



**HAL**  
open science

## Représentation graphique de préférences multiagents

Nahla Ben Amor, Didier Dubois, Héla Gouider, Henri Prade

► **To cite this version:**

Nahla Ben Amor, Didier Dubois, Héla Gouider, Henri Prade. Représentation graphique de préférences multiagents. 25èmes Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA 2016), Nov 2016, La Rochelle, France. pp.41-48. hal-03626127

**HAL Id: hal-03626127**

**<https://hal.science/hal-03626127>**

Submitted on 31 Mar 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Open Archive TOULOUSE Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in : <http://oatao.univ-toulouse.fr/>  
Eprints ID : 17245

The contribution was presented at LFA 2016 :  
<https://apps.univ-lr.fr/cgi-bin/WebObjects/Colloque.woa/1/wa/colloque?code=1581>

**To cite this version** : Ben Amor, Nahla and Dubois, Didier and Gouider, Hela and Prade, Henri *Représentation graphique de préférences multiagents*. (2016)  
In: 25èmes Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA 2016), 2 November 2016 - 4 November 2016 (La Rochelle, France).

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: [staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr](mailto:staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr)

# Représentation graphique de préférences multi-agents

## Graphical representation of multiple-agent preferences

Nahla Ben Amor<sup>1</sup>

Didier Dubois<sup>2</sup>

Héla Gouider<sup>1</sup>

Henri Prade<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LARODEC Laboratory, Université de Tunis, ISG de Tunis, 41 rue de la Liberté, 2000 Le Bardo, Tunisie

<sup>2</sup> IRIT CNRS, Université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne, Toulouse, France

nahla.benamor@gmx.fr, dubois@irit.fr, gouider.hela@gmail.com, prade@irit.fr

### Résumé :

Cet article propose une représentation graphique de préférences multi-agents, basée sur la théorie des possibilités. C'est une contrepartie graphique de la logique possibiliste multi-agents. Nous proposons d'abord une représentation graphique où les préférences des agents sont tout ou rien : soit chaque ensemble d'agents accepte totalement le choix, soit il le rejette. Cette représentation est ensuite étendue à des préférences nuancées. Dans cet article, nous examinons les propriétés de base des modèles proposés et leurs algorithmes associés. Nous montrons aussi comment à partir de ces réseaux, construire des réseaux relatifs à des sous-ensembles d'agents.

### Mots-clés :

Représentation graphique, réseaux possibilistes, logique multi-agents, préférences.

### Abstract:

This paper proposes a multiple-agent graphical representation of preferences based on possibility theory. This representation is a graphical counterpart of multiple-agent possibilistic logic. We first propose a graphical representation where preferences are all or nothing : each set of agents either totally accepts the choice, or totally rejects it. Then, this representation is extended to gradual preferences. In this paper, we discuss the basic properties of the proposed models and their associated possible queries. We also show how, from such networks, we can construct networks pertaining to subsets of agents.

### Keywords:

Graphical representation, possibilistic network, multi-agents logic, preferences

## 1 Introduction

La modélisation des préférences est un domaine de recherche actif en Intelligence Artificielle depuis plus de vingt ans. Plusieurs formalismes ont été proposés pour décrire, d'une manière compacte, les préférences complexes des utilisateurs. Les modèles de préférence ayant une composante graphique sont particulièrement attrayants car tout en offrant une représentation compacte, ils sont bien adaptés à l'élicitation des préférences, et offrent une base pour les calculs locaux.

Parmi les cadres appropriés pour la représentation des préférences, la théorie des possibilités [9, 8] propose plusieurs formats de représentation des préférences (ensembles de formules logiques pondérées, ensembles de conditionnelles, réseaux possibilistes). On peut passer d'un de ces formats à un autre, tout en préservant la sémantique. En particulier, nous avons proposé [3] un nouveau modèle graphique appelé  $\pi$ -Pref nets basé sur les réseaux possibilistes pour représenter les préférences. Ces réseaux utilisent des degrés de possibilités numériques non-instantiés (des poids symboliques) et éventuellement des informations supplémentaires sur l'importance relative de ces poids. Les  $\pi$ -Pref nets sont une contrepartie graphique de la logique possibiliste symbolique [10].

Dans certaines situations, il est nécessaire de faire des choix collectifs afin de trouver les meilleurs résultats pour un groupe d'agents, ou d'ordonner les résultats possibles en fonction de leurs préférences. Cependant, il est clair que le cadre multi-agents induit certaines situations où nous avons besoin de gérer des préférences partielles relatives à certains agents, ou de concilier des préférences contradictoires. Seuls quelques modèles graphiques pour la représentation des préférences multi-agents ont été proposés dans la littérature, tels que les réseaux de préférences conditionnelles multi-agents (mCP-nets) [12], les réseaux de préférences conditionnelles probabilistes (PCP-nets) [6], et les modèles GAI pour les préférences collectives [11]. Dans le cadre possibiliste, une

