



HAL
open science

Articulations entre deux systèmes didactiques : une étude de cas autour de l'objet fraction

Frédéric Dupré

► **To cite this version:**

Frédéric Dupré. Articulations entre deux systèmes didactiques : une étude de cas autour de l'objet fraction. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2022, 42 (1), pp.103-148. hal-03656517

HAL Id: hal-03656517

<https://hal.science/hal-03656517v1>

Submitted on 3 May 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ARTICULATIONS ENTRE DEUX SYSTÈMES DIDACTIQUES : UNE ÉTUDE DE CAS AUTOUR DE L'OBJET FRACTION

Frédéric Dupré*

ARTICULATIONS BETWEEN TWO DIDACTIC SYSTEMS: A CASE STUDY AROUND THE FRACTION OBJECT

Abstract – In various French-speaking education systems (France, Switzerland, Quebec, for example), students who are declared to be in difficulty are required to attend help or support systems outside the classroom. This organization forces them to go back and forth between different didactic systems. This article examines the question of the articulation between two didactic systems. For this, we rely on a clinical approach that mobilizes concepts mainly derived from the anthropological theory of didactics, in particular different time frames produced by these systems (didactic time, praxeological time, time capital and the student's personal time). We propose to follow the study of the fraction object in a pupil recognized as institutionally disabled who receives lessons in mathematics in a sixth grade class, but also within the specialized group of the ULIS device. Through the study of three links between the main didactic system (the class) and the auxiliary didactic system (the specialized grouping) we identify favorable conditions and obstacles to the compatibility between two didactic systems.

Key words: main didactic system, auxiliary didactic system, didactic time, praxeological time, pupil's personal time, fraction, ULIS device

ARTICULACIONES ENTRE DOS SISTEMAS DIDÁCTICOS: UN ESTUDIO DE CASO ALREDEDOR DEL OBJETO DE FRACCIÓN

Resumen – En varios sistemas educativos francófonos (Francia, Suiza, Quebec, por ejemplo), los alumnos declarados en dificultades son obligados a asistir a programas de ayuda o apoyo fuera del aula. Esta organización les obliga a ir y venir entre diferentes sistemas didácticos. Este artículo examina la cuestión de la articulación entre dos sistemas didácticos. Para ello, nos apoyamos en un abordaje clínico que moviliza conceptos derivados principalmente de la teoría antropológica de la didáctica, en particular los diferentes marcos temporales producidos por estos sistemas (tiempo didáctico, tiempo praxeológico, capital de tiempo y tiempo personal del alumno). Proponemos seguir el estudio del objeto

* ADEF, Aix-Marseille Université, frederic.dupre@ac-nancy-metz.fr

fracción en un alumno reconocido institucionalmente como discapacitado que se beneficia de lecciones de matemáticas en una clase de sexto grado, pero también dentro del grupo especializado del dispositivo ULIS. Mediante el estudio de tres articulaciones entre el sistema didáctico principal (la clase) y el sistema didáctico auxiliar (la agrupación especializada) identificamos condiciones favorables y obstáculos para la compatibilidad entre dos sistemas didácticos.

Palabras-claves: sistema didáctico principal, sistema didáctico auxiliar, tiempo didáctico, tiempo praxeológico, tiempo personal del alumno, fracción, dispositivo ULIS

RESUME

Dans différents systèmes éducatifs francophones (France, Suisse, Québec par exemple), les élèves déclarés en difficulté sont amenés à fréquenter des dispositifs d'aide ou de soutien en dehors de la classe. Cette organisation les oblige à réaliser des allers-retours entre différents systèmes didactiques. Cet article s'intéresse à la question de l'articulation entre deux systèmes didactiques. Pour cela, nous nous appuyons sur une approche clinique qui mobilise des concepts principalement issus de la théorie anthropologique du didactique, en particulier différents cadres temporels produits par ces systèmes (temps didactique, temps praxéologique, capital temps et temps personnel de l'élève). Nous proposons de suivre l'étude de l'objet fraction chez une élève reconnue institutionnellement handicapée qui bénéficie d'enseignements en mathématiques au sein d'une classe de sixième, mais également au sein du regroupement spécialisé dans le cadre d'un dispositif ULIS. À travers l'étude de trois articulations entre le système didactique principal (la classe) et le système didactique auxiliaire (le regroupement spécialisé) nous dégagons des conditions favorables et des obstacles à la compatibilité entre deux systèmes didactiques.

Mots-Clés : système didactique principal, système didactique auxiliaire, temps didactique, temps praxéologique, temps personnel de l'élève, fraction, dispositif ULIS

INTRODUCTION

Dans différents systèmes éducatifs francophones (par exemple en France, en Suisse ou au Québec¹), les élèves déclarés en difficulté sont amenés à fréquenter des dispositifs d'aide ou de soutien en dehors de la classe. Cette organisation les oblige à réaliser des allers-retours entre différents systèmes didactiques. Plusieurs travaux qui se sont intéressés à ces questions ont pu mettre en évidence que ces élèves devaient se soumettre à des chronogenèses différentes et que le temps didactique au sein du dispositif d'aide était généralement en retard par rapport à celui de la classe ordinaire (Cherel & Giroux, 2002; Dupré, 2019a; Favre, 2003; Leutenegger, 2009; Tambone & Mercier, 2003).

Issu de notre travail de thèse (Dupré, 2019b), cet article se situe dans le prolongement des travaux de Francia Leutenegger qui estimait, il y a vingt ans déjà, que « la question de l'articulation fonctionnelle entre différents systèmes est un problème ardu en didactique des mathématiques » (Leutenegger, 2000, p. 216). Trois grandes parties vont le structurer. La première présente notre ancrage théorique qui nous a permis d'étudier les articulations entre un système didactique principal et un système didactique auxiliaire afin de dégager des conditions de compatibilité et des obstacles. Pour cela nous nous plaçons dans une approche clinique qui mobilise des concepts principalement issus de la théorie anthropologique du didactique, en particulier différents cadres temporels produits par ces systèmes. La seconde partie nous permettra de contextualiser notre terrain d'étude (au sein d'un dispositif ULIS² au collège) tout en précisant le dispositif méthodologique mis en œuvre. La troisième partie sera consacrée à une étude de cas menée lors d'une séquence d'enseignement

¹ Cette liste ne se veut pas exhaustive. Dans notre travail de thèse, nous avons réalisé une exploration des études qui s'intéressent aux dispositifs d'aide en dehors de la classe et la majorité des travaux consultés étaient menés dans les systèmes éducatifs de ces trois pays. Ce travail pourrait être complété en s'intéressant à d'autres pays francophones.

² Unité localisée pour l'inclusion scolaire. Le cadre réglementaire (circulaire n°2015-129) précise que les élèves handicapés qui en bénéficient vont avoir un emploi du temps partagé entre des temps en classe ordinaire et des temps en petit groupe au sein du regroupement spécialisé.

traitant des fractions en classe de 6^{ème}. Dans cette classe, une élève reconnue institutionnellement handicapée bénéficie également d'apprentissages en mathématiques avec l'enseignante coordonnatrice du dispositif ULIS. Nous suivrons ainsi l'étude de l'objet fraction par cette élève dans la classe de mathématique (système didactique principal) et dans le regroupement spécialisé qui, pour elle, occupe la fonction de système didactique auxiliaire.

ÉLÉMENTS THÉORIQUES ET PROBLÉMATIQUE

Système didactique principal, système didactique auxiliaire

Yves Chevallard définit l'objet qui intéresse le didacticien des mathématiques comme « le jeu qui se mène – tel qu'il peut l'observer puis le reconstruire, en nos classes concrètes – entre un *enseignant*, des *élèves*, et un *savoir mathématique* » (Chevallard, 1991, p. 14). Cette définition introduit le concept clé de système didactique à travers une relation ternaire qui sera notée $S(X; Y; Q)$ dans laquelle X est un collectif qui étudie un type de question Q . Y représente ce que l'auteur nomme un collectif de personnes (une personne au singulier sera notée y) qui peuvent intervenir dans le processus d'aide à l'étude (Chevallard, 1995). Il précise que « le système didactique n'existe qu'à être compatible avec son environnement » (Chevallard, 1991, p. 16) et définit l'environnement proche du système didactique comme le système d'enseignement. Ce dernier réunit « l'ensemble des systèmes didactiques, et présente, à côté de cela, un ensemble diversifié de dispositifs structurels qui permettent le fonctionnement didactique en y intervenant à divers niveaux » (Chevallard, 1991, p. 23). L'auteur précise également que l'espace de l'étude ne peut être réduit au système didactique principal, qui est bien souvent associé à la classe. Celui-ci suppose l'existence et le fonctionnement de systèmes auxiliaires qui peuvent être internes à l'établissement (des dispositifs d'aide par exemple) ou externes (l'aide aux devoirs en dehors de l'école par exemple). Ces systèmes auxiliaires ont pour fonction de venir en aide au système didactique principal (Chevallard, 2010).

Dans le cadre de notre étude nous nous limitons aux systèmes d'enseignement produits par le dispositif ULIS, c'est-à-dire que nous n'observerons que les systèmes didactiques internes³ à

³ Nous n'intégrons pas dans le système d'enseignement d'autres systèmes externes à l'établissement dont peuvent bénéficier les élèves handicapés

l'établissement qui sont produits⁴ par le dispositif (considéré en tant que dispositif structurel). Au regard des textes réglementaires, nous considérons que le système didactique principal est celui qui est pris en charge par l'enseignant de mathématiques au sein de la classe ordinaire. Ces notions nous permettent de modéliser notre terrain d'étude et la figure 1 représente un système d'enseignement correspondant à une situation de pratiques inclusives en mathématiques. Dans ce système d'enseignement, un élève handicapé (ERIH) bénéficiant du dispositif ULIS suivra des enseignements en mathématiques (système principal), mais également à d'autres moments au sein du regroupement spécialisé (système auxiliaire⁵).

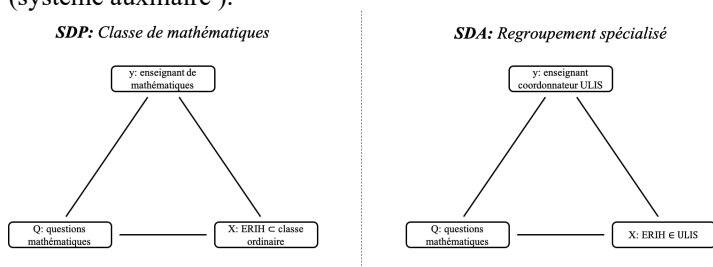


Figure 1. – Système d'enseignement lors de pratiques inclusives en mathématiques

Abord clinique du didactique

La notion d'abord clinique d'un objet d'étude est définie par Yves Chevallard afin de décrire le système d'interactions entre le chercheur et son terrain. Il s'agit pour lui d'envisager le positionnement du chercheur de façon pérenne et stabilisée avec son objet d'étude (Blanchard-Laville et al., 1996). Cette définition est plus large que l'acception usuelle dans le sens où la clinique ne se limite pas à un sujet humain.

qui sont accompagnés par le dispositif ULIS tels que des prises en charges éducatives ou rééducatives.

⁴ Pour notre étude, nous n'intégrons pas dans le système d'enseignement d'autres systèmes internes à l'établissement de droit commun tels que l'étude, les dispositifs d'aide aux devoirs ou encore l'aide personnalisée.

⁵ Le regroupement spécialisé occupe la fonction de système auxiliaire pour une matière donnée uniquement lorsque l'élève suit également des enseignements dans cette matière au sein de la classe ordinaire (nous parlons alors de pratiques inclusives). Lorsque, pour certains élèves, la matière est uniquement enseignée au sein du regroupement spécialisé, celui-ci occupe alors pour eux la fonction de système didactique principal.

Leutenegger développe cette approche d'un point de vue épistémologique, théorique et méthodologique en proposant une clinique des systèmes didactiques (Leutenegger, 2000, 2009). Celle-ci se donne pour objectif de traiter de phénomènes complexes, en particulier celui de la compatibilité entre différents systèmes didactiques ordinaires. Au moment d'esquisser les premières pierres de cette approche, l'auteure effectue un parallèle historique avec les travaux de Foucault au sujet de la construction d'une clinique médicale (Foucault, 2012) afin de montrer en quoi cela avait permis une rupture nosologique en modifiant le rapport entre l'observateur et les faits observés. Elle estime que la nécessité est la même en didactique lorsqu'il s'agit d'étudier des systèmes ordinaires afin de se prémunir de tomber dans l'empirisme ou le naturalisme face aux phénomènes observés.

