



HAL
open science

Coefficient d'association généralisé et Coefficient de covariation symétrique signé pour une modélisation alpha-stable

Bernédy Nel Messie Kodia Banzouzi, Lavie Phanie Moulogho Issayaba,
Claude Mederic Ndimba, Davy Cardorel Nzaba Kaya

► To cite this version:

Bernédy Nel Messie Kodia Banzouzi, Lavie Phanie Moulogho Issayaba, Claude Mederic Ndimba, Davy Cardorel Nzaba Kaya. Coefficient d'association généralisé et Coefficient de covariation symétrique signé pour une modélisation alpha-stable. Workshop "Méthodes aléatoires pour les sciences de la santé et de l'environnement", Dec 2021, Dakar, Sénégal. hal-03546412

HAL Id: hal-03546412

<https://hal.science/hal-03546412>

Submitted on 27 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Workshop "Méthodes aléatoires pour les sciences de la santé et de l'environnement"

Université Cheikh Anta Diop, Dakar, Sénégal, 14-16 décembre 2021

Coefficient d'association généralisé et Coefficient de covariation symétrique signé pour une modélisation alpha-stable

Bernédy Nel Messie KODIA BANZOUZI¹, Lavie Phanie MOULOGHO ISSAYABA² Claude Mederic NDIMBA³, Davy Cardorel NZABA KAYA⁴

Résumé :

Nous présentons deux coefficients qui ont été proposés pour capter la dépendance entre les composantes d'un vecteur aléatoire symétrique alpha-stable : le coefficient ou paramètre d'association généralisé proposé par Paulauskas et le coefficient de covariation symétrique signé proposé par Kodja et Garel. Ces deux coefficients ne coïncident pas en général. Cependant, ils possèdent les propriétés du coefficient de corrélation habituel. Nous présentons un estimateur convergent pour chacun de ces coefficients. Celui du coefficient d'association généralisé est basé sur l'estimation d'une mesure spectrale discrète et celui du coefficient de covariation symétrique signé utilise les moments fractionnaires d'ordre inférieur. Par une approche empirique, nous étudions les lois asymptotiques de ces estimateurs.

Mots clés : dépendance ; covariation ; mesure spectrale ; paramètre d'association.

1. Faculté des Sciences et Techniques, Université Marien N'Gouabi, Brazzaville — République du Congo

2. Faculté des Sciences et Techniques, Université Marien N'Gouabi, Brazzaville — République du Congo

3. Faculté des Sciences et Techniques, Université Marien N'Gouabi, Brazzaville — République du Congo

4. Faculté des Sciences et Techniques, Université Marien N'Gouabi, Brazzaville — République du Congo

Abstract :

We present two coefficients which were proposed with the aim to understand the dependence between the components of a symmetric alpha-stable random vector : the generalized association coefficient or parameter proposed by Paulauskas and the signed symmetric covariation coefficient proposed by Kodia et Garel. Both these coefficients do not coincide in general. However, they possess the properties of a usual correlation coefficient. We present a convergent estimator for each coefficient. The one of the generalized association coefficient is based on the estimation of a discrete spectral measure and that of the signed symmetric covariation coefficient uses the low order fractional moments. fractional moments of lower order. By an empirical approach, we study the asymptotic laws of these estimators.

Keywords : dependence ; covariation ; spectral measure ; association parameter.

1 Introduction

Les lois alpha-stables constituent une classe très riche de distributions de probabilité qui prend en compte l'asymétrie et les queues lourdes. Elles ont été caractérisées par Paul Lévy en 1924 comme les seules lois limites de sommes normalisées de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées. Parmi elles figurent la loi normale, la loi de Cauchy et la loi de Lévy.

Depuis les travaux pionniers de Mandelbrot (1963), qui suggéra les lois stables comme modèles possibles des revenus et prix spéculatifs, ces lois sont l'objet d'un intérêt grandissant pour des chercheurs travaillant dans des domaines comme l'économie, la physique, les télécommunications, la météorologie, la biologie et la génétique.