logique multi-agents a été proposée dans [1], où les formules sont des paires de la forme  $(p, A)$ , composées d’une proposition  $p$  et d’un sous-ensemble d’agents  $A$ . La formule  $(p, A)$  signifie ‘(au moins) tous les agents de  $A$  croient que  $p$  est vraie’. Une similitude formelle de ces formules avec celles de la logique possibiliste a été soulignée. Cette logique a été étendue avec des niveaux de certitude comme en logique possibiliste. Chaque proposition est alors associée à un ensemble d’agents et à un niveau de certitude. Ainsi, une formule ayant la forme  $(p, \alpha/A)$ , exprime que ‘(au moins) tous les agents de  $A$  croient que  $p$  est vraie au moins avec un niveau de certitude  $\alpha$ ’. Comme on le voit, cette logique a été utilisée pour manipuler les croyances plutôt que des préférences.

Dans cet article, nous considérons pour la première fois cette logique en terme de préférences. Notre motivation est double :

(i) exploiter la forte similitude entre logique multi-agents et logique possibiliste, (ii) tirer parti de la transformation existante de la logique possibiliste aux réseaux possibilistes [4]. Ainsi, nous proposons une contrepartie graphique de la logique multi-agents qui peut être vue comme une généralisation des  $\pi$ -Pref nets. Ce nouveau modèle graphique pourra servir comme base pour la résolution des requêtes d’optimisation et de dominance, comparé aux bases logiques. De plus, il facilitera l’éllicitation de préférences collectives car il peut permettre de capturer les préférences d’une manière plus intuitive.

L’article est organisé comme suit. La Section 2 présente les travaux existants relatifs aux modèles graphiques multi-agents. La Section 3 offre un rappel sur la logique possibiliste et les réseaux possibilistes. La Section 4 présente la logique multi-agents et sa contrepartie graphique pour la modélisation des préférences. Enfin, la Section 5 décrit l’extension de la logique multi-agents et de sa contrepartie graphique à des niveaux de priorité.

## 2 Travaux existants

Assez peu de modèles ont été proposés pour représenter les préférences multi-agents. Par exemple, les réseaux de préférences conditionnelles multi-agents (mCP-net) [12] sont une extension des réseaux de préférences conditionnelles (CP-nets) dans le cadre multi-agents. Le ‘m’ dans les mCP-net signifie à la fois multi-agents et le nombre d’agents (par exemple, un 3CP-net représente les préférences de 3 agents et un 1CP-net est un CP-net). Les mCP-nets ont été principalement proposés dans le cadre de vote entre agents. Ils sont constitués par plusieurs CP-nets partiels relatifs aux préférences des agents. Plus précisément, un CP-net partiel est un CP-net où certaines variables ne peuvent pas être classées, ce qui signifie que l’agent est indifférent aux valeurs que peuvent prendre ces variables. Pour représenter les préférences de plusieurs agents, ces CP-nets partiels sont considérés ensemble. Graphiquement, le réseau est obtenu en combinant les CP-nets partiels. Nous pouvons raisonner sur un mCP-net en interrogeant chaque CP-net partiel, puis en déduisant le résultat en utilisant différentes sémantiques. Ces sémantiques représentent des concepts de vote comme l’optimalité au sens de Pareto, l’ordre lexicographique, et le classement quantitatif.

Les CP-nets probabilistes (PCP-nets) [6] permettent de représenter de manière compacte une distribution de probabilité sur plusieurs CP-nets et représentent un résumé des préférences d’un groupe. Un PCP-net a la même composante graphique qu’un CP-net, ce qui nous permet de construire plusieurs CP-nets, chacun d’entre eux représente les préférences d’un agent. Les requêtes d’optimisation et de dominance sont étudiées dans [6]. Plus généralement, un mCP-net peut être vu comme un ensemble de CP-nets partiels qui permettent d’induire des relations de préférence collectives en utilisant des méthodes de vote telles que Pareto ou la

règle majoritaire. Cependant, les PCP-nets visent à représenter les préférences de tous les agents dans une représentation graphique unique où chaque valeur d'attribut est associée à une probabilité qui reflète la proportion des agents qui préfèrent cette valeur.

Notre objectif est de proposer un modèle graphique qui représente les préférences collectives de tous les agents dans un réseau d'une manière similaire aux PCP-nets. Cependant, le modèle visé doit gérer l'indifférence et l'incohérence de certains agents. Il doit également gérer les agents en fonction de leurs profils et non seulement en terme de proportions. Contrairement aux mCP-nets et PCP-nets, ce modèle peut être étendu pour décrire l'intensité de préférence en ajoutant des priorités.