Ces différents éléments nous permettent de préciser notre positionnement épistémologique. Dans les systèmes que nous avons observés au sein d'un dispositif ULIS collège, nous avons pu suivre plus particulièrement une élève de 6^{ème} reconnue handicapée. L'approche clinique des systèmes nous permet de nous prémunir d'une centration uniquement sur l'élève et le trouble déclaré pour élargir notre champ de vision afin de chercher à comprendre le fonctionnement du système de relation ternaire entre enseignant, élève et savoir. L'approche clinique participe également au contrôle de notre mise à distance vis-à-vis de notre objet d'étude. Ainsi, le positionnement qui est le nôtre nous amène à considérer les difficultés comme celles d'un système d'enseignement et non d'un sujet (élève ou enseignant) considéré de manière isolée. L'approche clinique s'appuie sur la comparaison « des systèmes entre eux pour comprendre, par contraste, comment se jouent les mécanismes liés à des contenus d'enseignement et d'apprentissage » (Leutenegger, 2000, p. 246). Pour cela, il est nécessaire de choisir différents indicateurs pertinents à même de rendre compte de la dynamique des différents systèmes en jeu.

Cadres temporels produits

Pour Chevallard et Mercier, la question du temps occupe une place fondamentale dans l'étude de tout système (Chevallard et Mercier, 1987). Pour ces auteurs, le temps didactique est produit par le système didactique. Depuis, la plupart des travaux en didactique des mathématiques se placent dans cette approche processuelle « où le temps est à la fois un produit des systèmes didactiques et un cadre pour l'action des acteurs » (Assude et al., 2016, p. 200).

Dans notre travail, nous évoluons à une échelle micro-didactique⁶ car nous sommes amenés à étudier un nombre limité de séances constituant une séquence d'enseignement. Dès les années 80, Chevallard et Mercier mettent en garde contre le fait de ne considérer qu'un cadre temporel unique :

On se condamnerait à ne rien comprendre aux effets d'un temps spécifique particulier si on ne l'envisageait aussi en son articulation avec les autres temporalités vécues par le sujet (Chevallard et Mercier, 1987, p. 9).

Dans cette perspective, nous proposons une modélisation du temps à l'échelle micro-didactique qui s'appuie sur quatre cadres temporels différents qui s'articulent les uns aux autres : le temps didactique, le temps praxéologique, le capital temps et le temps personnel de l'élève.

Le temps didactique

Le temps didactique correspond au découpage du savoir dans une durée et se mesure par l'avancement dans l'exposition aux savoirs. Son évolution s'observe à mesure que des objets nouveaux sont introduits par l'enseignant. Au fur et à mesure de son avancée, les objets introduits deviennent obsolètes. Pour continuer de faire progresser le temps didactique, l'enseignant doit alors introduire de nouveaux objets (Mercier, 2001). Ce renouvellement s'observe à travers la dialectique ancien/nouveau. Seul l'enseignant est capable de ce type d'anticipation, il est ainsi responsable de la chronogénèse du savoir (Chevallard, 1991). Son évolution s'observe au sein du système didactique en repérant les types de tâches (T) et les tâches (t) relatives aux objets introduits tout en les confrontant à la dialectique ancien/nouveau. À une échelle micro didactique, la caractérisation de cette dialectique pourra se faire au regard des programmes d'enseignement en vigueur (est-ce que le type de tâches appartient au programme de la classe observée, est-ce qu'il a déjà pu être rencontré par les élèves dans les classes inférieures), mais également à travers la programmation annuelle de l'enseignant (est-ce qu'il a déjà été rencontré dans un autre chapitre au cours de l'année scolaire). Il est donc possible d'observer une évolution du temps didactique lorsque des objets ou des types de tâches pouvant être identifiés comme nouveaux sont introduits dans le système didactique.

⁶ Chopin distingue le temps méso-didactique qui correspond à des observations sur un temps long (comme la période, le semestre, l'année) et le temps micro-didactique lorsque l'échelle temporelle est limitée à une séquence d'enseignement (Chopin, 2010, 2011).

Le temps praxéologique

À l'échelle micro-didactique, le temps didactique tel que nous venons de le définir peut ne pas évoluer s'il n'y a pas introduction d'objets ou de types de tâches identifiés comme nouveaux sur l'intervalle observé. Le temps praxéologique permet pour sa part de préciser l'analyse du temps d'enseignement et de la dialectique ancien/nouveau. Cette temporalité s'appuie sur la notion de praxéologie définie dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999) et désigne la manière dont l'enseignement est organisé temporellement en tant que système praxéologique (Assude et al., 2016). L'évolution dans l'une des composantes du quadruplet qui définit une praxéologie ponctuelle (tâche, technique, technologie, théorie) se traduit par une évolution du temps praxéologique. Lorsque le temps didactique avance, le temps praxéologique avance également, cependant, la réciproque n'est pas de mise. Nous pouvons citer à titre d'exemple le travail sur une nouvelle technique relative à une tâche ancienne : le temps praxéologique avance, mais le temps didactique n'évolue pas. Le temps praxéologique permet donc pour sa part d'accéder à un grain d'analyse plus fin lorsque nous travaillons à une échelle micro-didactique, en particulier lorsque le temps didactique n'évolue pas.

Le capital temps

Le capital temps correspond au temps d'horloge vécu comme un capital. Ce temps incompressible peut être considéré à différentes échelles (l'année, la période, la séquence, la séance). Chevallard et Mercier cherchent à rapprocher les notions de cadres temporels avec celle de contrat didactique. L'enseignant, par contrat avec l'institution, est tenu de réaliser le programme officiel dans un temps imparti. Ils précisent que si l'on s'intéresse à l'enseignant, « l'examen de ses possibilités d'action, des types de décisions auxquels il aura recours (notamment en leur incidence sur la qualité du temps didactique qu'il pourra produire) exigerait une étude séparée » (Chevallard et Mercier, 1987, p. 11). Plusieurs années plus tard, la notion de capital temps est introduite par Assude (2004) afin de rendre compte de ces décisions prises par l'enseignant et de leurs incidences d'un point de vue qualitatif sur les cadres temporels. Elle le définit de la façon suivante:

the "objective" time counted down by the clock and available for the classroom work: the year, the month, the day, the hour, and the minute. Such time cannot be compressed but represents a capital, i.e., the value attributed to each time interval depends on what can be done within it (Assude, 2004, p. 187).

Le capital temps correspond donc à la valeur attribuée au temps d'horloge disponible pour un intervalle donné. La gestion de ce

capital par l'enseignant l'amène à estimer le coût de chacune des activités par rapport au temps d'horloge disponible. L'enseignant, pour mener à bien son projet est amené à diviser le capital dont il dispose en différentes activités : « activités, synthèses, assessments » (Assude, 2004, p. 188).

Lorsqu'un système d'enseignement comporte un système didactique auxiliaire, le capital-temps alloué à ce dernier ne dépend pas uniquement des choix de l'enseignant ayant en charge ce système didactique. Dans notre étude, il dépend tout d'abord de contraintes institutionnelles propres au fonctionnement du dispositif ULIS comme les possibilités de compatibilité entre les emplois du temps (celui de l'élève et celui du coordonnateur) ou encore le respect de l'équilibre du volume horaire entre les différentes matières, car si ces volumes sont fixés réglementairement pour la classe ordinaire, ce n'est pas le cas pour le regroupement spécialisé. Il dépend également des choix du binôme enseignant de mathématiques/coordonnateur ULIS. Ces deux enseignants peuvent décider conjointement d'accorder du capital temps (ou non) au système auxiliaire pour travailler un objet mathématique considéré comme important à leurs yeux. Pour finir, l'enseignant coordonnateur en charge du système auxiliaire est amené à faire des choix concernant le temps qu'il décide d'allouer à différentes activités potentielles afin d'atteindre son objectif en fonction du capital temps dont il dispose. Pour résumer, nous pouvons dire que dans le cas de pratiques inclusives, le capital temps se négocie à deux niveaux : entre les deux systèmes en jeu puis au sein du système didactique. C'est les incidences de ces choix vis-à-vis de l'évolution des autres cadres temporels qui nous intéressent.

Le temps personnel de l'élève

Ce cadre temporel correspond à sa relation au savoir en tant qu'enseigné. Il n'est pas limité au système didactique (ce cadre temporel inclut par exemple le travail dans tout autre système, interne ou non à l'établissement), mais se construit en référence au temps didactique qui lui, est une temporalité institutionnelle. Pour Mercier, l'élève doit « négocier l'articulation de son temps personnel avec le temps officiel » (Mercier, 1992, p. 196). L'enseignant doit pour sa part s'assurer de la synchronisation des temps personnels des élèves par rapport à l'avancée du temps didactique à travers la progression qu'il instaure. Dans le cadre de pratiques inclusives, nous cherchons à observer en quoi l'appartenance à deux systèmes didactiques favorise ou non

l'articulation du temps personnel de l'élève avec les cadres temporels produits par le système didactique principal.

Articulations des cadres temporels

Les différents cadres temporels que nous venons de présenter traduisent le fait que tout système produit des temporalités qui lui sont propres. Pour Chevallard et Mercier, il s'agit d'observer ce qui se joue dans un système didactique avec les temps qu'il produit, mais il ne faut pas se limiter à cette analyse interne au système. Ils attirent l'attention sur l'importance de ne pas négliger le système didactique « dans un espace d'interaction sociale plus vaste, laquelle pose nécessairement le problème de la compatibilité et de l'articulation intertemporelles » (Chevallard et Mercier, 1987, p. 8).

Les articulations de ces cadres temporels peuvent, pour ces auteurs, s'envisager verticalement et horizontalement. Ils précisent que « la pluralité temporelle vécue est structurée, verticalement, selon une hiérarchie de niveaux temporels, dans laquelle un temps d'un niveau donné se déploie dans un cadre temporel de niveau supérieur, qui lui sert de référence immédiate et joue, en quelque sorte le rôle de *pacemaker* » (Chevallard et Mercier, 1987, p. 9). Les articulations verticales rendent compte des relations entre un temps dominant et un temps dominé. Pour illustrer cette hiérarchie, les auteurs donnent en exemple le temps de l'élève qui est soumis au temps didactique. Le temps didactique est lui-même soumis au temps scolaire. Ce dernier étant soumis au temps de la société. Cependant, chaque cadre temporel dispose quand même d'une marge de liberté qui lui est propre.

Les articulations horizontales permettent de rendre compte des liens qui existent entre des systèmes didactiques différents. Pour Chevallard et Mercier, ces articulations posent un problème différent.

D'une part, les didacticiens ont été jusqu'ici, semble-t-il, peu sensibles à cet aspect du vécu de l'élève. D'autre part, il s'agit, d'une manière générale d'un problème difficile, et qui se complique encore dans le cas qui nous occupe : pour l'élève, si le temps de travail à l'école est, en principe, bien déterminé, comment se définissent les relations entre ce temps et le temps hors de l'école ? Entre ce temps et le temps à la maison ? Entre travail et loisir ? Ces questions se révèlent d'une particulière pertinence quand on en vient à s'interroger sur le rendement de l'institution scolaire (Chevallard et Mercier, 1987, p. 11).

Ces auteurs donnent pour exemple les articulations entre le temps scolaire et le temps en dehors de l'école. En ce qui nous concerne,

nous nous intéressons à un autre type d'articulations horizontales : celles qui rendent compte des liens entre la classe de mathématiques (système didactique principal) et le regroupement spécialisé (système didactique auxiliaire)⁷. Nous observons ces articulations afin de comprendre les effets qu'elles peuvent avoir sur la synchronisation du temps personnel de l'élève avec les cadres temporels produits dans le système didactique principal afin de faciliter l'accessibilité didactique. L'hypothèse que nous faisons est que l'articulation entre les cadres temporels produits par le système didactique principal et le système didactique auxiliaire pourra être un élément facilitant les pratiques inclusives au sein des dispositifs ULIS. Ces réflexions nous permettent de compléter notre schéma initial du système d'enseignement en jeu dans le cadre de pratiques inclusives en y faisant figurer sur la figure 2 les articulations, horizontales et verticales, entre les différents cadres temporels produits.

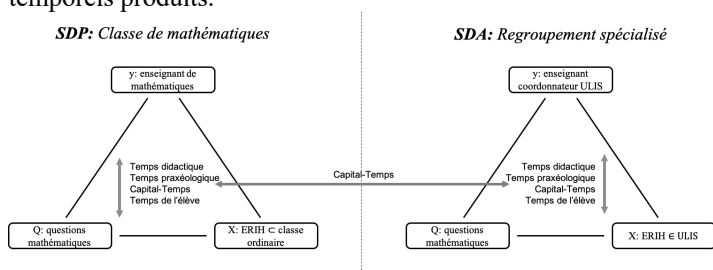


Figure 2. – Articulations horizontales et verticales

Problématique

Le système d'enseignement représenté dans la figure 2 correspond à celui qui nous allons étudier dans cet article. Il nous permet d'illustrer le fait qu'une partie des élèves du dispositif ULIS bénéficient d'un enseignement en mathématiques dans deux lieux différents, la classe et le regroupement spécialisé. Ces enseignements se déroulent à des moments différents. Nous précisons que le pôle X au sein du système didactique auxiliaire est

⁷ Dans notre corpus, d'autres articulations horizontales existent au sein même de la classe en particulier lorsque deux systèmes didactiques cohabitent en même temps. Cela peut être le cas par exemple lors d'une séance de coenseignement ou encore lorsque qu'un accompagnant d'élève en situation de handicap (AESH) est présent pour accompagner un élève au sein de la classe. Nous pourrions les évoquer mais nous ne les étudierons pas spécifiquement dans le cadre de cet article.

composé d'un ensemble hétérogène d'élèves handicapés bénéficiant du dispositif ULIS qui peuvent appartenir à des classes de références différentes⁸. Ainsi, l'ensemble du pôle X du regroupement spécialisé ne fréquente pas forcément la classe de mathématiques (pour ces élèves, le regroupement spécialisé est alors le système didactique principal pour l'enseignement des mathématiques).

