

Le débat scientifique en classe/amphi

Thomas Lecorre - Grégoire Charlot

DEMIMES Avril 2022 - Autrans

PLAN

- Le débat scientifique en classe/amphi ?
- Prise en compte de trois composantes didactiques fondamentales
 - Composante épistémologique
 - Composante cognitive
 - Composante médiative

Un peu d'histoire...

- Marc Legrand initie le débat scientifique en classe dans les années 1980
- Le débat scientifique entre TSD et transposition didactique des savoirs
- Groupe IREM «débat scientifique en classe» pendant 20 ans
- S'étend à d'autres disciplines : SVT, EPS, Physique...
- A tous les niveaux d'enseignement, du primaire au troisième cycle
- Diffuse : Canada, Uruguay, Tunisie, USA....Indonésie...

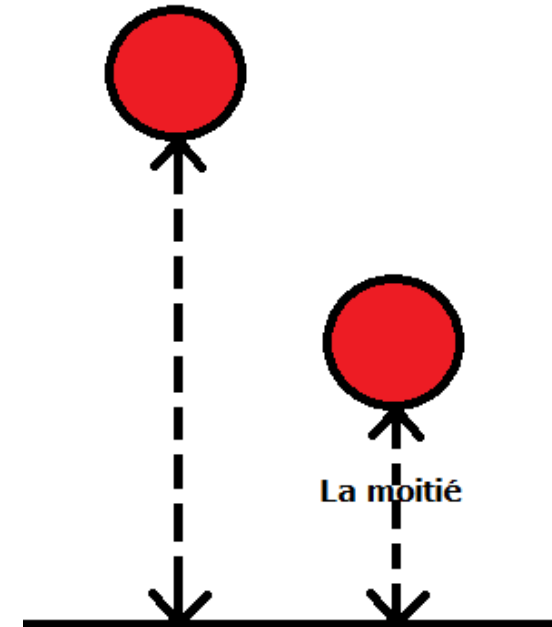
Principe du débat scientifique

- Le débat collectif autour d'un problème, d'une conjecture « bien choisis », conduit l'étudiant à identifier les significations fondamentales d'un savoir du cours
- Ce qu'on peut attendre de tels débats
- Pour l'étudiant
 - Une genèse cognitive des savoirs dans leur écologie propre (raison d'être + pratique de l'activité mathématique)
 - Développement des outils de la pratique de l'activité mathématique (preuve, définition...)
- Pour le professeur
 - Une fenêtre ouverte sur les connaissances des étudiants
 - Des questions qu'il ne s'est jamais posées

Situation de la balle rebondissante

- Une balle rebondit à une hauteur égale exactement à la moitié de sa hauteur de chute.
- **Question 1** : Quand on lâche cette balle, s'arrête-t-elle de rebondir ?

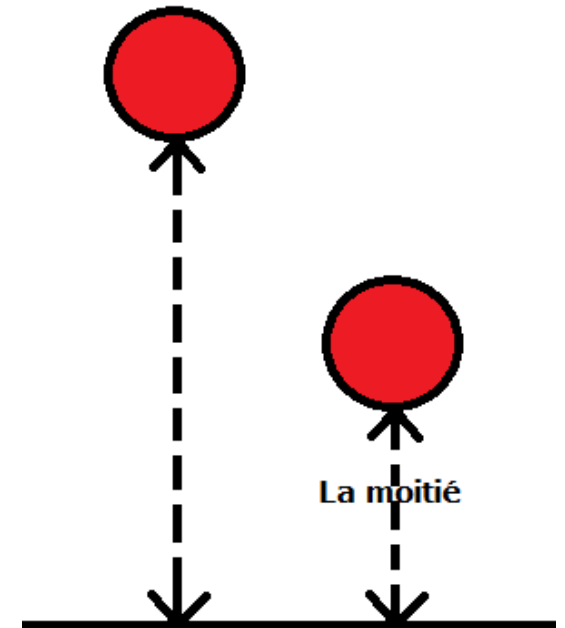
OUI	NON	AUTRE



Situation de la balle rebondissante

- Une balle rebondit à une hauteur égale exactement à la moitié de sa hauteur de chute.
- La balle est une masse ponctuelle soumise à la gravité terrestre et ses lois
- Mouvement rectiligne vertical
- Mouvement dans le vide amorti au rebond
- **Question 2** : Quand on lâche cette balle, s'arrête-t-elle de rebondir ?