### 3 Possibilités et préférences

Soit  $V = \{X_1, \dots, X_n\}$  un ensemble de variables. Chaque variable  $X_i$  a un domaine  $D(X_i)$ .  $x_i$  désigne toute valeur de  $X_i$ .  $\Omega$  représente l'univers de discours qui est le produit cartésien de tous les domaines des variables dans  $V$ . Chaque élément  $\omega_i \in \Omega$  est appelé une interprétation. La théorie des possibilités [8] offre un cadre intéressant pour la représentation des préférences [7]. Une distribution de possibilité est une fonction de  $\Omega$  dans l'intervalle  $[0, 1]$ , ou dans une échelle totalement ordonnée et bornée. Un ordre de préférence entre différentes alternatives est codé par une distribution de possibilité  $\pi$ .  $\pi(\omega_i) = 0$  signifie que l'interprétation  $\omega_i$  n'est pas du tout satisfaisante, tandis que  $\pi(\omega_i) = 1$  signifie qu'elle l'est tout à fait.

Considérons un langage propositionnel fini où  $p, q, \dots$  sont des propositions (et  $[p]$  est l'ensemble des modèles de  $p$ ). Deux mesures duales sont définies afin d'ordonner les formules propositionnelles : la *mesure de possibilité* exprimée par  $\Pi(p) = \max \{\pi(\omega_i) : \omega_i \in [p]\}$  évaluant à quel point avoir  $p$  vrai est satisfaisant ; la *mesure de nécessité* exprimée par  $N(p) = 1 - \Pi(\neg p)$

évaluant à quel point avoir  $p$  vrai est impératif.

Dans la théorie des possibilités, il existe deux définitions pour le conditionnement selon que le cadre est qualitatif (ordinal) ou quantitatif (numérique). Le conditionnement en théorie des possibilités est considéré comme un processus de révision qui transforme une distribution de possibilité initiale  $\pi$  et une nouvelle information  $q$  totalement fiable en une nouvelle distribution de possibilité notée  $\pi(\cdot|q)$ . Formellement, le conditionnement est défini à partir de l'équation suivante [4] :  $\pi(p, q) = \pi(p|q) \otimes \pi(q)$  où  $\otimes$  correspond au produit dans un cadre quantitatif (numérique) et au min dans un cadre qualitatif (ordinal).

Comme mentionné en introduction, la théorie des possibilités offre plusieurs formats de représentation des préférences [9], à savoir, les ensembles de formules logiques pondérées, les bases conditionnelles, les réseaux possibilistes. On peut passer d'un format à un autre, tout en préservant la sémantique [5]. Le choix d'un format dépend de la façon dont l'information est exprimée (certains formats pouvant alors être plus appropriés que d'autres). Dans la suite, nous nous focalisons sur deux d'entre eux.

Une façon compacte de décrire les préférences est d'exprimer l'objectif "avoir  $p$  vrai" comme une formule logique possibiliste de la forme  $(p, \alpha)$ , signifiant  $N(p) \geq \alpha$ , où plus  $\alpha$  est grand, plus l'objectif est impératif. Les bases possibilistes sont des ensembles de formules logiques pondérées par un degré de priorité  $\alpha$ . Dans le cadre qualitatif, une base possibiliste  $\Sigma = \{(p_i, \alpha_i) \mid i = 1, n\}$  reflète un classement des formules tel que les formules du premier niveau représentent les préférences les plus impératives avec un degré de nécessité égal à 1. La transformation d'une base possibiliste en une distribution de possibilité est directe.

Pour bénéficier d'une structure graphique,

nous avons proposé d'utiliser les réseaux possibilistes [2] pour modéliser les préférences [3], et non plus l'incertitude (les degrés de possibilité sont interprétés comme des niveaux de satisfaction). Le modèle graphique de préférence proposé, appelé  $\pi$ -Pref nets, utilise le conditionnement basé sur le produit et sa règle de chaînage est définie par  $\pi(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1..n} \pi(X_i \mid Pa(X_i))$  tel que  $Pa(X_i)$  est une instantiation des parents de  $X_i$ . En l'absence de valeurs quantitatives disponibles, les degrés de possibilité restent non spécifiés. Ainsi, dans un  $\pi$ -Pref net, pour chaque instantiation des parents, l'ordre de préférence entre les valeurs de la variable est codé par une distribution de possibilité conditionnelle locale exprimée avec des poids symboliques. Comme on le verra, cette représentation graphique est un cas particulier des modèles multi-agents proposés dans cet article.

## 4 Représentation multi-agents

La logique multi-agents [1] ressemble par sa syntaxe et ses règles d'inférence à la logique possibiliste. De plus, une contrepartie ensembliste des distributions de possibilité et des mesures possibilistes est définie. Soit  $All$  l'ensemble de tous les agents; les lettres majuscules  $A, B, \dots$  représentent des sous-ensembles d'agents. Ces sous-ensembles d'agents sont partiellement ordonnés, ce qui contraste avec la logique possibiliste standard où l'échelle utilisée est totalement ordonnée. Dans les prochains paragraphes, nous rappelons les notions de base possibiliste multi-agents, puis nous présentons son homologue graphique.