Plusieurs questions émergent de cette modélisation : 1) quels sont les objets mathématiques présents dans le système principal et dans le système auxiliaire ? 2) comment se déplacent ces objets d'un système à l'autre ? 3) le système auxiliaire permet-il de faciliter la synchronisation du temps personnel des élèves handicapés avec les cadres temporels produits par le système principal ? Ces questions nous amènent à formuler notre problématique de la façon suivante : *en quoi les articulations horizontales entre les temporalités produites par les systèmes didactiques en jeu au sein d'un dispositif ULIS au collège permettent-elles de faciliter l'accès aux savoirs au sein de la classe ordinaire pour les élèves handicapés bénéficiant de ce dispositif ?* Cette problématique nous permettra de proposer des résultats spécifiques en ce qui concerne les pratiques inclusives en ULIS collège, mais également des résultats plus génériques relatifs aux conditions favorisant l'articulation entre deux systèmes didactiques.

CONTEXTE ET DESCRIPTION DU DISPOSITIF DE RECHERCHE

Contexte de la recherche

Dans le cadre de notre travail de thèse, nous avons travaillé avec quatre binômes (enseignant de mathématiques / enseignant coordonnateur ULIS⁹) dans quatre collèges différents du département des Vosges. Les dispositifs ULIS permettent à des élèves reconnus institutionnellement handicapés de bénéficier d'une scolarité en milieu ordinaire qui se traduit par un emploi du

⁸ Il peut ainsi regrouper des élèves issus des classes de 6^{ème}, 5^{ème}, 4^{ème} et 3^{ème}. La composition du groupe au sein du regroupement spécialisé est également variable en fonction des heures de cours.

⁹ L'enseignant coordonnateur est dans ces quatre études un enseignant du premier degré.

temps qui alterne entre la classe ordinaire et le regroupement spécialisé. Dans cet article, nous nous intéressons plus spécifiquement aux données récoltées dans le collège n°3 au sein d'une classe de sixième dans laquelle une élève handicapée, Caroline, bénéficie du dispositif ULIS.

La composante « enseignant »

Dans ce collège, l'enseignante de mathématiques est expérimentée (vingt ans d'enseignement) et a déjà travaillé avec des élèves du dispositif ULIS. L'enseignante coordonnatrice est pour sa part une jeune enseignante (troisième année d'enseignement) du premier degré, elle n'est pas encore spécialisée. Ces statuts différents au sein du binôme enseignant impliquent un rapport au savoir mathématique différent lié à leur formation initiale et à leur expérience respective.

La composante « élève »

Comme nous l'avons précisé précédemment, notre posture épistémologique consiste à ne pas nous centrer sur le trouble de l'élève, nous pouvons simplement préciser que Caroline bénéficie du dispositif ULIS car elle est reconnue handicapée. Les inclusions en mathématiques pour cette élève ont débuté en cours d'année à la demande de sa famille et de l'enseignante coordonnatrice qui pensait qu'elle « pouvait suivre » ces enseignements en classe ordinaire. L'enseignante de mathématiques précise qu'« elle est arrivée en janvier après les vacances de Noël ». Depuis cette date, elle suit donc les enseignements en mathématiques au sein de la classe ordinaire à hauteur de quatre heures trente par semaine¹⁰. Lors des temps en classe de mathématiques, elle bénéficie de l'accompagnement par l'AESH_{co}¹¹ une heure par semaine, dans notre corpus il s'agit de la séance 1 et de la séance 5. Caroline bénéficie également dans son emploi du temps de quatre heures trente au sein du regroupement spécialisé dont deux heures qui peuvent être consacrées aux mathématiques (sur son emploi du temps, il est noté : « ULIS maths ou français »). Les heures de mathématiques au sein du regroupement spécialisé sont envisagées

¹⁰ Cela correspond au volume horaire réglementaire prévu par les programmes de sixième.

¹¹ Les dispositifs ULIS bénéficient d'un accompagnant d'élève en situation de handicap dit « collectif » (AESH_{co}). P_{ULIS} organise son emploi du temps afin d'accompagner différents élèves du dispositif au sein des classes. L'AESH_{co} peut à certains moments être également présente au sein du regroupement spécialisé mais cela ne s'est pas produit lors de cette séquence.

par l'enseignante coordonnatrice afin de soutenir les apprentissages menés au sein de la classe ordinaire. Dans l'étude de cas qui nous intéresse, Caroline bénéficiera de trois heures au sein du regroupement spécialisé autour de l'objet fraction.

La composante « questions mathématiques »

L'objet mathématique qui est au cœur de cette séquence d'enseignement est la notion de fraction. Dans le cadre de sa thèse, Houle en s'appuyant sur les travaux de Kieren rappelle cinq interprétations de la notion de fraction (partie/tout, mesure, rapport, quotient et opérateur) et indique que l'interprétation partie/tout est la première à être construite par les élèves et que les autres interprétations arriveront plus tard afin d'enrichir le concept de nombre rationnel (Houle, 2016). En France, différents auteurs mettent en évidence le fait que cet objet est lié à plusieurs transitions : transition école élémentaire/collège ; transition entre la fraction partage et la fraction quotient (Chambris et al., 2017; Coulange & Train, 2018). Pour ces auteurs, si les programmes sont clairs et introduisent la fraction partage à partir du CM1 et la fraction quotient en 6^{ème}, la liaison entre ces deux interprétations n'est pas opérationnalisée dans les instructions officielles. Un autre aspect de cet objet qu'il nous semble important de prendre en compte réside dans ses différentes représentations possibles. Certains auteurs distinguent les situations physico-empiriques (représentées par des objets ou des situations issues de la vie courante) et les registres sémiotiques pour exprimer un nombre (écriture fractionnaire, demi-droite graduée). Ils estiment que ce sont les articulations au sein et entre ces représentations qui vont permettre d'accéder à la conceptualisation (Adjage & Pluinage, 2007). D'autres auteurs s'appuient sur les registres de représentation sémiotiques des nombres décimaux (symboliques, discursifs, matériels ou iconiques) et indiquent que les représentations iconiques sont propices à la représentation de la fraction partage et à la mise en évidence de l'égalité entre deux fractions (Coulange & Train, 2018). Il est important de rappeler que les élèves ont déjà pu rencontrer les fractions dans des situations de la vie quotidienne avant de débiter l'étude de cet objet dans le cadre scolaire. Cependant, ces connaissances sociales peuvent à la fois constituer un point d'appui, mais également constituer des obstacles, par exemple lorsque les élèves n'éprouvent pas le besoin de plier une bande unité pour mesurer un segment mesurant la moitié ou le quart de cette unité (Coulange & Train, 2018).

Ces différents travaux nous permettent de prendre conscience que l'objet fraction qui est au cœur de notre étude relative à l'articulation entre deux systèmes didactiques est lui-même un objet de transition à différents niveaux. Ces différents enjeux transitionnels évoqués pourront nous guider afin d'interpréter les phénomènes observés lors de nos analyses.

Description du dispositif phénoméno-praxéologique

Le dispositif de recueil de données mis en œuvre a été conçu afin de produire des observables en s'appuyant principalement sur des captations vidéo¹². L'échelle temporelle choisie afin d'observer plusieurs articulations est celle de la séquence d'enseignement, sa durée dépend directement des choix de l'enseignant du système principal¹³. Pendant l'ensemble du chapitre, toutes les séances seront filmées dans la classe de mathématiques et dans le regroupement spécialisé. Chaque séance est entourée par un entretien *ante* et *post*. Les évaluations finales de l'ensemble de la classe sont recueillies à la fin du chapitre. À l'issue de ces captations, une analyse simple¹⁴ et une analyse croisée¹⁵ seront réalisées avec l'enseignante de mathématiques et l'enseignante coordonnatrice du dispositif ULIS. Un enregistreur est également laissé à disposition de ce binôme enseignant afin de pouvoir garder

¹² Pour une présentation détaillée de la genèse du dispositif se référer à (Dupré, 2019c).

¹³ Lors de la présentation de notre dispositif, nous lui indiquons vouloir suivre l'ensemble des séances correspondant à un chapitre de son choix. La durée du recueil de données dépend donc directement du nombre de séances prévues par l'enseignant de mathématiques pour traiter le chapitre choisi.

¹⁴ L'analyse simple se déroule en présence de l'enseignant et du chercheur. L'enseignant après avoir visionné les films de ses séances, va choisir trois extraits qu'il trouve remarquables (dans le sens qu'il le remarque dans sa pratique) pour les montrer au chercheur. Le chercheur adopte une position d'écoute non directive. Ce qui intéresse le chercheur est de recueillir le discours de l'enseignant sur sa pratique.

¹⁵ L'analyse croisée se déroule en présence du binôme enseignant et du chercheur. Elle se distingue de l'analyse simple par le fait que chaque enseignant choisit trois extraits remarquables dans les séances de son collège. Là encore le chercheur adopte une position non directive. L'analyse croisée permet aussi de recueillir les discours des enseignants relatifs à leurs pratiques mais également de créer un espace d'échange au sein du binôme enseignant.

une trace de leurs rencontres et échanges pendant toute la durée du chapitre. La figure 3 rend compte de la chronologie du recueil de données dans ce collège.

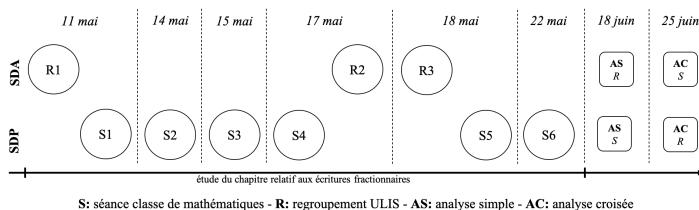


Figure 3. – Dispositif de recherche

Le dispositif vidéo est composé de quatre caméras (vue globale de la classe, vue tableau, vue enseignante et vue sur le travail réalisé par l'élève handicapé) et d'enregistreurs audio équipés d'un micro-cravate qui sont répartis dans la classe (dont un pour l'enseignant et un pour l'élève handicapé). Ce dispositif nous permet de saisir les interactions entre les différents pôles du système didactique, un montage est réalisé afin de présenter sur un même écran les vues des quatre caméras synchronisées (montage en « mosaïque », annexe 1). Les matériaux sont ensuite intégralement transcrits dans un tableau synoptique (annexe 2) dans lequel nous relevons les discours publics, mais également les discours secondaires (en aparté) de l'enseignante et de Caroline ainsi que leurs actions. L'évolution du savoir en jeu est également reproduite dans ce tableau. Ce travail préalable à l'analyse participe à la mise à distance vis-à-vis de notre objet d'étude en nous permettant de travailler non pas sur les événements, mais sur des traces de ces derniers. Ces traces ainsi organisées nous permettent d'avoir une lecture horizontale des événements qui se déroulent en synchronie. Verticalement il est possible d'observer une reconstitution chronologique des faits qui se sont déroulés dans chacun des pôles du système didactique.

Méthodologie d'analyse

Dans un premier temps, nous cherchons à analyser chaque séance de façon individuelle. Le synopsis permet de repérer les différentes phases et sous-phases¹⁶. Une fois ce premier découpage réalisé, un repérage des tâches, types de tâches et des praxéologies ponctuelles

¹⁶ Une sous-phase correspond à des changements dans les modalités de travail (oral collectif, recherche individuelle, travail en groupe...) au sein d'une phase.

est réalisé à l'intérieur de chaque sous-phase (ce repérage nous permettra de saisir des éléments relatifs au temps didactique et au temps praxéologique). Le capital-temps est considéré à l'échelle des différentes sous-phases, la mise en rapport avec la durée totale de la séance permet d'orienter notre attention afin de repérer des gestes ou des événements qui permettent de gagner du capital temps ou au contraire de l'étirer. Le dernier temps de l'analyse concerne le temps personnel des élèves qui est regardé à travers leur engagement dans les types de tâches proposés. Cet engagement s'observe à l'aide de différents indicateurs : l'entrée dans la tâche, la participation orale, les discours produits et les techniques utilisées. Une fois ces quatre étapes réalisées, des hypothèses peuvent apparaître, des incertitudes peuvent subsister. Nous confrontons alors nos questionnements aux discours recueillis dans les différents entretiens.

Dans un second temps, nous focalisons notre attention sur des moments sensibles, c'est-à-dire sur les articulations horizontales entre le système principal et le système auxiliaire lors de séances successives (analyse de proche en proche). C'est cette partie de l'analyse que nous présentons dans la suite de cet article.

