne jusqu'à ce qu'ils atteignent la dernière ligne. Lorsque cela se produit, les robots changent la direction de l'exploration d'un angle de  $\frac{\pi}{2}$  dans le sens des aiguilles d'une montre directement (*i.e.*, sans visiter la dernière ligne) puis répètent le même procédé pour explorer les lignes de la grille par rapport à la nouvelle orientation : colonne par colonne. Le changement de direction se fait en exécutant les règles de la figure 6. La figure 7 illustre la séquence de configurations correspondante.

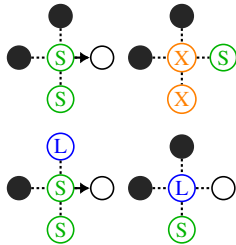


FIGURE 6: Changement de direction.

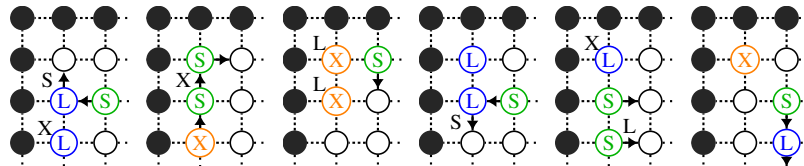


FIGURE 7: Séquence de configurations lors du changement de direction.

Concernant la phase d'initialisation, le but est d'atteindre n'importe quelle configuration de la phase d'exploration qui, elle, se répète à l'infini. Pour cela, les robots, initialement alignés avec pour couleurs  $L, L,$  et  $S$  se déplacent en ligne droite jusqu'à un mur. Dès que le robot  $L$  de tête est adjacent à un mur, il se déplace de telle sorte que la configuration soit la même que lorsque le groupe d'explorateurs termine la visite d'une ligne (première configuration de la séquence de la figure 5). La phase d'exploration commence alors et se répète à l'infini. La figure 8 présente les règles correspondant à la phase d'initialisation.

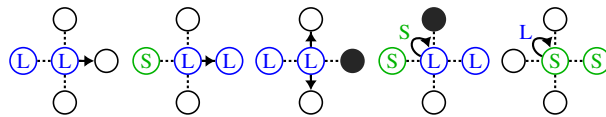


FIGURE 8: Règles exécutées lors de la phase d'initialisation.

## Références

- [1] Q. Bramas, P. Lafourcade, and S. Devismes. Optimal exclusive perpetual grid exploration by luminous myopic opaque robots with common chirality. In *ICDCN '21*, pages 76–85, 2021.
- [2] A. Rauch, Q. Bramas, S. Devismes, P. Lafourcade, and A. Lamani. Optimal exclusive perpetual grid exploration by luminous myopic robots without common chirality. In *NETYS 2021*, pages 95–110, 2021.