### 4.1 Logique multi-agents

Une formule multi-agents est de la forme  $(p, A)$  où  $A$  est un sous-ensemble d'agents. Sémantiquement, cette formule exprime une contrainte de la forme  $N(p) \supseteq A$ , où  $N$  est une fonction qui retourne l'ensemble d'agents pour lesquels  $p$  est certainement vrai. Par conséquent, la formule  $(p, A)$  signifie qu'au moins tous les agents de  $A$  croient  $p$ . Comme

dans le cas standard, les mesures  $\Pi$  et  $N$  sont liées par dualité. En effet,  $\Pi(p) = All \setminus N(\neg p)$ , ce qui correspond à l'ensemble des agents qui ne croient pas en  $\neg p$ . En d'autres termes,  $\Pi(p)$  désigne l'ensemble des agents pour lesquels  $p$  est possible. L'ensemble des agents qui pensent que  $p$  est certain est un sous-ensemble des agents qui pensent que  $p$  peut être possible, soit  $N(p) \subseteq \Pi(p)$ . La sémantique d'une telle logique est définie par une application  $\pi$  d'un univers de discours  $\Omega$  dans l'ensemble des sous-ensembles d'agents  $2^{All}$ . Ces derniers sont partiellement ordonnés, ce qui se contraste avec la logique possibiliste standard où les formules sont associées à des niveaux de certitude totalement ordonnés. Considérons une formule multi-agents  $(p_i, A_i)$ . Cette formule conduit à la représentation sémantique suivante à travers la ma-distribution  $\pi_{(p_i, A_i)}$  :

$$\pi_{(p_i, A_i)}(\omega) = \begin{cases} All & \text{si } \omega \models p_i \\ \overline{A_i} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1)$$

En effet, le fait que tous les agents de  $A_i$  croient  $p_i$  n'empêche aucun agent de trouver les modèles de  $p_i$  possibles, tandis que seuls les agents en dehors de  $A_i$  peuvent trouver  $\neg p_i$  possible. Une base multi-agents  $\Gamma = \{(p_i, A_i) \mid i = 1, n\}$  est associée à une distribution de possibilité, où  $\pi(\omega)$  définit l'ensemble maximal d'agents qui trouvent  $\omega$  possible, donnée par :

$$\pi_\Gamma(\omega) = \begin{cases} All & \text{si } \forall (p_i, A_i) \in \Gamma, \omega \models p_i \\ \bigcap \{\overline{A_i} : (p_i, A_i) \in \Gamma, \omega \models \neg p_i\} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2)$$

Le sous-ensemble d'agents  $\pi_\Gamma(\omega)$  est l'intersection des sous-ensembles d'agents  $\overline{A_i}$  qui trouvent possibles les  $\omega$  qui violent les formules  $(p_i, A_i)$ . Ainsi, l'ensemble  $\pi_\Gamma(\omega)$  est l'intersection des ensembles  $\pi_{(p_i, A_i)}$ .

Il existe deux types de normalisation pour une ma-distribution  $\pi$ , définis ci-dessous :

**-ma-normalisation**  $\exists \omega \in \Omega$  t.q.  $\pi(\omega) = All$ . Il y a alors cohérence entre tous les agents puisqu'ils ont au moins une interprétation en commun qu'ils trouvent possible. Cette normalisation implique la suivante :

- **i-normalisation** :  $\bigcup\{\pi(\omega), \omega \in \Omega\} = All$ . Cela signifie que chaque agent est cohérent individuellement en trouvant au moins une interprétation possible. Mais il peut exister des contradictions entre des sous-groupes d'agents : par exemple  $\Gamma = \{(p, A), (\neg p, \bar{A})\}$ .

Dans le cadre des préférences, le degré de possibilité  $\pi(p) = A$  signifie que  $A$  est le plus grand sous-ensemble d'agents qui trouvent satisfaisants les modèles de  $p$ . La mesure de nécessité  $N(p)$  représente tous les agents connus pour lesquels  $p$  doit impérativement être satisfait, et la mesure de possibilité  $\Pi(p)$  correspond à l'ensemble maximal d'agents qui ne trouvent pas qu'il est impératif de satisfaire  $\neg p$ .  $\Pi(p) \cap \Pi(\neg p)$  représente l'ensemble d'agents qui sont indifférents à la satisfaction ou non de  $p$ .  $N(p) \cap N(\neg p)$  est l'ensemble des agents incohérents, qui peut être ou non vide.

**Exemple 1** *Considérons les préférences d'agents au sujet de boissons et leurs accompagnements. La population est décrite par deux caractéristiques : être une femme ( $W$ ) ou un homme ( $M$ ), être jeune ( $Y$ ) ou vieux ( $O$ ) (avec  $W \cap M = \emptyset, Y \cap O = \emptyset$ ). Les choix portent sur  $Drink = \{Tea(t), Coffee(\neg t)\}$ ,  $Sugar = \{Yes(s), No(\neg s)\}$ ,  $Cake = \{Yes(c), No(\neg c)\}$ . Soit la ma-base suivante :  $\Gamma = \{(\neg t, M), (t, All \setminus (M \cap Y)), (\neg s, O), (s, Y), (\neg c \vee \neg t \vee \neg s, All \setminus (M \cap Y)), (c \vee \neg t \vee \neg s, All \setminus (M \cap O)), (\neg c \vee \neg t \vee s, Y), (\neg c \vee t \vee \neg s, All \setminus (M \cap Y)), (c \vee t \vee \neg s, M), (\neg c \vee t \vee s, M), (c \vee t \vee s, All \setminus (M \cap O))\}$ . Notons que la ma-normalisation est non vérifiée, en effet, puisque  $M \cap O \subseteq M$ , et  $M \cap O \subseteq All \setminus (M \cap Y)$ , l'ensemble d'agents  $M \cap O$  n'est pas cohérent car  $M \cap O \subseteq N(t) \cap N(\neg t) \neq \emptyset$ . A partir d'une telle base, on peut déduire, pour chaque sous-ensemble possible d'agents, la partie propositionnelle des formules logiques qui les concernent. Par exemple,  $\Gamma_{W \cap O} = \{t, \neg s\}$ .*