ARTICULATIONS ENTRE SYSTEME PRINCIPAL ET SYSTEME AUXILIAIRE : ÉTUDE DE L'OBJET FRACTION

Dès le premier entretien *ante*, l'enseignante de mathématiques présente les objectifs qui l'accompagneront pendant toute la durée de cette séquence : « *au niveau des objectifs ça sera de premièrement déterminer bah qu'ils voient déjà qu'une fraction c'est un nombre donc vraiment définir la fraction comme un nombre et ensuite au niveau de la définition qu'ils comprennent que ce nombre c'est juste un quotient en fait la fraction c'est juste l'écriture d'un nombre sous la forme d'un quotient* ». Elle précise également que l'objet fraction a déjà été rencontré par les élèves, que ce soit à l'école primaire (représentation géométrique partie/tout) ou plus tôt dans l'année de sixième (lors d'un chapitre sur les nombres décimaux à travers les fractions décimales).

Le repérage des différentes tâches rencontrées dans les neuf séances de notre corpus nous amène à les organiser en douze types de tâches différents. Le tableau 1 propose une vision synoptique

des occurrences par types de tâches pour chacune des séances¹⁷, nous nommons S les séances en classe de mathématiques et R les séances au sein du regroupement spécialisé.

	R1	S1	S2	S3	S4	R2	R3	S5	S6	Total SDA	Total SDP	Total
T_1 réaliser un partage équitable	3	0	0	0	0	1	0	0	0	4	0	4
T_2 changer de registre pour nommer une fraction	2	0	0	3	3	8	4	2	3	14	11	25
T_3 calculer un quotient	0	1	0	0	0	0	0	0	2	0	3	3
T_4 construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite	0	1	7	0	0	0	0	0	0	0	8	8
T_5 compléter une égalité	0	3	0	0	0	0	2	1	5	2	8	10
T_6 réaliser un calcul de proportionnalité	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2	2
T_7 déterminer une valeur approchée	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	3	3
T_8 utiliser le vocabulaire	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
T_9 repérer un nombre sur une demi-droite graduée	0	0	0	0	1	3	0	5	10	3	16	19
T_{10} Calculer le double la moitié le tiers le triple le quart d'un nombre	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	5	5
T_{11} Résoudre un problème à l'aide des fractions	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
T_{12} Reconstituer un disque à l'aide de secteurs circulaires	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	0	2
Total par séance	5	5	7	5	6	13	7	10	26	25	58	84

Tableau 1. – Répartition des tâches rencontrées

Cette vision globale nous permet d'observer tout d'abord deux types de tâches majoritaires : T_2 (changer de registre pour nommer une fraction) et T_9 (repérer un nombre sur une demi-droite graduée). Lorsque nous effectuons une comparaison entre les systèmes didactiques, on observe que sur les dix types de tâches

¹⁷ La séance de mathématiques S2 a un statut particulier dans cette séquence. Une partie de la classe est absente (sortie scolaire), l'enseignante de mathématiques fait le choix d'abandonner provisoirement le chapitre sur les fractions pour revenir sur celui travaillé juste avant qui traitait de la symétrie axiale. Nous l'avons conservé dans notre corpus car nous ne savions pas par avance si l'objet fraction apparaîtrait ou non dans cette séance menée avec un groupe restreint d'élèves.

rencontrés dans le système principal seulement trois sont partagés par le système auxiliaire : T_2 , T_9 et T_5 . Inversement, le système auxiliaire produit également deux types de tâches, T_1 et T_{12} , qui n'apparaissent pas dans le système principal. Ce que nous relevons ici c'est qu'une majorité des tâches rencontrées dans le système auxiliaire appartiennent à des types de tâches identifiés dans le système principal, mais que ces tâches ne couvrent pas la palette de l'ensemble des types de tâches produits par le système principal.

Nous allons maintenant chercher à observer ces tâches partagées, à un grain plus fin, en observant certaines articulations. Le choix que nous faisons dans cet article est de nous intéresser aux sections inter-séances de deux séances (Leutenegger, 2000) lorsque celles-ci sont menées dans des lieux différents. Il s'agit donc d'une analyse de proche en proche. La figure 4 illustre les trois articulations que nous allons étudier dans la partie suivante : (R1 ; S1), (S4 ; R2) et (R3 ; S5).

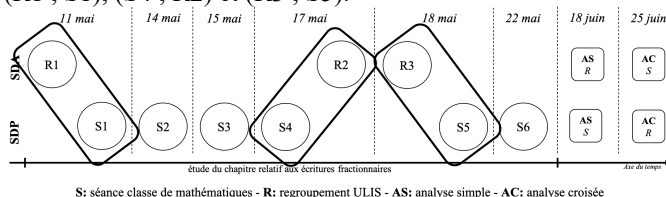


Figure 4. – Sections inter séances considérées

Pour chacune de ces articulations, nous utilisons tout d'abord les entretiens *ante* et *post* afin de chercher des traces relatives à l'articulation entre les deux systèmes didactiques dans les discours des enseignants. Dans un second temps nous cherchons à confronter l'évolution du temps didactique et du temps praxéologique dans les deux systèmes didactiques. Pour terminer l'analyse d'une articulation inter-séances, nous nous intéressons à la manière dont l'élève synchronise son temps personnel avec les cadres temporels produits par les systèmes didactiques.

Articulations entre le premier regroupement (R1) et la première séance (S1) : un éloignement du temps didactique

Le premier regroupement spécialisé se déroule en amont de la première séance en classe de mathématiques marquant le début de la séquence consacrée aux fractions, les deux séances ont lieu le même jour. Au sein du regroupement spécialisé, cinq élèves sont présents dont Caroline. L'enseignante coordonnatrice déclare qu'elle a conçu cette séance pour l'ensemble des élèves pour « *comprendre ce qu'est une fraction et savoir lire des fractions* », elle proposera essentiellement aux élèves de partager équitablement des disques qui représentent des pizzas et d'associer

une écriture fractionnaire aux parts ainsi obtenues. Cette première séance au sein du regroupement spécialisé est à la fois un système didactique auxiliaire du point de vue de Caroline (dans le but de préparer le travail qui va débiter en classe de mathématiques), mais également un système didactique principal pour les quatre autres élèves pour qui les enseignements de mathématiques se déroulent uniquement au sein du regroupement spécialisé. Suite à ce premier regroupement, Caroline se rendra en classe de mathématiques. Lors de cette première séance, elle est accompagnée par l'AESHco. L'enseignante de mathématiques a pour projet d'amener les élèves à prendre conscience « *qu'une fraction est un nombre* ».

Un échange préalable entre les acteurs enseignants

Dans les entretiens *ante* et *post* de ces deux séances, nous pouvons relever des discours relatifs à l'articulation entre les deux systèmes didactiques du côté de l'enseignante coordonnatrice. Sa collègue de mathématiques¹⁸ n'évoque pas pour sa part le lien avec le regroupement spécialisé. Nous retenons dans les propos de P_{Ulis} plusieurs aspects. Tout d'abord, elle conçoit le premier regroupement en tenant compte de la première séance en classe de mathématiques : « *je le fais par rapport à ce qu'on avait vu avec [P_{Math}] elle fait une première séance [...] j'ai l'impression assez courte où elle donne elle fait une introduction des écritures fractionnaires et après elle fait un petit cours sur la notion de fraction* ». Elle évoque également une commande implicite de la part de P_{Math} : « *elle m'a juste dit ce qu'ils allaient faire et on a regardé un peu sur des exemples d'exercices elle m'a montré ce qu'elle attendait par exemple sur des schémas avec des camemberts comme ça / elle me dit voilà bah justement de la lecture de fractions comprendre que tu prends tant de parts sur un nombre de parts total* ». P_{Ulis} dispose également de documents qu'elle nous présente et transmet :

- La trame des trois premières séances de la classe de mathématiques
- La trame du cours de la classe de mathématiques avec les exercices du livre qui seront donnés aux élèves
- La trace écrite de la leçon de la classe de mathématiques

¹⁸ Dans la suite de notre texte nous utiliserons l'abréviation P_{Math} pour désigner l'enseignante de mathématiques et P_{Ulis} pour l'enseignante coordonnatrice du dispositif ULIS.

- Différents exercices, dont ceux qui seront rencontrés par les élèves en classe de mathématiques

Le premier document correspond à ses notes personnelles prises au moment de l'échange avec sa collègue. Les trois suivants sont des documents transmis par P_{Math} .

Ces différentes traces récoltées témoignent d'un temps d'échange avant le début du chapitre qui a porté sur la présentation de ce qui sera fait dans la classe de mathématiques. La fonction d'aide en amont du regroupement spécialisé en tant que système auxiliaire n'apparaît pas dans les traces des échanges dont nous disposons. Avant de construire la première séance dans le regroupement, P_{Ulis} dispose d'une connaissance complète des objets mathématiques qui seront introduits par sa collègue en classe de mathématiques. À ce stade de l'analyse, nous pouvons nous demander si cette connaissance en amont sera suffisante pour faciliter l'articulation du système didactique auxiliaire.

Un éloignement des temps didactiques

Le tableau 1 nous permet de montrer qu'il n'existe pas de type de tâches partagé entre le premier regroupement et la première séance en classe de mathématiques.

Au sein du système auxiliaire, deux types de tâches apparaissent. Le premier amène les élèves à réaliser un partage équitable d'un disque en papier (T_1) représentant une pizza. Il s'agit de le partager soit en deux, en quatre ou en huit. Pour cela deux techniques sont mobilisées. Le pliage est utilisé par la majorité des élèves, cette technique faible¹⁹ est rendue visible par P_{Ulis} dans un second temps de la séance. De son côté, Caroline utilise une autre technique en traçant deux diamètres perpendiculaires pour le partage en quatre du disque. Cette technique ne sera pas reprise par l'enseignante et restera muette. Le second type de tâches amène les élèves à changer de registre sémiotique pour nommer une fraction (T_2). À partir d'une représentation géométrique circulaire, ils doivent proposer une écriture fractionnaire. Trois tâches seront

¹⁹ Assude et Mercier distinguent trois types de techniques (Assude et Mercier, 2007). Les techniques invisibles permettent de produire un résultat mais ne sont pas explicitées. Dans un autre article, ces auteurs parlent également de techniques muettes (Assude et al., 2007). Les techniques faibles permettent de produire un résultat et sont explicitées. Les techniques fortes produisent le résultat attendu, elles sont à la fois explicitées mais aussi justifiées par une technologie ou une théorie.

proposées, l'enseignante projette la représentation circulaire et les élèves doivent indiquer sur l'ardoise l'écriture fractionnaire qui correspond. Les fractions rencontrées sont $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{11}$. La figure 5 illustre la proximité entre les tâches proposées dans le système auxiliaire et un document transmis par P_{Math} à sa collègue lors du temps d'échange préalable. Les trois tâches proposées restent cependant simples dans le sens où elles peuvent être traitées par une technique de dénombrement (nombre de parts total pour le dénominateur, nombre de parts coloriées pour le numérateur). Le document transmis par P_{Math} ne sera pas utilisé par P_{Utilis}. Il comportait des tâches plus complexes lorsque le découpage de l'unité est dévolu aux élèves ou encore lorsque la représentation géométrique peut être associée à des écritures fractionnaires différentes représentant le même nombre, par exemple lorsque deux carrés sur quatre sont coloriés.

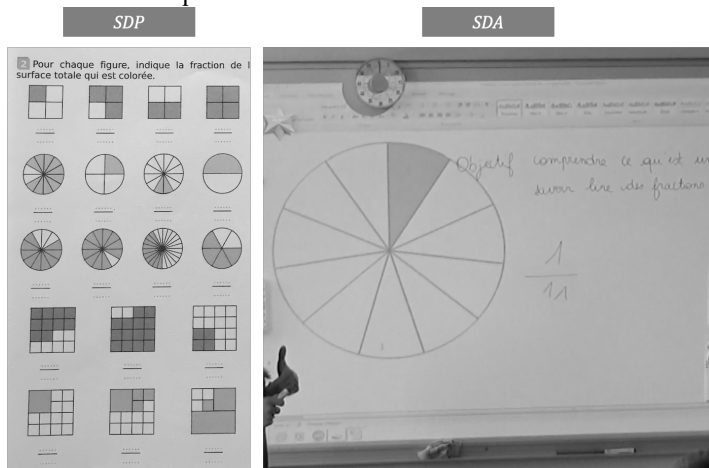


Figure 5. – T₂, changer de registre pour nommer une fraction

Les différentes tâches proposées dans le système auxiliaire ne posent pas de difficultés pour Caroline qui les réalise rapidement avec succès.

Au sein du système principal, l'introduction de l'objet fraction passe par une situation de recherche. L'enseignante propose aux élèves trois égalités numériques à compléter, la figure 6 reproduit l'affichage du tableau. Les élèves vont facilement trouver à compléter les deux premières (nombre entier pour la première, nombre décimal pour la seconde). La troisième égalité devra être traitée à l'oral collectivement pour mettre en évidence que seule une écriture fractionnaire permet d'y répondre. Ici, l'enseignante

s'appuie sur la fraction quotient pour introduire cet objet au sein du système didactique principal.