OUI	NON	AUTRE



Réalité et modèle

Réalité physique

Balle
Mouvement
Perception sensorielle
....

Loi empirique :
Les balles s'arrêtent

Modèle

Objets idéaux
Frottements ou pas
Hauteur de rebond = $1/2$
Lois de la gravité
Les mathématiques

Loi théorique :
Les balles s'arrêtent??

Quatre variables en jeu dans le modèle

- Le nombre de rebonds : n
 - Qui tend vers l'infini
- La hauteur de chute $h(n)$
 - Qui a une limite nulle (suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$)
- La distance parcourue $L(n)$
 - Qui a une limite L (somme d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$)
- Le temps de rebonds $T(n)$
 - Qui a une limite T (somme d'une suite géométrique de raison <1)

Le modèle basé sur le nombre de rebonds

Non concordance
avec le « réel »

La balle s'arrête si le nombre de rebonds est fini

Les balles s'arrêtent dans la « réalité » mais pas dans le modèle

Conclusions possibles

- 1) La loi (fait) empirique (les balles s'arrêtent) est fausse
- 2) La nature du réel n'est pas celle qu'on croit (=>modification ontologique)
- 3) La loi théorique (le modèle) est faux (=> modification législative)

~~$h(n+1) = 1/2 h(n)$~~

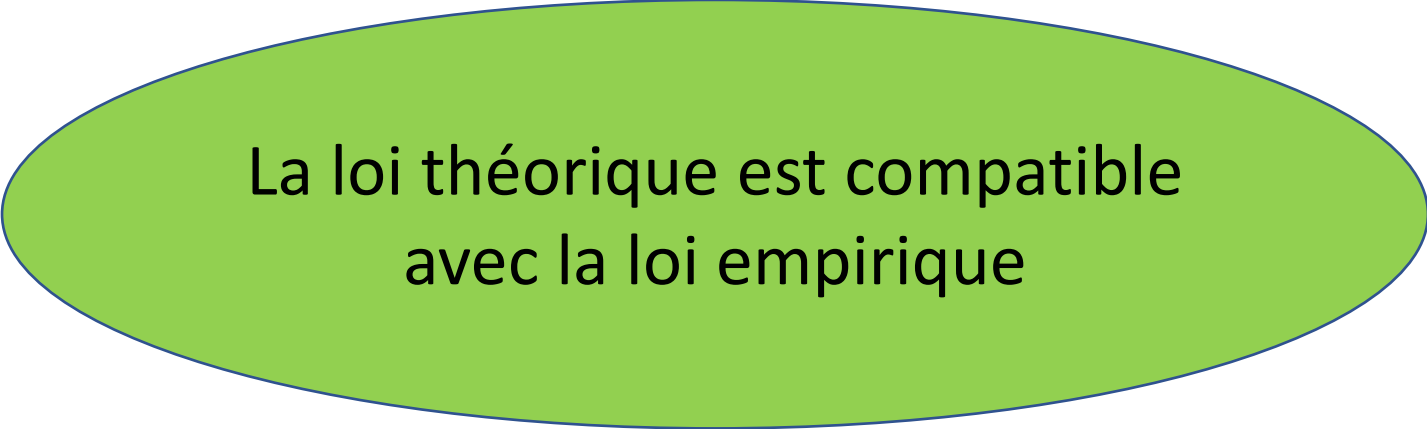
OU BIEN

~~La balle s'arrête si
le nombre de
rebonds est fini~~

Le modèle basé sur le temps de rebonds

- **La balle s'arrête si le temps des rebonds est fini**

Si l'on calcule $T(n)$ avec la loi de la gravité, on obtient une série convergente.