Bien que ces distributions présentent plusieurs propriétés attractives, certains écueils ont pendant longtemps limité leur utilisation. Le tout premier, d'une grande importance pour les praticiens, est qu'à l'exception des trois lois mentionnées précédemment, on ne peut pas écrire leur densité de probabilité sous une forme analytique simple. Ce dont nous disposons pour ces lois est leur fonction caractéristique. Le deuxième écueil est que toutes les lois stables non-gaussiennes et non dégénérées ont, soit une variance infinie, soit une variance non définie. Comme conséquence, le concept de matrice de corrélation, qui permet de comprendre la dépendance entre les coordonnées d'un vecteur aléatoire à variance finie, n'est plus valide. Dans ce contexte, il est crucial de définir d'autres mesures de dépendance.

En 1976 Paulauskas a proposé le paramètre d'association généralisé (g.a.p.) applicable à tout vecteur aléatoire symétrique α -stable. Miller (1978) a proposé une nouvelle mesure de dépendance, appelée covariation, dans le but de remplacer la covariance lorsque $1 < \alpha < 2$. En se basant sur la covariation, Kodia et Garel [4] ont proposé le coefficient de covariation symétrique signé (scov) et un estimateur convergent de cette quantité en se basant sur les moments fractionnaires d'ordre inférieur. Ils ont aussi proposé deux estimateurs convergents du paramètre ou coefficient d'association généralisé en estimant une mesure spectrale discrète. Dans cet article, nous présentons les résultats d'une étude empirique pour déterminer les lois asymptotiques de ces deux coefficients.

Dans la section 2, nous donnons quelques rappels de base sur les variables et vecteurs aléatoires α -stables. Nous présentons le coefficient d'association généralisé et le coefficient de covariation symétrique ainsi que leurs estimateurs respectifs dans la section 3. La section 4 est consacrée à une étude empirique des lois asymptotiques de ces estimateurs.

2 Les variables et vecteurs aléatoires α -stables

Une variable aléatoire α -stable X est caractérisée par quatre paramètres : $0 < \alpha \leq 2$, $\gamma \geq 0$, $-1 \leq \beta \leq 1$, et d un réel et est notée $S_\alpha(\gamma, \beta, d)$. Le paramètre α est l'index de stabilité ou exposant caractéristique, β est le paramètre d'asymétrie, γ est un paramètre d'échelle et d un paramètre de position. Le théorème suivant, qui a valeur de définition, donne la fonction caractéristique d'une variable aléatoire α -stable.

Théorème 2.1. *On dit qu'une variable aléatoire X a une distribution stable $S_\alpha(\gamma, \beta, d)$ si sa fonction caractéristique a la forme suivante :*

$$\varphi_X(t) = E \exp(itX) = \exp\{-\gamma^\alpha |t|^\alpha [1 + i\beta \text{sign}(t)w(t, \alpha)] + itd\}, \quad (1)$$

où

$$w(t, \alpha) = \begin{cases} -\tan \frac{\pi\alpha}{2} & \text{if } \alpha \neq 1, \\ \frac{2}{\pi} \ln |t| & \text{if } \alpha = 1, \end{cases}$$

avec t un réel, $\text{sign}(t) = 1$ si $t > 0$, $\text{sign}(t) = 0$ si $t = 0$ et $\text{sign}(t) = -1$ si $t < 0$.

Remarque 2.1. Le cas $\alpha = 2$ correspond à la distribution normale, c'est la seule qui a une variance finie. Quand $\beta = d = 0$, la distribution est symétrique (c'est-à-dire que X and $-X$ ont la même loi) et on la note $S_\alpha S(\gamma)$ ou de façon concise $S_\alpha S$.

Théorème 2.2. Soit $0 < \alpha < 2$. Le vecteur aléatoire $\mathbf{X} = (X_1, X_2)$ est α -stable dans \mathbb{R}^2 si et seulement si sa fonction caractéristique est de la forme

$$\varphi_{\mathbf{X}}(\mathbf{t}) = \exp \left\{ - \int_{S_2} |\langle \mathbf{t}, \mathbf{s} \rangle|^\alpha [1 + i \operatorname{sign}(\langle \mathbf{t}, \mathbf{s} \rangle) w(\langle \mathbf{t}, \mathbf{s} \rangle, \alpha)] \mathbf{M}(d\mathbf{s}) + i \langle \mathbf{t}, \mathbf{d} \rangle \right\}, \quad (2)$$

où \mathbf{M} est une mesure finie sur le cercle unité $S_2 = \{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^2 : \|\mathbf{s}\| = 1\}$ et \mathbf{d} est un vecteur dans \mathbb{R}^2 .