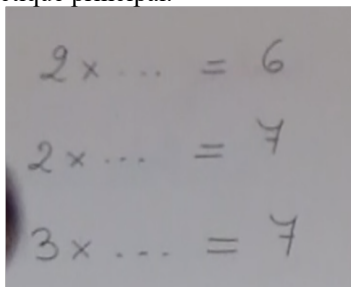


Figure 6. – T_3 , compléter une égalité

Caroline réussira rapidement à compléter la première égalité. Elle ne proposera pas de réponse spontanément pour $2 \times \dots = 7$. Nous relevons dans les discours secondaires les propos suivants de la part de l'AESH_{co} : « *qu'est-ce qui peut faire sept dans toute ta table de Pythagore* ». En l'invitant à orienter sa recherche sur un support d'aide qui ne comporte que des nombres entiers, nous pouvons penser que cette action de l'AESH_{co} empêche l'articulation verticale du temps personnel de Caroline avec la tâche proposée dans le système principal. Le temps passé en vain à rechercher une réponse pour cette seconde égalité sur un support d'aide inadéquat ne permettra pas à Caroline de se pencher sur la troisième égalité qui permettait l'introduction de l'objet fraction.

Du point de vue du temps didactique, lorsque nous considérons la dialectique ancien/nouveau nous pouvons observer que les tâches du premier regroupement correspondent à des attentes du programme de début cycle 3, une première rencontre avec des fractions simples à travers la fraction partage. Les tâches qui apparaissent dans la première séance en classe de mathématiques correspondent à des attentes de fin de cycle 3, avec en particulier la notion de fraction pour représenter un quotient. Entre ces deux premières séances, nous observons des temps didactiques éloignés entre le système auxiliaire et le système principal : nous n'observons pas de continuité entre ceux-ci. Cet éloignement entraîne également des praxéologies différentes entre les deux systèmes didactiques. Ces résultats ne sont pas surprenants lorsque l'on considère la formation initiale différente des deux enseignantes ainsi que la particularité de l'objet fraction qui est lui-même un objet de transition entre l'école et le collège (Chambris et al., 2017; Coulange & Train, 2018).

Articulation horizontale du temps personnel de Caroline

L'analyse de la transcription du premier regroupement met en évidence l'absence d'évocation du système principal : P_{Ulis} ne verbalise pas explicitement à Caroline que les tâches qu'elle vient de réaliser dans le système auxiliaire concernent un objet qui va être partagé avec ce que Caroline rencontrera au sein de la classe de mathématiques. Les tâches proposées dans les deux systèmes didactiques amènent cependant les élèves à utiliser une désignation orale et symbolique afin de nommer une fraction représentée sous la forme $\frac{a}{b}$. Malgré des temps didactiques et praxéologiques séparés, ce travail autour de la désignation orale constitue peut-être un élément permettant à Caroline d'articuler son temps personnel avec les objets qu'elle rencontre dans les deux systèmes didactiques. La verbalisation de ce lien n'apparaît pas spontanément dans les discours de Caroline dans le système principal, mais il est médiatisé par l'intermédiaire de l'AESH_{co} lors de la première séance en classe de mathématiques. Le tableau 2 rend compte de cet échange secondaire entre Caroline et l'AESH_{co} qui se déroule simultanément à l'échange collectif mené par P_{Math} avec la classe.

Tdp	Acteur	Discours principal	Acteur	Discours secondaire
405	P _{Math}	Ça s'écrit sous la forme d'une		
406			AESH _{co}	Tu te rappelles plus Caroline / tu ne l'as pas vu avec [P _{Ulis}]
407	Élève 22	Une fraction	Caroline	Hein
408	P _{Math}	D'une fraction donc ici on va écrire tu peux me la lire cette fraction / chut	AESH _{co}	Tu ne l'as pas vu avec [P _{Ulis}]
409			Caroline	Ah bah si
410	Élève 21	Sept	AESH _{co}	Ah bah alors tu vois tu l'as cette façon-là
411			Caroline	Parce que je l'ai appris aujourd'hui
412			AESH _{co}	Cette façon-là ça c'est une division ça c'est une division ça on peut ça fait partie aussi de la division
413	P _{Math}	Oui sept		
414	Élève 21	Sept tiers		

Tableau 2. – Transcription de l'intervention de l'AESH_{co}

Cet extrait nous montre que l'AESH_{co}, bien qu'absente dans le premier regroupement spécialisé a connaissance de ce qui s'y est déroulé et qu'elle permet en fin de cette première séance à Caroline de faire le lien entre ces deux séances en s'appuyant sur la désignation écrite et orale de l'écriture fractionnaire.

Fraction partage et fraction quotient

Les discours de P_{Ulis} mettent en évidence sa connaissance du travail qui sera mené dans le système principal et sa volonté de construire une séance dans le premier regroupement qui pourra faciliter

l'étude de Caroline en classe de mathématiques. L'entretien *post* témoigne également de cette volonté lorsqu'elle se questionne afin de savoir si ce qu'elle vient de proposer facilitera le travail de l'élève dans le système principal : « *c'est toujours le problème de se dire qu'est-ce que je lui apporte je pense que Caroline du coup ça a remis un peu les choses ça a repris un peu ce qu'elle avait fait en CM1 CM2 est ce que ça va lui servir pour tout à l'heure surement parce qu'ils vont parler de numérateur dénominateur enfin donner la définition mathématique d'une fraction donc je pense que quand [P_{Math}] va faire son cours elle va se ressouvenir des parts de pizzas de la part qu'on prend par rapport aux parts égales je pense que c'est bien* ». Cependant, l'analyse des tâches rencontrées nous a permis de montrer un éloignement des temps didactiques et, par conséquent, des temps praxéologiques différents. Cet éloignement nous semble directement lié au fait que système auxiliaire et système principal s'intéressent à deux acceptations institutionnelles différentes de l'objet fraction : la fraction partage dans le système auxiliaire et la fraction quotient dans cette première séance au sein du système principal. Caroline ne semble pas prendre conscience du fait que le travail qu'elle mène au sein du regroupement spécialisé et en classe de mathématiques a pour point commun un même objet mathématique, les fractions. C'est uniquement en fin de séance à la suite de l'intervention de l'AESH_{co} à partir de la désignation partagée (orale et écrite) par ces deux acceptations que ce lien apparaît. Ces résultats rejoignent d'autres travaux qui rappellent que les élèves construisent d'abord les différents sens de la fraction avant de faire le lien entre ceux-ci (Kieren cité par Houle, 2016).

Ce que nous mettons ici en évidence c'est que la connaissance globale du travail mené dans le système principal ne suffit pas à P_{Ulis} pour faciliter l'articulation du système auxiliaire, différentes contraintes semblent jouer sur les articulations temporelles horizontales. La première concerne l'analyse didactique du savoir en jeu dans la première séance en classe de mathématiques. Les traces récoltées permettent de montrer que P_{Ulis} connaît la situation proposée dans le système principal : « [P_{Math}] *a priori elle part sur des multiplications et elle leur fait montrer qu'on ne peut pas faire certaines multiplications comme deux fois quelque chose égal six elle me disait ils vont trouver facilement deux fois trois égal six après elle leur fait deux fois quelque chose égal sept elle dit bon là ils vont réussir plus difficilement puis après c'est trois fois quelque chose égal sept là on y arrive pas et qu'est-ce qu'on fait pour qu'est-ce qu'on utilise justement et là elle apporte la notion de*

fraction avec ça ». Cette connaissance ne permet cependant pas à P_{Ulis} de percevoir de façon fine l'enjeu de savoir qui est visé par cette situation c'est à dire l'utilisation de la fraction comme quotient. Une seconde contrainte que nous identifions est peut-être liée à l'organisation même du dispositif ULIS. Lors de ce premier regroupement, d'autres élèves sont associés à la séance. Ces élèves ne fréquentent pas la classe ordinaire de mathématiques, car ils sont considérés comme plus en difficulté que Caroline dans ce domaine. P_{Ulis} doit donc concevoir une séance en tenant compte d'un groupe hétérogène, ce qui pourrait expliquer la prédominance de situations de partage à partir de matériel à manipuler. Une troisième contrainte réside dans la collaboration récente au sein du binôme enseignant. Cette collaboration prend pour le moment la forme d'un partage d'informations dans un sens unique (présenter ce qui va être fait dans le système principal) sans pour autant déboucher sur une commande explicite de P_{Math} envers le système auxiliaire.

Pour conclure cette section, nous faisons deux propositions afin de faciliter l'articulation entre les deux systèmes didactiques. La première réside dans la potentialité d'une commande explicite de la part de P_{Math} à destination du système auxiliaire. Ce type de commande pourrait faciliter l'articulation entre les deux séances en visant clairement les prérequis nécessaires au travail dans la classe de mathématiques. La seconde hypothèse que nous proposons serait de verbaliser à Caroline, lors du premier regroupement, qu'elle rencontrera le même objet en classe de mathématiques (donner plus à savoir avant). Cela aurait peut-être pu faciliter l'articulation de son temps personnel lors de la situation de recherche en S1, en particulier pour l'égalité $3 \times \dots = 7$.

Articulations entre la séance 4 et le regroupement 2 : vers un rapprochement des cadres temporels

La quatrième séance en classe de mathématiques est essentiellement consacrée à la réalisation d'exercices d'entraînement et à la copie de la leçon. L'enseignante de mathématiques souhaite principalement mettre en évidence « *la fraction comme quotient* » et travailler sur le partage d'un segment. Dans la même journée, Caroline se rendra ensuite au sein du regroupement spécialisé avec d'autres élèves du dispositif qui ne vont pas en mathématiques en classe ordinaire. Lors de ce second regroupement, une première partie de la séance est commune à l'ensemble des élèves, l'enseignante coordonnatrice reprend le travail débuté lors du premier regroupement sur l'association entre une représentation circulaire et l'écriture fractionnaire

correspondante. Dans un second temps elle propose un travail spécifique à Caroline qui va pouvoir réaliser deux exercices donnés en devoirs lors de la séance 4. Ces exercices l'amènent à placer une écriture fractionnaire sur une demi-droite graduée.

La nature de l'échange entre P_{Math} et P_{Ulis} évolue

En amont de ces séances, le binôme enseignant se retrouve à nouveau en dehors de la classe pour échanger pendant une vingtaine de minutes afin de faire le point sur les premières séances et se projeter sur la suite de la séquence. Les enseignantes font le choix d'en garder une trace à l'aide de l'enregistreur que nous leur avons laissé à disposition. Cet échange semble avoir plusieurs fonctions.

Il permet tout d'abord de faire état de difficultés et de réussites relatives à Caroline. En ce qui concerne le système principal, P_{Math} revient tout d'abord sur la situation proposée lors de S1, en particulier sur la seconde égalité $2 \times \dots = 7$ et l'absence de réponse de Caroline : « *je pense que les nombres décimaux c'est encore quelque chose qu'il faudrait que tu retravailles* ». L'action de l'AESH_{co} qui avait fait obstacle n'a donc pas été perçue par P_{Math} . En ce qui concerne le système auxiliaire, P_{Ulis} évoque le fait qu'elle ne sait pas si Caroline a bien compris ce que représentait le numérateur et le dénominateur dans une écriture fractionnaire, sa collègue répond « *du coup moi je verrai demain* ».

Une seconde fonction est de valider ce qui a été fait dans le premier regroupement. P_{Ulis} explique : « *j'ai expliqué que quand on disait un demi de un c'était le nombre de parts qu'on prenait de la pizza et que le deux c'était le nombre de parts totales tu vois* », elle précise qu'elle n'a par contre pas utilisé le vocabulaire mathématique. P_{Math} poursuit l'échange de la sorte : « *c'est bien parce que c'est vraiment ce que je vais travailler demain avec eux c'est vraiment bien du coup sur euh partager une surface coloriée et du coup moi j'introduirai le vocabulaire numérateur dénominateur* ». Nous interprétons ici ces propos comme une validation par P_{Math} du travail mené au sein du système auxiliaire.

Une troisième fonction est d'initier un échange sur ce qui pourrait être travaillé dans le système auxiliaire en lien avec le chapitre étudié. L'échange débute à l'initiative de P_{Ulis} : « *dis-moi ce que tu as fait et ce que tu voudrais que je revois avec Caroline* ». P_{Math} propose plusieurs pistes de travail : le vocabulaire, mais également le repérage du pas de graduation sur une demi-droite graduée. Elle précise : « *tu peux simplement revoir avec elle / refaire les exercices pour le vendredi* ».

Les discours recueillis dans cet enregistrement témoignent d'une évolution dans la nature des échanges professionnels. Ceux-ci ne portent plus uniquement sur une présentation du projet de travail de la classe de mathématiques, mais ils sont maintenant centrés sur les articulations potentielles entre le système principal et auxiliaire. Ces échanges permettent de partager les regards sur le travail réalisé par Caroline et d'envisager la fonction d'aide du système auxiliaire.