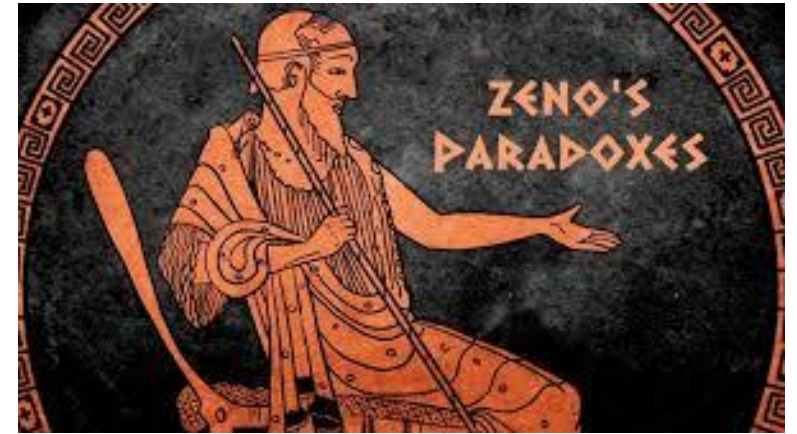


La loi théorique est compatible
avec la loi empirique

Mais dans ce modèle, la balle s'arrête après une infinité de rebonds!!!

Les paradoxes de Xénon

- Une expérience de pensée décrivant un découpage infini d'un phénomène fini
- le processus décrit est appréhendé comme un infini potentiel mais ce processus devrait conduire à un résultat fini
- Ceci aboutit à un paradoxe
- Pour résoudre le paradoxe Il faut mathématiser
- Autrement dit, abandonner (provisoirement) le réel pour les réels (\mathbb{R})



Résolution des paradoxes

Ils posent le problème du calcul des grandeurs finies grâce à un découpage infini.

Ce calcul est obtenu par:

- Le double raisonnement par l'absurde (Les grecs)
- Les infinitésimaux (Newton-Leibniz)
- L'analyse standard (Cauchy, Weierstrass,...)

Dans notre cas c'est la notion de limite qui résout le paradoxe, qui se note :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} T(n) = T$$

$$n \rightarrow +\infty$$

Utilisation de ce paradoxe

Structure des paradoxes de Xenon :

Processus appréhendé comme infini potentiel MAIS ayant un résultat = paradoxe (résolu par la limite)

Structure de la situation de la balle rebondissante

Processus appréhendé comme infini potentiel (nb de rebond) peut-il donner un résultat fini (la balle s'arrête)?

Hypothèse: ce questionnement oblige à affronter un paradoxe dont la limite est la solution

Composante épistémologique

- Les significations fondamentales du savoir visé sont présentes
 - Dans notre cas :
 - limite comme résolution de paradoxe fondateur
 - Découpage infini / résultat fini
 - Notion de définition
 - Rapport modèle-réel
- Le savoir visé résout la conjecture ou la répare.
 - Il apparaît ainsi dans sa raison d'être
 - Mais surtout dans son écologie mathématique (au cœur de l'activité mathématique)
 - Il apparaît comme plus adapté que ses concurrents

Exemple de conjecture à réparer :

Variables quantifiées pour exprimer « dans un certain voisinage »

Ici les limites de f et g ne sont pas infinies

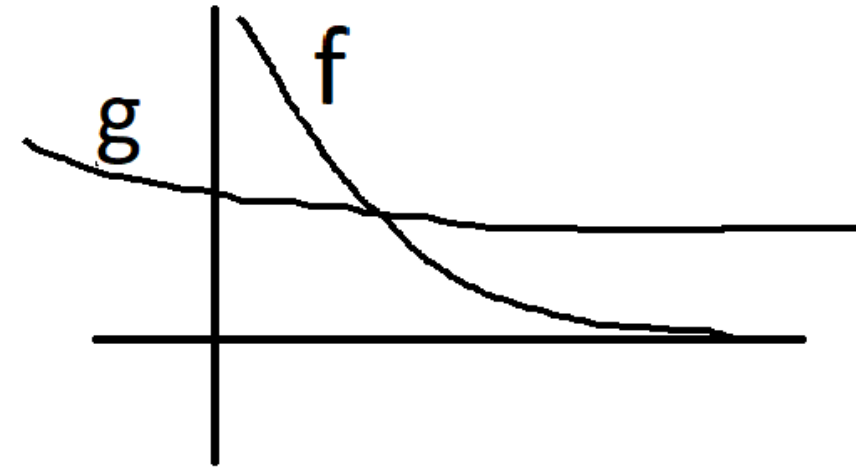
Etudier la conjecture C1

C1 : « Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) < \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ alors $f(x) < g(x)$ pour tout x »