## 4.2 Graphe multi-agents

Comme déjà dit, la logique possibiliste a une contrepartie graphique, les réseaux possibilistes, eux-mêmes l'analogie des réseaux

bayésiens pour les possibilités. De même, vu la similarité entre logique possibiliste et logique multi-agents, nous proposons une représentation graphique de cette dernière.

**Réseaux multi-agents** La contrepartie de la règle de Bayes possibiliste est la règle de conditionnement multi-agents suivante :

$$\pi(p \wedge q) = \pi(p|q) \cap \pi(q) \quad (3)$$

Du point de vue des préférences, cette règle exprime que l'ensemble maximal d'agents pour lesquels  $p \wedge q$  est satisfaisant est égal à l'intersection entre l'ensemble maximal d'agents pour lesquels  $q$  est satisfaisant et l'ensemble maximal d'agents pour lesquels  $p$  est satisfaisant si  $q$  est vrai. Une distribution de possibilité jointe peut se décomposer en termes de distributions de possibilité conditionnelles. Nous pouvons suivre la même procédure pour le modèle multi-agents. Cette décomposition garantit que la distribution de possibilité jointe est normalisée si toutes les distributions de possibilité conditionnelles sont normalisées, ce qui signifie ici que tous les agents sont localement cohérents. Soit  $X_1, \dots, X_n$  l'ensemble des variables ordonnées arbitrairement. Le conditionnement multi-agents conduit à :

$$\pi(X_1, \dots, X_n) = \pi(X_1|X_2..X_n) \cap \dots \cap \pi(X_{n-1}|X_n) \quad (4)$$

Le modèle graphique de préférences multi-agents partage les mêmes composante graphique et notion d'indépendance que les réseaux possibilistes, avec les règles de conditionnement et de chaînage données ci-dessus.

**Définition 1 (ma-net)** *Un réseau multi-agents sur un ensemble de variables  $V$  a :*

- un graphe orienté acyclique (DAG) comme composante graphique ;
- une composante préférentielle consistant à affecter des ensembles d'agents aux différents liens dans le DAG par une distribution multi-agents conditionnelle pour chaque noeud  $X_i$  dans le contexte  $u_i$  de ses parents  $Pa(X_i)$ .

**Exemple 2** *Les préférences exprimées dans l'Exemple 1 peuvent être décrites par le*

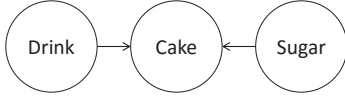


Figure 1 – Graphe de l'Exemple 1

$\pi(t)$	$\pi(\neg t)$	$\pi(s)$	$\pi(\neg s)$
$W$	$M \cap Y$	$Y$	$O$

$\pi(\cdot)$	$ts$	$t\neg s$	$\neg ts$	$\neg t\neg s$
$c$	$M \cap Y$	$O$	$M \cap Y$	$W$
$\neg c$	$M \cap O$	$W$	$W$	$M \cap O$

Tableau 1 – Distributions conditionnelles

réseau de la Figure 1 et les distributions conditionnelles associées du Tableau 1. Avec la règle de chaînage, nous obtenons la ma-distribution suivante :  $\pi(tsc) = \emptyset$ ,  $\pi(ts\neg c) = W \cap Y \cap O = \emptyset$ ,  $\pi(t\neg sc) = W \cap O$ ,  $\pi(t\neg s\neg c) = W \cap O$ ,  $\pi(\neg tsc) = M \cap Y$ ,  $\pi(\neg ts\neg c) = M \cap Y \cap W = \emptyset$ ,  $\pi(\neg t\neg sc) = M \cap Y \cap O \cap W = \emptyset$ ,  $\pi(\neg t\neg s\neg c) = M \cap Y \cap O \cap M \cap O = \emptyset$ .

### Réseaux possibilistes individuels d'un ma-net

A partir d'un ma-net, nous pouvons construire un réseau possibiliste associé à chaque sous-ensemble possible d'agents. Autrement dit, nous pouvons focaliser le ma-net sur un sous-ensemble  $A \subseteq All$ . Ce réseau a la même structure que le ma-net et correspond à une base propositionnelle déduite de la ma-base  $\{(p_i, A_i) | i = 1, n\}$  en ne gardant que les  $p_i$  t.q.  $A \subseteq A_i$ .<sup>1</sup> Pour chaque sous-ensemble d'agents  $A$ , la distribution de possibilité est définie par :

$$\pi_A(x_i | u_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } A \subseteq \pi(x_i | u_i) \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5)$$

La distribution de possibilité conjointe résultante est donc divisée en deux couches : les interprétations satisfaisantes, et les rejetées.