Vers une synchronisation locale du temps didactique et du temps praxéologique

Le tableau 1 permet mettre en évidence que deux types de tâches sont partagés entre la séance 4 et le regroupement 3: de façon majoritaire, T_2 (changer de registre pour nommer une fraction) et de façon moindre, T_9 (repérer un nombre sur une demi-droite graduée). Ces deux types de tâches ont été évoqués lors de l'échange que nous avons précédemment décrit.

Les figures 7 et 8 illustrent la proximité entre les tâches proposées dans le système principal et dans le système auxiliaire en ce qui concerne T_2 .

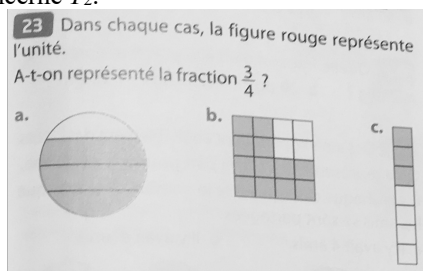


Figure 7. – Tâches relatives à T_2 dans le système didactique principal

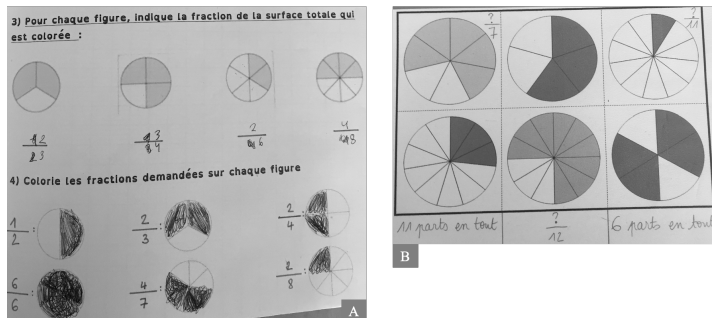


Figure 8. – Tâches relatives à T_2 dans le système didactique auxiliaire

Cette mise en parallèle permet d'observer une certaine proximité entre les tâches cependant les techniques attendues diffèrent. Dans le système auxiliaire, le découpage de la figure correspond systématiquement au dénominateur de l'écriture fractionnaire attendue. Nous l'observons en particulier avec $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{4}$ et $\frac{2}{8}$ sur la première fiche (partie A de la figure 8)²⁰. Sur la seconde (partie B de la figure 8)²¹, les annotations au crayon de papier à côté des disques sont celles de P_{Uis}. On observe que là aussi, elle cherche à orienter les élèves vers l'utilisation du nombre total de parts au dénominateur alors qu'une écriture simplifiée pourrait être proposée en particulier pour $\frac{4}{6}$ et $\frac{9}{12}$. À l'inverse, dans le système principal, la représentation du carré (b), sur la figure 7, oblige les élèves à ne pas s'appuyer uniquement sur le découpage existant pour mettre en évidence l'égalité entre $\frac{3}{4}$ et $\frac{12}{16}$. Les figures (a.) et (b.) sur la partie gauche de la figure 7 semblent utilisées afin de permettre aux élèves de repérer des erreurs courantes et ainsi mettre en évidence les limites d'une technique reposant uniquement sur le dénombrement qui ne fonctionne pas lorsque les parts ne sont pas égales pour (a.) ou, pour (b.), lorsque le nombre total de parts n'est pas considéré. Ce que l'on met ici en évidence c'est que malgré une synchronisation du temps didactique, le temps praxéologique diffère entre les deux systèmes. L'exercice proposé dans le système principal illustre également un retour à la fraction partage au sein de la classe de mathématiques.

En ce qui concerne T_9 (repérer un nombre sur une demi-droite graduée), les tâches sont identiques, car le système auxiliaire s'appuie sur un exercice donné en devoir dans le système principal. Celui-ci reprend des tâches rencontrées une première fois lors de la séance 4 en classe de mathématiques, il s'agit de placer des nombres sur une demi-droite graduée. Ce que l'on observe pour ce type de tâche c'est une synchronisation du temps didactique et praxéologique entre système auxiliaire et système principal permise par la migration d'un exercice du système principal vers le système auxiliaire.

²⁰ Il s'agit de la reproduction du travail de Caroline validé par P_{Uis}.

²¹ P_{Uis} propose un jeu de loto. La planche reproduite est celle de Caroline. L'enseignante annonce une désignation orale d'une écriture fractionnaire, elle l'écrit également au tableau. Si les élèves ont la représentation géométrique correspondante, alors ils posent un jeton sur le carton.

La question des parcours sémiotiques

Le déplacement de cet exercice de la classe de mathématiques vers le système auxiliaire nous permet de mettre en lumière la question de l’articulation des parcours sémiotiques²² (Assude, 2018) entre les deux systèmes didactiques du point de vue de Caroline. À la fin du second regroupement, P_{Ulis} (à partir de la proposition de P_{Math} au moment de leur temps d’échange) lui propose de réaliser un travail différent des autres élèves présents à ce moment-là. Caroline s’engage dans la réalisation d’un exercice donné en devoirs dans la classe de mathématiques dans lequel il s’agit de placer des fractions sur une demi-droite graduée d’origine 0. La figure 8 reproduit l’exercice en question.

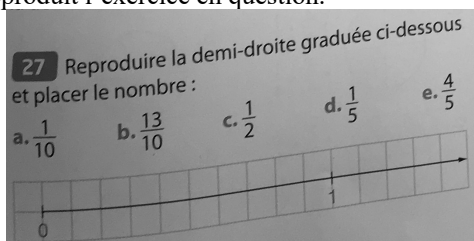


Figure 9. – Exercice du SDP réalisé dans le SDA

Caroline reproduit la demi-droite graduée et elle place correctement $\frac{1}{10}$ et $\frac{13}{10}$. Elle va ensuite solliciter de l’aide auprès de P_{Ulis} pour les fractions dont le dénominateur ne correspond plus au pas de la demi-droite graduée. Un retour au milieu matériel (qui a jusqu’à présent été majoritairement mobilisé dans le regroupement spécialisé) est alors observé. P_{Ulis} lui propose deux parts²³ d’une pizza coupée en deux afin de placer $\frac{1}{2}$ sur la demi-droite. La figure 9 illustre ce moment où milieu symbolique et milieu matériel cohabitent sur la table de Caroline.

²² Assude considère les parcours sémiotiques comme consubstantiels au travail mathématique de l’élève. Ceux-ci se déroulent dans différents milieux auxquels les élèves sont confrontés. La notion de milieu est considérée comme étant « ce sur quoi agit l’élève et qui agit sur lui » (Brousseau, 1998 cité par Assude, 2018, p. 15). L’auteure distingue trois types de milieux : le milieu matériel, le milieu hybride (constitué du milieu matériel et de représentations : dessins ou signes), le milieu symbolique (constitué de signes).

²³ Sur chaque part, l’écriture fractionnaire correspondant (dans l’exemple que nous reproduisons, $\frac{1}{2}$) est indiquée en plus de l’illustration représentant la garniture de la pizza.



Figure 9. – passage du milieu symbolique au milieu matériel

Il s’agit là d’un retour au milieu matériel en vue de dépasser une difficulté qui apparaît avec le milieu symbolique lorsque le dénominateur ne correspond plus au pas de graduation de la demi-droite. Le tableau 3 rend compte de l’échange qui accompagne ce retour au milieu matériel.

Tdp	Temps	Émetteur	Discours
571	47'02	P _{Ulis}	Quand tu es à table tu vas dire à maman donne-moi voir un demi de la pizza / non comment tu dis donne-moi la
572	47'03	Caroline	La pizza
573	47'03	P _{Ulis}	Ah non ce n'est pas donne-moi la pizza
574	47'04	Caroline	Ah non
575	47'05	P _{Ulis}	Je ne te donne pas la pizza parce que moi je veux manger aussi comment tu dis donne-moi la
576	47'06	Caroline	La pizza
577	47'08	P _{Ulis}	Ah non ce n'est pas donne-moi la pizza je ne te donne pas la pizza parce que moi je veux manger aussi je veux manger l'autre
578	47'13	Caroline	Part
579	47'15	P _{Ulis}	Un mot qui commence par m
580	47'16	Caroline	Moitié

Tableau 3. – transcription du retour au milieu matériel

En observant cet échange, nous interprétons le retour au milieu matériel comme source de difficulté pour Caroline, car P_{Ulis} s’appuie principalement dans son discours sur des connaissances sociales construites en dehors de l’école. Cela ne favorise pas le transfert au milieu symbolique. Caroline partagera ensuite le segment unité en deux, mais n’inscrira pas la fraction $\frac{1}{2}$. Cette connaissance sociale de la moitié ne semble pas suffisante pour permettre à Caroline de faire le lien entre le partage du segment unité et l’écriture fractionnaire correspondante. Cette observation rejoint des résultats évoqués précédemment sur les limites des connaissances sociales relatives aux fractions (Coulange & Train, 2018). Caroline sollicitera à nouveau de l’aide pour $\frac{1}{5}$ et P_{Ulis} utilisera à nouveau le milieu matériel (une pizza coupée en cinq) pour l’aider. La sonnerie de fin d’heure stoppera le travail avant

que ce quatrième point ne soit placé sur la demi-droite graduée. Lors de l'entretien *post*, P_{Ulis} revient sur cet épisode : « *je trouve ça bien tu vois quand Caroline a bloquée un peu au niveau de l'exercice eh ben là je me suis dit moi ça m'a permis de lui expliquer plus facilement* » et elle poursuit, « *je lui ai dit tu te souviens la dernière fois quand on avait pris les pizzas j'ai pris les deux parts de pizzas les deux demi-pizzas la pizza coupée en deux [...] pour qu'elle comprenne à nouveau qu'un demi c'est la moitié et qu'elle se dise c'est la moitié du segment tu vois et ça elle a compris du coup elle a eu du mal à dire c'est la moitié enfin ça a pris un peu de temps [...] ça m'a aidé en tout cas à lui expliquer* ». Nous interprétons ces propos comme le fait que P_{Ulis} choisit le milieu matériel pour aider Caroline car l'enseignante se trouve plus à l'aise personnellement avec celui-ci. Cet extrait montre également que l'enseignante ne voit pas les difficultés liées à l'utilisation du matériel et qu'elle ne distingue pas les différents aspects des fractions mobilisés. La difficulté pour Caroline dans cette situation c'est d'identifier que $\frac{1}{2}$ correspond à $\frac{5}{10}$ du segment unité. Cependant, le matériel proposé (les deux moitiés de pizza) maintient Caroline dans une notion partage rattachée à des connaissances sociales et celui-ci ne lui permet pas, dans cet épisode, de prendre conscience de l'égalité entre les deux fractions. Maintenant que Caroline est majoritairement confrontée à un milieu symbolique (dans le système principal), le retour au milieu matériel utilisé pour mettre en évidence un partage est source d'obstacles d'autant plus que celui-ci s'appuie sur une acceptation différente de celle visée par l'exercice du système principal.

Articulation horizontale du temps personnel de Caroline

Dans ces deux séances, l'analyse des transcriptions nous permet de relever certaines traces qui permettent de montrer le lien que Caroline peut faire entre les objets rencontrés dans le système principal et ceux rencontrés dans le système auxiliaire. Dans le second regroupement, nous relevons plusieurs propos de Caroline qui rendent compte de ce lien. Les premiers en direction de P_{Ulis} : « *j'ai fait des exercices sur euh des trucs comme ça en maths du coup je sais* » ou encore au moment de réaliser l'exercice à faire en devoirs : « *c'est des fractions / j'ai déjà fait un exercice comme ça en classe* ». Nous relevons en fin du second regroupement un discours secondaire en aparté avec sa voisine qui lui demande ce qu'elle fait, celui-ci retient particulièrement notre attention : « *c'est des fractions, mais pas comme elle [P_{Ulis}] les fait chez nous* ». Ce dernier échange nous laisse à penser que Caroline fait maintenant

la distinction entre la fraction partage (majoritaire dans le système auxiliaire) et la fraction quotient (majoritaire dans le système principal). Même si elle ne les désigne pas encore de la sorte, elle semble en percevoir les différences.

Nous venons d'observer les articulations dans une situation où le regroupement spécialisé intervient après la séance en classe de mathématiques. Nous avons pu mettre en évidence un rapprochement des temporalités produites par le système auxiliaire avec une partie des cadres temporels du système principal. La nature des échanges entre P_{Math} et P_{Ulis} semble avoir favorisé cela. Ces différentes traces nous amènent à penser que Caroline est en mesure de synchroniser son temps personnel avec les cadres temporels du système auxiliaire et du système principal, mais que la prédominance de la fraction partage à travers un milieu matériel (jeu des pizzas) ou hybride (représentations géométriques à travers des disques) au sein du regroupement spécialisé est un obstacle pour que ce dernier puisse occuper une fonction d'aide vis-à-vis du système principal lorsqu'il s'agit de rencontrer l'objet fraction dans un milieu majoritairement symbolique. Ces résultats font échos à d'autres travaux qui ont pu montrer que la fraction partage pouvait être un obstacle à l'introduction de la fraction quotient (Chambris et al., 2017; Moseley cité par Houle, 2016).