Lorsque la conjecture est déclarée fausse on demande de la réparer

Propositions successives des étudiants

- **C1** : « Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) < \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ alors $f(x) < g(x)$ pour tout x »
 - Déclarée fausse avec $f(x)=1/x$ et $g(x)=1$
- **C2'** : « Si... pour tout $x > 1$ »
 - Idem
- **C2''** : « Si... pour tout $x > 10$ »
 - Idem
- **C3** : « Si.....pour tout $x > K$ avec K une certaine valeur »
 - Déclaré fausse avec un contre-exemple dépendant de K
- **C4** : « Si.....pour tout $x > K$ où K tel que $g(x)=f(x)$ »
 - Déclarée fausse dans le cas de deux intersections
- **C5** : « Si.....pour tout $x > K$ où K tel que $g(x)=f(x)$, où K est la dernière intersection »
 - Manon : « Est-ce que c'est vraiment possible de trouver un dernier K »



Composante cognitive

- Hypothèses:
 - Constructiviste (Piaget) → Notion de rétroaction (ici socio-rétroaction)
 - Une connaissance se fabrique contre une connaissance antérieure → conflit socio-cognitif
- Outil d'analyse a priori et a posteriori
 - Modèle de rationalité

Un modèle de rationalité

Définition: une rationalité est un système de production et de contrôle de connaissances qui a pour vocation d'assurer la non-contradiction de ces connaissances entre elles ou avec un domaine de réalité.

Trois aspects sous le contrôle de la rationalité:

Le mode d'existence des objets / Le type de validation / Le type de logique

Trois rationalités distinctes

La rationalité pragmatique / la rationalité empirique / la rationalité théorique

Un modèle de rationalités

	Pragmatique	Empirique	Théorique
Principe	Action	Inductivisme	Déductivisme
Mode d'existence des objets	Matérielle- préfabriquée- En acte	Intermédiaire	Zéro définition- Proof définition
Validation	Perceptive- vérification	Induction – Abduction-	Démonstration déductive
Logique	Efficacité dans les cas particuliers	Causalité – Naturelle ou classique	Classique

Exemples de propositions à classer dans le cas de la balle rebondissante

- A1: La balle ne s'arrête pas car le nombre de rebonds est infini
- A2: Si on considère qu'une balle s'arrête si son nombre de rebonds est fini alors cette balle ne s'arrête pas
- A3 : la hauteur de rebond n'est jamais nulle
- A4 : Chaque fois que j'ai lâché une balle elle s' est arrêtée
- A5 : Quand je lâche une balle elle s'arrête
- A6 : La série des temps de rebond est convergente donc la balle s'arrête
- A7 : Lorsqu'un mouvement est amorti il finit par s'arrêter
- A8 : Pour moi une balle qui s'arrête c'est quand elle ne rebondit plus

Un modèle de rationalité

	Pragmatique	Empirique	Théorique
Principe	Action	Inductivisme	Déductivisme
Existence des objets	Définitions en acte d'arrêt	Définitions en acte d'arrêt	Zéro définition= n, h, l Proof définition= t
Validation mathématique	Arrêt d'une balle	Arrêt de toute les balles	Séries convergentes
Validation Physique			Loi de Newton + thermodynamique

Composante médiative

- Comme TSD = dévolution + animation + institutionnalisation
- Des difficultés
 - Dévolution : souvent à la charge du scénario initial
 - Institutionnalisation : remettre de l'ordre dans la forme de désordre
 - Animation : diverses difficultés mais non spécifiques au débat
 - Des décisions à prendre en live
 - Préserver la possibilité d'émergence du sens par une économie d'intervention
 - Mais néanmoins assurer l'efficacité énergétique du dispositif
 - S'adapter aux aléas

Composante médiative : Faire face à l'explosion ?