**Exemple 3** *Considérons le ma-net de l'Exemple 2. Le Tableau 2 donne les tables conditionnelles associées au réseau de la Figure 1 et correspondant aux préférences du sous-ensemble d'agents  $W \cap O$ . Considérons, par exemple, la ma-distribution du noeud Drink avec  $\pi(t) = W$*

1. Si on restreint seulement le ma-net à  $A$ , on remplacera la ma-base par  $\{(p_i, A_i \cap A) | i = 1, n\}$ .

Agents	$\pi(t)$	$\pi(\neg t)$	$\pi(s)$	$\pi(\neg s)$
$W \cap O$	1	0	0	1
$M \cap Y$	0	1	1	0

Agents	$\pi(\cdot)$	$ts$	$t\neg s$	$\neg ts$	$\neg t\neg s$
$W \cap O$	$c$	0	1	0	1
	$\neg c$	0	1	1	0
$M \cap Y$	$c$	1	0	1	0
	$\neg c$	0	0	0	0

Tableau 2 – Distributions conditionnelles pour  $W \cap O$  et  $M \cap Y$

et  $\pi(\neg t) = M \cap Y$ . D'après l'équation (5), nous avons  $\pi_{W \cap O}(t) = 1$  puisque  $W \cap O \subseteq W$  et  $\pi_{W \cap O}(\neg t) = 0$  puisque  $W \cap O \not\subseteq M \cap Y$ . D'après la règle de chaînage possibiliste basée sur le produit, nous pouvons définir les deux couches :  $\pi_{O \cap W}(t\neg sc) = \pi_{O \cap W}(t\neg s\neg c) = 1$  et  $\pi_{O \cap W}(tsc) = \pi_{O \cap W}(ts\neg c) = \pi_{O \cap W}(\neg tsc) = \pi_{O \cap W}(\neg ts\neg c) = \pi_{O \cap W}(\neg t\neg sc) = \pi_{O \cap W}(\neg t\neg s\neg c) = 0$ . De même, nous pouvons construire le réseau possibiliste du sous-ensemble d'agents  $M \cap Y$ . Les tables possibilistes sont également représentées par le Tableau 2. L'interprétation préférée par ce sous-ensemble d'agents (à savoir ayant un degré de possibilité égal à 1) est  $\neg tsc$ . Nous notons que le sous-ensemble d'agents  $(M \cap Y) \cup (W \cap O)$  est inconsistant puisque  $\{\neg tsc\} \cap \{t\neg sc, t\neg s\neg c\} = \emptyset$ .

Comme expliqué dans la section précédente, nous pouvons faire face à deux types d'incohérence. L'absence de i-normalisation peut être détectée à partir du réseau possibiliste : si un sous-ensemble d'agents est incohérent alors leur réseau possibiliste résultant n'est pas normalisé, conduisant ainsi à une distribution de possibilité à une seule couche où toutes les interprétations ont un degré de possibilité égal à 0.

### Requêtes de dominance et d'optimisation

La ma-normalisation a des avantages computationnels. En effet, par définition, si le modèle est ma-normalisé alors tous les agents sont d'accord sur au moins une interprétation. Avec les ma-nets, trouver cette interprétation est simple et est linéaire en nombre de variables. Grâce à la normalisation de chaque table de possibilité condi-



tionnelle (c'est-à-dire pour chaque variable  $X_i$ , chaque instanciation  $u_i$  de  $Pa(X_i)$  :  $\max(\pi(x_i | u_i), \pi(\neg x_i | u_i)) = All$  où  $\{\neg x_i\} = D(X_i)/\{x_i\}$  avec  $x_i \in D(X_i)$ ), nous pouvons toujours trouver une solution optimale en partant des noeuds racines où nous choisissons chaque fois la valeur ou l'une des valeur(s) satisfaisantes (avec une possibilité égale à  $All$ ). Puis, en fonction de l'instanciation des parents, on choisit à chaque fois de nouveau une alternative avec une ma-possibilité conditionnelle égale à  $All$ . On finit ainsi par obtenir une ou plusieurs solutions complètement instanciées avec une ma-possibilité égale à  $All$ . Les requêtes de dominance consistent à tester si les interprétations sont dans la même couche.

## 5 Cas possibiliste multi-agents

Dans cette section, nous rappelons les notions de base de la logique possibiliste multi-agents qui étend à la fois la logique possibiliste et la logique multi-agents, avant de proposer une contrepartie graphique.