Articulations entre le regroupement 3 et la séance 5 : un malentendu didactique

Le troisième regroupement spécialisé se déroule cette fois en amont de la cinquième séance en classe de mathématiques. Là encore, les deux séances se déroulent le même jour. Lors du regroupement, six élèves sont présents avec Caroline, l'enseignante coordonnatrice fait à nouveau le choix de proposer une séance commune pour l'ensemble du groupe. Elle va poursuivre le travail mené à partir de représentations circulaires et cherche à amener les élèves à utiliser ce matériel afin de compléter une égalité fractionnaire. Caroline se rend ensuite en classe de mathématiques, elle est à nouveau accompagnée par l'AESH_{co}. Lors de cette séance, l'enseignante corrigera collectivement des exercices puis proposera une situation problème à partir de la représentation de tablettes de chocolat afin d'amener les élèves à écrire une première égalité entre des fractions.

Un échange entre les acteurs autour des enjeux de savoir


Lors de l'échange évoqué dans la section précédente, la séance 5 est également abordée. P_{Math} précise ce qu'elle projette d'introduire de nouveau : « *vendredi c'est la séance où l'on fera fractions*

égales ». P_{Ulis} la questionne à ce sujet : « égalité de fraction un demi plus un demi égal un ». Sa collègue précise qu'il s'agit plus simplement de voir que « un demi c'est la même chose que deux quarts c'est la même chose que quatre huitième ». Pour arriver à cela, elle va utiliser la fiche d'activité que nous reproduisons ensuite (figure 10, partie gauche) et qui s'appuie sur le partage des tablettes de chocolat. Cette fiche est connue de la part de P_{Ulis}, elle en dispose depuis le début du chapitre.

Rapprochement local du temps didactique, mais des temps praxéologiques différents

Le tableau 1 permet de mettre en évidence que sur les dix tâches rencontrées dans la séance 5, sept appartiennent à des types de tâches qui n'apparaissent pas dans le regroupement 3 (en particulier le repérage d'un nombre sur une demi-droite graduée qui occupe une place importante dans cette séance en classe de mathématiques). Deux types de tâches seulement sont partagés : T_2 (changer de registre pour nommer une fraction) et T_5 (compléter une égalité). Il existe à nouveau une proximité entre les tâches appartenant à T_2 dans le système auxiliaire et dans le système principal : elles s'appuient sur des représentations géométriques prédécoupées (les tablettes de chocolat dans le système principal ; les disques dans le système auxiliaire) et le dénominateur correspond au découpage des figures. Cette proximité correspond selon nous à un rapprochement localisé du temps didactique entre le système auxiliaire et le système principal pour ce type de tâche. En ce qui concerne T_5 (compléter une égalité) les systèmes de tâches proposés dans les deux systèmes didactiques diffèrent. Les figures 11 et 12 en rendent compte.

Activité :



Homer
J'ai mangé 2 barres de ma tablette.

Bart
J'ai mangé 8 carreaux de ma tablette.

Lisa
J'ai mangé 12 carreaux de ma tablette.

1. Lisa affirme : « J'ai mangé plus de chocolat que vous, car c'est moi qui ai mangé le plus de carreaux. » Homer et Bart ne sont pas d'accord. Qui a raison ?

2. a) Dans chaque cas, quelle fraction de la tablette de chocolat chaque personne a-t-elle mangée ?
b) Quelles égalités avec des fractions peut-on écrire ?

Figure 11. – tâches relatives à T_2 et T_5 dans le système principal

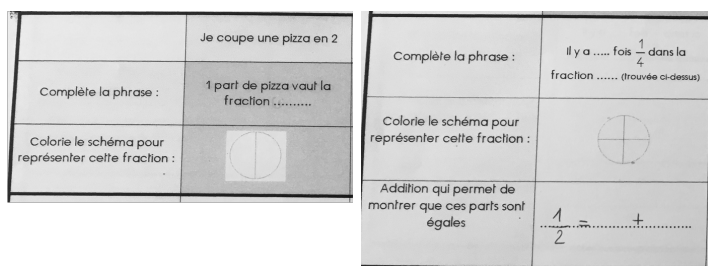


Figure 12. – tâches relatives à T_2 et T_3 dans le système auxiliaire

Cette mise en parallèle nous permet d’observer des systèmes de tâches différents entre le système auxiliaire et le système principal. Dans la classe de mathématiques, P_{Math} incite les élèves à colorier la surface mangée sur chaque tablette. Ainsi, c’est la comparaison visuelle de surfaces égales qui doit permettre aux élèves de trouver et d’écrire l’égalité suivante : $\frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \frac{12}{16}$. La plupart des élèves de la classe, dont Caroline, arriveront à trouver cette égalité. Dans le regroupement spécialisé, les élèves doivent colorier deux représentations géométriques circulaires, mais avant cela, la phrase à compléter avec une écriture fractionnaire est source d’obstacle pour l’ensemble des élèves. Là aussi le coloriage pourrait permettre de représenter visuellement l’égalité de surface pour ensuite aboutir à l’égalité entre les fractions, mais P_{Ulis} complexifie la tâche en demandant aux élèves de traduire les représentations géométriques réalisées en une égalité comprenant la somme de deux fractions identiques. Ceci ne correspond pas à l’objectif de P_{Math} qui avait précisé qu’elle attendait simplement une égalité entre deux fractions. Ce point pourrait correspondre à une évolution plus rapide du temps didactique dans le système auxiliaire par rapport au système principal cependant, l’analyse permet d’observer que les élèves au sein du regroupement spécialisé (dont Caroline) sont en difficulté face au système de tâche proposé et n’aboutissent pas à l’égalité $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Cela était prévisible dans le sens où P_{Ulis} propose aux élèves une tâche plus complexe encore que ce qui est proposé dans le système principal. Ce choix semble directement lié à un malentendu au niveau de l’analyse du savoir en jeu autour de la notion d’égalité de fractions.

Du point de vue du temps praxéologique, nous ne relevons aucune technique visible partagée entre le regroupement 3 et la séance 5. Nous pensons que cet épisode illustre une occasion manquée pour le système auxiliaire de s’appuyer sur le milieu

matériel présent en son sein. L'utilisation du matériel manipulateur, le jeu des pizzas que nous reproduisons en partie sur la figure 11, aurait pu permettre la superposition de parts afin de mettre en évidence une égalité attendue du type $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$. La représentation intermédiaire à l'aide du coloriage des représentations circulaires (milieu hybride) aurait alors pu intervenir dans un second temps afin d'articuler le milieu matériel et le milieu symbolique.

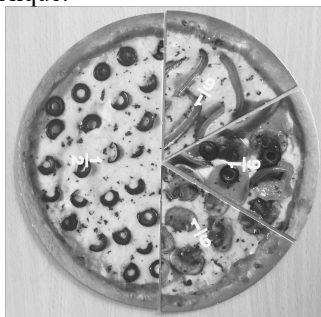


Figure 11. – matériel manipulateur disponible en regroupement ULIS

Ce matériel disponible au sein du regroupement spécialisé sera majoritairement proposé aux élèves par P_{ULIS} sous la forme d'une pratique libre²⁴ qui consiste à reconstituer une pizza entière sans qu'un discours accompagne le retour à l'unité ou l'égalité entre fractions. P_{ULIS} produira ce type de discours à une seule reprise dans un discours secondaire afin d'aider Caroline à corriger une erreur en fin du regroupement 3 : « regarde fais voir mets les dessus / c'est exactement la même chose ».

Nous venons d'observer les articulations dans une configuration où le système auxiliaire se situe à nouveau en amont de la séance du système principal. Nous avons pu mettre en évidence une synchronisation du temps didactique localement sur deux types de tâches partagés par les deux systèmes. Du point de vue du temps praxéologique, l'absence de techniques visibles partagées nous amène à penser que les temporalités produites sont différentes entre le système auxiliaire et le système principal. Les échanges entre P_{Math} et P_{ULIS} semblent avoir favorisé le rapprochement du temps didactique, la commande de P_{Math} étant suffisamment explicite (travailler sur des égalités entre fractions à

²⁴ Le jeu est proposé en fond de classe pour les élèves qui ont terminé un travail ou en début d'heure en attendant que l'ensemble du groupe soit arrivé.

partir de représentations géométriques). Cependant nous interprétons la manière dont P_{Ulis} se saisit de ce type de tâche comme un malentendu didactique qui est source d'obstacle pour les élèves (système de tâche en jeu et appui limité au matériel manipulatoire). Du point de vue du temps personnel de Caroline, nous n'avons pas pu relever de traces significatives qui nous indiqueraient qu'elle réalise des liens entre ce qui est réalisé dans en classe de mathématiques et en regroupement lors de ces deux séances, l'éloignement entre les cadres produits par les deux systèmes didactiques ne l'aide pas à réaliser l'articulation horizontale de son temps personnel, elle semble plutôt entretenir des rapports différents avec l'objet fraction lorsqu'elle est dans le système principal et lorsqu'elle est dans le système auxiliaire. Nous sommes amenés à penser que l'articulation verticale de son temps personnel au sein du système principal dans l'activité « tablettes de chocolat » est avant tout facilitée par le système de tâche en jeu qui permet de passer d'un milieu matériel (la tablette) à un milieu hybride (la surface coloriée) pour ensuite arriver au milieu symbolique (l'égalité entre les trois fractions). La cohérence du parcours sémiotique semble favoriser l'accessibilité didactique dans la situation proposée par P_{Math}.

DISCUSSION

Du point de vue de l'étude clinique

Les analyses mettent en évidence que l'objet fraction est partagé entre le système didactique principal et le système didactique auxiliaire. Les cadres temporels du système auxiliaire sont tout d'abord éloignés de ceux du système principal puis le temps didactique se synchronise localement sur certains types de tâches. Cette étude met en évidence que contrairement aux travaux cités en introduction (Cherel & Giroux, 2002; Dupré, 2019a; Favre, 2003; Leutenegger, 2009; Tambone & Mercier, 2003), le temps didactique du système auxiliaire n'est pas irrémédiablement en retard par rapport à celui du système principal. Nous avons pu observer le déplacement d'objets dans un sens unique : du système principal vers le système auxiliaire à partir de documents partagés et d'échanges. Ces échanges au sein du binôme enseignant sont effectifs avant le début de l'étude et en milieu de chapitre, ceux-ci semblent parfois favoriser la synchronisation du temps didactique.

La simplification des tâches dans le système auxiliaire et la prédominance de la fraction partage peut s'expliquer par la nécessité pour P_{Ulis} de tenir compte des temps personnels des autres

élèves présents au sein du regroupement spécialisé ou encore par ses connaissances mathématiques et didactiques liées à son statut d'enseignante du premier degré. La fraction quotient prédomine dans le système principal, conformément aux attentes qui figurent dans les programmes de la classe de 6^{ème}. Nos analyses font échos aux travaux qui mettent en évidence le fait que la fraction est un objet de transition entre l'école et le collège (Chambris et al., 2017; Coulange & Train, 2018), nous avons pu retrouver ces spécificités transitionnelles à l'échelle de la séquence d'enseignement observée.

De façon générale, le système auxiliaire semble avoir peu d'influence sur la synchronisation horizontale du temps personnel de Caroline dans le système principal. En l'absence de transition pensée par les acteurs enseignants entre la fraction partage et la fraction quotient, la responsabilité de cette transition repose uniquement sur l'élève. Or, comme le rappelle Houle, les élèves construisent tout d'abord des représentations séparées avant de faire le lien entre celles-ci (Houle, 2016). Caroline à l'issue de la séquence semble en être à ce stade où elle identifie bien que l'objet fraction n'est pas le même entre le système principal et le système auxiliaire sans pour autant faire de liens entre ces différentes interprétations.

Du point de vue des pratiques inclusives

Dans cette étude de cas, nous observons l'émergence d'une compatibilité entre des systèmes didactiques qui existent dans des espaces-temps différents. Cette émergence correspond également à une collaboration naissante entre P_{Ulis} et P_{Math} (qui travaillent ensemble pour Caroline depuis janvier seulement) dans le cadre de pratiques inclusives qui se traduit par un capital-temps relativement conséquent (3 heures) accordé au système auxiliaire en vue de soutenir les apprentissages de Caroline en classe de mathématiques. L'émergence de cette compatibilité s'illustre à travers un rapprochement du temps didactique. Ce rapprochement n'entraîne pas de facto une aide à l'étude dans le système principal, mais nous semble être un passage obligé pour tendre vers des pratiques inclusives. En ce sens, nous rejoignons le point de vue de Toullec-Théry pour qui une école inclusive est une école pour tous où les temps didactiques ne sont pas irrémédiablement séparés en fonction des catégories d'élèves (Toullec-Théry, 2019). Caroline construit néanmoins des rapports personnels à l'objet fraction différents dans les deux systèmes didactiques. À ce stade de nos travaux, nous pouvons penser qu'un rapprochement des temps

praxéologiques permettrait d'aller plus loin pour faire en sorte que le système auxiliaire occupe une véritable fonction d'aide à l'étude pour Caroline vis-à-vis du système principal et ainsi faciliter l'accessibilité didactique dans le cadre de pratiques inclusives. Le rapprochement entre les milieux rencontrés semble être une piste afin d'accompagner les transitions entre le regroupement spécialisé et la classe de mathématiques. Les deux points que nous venons d'évoquer (compatibilité du temps didactique et praxéologique) passent selon nous par une nécessaire collaboration au sein du binôme enseignant dans une perspective de responsabilités partagées.

