



HAL
open science

Algorithmes quantiques pour le bi-partitionnement d'hypergraphes

Julien Rodriguez

► **To cite this version:**

Julien Rodriguez. Algorithmes quantiques pour le bi-partitionnement d'hypergraphes. ROADEF 2022 - 23ème congrès annuel de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, INSA Lyon, Feb 2022, Lyon, France. hal-03595234

HAL Id: hal-03595234

<https://hal.science/hal-03595234>

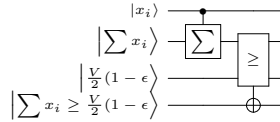
Submitted on 3 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

$$\sum_{v \in V} x_v \geq \frac{|V|}{2}(1 - \epsilon)$$

$$x_v \in \{0, 1\}, \forall v \in V$$



L'algorithme de Grover permet une recherche d'éléments dans un ensemble non structuré. Dans notre exemple, l'ensemble est l'espace de recherche défini par toutes les affectations possibles des variables x_v et les éléments recherchés sont des affectations qui valident les contraintes du problème.

À partir de cette modélisation il est possible de construire un oracle pour l'algorithme de recherche de Grover. En effet, les opérations nécessaires pour encoder ce circuit sont : $+/-$, \leq , \geq et \neq . La construction du circuit final reprend en partie des codes de sous-circuits présentés dans [6].

2.2 Modélisation du problème en QUBO

Les algorithmes variationnels sont des algorithmes d'approximation quantique minimisant un modèle d'Ising pouvant être généré à partir d'une fonction quadratique non contrainte. Les ordinateurs à recuit quantique peuvent également résoudre ces modèles.

Dans [4] les auteurs ont défini un modèle QUBO pour le problème du partitionnement dans les graphes. Le modèle présenté ci-dessous est une extension possible pour les hypergraphes :

$$\min A \times \sum_e \left(1 - \prod_{v \in e} x_v - \prod_{v \in e} (1 - x_v) \right) + B \times \left(\sum_v x_v - \frac{|V|}{2}(1 + \epsilon) \right)^2$$

Un hypergraphe $H = (V, E)$ peut également être modélisé en un graphe $G = (V, E')$ dans lequel $E' = \{(x_u, x_v) | (x_u, x_v) \in e, \forall e \in E\}$ et d'utiliser la formulation de [4] pour les graphes, au risque de compter un nombre d'arêtes coupées supérieur au nombre d'hyperarêtes réellement coupées pour une même affectation des x_v .

La construction des circuits pour QAOA et VQE reprend en partie la méthodologie présentée dans [1].

3 Conclusions et perspectives

Le nombre de qubits évolue linéairement en fonction de la taille des instances mais le circuit pour l'algorithme de Grover requiert plus de qubits que le circuit pour QAOA. Également pour le nombre de portes utilisées, QAOA requiert moins de portes que l'approche avec Grover. Du point de vue de la complexité en espace et en nombre de portes, QAOA apparaît comme plus intéressant. Cependant, l'absence de contraintes fortes dans QAOA perturbe la convergence vers une solution optimale contrairement à Grover qui accepte un modèle contraint.

Les modèles de partitionnement présentés peuvent être étendus pour du k -partitionnement moyennant un coût en espace de $O(|V| \log_2(k))$ qubits supplémentaires avec l'approche avec Grover et $O((k-1)|V|)$ qubits avec QAOA.

Références

- [1] Eric Bourreau, Gérard Fleury, and Philippe Lacomme. *Découverte de l'Informatique Quantique*, volume 1. Eyrolles, 2022 (à paraître).
- [2] Edward Farhi, Jeffrey Goldstone, and Sam Gutmann. A quantum approximate optimization algorithm, 2014.
- [3] Lov K. Grover. Quantum Computers Can Search Rapidly by Using Almost Any Transformation. 80(19) :4329–4332, May 1998.
- [4] Andrew Lucas. Ising formulations of many np problems. *Frontiers in Physics*, 2, 2014.
- [5] Alberto Peruzzo, Jarrod McClean, Peter Shadbolt, Man Hong Yung, Xiaoqi Zhou, Peter Love, Alán Aspuru-Guzik, and Jeremy O'Brien. A variational eigenvalue solver on a quantum processor. *Nature communications*, 5, 04 2013.
- [6] Julien Rodriguez. Évaluation du potentiel des machines quantiques pour l'optimisation combinatoire. Master's thesis, July 2020.