### 5.1 Logique possibiliste multi-agents

La logique possibiliste multi-agents décrit les préférences graduées d'agents en utilisant des contreparties à valeurs ensemblistes flous des notions de distribution de possibilité, de mesure de possibilité, et de mesure de nécessité. Les formules dans cette logique sont de la forme  $(p, \alpha/A)$  (où  $\alpha$  est une borne inférieure de nécessité et  $A$  un sous-ensemble d'agents) exprimant que  $p$  est certain au moins au niveau  $\alpha$  pour au moins tous les agents de  $A$ . Sur cette seule base, l'ensemble des agents trouve toute interprétation de  $p$  tout à fait possible. De plus, l'ensemble maximal d'agents qui trouvent toute interprétation de  $\neg p$  possible sont les agents de  $\bar{A}$  au niveau 1, et les agents de  $A$  au plus au niveau  $1 - \alpha$ . La distribution associée à un ensemble de formules  $\Gamma = \{(p_i, \alpha_i/A_i) | i = 1, n\}$  est donc :

$$\pi_{\Gamma}(\omega) = \begin{cases} 1/All & \text{si } \forall (p_i, \alpha_i/A_i) \in \Gamma, \omega \models p_i \\ \bigcap \{(1 - \alpha_i)/A_i \cup 1/\bar{A}_i\} & \\ (p_i, \alpha_i/A_i) \in \Gamma, \omega \models \neg p_i & \text{sinon.} \end{cases} \quad (6)$$

La ma-normalisation et la i-normalisation sont définies comme précédemment. La première est toujours liée à la cohérence de la base logique propositionnelle et s'écrit  $\exists \omega \in \Omega, \pi(\omega) = 1/All$  ( $1/All$  est équivalent à  $All$ ). De même, la i-normalisation est définie par  $\Pi(\top) = \bigcup_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) = 1/All$ , et assure la cohérence individuelle des agents. Du point de vue de l'interprétation des préférences, un degré de possibilité  $\pi(\omega) = \beta/B$  signifie qu'au plus tous les agents de  $B$  trouvent  $\omega$  satisfaisant au maximum au niveau  $\beta$ .

**Exemple 4** *Considérons une base possibiliste multi-agents correspondant aux préférences sur la variable Drink =  $\{t, \neg t\}$  :  $\Gamma = \{(\neg t, 0.9/\bar{W}), (t, 0.3/\bar{M} \cap \bar{Y})\}$ . La distribution de possibilité correspondant à cette base est :  $\pi(t) = (0.1/\bar{W} \cup 1/W) \cap 1/All = 0.1/\bar{W} \cup 1/W$ ,  $\pi(\neg t) = (0.7/\bar{M} \cap \bar{Y} \cup 1/M \cap Y) \cap 1/All = 0.7/\bar{M} \cap \bar{Y} \cup 1/M \cap Y$ .  $\pi(t)$  signifie que au plus toutes les femmes sont totalement satisfaites avec une tasse de thé et au plus tous les hommes sont satisfaits avec un degré de satisfaction maximal égal à 0.1. Maintenant, nous pouvons construire la base logique possibiliste représentant les préférences des femmes, à savoir,  $\Gamma_W = \{(t, 0.3)\}$ .*

### 5.2 Graphe possibiliste multi-agents

Une contrepartie graphique existe aussi pour la logique multi-agents possibiliste. Les degrés de possibilité ont maintenant pour valeurs des ensembles flous d'agents.

#### Les réseaux possibilistes multi-agents

En utilisant le même conditionnement (Eq. 3) et le même chaînage (Eq. 4), on définit une contrepartie graphique de la logique possibiliste multi-agents. C'est une extension de celle, déjà définie, pour la logique multi-agents. Les réseaux multi-agents possibilistes (notés ma- $\pi$  nets) ont la même structure que les ma-nets comme illustré ci-après.

**Exemple 5** *Considérons les tables possibilistes multi-agents du Tableau 5, associées au réseau de la Figure 1 et correspondant à une extension du réseau représenté par la Figure*

1 et le Tableau 1. Notons que la distribution de possibilité locale associée au noeud ‘Drink’ correspond à la base logique de l’exemple 4. Il est possible de vérifier que le réseau n’est pas ma-normalisé comme le montre sa distribution de possibilité associée. Par exemple,  $\pi(t \neg sc) = (1/W \cup 0.1/\bar{W}) \cap (0.2/Y \cup 1/O) \cap (1/O \cup 0.1/Y)$ . Il est clair que  $W \cap O$  préfèrent  $t \neg sc$  avec un degré de satisfaction égal à 1.