Deux contraintes propres au fonctionnement du dispositif ULIS se dégagent également de notre étude. La première est liée au statut et à la formation initiale de l'enseignante coordonnatrice, issue du premier degré²⁵, qui doit s'approprier les programmes de 6^{ème} puis de façon plus large du cycle 4 alors que sa formation initiale ne l'y prépare pas et que la formation CAPPEI laisse une très faible place à ces connaissances didactiques. Cette connaissance nous semble pourtant essentielle lorsqu'elle doit accompagner les apprentissages au sein de la classe ordinaire des élèves qui bénéficient du dispositif. Selon nous, une piste pour favoriser cette connaissance des objets de savoir rencontrés au collège pourrait être de favoriser des pratiques de coenseignement (Tremblay, 2015) afin de permettre au binôme enseignant de collaborer directement en vue d'intervenir ensemble au sein de la classe ordinaire. La seconde contrainte qui émerge de notre étude est d'ordre organisationnelle. Nous avons pu voir dans cette étude de cas que le regroupement spécialisé accueille des groupes à dimension variable d'élèves qui, pour une matière donnée, fréquentent ou non la classe ordinaire. Ainsi, ces temps de regroupement sont à la fois un système didactique principal pour certains élèves et un système didactique auxiliaire pour d'autres. Ce point semble être source de tension pour l'enseignante coordonnatrice qui doit faire face à un dilemme. Elle peut choisir de garder une dynamique de groupe en proposant une même séance à l'ensemble des élèves ou alors individualiser le travail afin de tenir compte des différents temps personnels des élèves. Nous pensons qu'il pourrait être intéressant de distinguer deux types de regroupement au sein de l'emploi du temps. Le premier occuperait

²⁵ Notre étude se déroule dans le département des Vosges. Au moment du recueil de données, les coordonnateurs des dispositifs ULIS collège sont tous issus du premier degré.

uniquement une fonction de système didactique principal, c'est-à-dire que les enseignements qui y seraient menés correspondraient à ceux que les élèves ne vivent pas en classe ordinaire. Le second type aurait un rôle de système didactique auxiliaire, c'est-à-dire uniquement pour soutenir des apprentissages menés en classe ordinaire. Cette distinction entre système didactique principal et système didactique auxiliaire dans le cadre du regroupement spécialisé nous semble être une piste organisationnelle à envisager afin de tenir compte des différents temps personnels des élèves et ainsi favoriser des pratiques inclusives en ULIS au collège.

Du point de vue de la compatibilité entre deux systèmes didactiques

Cette étude de cas nous permet de mettre en lumière plusieurs conditions qui nous semblent nécessaires au rapprochement entre deux systèmes didactiques, mais qui restent encore insuffisantes pour permettre leur compatibilité.

La première réside dans l'existence du système auxiliaire en amont puis dans le même espace-temps que le système principal afin de pouvoir répondre à des commandes du système principal, mais également pour permettre aux élèves de faire un lien direct avec les apprentissages menés au sein de la classe ordinaire. Dans une autre étude de cas, nous avons pu montrer que la mobilisation du système auxiliaire plusieurs semaines après la fin de l'étude dans le système principal était un obstacle à la compatibilité entre les systèmes, car nous ne retrouvions aucun type de tâches partagé (Dupré, 2019a).

La seconde condition réside selon nous dans l'analyse didactique des objets travaillés dans le système principal par l'enseignant qui a en charge le système auxiliaire. Ce point apparaît comme un aspect crucial et doit être soutenu par la formation des enseignants concernés.

La troisième condition est liée aux échanges entre les acteurs qui portent sur une connaissance réciproque du travail réalisé. Cet aspect nous semble nécessaire en amont de l'étude dans un double mouvement : tout d'abord une connaissance du projet de travail du système principal afin de réaliser des choix au niveau de la transposition didactique interne dans le système auxiliaire, mais également dans un mouvement inverse, la connaissance par l'enseignant du système principal de ce qui se joue dans le système auxiliaire afin qu'il puisse valider ou réguler le projet de travail envisagé par le système auxiliaire.

La quatrième condition réside dans la cohérence des parcours sémiotiques entre les systèmes : lorsque les milieux sont éloignés entre les deux systèmes didactiques il semble nécessaire de pouvoir proposer à certains moments des situations à même de favoriser la transition entre le milieu matériel et le milieu symbolique en passant par un milieu hybride (Assude, 2018). Lorsqu'un élève est principalement confronté à un milieu symbolique, le seul retour à un milieu matériel sous forme de manipulation peut constituer un obstacle.

CONCLUSION

À l'issue de notre travail, nous pouvons penser que le système auxiliaire tend à se rapprocher du système principal. Certains choix réalisés permettent d'esquisser un rapprochement (partage de certains types de tâches, migration d'objets du système principal vers le système auxiliaire), mais une analyse didactique insuffisante des tâches introduites dans le système principal ne permet pas de mettre en lumière la distinction entre la fraction partage et la fraction quotient. Nous avons retrouvé à l'échelle d'une séquence les enjeux transitionnels qui existent entre l'école et le collège pour l'objet fraction. Le fait que cette transition ne soit pas accompagnée semble être ici l'obstacle majeur pour que le système auxiliaire puisse jouer un véritable rôle d'aide à l'étude et ainsi faciliter l'articulation horizontale du temps personnel de Caroline. Cependant, cette collaboration naissante entre les deux enseignantes ouvre des perspectives intéressantes afin de favoriser des pratiques inclusives. La prise en compte du système auxiliaire par le système principal est une piste qui pourrait se développer encore plus à travers de véritables commandes de ce dernier vis-à-vis du système auxiliaire. Ce qui se dégage à l'issue de notre étude c'est en quelque sorte la responsabilité partagée du binôme enseignant afin de faciliter la compatibilité entre deux systèmes didactiques.

Toute cela ouvre donc de nouvelles perspectives de recherche relatives à la compatibilité entre deux systèmes didactiques. Ces travaux semblent nécessaires afin de penser la formation initiale (et continue) des enseignants du premier et du second degrés amenés à collaborer ensemble au collège dans le cadre de pratiques inclusives. L'enjeu étant de s'assurer de la compatibilité entre les systèmes didactiques en jeu en vue de favoriser l'accessibilité aux savoirs pour les élèves reconnus institutionnellement handicapés.

BIBLIOGRAPHIE

- ADJAGE, R., & PLUVINAGE, F. (2007). An experiment in teaching ratio and proportion. *Educational Studies in Mathematics*, 65(2), 149-175.
- ASSUDE, T. (2004). Time Management in the Work Economy of a classe. A Case Study: Integration of Cabri in Primary School Mathematics Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 59.1, 183-203. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-5888-0>
- ASSUDE, T. (2018). Relations entre systèmes sémiotiques, milieux et techniques mathématiques : Malentendus, hybridité, inventivité. *Manipuler, représenter, communiquer: quelle est la place de la sémiotique dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques*. 44e colloque international COPIRELEM, Epinal.
- ASSUDE, T., & MERCIER, A. (2007). L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. In *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (p. 153-185). Presses universitaires de Rennes.
- ASSUDE, T., MERCIER, A., & SENSEVY, G. (2007). L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(221-252).
- ASSUDE, T., MILLON-FAURE, K., KOUDOGBO, J., MORIN, M.-P., TAMBONE, J., & THEIS, L. (2016). Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en didactique des mathématiques*, 36, 197-230.
- BLANCHARD-LAVILLE, C., CHEVALLARD, Y., & SCHUBAUER-LEONI, M.-L. (Éds.). (1996). *Regards croisés sur le didactique. Un colloque épistolaire*. La pensée sauvage.
- CHAMBRIS, C., TEMPIER, F., & ALLARD, C. (2017). Un regard sur les nombres à la transition école-collège. *Repères IREM*, 108, 63-91.
- CHEREL, C., & GIROUX, J. (2002). Intégration d'élèves en difficulté : Une problématique didactique. *Revue Instantanés Mathématiques*, XXXIX, 37-48.
- CHEVALLARD, Y. (1991). *La transposition didactique : Du savoir savant au savoir enseigné*. (2^e éd.). La pensée sauvage.
- CHEVALLARD, Y. (1995). La fonction professorale : Esquisse d'un modèle didactique. *Actes de la VIII^e école d'été de didactique des mathématiques*, 83-122.
- CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19/2, 221-266.
- CHEVALLARD, Y. (2010). « *Le sujet apprenant entre espace et dispositif* ». *Commentaires depuis la théorie anthropologique du didactique*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=206
- CHOPIN, M.-P. (2011). *Le temps de l'enseignement—L'avancée du savoir et la gestion des hétérogénéités dans la classe* (Presses Universitaires de Rennes). Presses universitaires de Rennes.
- COULANGE, L., & TRAIN, G. (2018). *Enseigner les nombres décimaux et*

les fractions—Transitions (ruptures) primaire-secondaire. Espace mathématique francophone.

DUPRE, F. (2019a). Les dispositifs ULIS au collège : Quelles articulations entre la classe et le regroupement spécialisé? *Recherches en éducation*, 36, 84-100.

DUPRE, F. (2019b). *Pratiques inclusives en mathématiques dans le second degré : Études de cas en ULIS collège* [Thèse de doctorat]. Aix-Marseille.

DUPRE, F. (2019c). Pratiques inclusives en mathématiques : Une étude de cas en ULIS collège. *La nouvelle revue - Education et société inclusives*, 86, 173-190.

FAVRE, J.-M. (2003). Etude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe d'enseignement spécialisé. In *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (LIRDHIST, p. 109-126). Viviane Durant-Guerrier et Claude Tisseron.

FOUCAULT, M. (2012). *Naissance de la clinique* (8^e éd.). P.U.F.

HOULE, V. (2016). *Fondements didactiques pour une intervention orthopédagogique sur la notion de fraction* [Thèse de doctorat]. Montréal.

LEUTENEGGER, F. (2000). Construction d'une « clinique » pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20(2), 209-250.

LEUTENEGGER, F. (2009). *Le temps d'instruire. Approche clinique et expérimentale du didactique ordinaire en mathématique*. Peter Lang.

MERCIER, A. (1992). *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I.

MERCIER, A. (2001). *Petit vocabulaire à l'usage des enseignants débutants*. IUFM Université de Provence. <https://hchicoine.files.wordpress.com/2008/05/mercier-2001-temps-didactique.pdf>

TAMBONE, J., & MERCIER, A. (2003). L'articulation entre classe et groupe d'adaptation de l'aide à dominante pédagogique, en France, pose questions sur la notion de système didactique. In G. Chatelanat, *Éducation et enseignement spécialisés : Ruptures et intégrations* (p. 195-213). De Boeck Supérieur.

TOULLEC-THERY, M. (2019). D'une recherche sur le travail conjoint AESH-enseignants vers la mise en oeuvre d'une ingénierie coopérative : Un moyen pour renouveler les pratiques? *La nouvelle revue - Education et société inclusives*, 85, 19-36.

TREMBLAY, P. (2015). Le coenseignement : Condition suffisante de différenciation. *Formation et profession*, 23(3), 33-44.

ANNEXE 1

Montage vidéo sous forme de mosaïque



1 : Caméra enseignante (plan mobile)

2 : Vue globale de la classe (plan fixe)

3 : Vue sur le tableau (plan fixe)

4 : Vue sur le travail de l'élève handicapé (plan fixe)

ANNEXE 2

Organisation des traces dans un tableau synoptique

Typ	Temp. Coût	Émetteur principal	Discours principal	Émetteur secondaire Caroline	Discours secondaire	Actions enseignante	Camera tableau	Actions Caroline	Travail produit par Caroline
344	39/50			Caroline	discours principal				
345	39/50			Caroline	discours principal				
346	39/50			Caroline	discours principal				
347	39/73	enseignante	discours principal	Caroline	discours secondaire	discours principal	écran tableau	actions Caroline	travail produit par Caroline
348	42/13			Caroline	discours principal				
349	49/72			Caroline	discours principal				
350	49/72			Caroline	discours principal				
351	49/76	collectif	discours principal	Caroline	discours principal				
352	49/73	enseignante	discours principal						
353	49/64	collectif	discours principal						
354	49/65	enseignante	discours principal						
355	43/30	élève 18	discours principal						
356	43/30	enseignante	discours principal						
357	43/29	élève 12	discours principal						

Horizontalement : lecture des évènements en synchronie
 Verticalement : reconstitution chronologique des faits qui se sont déroulés dans chacun des pôles du système didactique