- Entre dirigisme total et liberté totale

Schéma d'avancement dirigiste (du remplaçant de Bertha)

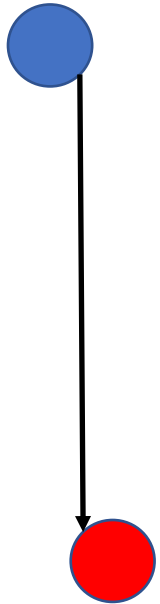


Schéma Herbartien du PER (de Bertha)

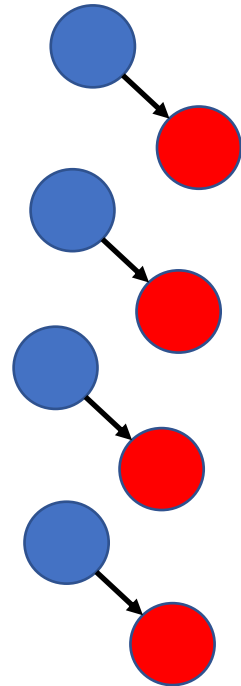
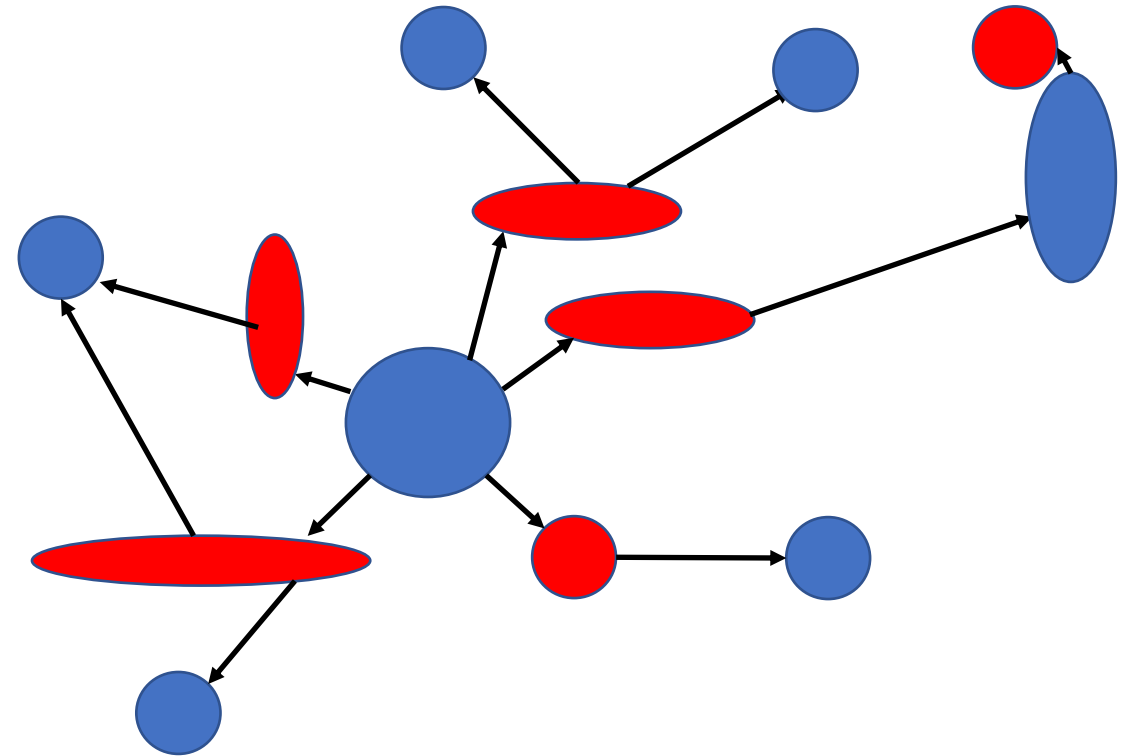
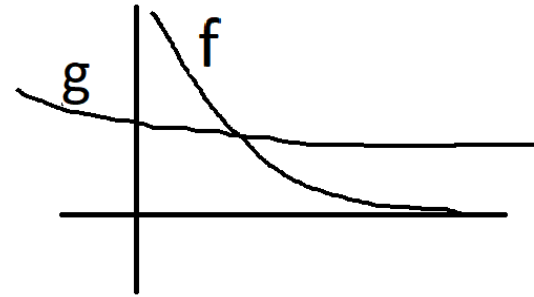


Schéma d'avancement avec un dispositif « libéral » ?