$\pi(t)$	$\pi(\neg t)$	$\pi(s)$	$\pi(\neg s)$
$1/W \cup 0.1/\bar{W}$	$1/M \cap Y \cup 0.7/M \cap \bar{Y}$	$1/Y \cup 0.6/O$	$1/O \cup 0.2/\bar{Y}$
$\pi(\cdot \cdot)$	$ts$	$t \neg s$	
$c$	$1/Y \cup 0.3/O$	$1/O \cup 0.1/Y$	
$\neg c$	$1/O \cup 0.5/Y$	$1/W \cup 0.6/M$	
$\pi(\cdot \cdot)$	$\neg ts$	$\neg t \neg s$	
$c$	$1/M \cap Y \cup 0.2/M \cap \bar{Y}$	$1/W \cup 0.9/M$	
$\neg c$	$1/W \cup 0.1/M$	$1/M \cup O \cup 0.7/M \cap O$	

Tableau 3 – Tables du réseau de la Figure 1

**Réseau ma- $\pi$  et réseaux possibilistes individuels** Contrairement aux réseaux multi-agents, les réseaux ma- $\pi$  permettent d’exprimer des niveaux de préférence. Aussi, le réseau induit relatif aux préférences d’un ensemble d’agents correspond à un  $\pi$ -Pref net standard. Sa structure est similaire au réseau multi-agents et les distributions de possibilité locales pour un sous-ensemble  $A$  sont définies par :  $\pi_A(x_i|u_i) = \alpha, \forall A \subseteq B$  t.q.  $\pi_\Gamma(x_i|u_i) \subseteq \alpha/B$ .

**Exemple 6** *Considérons le réseau ma- $\pi$  représenté par la Figure 1 et le Tableau 5. Les tables possibilistes induites représentant les préférences de l’ensemble  $W \cap O$  sont :  $\pi(t) = 1, \pi(\neg t) = 0.7, \pi(s) = 0.6, \pi(\neg s) = 1, \pi(c|ts) = 0.3, \pi(c|t \neg s) = 1, \pi(c|\neg ts) = 0.2, \pi(c|\neg t \neg s) = 1, \pi(\neg c|ts) = \pi(\neg c|t \neg s) = \pi(\neg c|\neg ts) = 1, \pi(\neg c|\neg t \neg s) = 0.7$ . Le réseau résultant est normalisé et, par conséquent, sa distribution de possibilité calculée en utilisant la règle de chaînage est normalisée. On peut vérifier que  $t \neg sc$  et  $t \neg s \neg c$  sont les meilleures interprétations ( $\pi(t \neg sc) = \pi(t \neg s \neg c) = 1$ ).*

## 6 Conclusion

Cet article préliminaire ouvre plusieurs pistes de recherche. En effet, à part les requêtes

classiques, nous pouvons étudier de nouvelles requêtes autorisées par les réseaux (possibilistes) multi-agents tels que l’identification d’agents incohérents directement à partir du réseau. L’aspect calculatoire a également un grand intérêt en recherchant des algorithmes pour répondre aux différentes requêtes d’une manière locale. On peut également penser à des extensions des réseaux possibilistes multi-agents où les ensembles d’agents sont décrits à l’aide de formules logiques.

## Références

- [1] A. Belhadi, D. Dubois, F. Khellaf-Haned, and H. Prade. Multiple agent possibilistic logic. *J. Applied Non-Classical Logics*, 23 :299–320, 2013.
- [2] N. Ben Amor and S. Benferhat. Graphoid properties of qualitative possibilistic independence relations. *Int. J. of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Sys.*, 13 :59–96, 2005.
- [3] N. Ben Amor, D. Dubois, H. Gouider, and H. Prade. Possibilistic conditional preference networks. In *Proc.ECSQARU’2015*, pages 36–46, 2015.
- [4] S. Benferhat, D. Dubois, L. Garcia, and H. Prade. On the transformation between possibilistic logic bases and possibilistic causal networks. *Int. J. of Approximate Reasoning*, 29(2) :135–173, 2002.
- [5] S. Benferhat, D. Dubois, S. Kaci, and H. Prade. Bridging logical, comparative, and graphical possibilistic representation frameworks. In *Proc. ECSQARU’01*, LNCS 2143. Springer, 2001.
- [6] D. Bigot, B. Zanuttini, H. Fargier, and J. Mengin. Probabilistic conditional preference networks. In *Proc. UAI’21*, 2013.
- [7] D. Dubois, S. Kaci, and H. Prade. Approximation of conditional preferences networks “CP-nets” in possibilistic logic. In *Proc. 15th Int. Conf. on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, Vancouver, 2006.
- [8] D. Dubois and H. Prade. *Possibility Theory : An Approach to Computerized Processing of Uncertainty*. Plenum Press, 1988.
- [9] D. Dubois and H. Prade. Qualitative possibility theory in information processing. In *Proc. Forging New Frontiers : Fuzzy Pioneers II*, pages 53–83. Springer, 2008.
- [10] D. Dubois, H. Prade, and F. Touazi. Conditional Preference-nets, possibilistic logic, and the transitivity of priorities. In *Proc. 33rd SGAI Int.l Conf., Cambridge*, pages 175–184, 2013.
- [11] J. Dubus, C. Gonzales, and P. Perny. Choquet optimization using GAI networks for multiagent/multicriteria decision-making. In *Algorithmic Decision Theory*, pages 377–389. 2009.
- [12] F. Rossi, K. Venable, and T. Walsh. mCP-nets : representing and reasoning with preferences of multiple agents. In *Proc. AAAI*, volume 4, pages 729–734, 2004.