La dimension cognitive de la médiation côté professeur

- **C1** : « Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) < \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ alors $f(x) < g(x)$ pour tout x »
 - Déclarée fausse avec $f(x)=1/x$ et $g(x)=1$
- **C2'** : « Si... pour tout $x > 1$ »
 - idem
- **C2''** : « Si... pour tout $x > 10$ »
 - idem
- **C3** : « Si.... pour tout $x > K$ avec **K** une certaine valeur »
 - Déclaré fausse avec un contre-exemple dépendant de K
- **C4** : « Si.... pour tout $x > K$ où **K** tel que $g(x)=f(x)$ »
 - Déclarée fausse dans le cas de deux intersections
- **C5** : « Si.... pour tout $x > K$ où **K** tel que $g(x)=f(x)$, où **K** est la dernière intersection »
 - Manon : « Est-ce que c'est vraiment possible de trouver un dernier K »



L'activité est riche et avance, mais le professeur perd pied :

Le professeur : « Voilà, ça y est on est tous bien perdu, là ! »

Le professeur : « Ce qui vous gêne, c'est quoi ? J'ai pas compris.

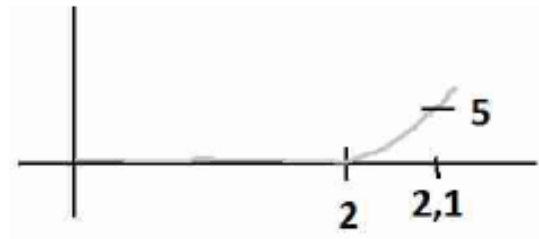
J'ai rien compris parce que...Je suis paumé là !... »

Si f est non nulle en au moins un point de $[1;2]$ et continue sur $[1;2]$ alors $\int_1^2 f \neq 0$

- Un contre-exemple est proposé par Etienne qui précise: « $\lim_{x \rightarrow 2,1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2,1} f(x) = 5$ »

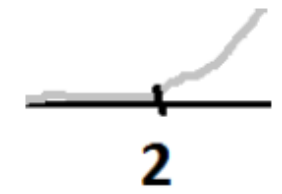
- Et en plus $f(x)=0$ pour tout x de $[0;2[$ et on ne connaît pas $f(2)$

- On vote : Exemple: 7 Contre-exemple:0 Hors-sujet: 8 Autre: 17



- Karine (Autre): « on travaille sur $[0;2]$, mais on parle de $\lim_{x \rightarrow 2,1} f(x)$, quel est le rapport? »

- Teddy (HS): « Une question à Etienne: c'est quoi f proche de 2? zoome please! »



- Etienne (Autre): « le moment où ça décolle ici c'est 2! » et il dessine:



- Jonathan (Exemple): « Si on zoome, il y a toujours un triangle qui repousse la limite »

- Teddy (HS->Autre): « Je pense plutôt que c'est faux. Si $f(2)$ différent de 0 alors c'est un exemple, sinon c'est un hors-sujet. De plus le dessin n'est pas explicite »

- Jonathan: « C'est un exemple car **2 est le premier point de décollement** »

Quelle suite le professeur peut-il donner à cette dernière proposition (et en live) ??

Un modèle médiatif qui reste à imaginer

- Le professeur assure la gestion
- La gestion dépend des actions
- Les actions dépendent des connaissances
- Divers types de connaissances
 - Sur les mathématiques en général (spécifiques à l'objet de savoir)
 - Sur les mathématiques de la classe
 - pour concevoir
 - Pour appréhender les connaissances des élèves
 - pour agir en situation