Ici $\langle \mathbf{t}, \mathbf{s} \rangle$ désigne le produit scalaire de \mathbb{R}^2 . La mesure \mathbf{M} est appelée mesure spectrale du vecteur aléatoire α -stable bivarié \mathbf{X} et le couple (\mathbf{M}, \mathbf{d}) est unique. La mesure spectrale porte l'information essentielle sur le vecteur, en particulier sur la structure de dépendance entre ses composantes. Il s'ensuit que toutes les mesures de dépendance s'expriment en fonction de cette dernière.

Le vecteur aléatoire \mathbf{X} est symétrique si et seulement $\mathbf{d} = 0$ et \mathbf{M} est symétrique sur S_2 . Dans ce cas, sa fonction caractéristique est donnée par

$$\varphi_{\mathbf{X}}(\mathbf{t}) = \exp \left\{ - \int_{S_2} |\langle \mathbf{t}, \mathbf{s} \rangle|^\alpha \mathbf{M}(d\mathbf{s}) \right\} = \exp \{ - I_{\mathbf{X}}(\mathbf{t}) \}, \quad (3)$$

où

$$I_{\mathbf{X}}(\mathbf{t}) = \int_{S_2} \psi_\alpha(\langle \mathbf{t}, \mathbf{s} \rangle) \mathbf{M}(d\mathbf{s}), \quad (4)$$

est la fonction exposant, avec $\psi_\alpha(u) = |u|^\alpha$. Pour tout $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^2$, la projection $\langle \mathbf{u}, \mathbf{X} \rangle = \sum_{k=1}^2 u_k X_k$ a une distribution $S\alpha S$ univariée. La mesure spectrale détermine la fonction du paramètre de projection $\gamma(\mathbf{u})$ par :

$$\gamma^\alpha(\mathbf{u}) = \int_{S_2} |\langle \mathbf{u}, \mathbf{s} \rangle|^\alpha \mathbf{M}(d\mathbf{s}).$$

3 Coefficient d'association généralisé et coefficient de covariation symétrique signé

3.1 Coefficient d'association généralisé

Le paramètre ou coefficient d'association généralisé a été défini par Paulauskas [6] de la manière suivante.

Définition 3.1. Soit (X_1, X_2) un vecteur aléatoire $S\alpha S$, $0 < \alpha \leq 2$, et \mathbf{M} sa mesure spectrale sur le cercle unité S_2 . Soit (U_1, U_2) un vecteur aléatoire sur S_2 de distribution de probabilité $\widetilde{\mathbf{M}} = \mathbf{M}/\mathbf{M}(S_2)$. Puisque \mathbf{M} est symétrique, on a

$EU_1 = EU_2 = 0$. Le paramètre ou coefficient d'association généralisé de X_1 et X_2 est défini par :

$$\tilde{\rho}(X_1, X_2) = \frac{EU_1U_2}{(EU_1^2EU_2^2)^{1/2}}. \quad (5)$$

Remarque 3.1. La coefficient d'association généralisé est un coefficient de corrélation calculé sur un vecteur quelconque dont la loi de probabilité est la mesure spectrale normalisée.

Le paramètre d'association généralisé a toutes les propriétés du coefficient de corrélation ordinaire d'un vecteur aléatoire gaussien bivarié, ce que montre la proposition ci-dessous.

Proposition 3.1. Soit (X_1, X_2) un vecteur aléatoire $S_\alpha S$, $0 < \alpha \leq 2$. Alors

- (i) on a toujours $-1 \leq \tilde{\rho}(X_1, X_2) \leq 1$;
- (ii) si X_1 et X_2 sont indépendantes, alors $\tilde{\rho}(X_1, X_2) = 0$;
- (iii) si $|\tilde{\rho}(X_1, X_2)| = 1$, alors la distribution de (X_1, X_2) est concentrée sur une ligne ;
- (iv) pour $\alpha = 2$, $\tilde{\rho}$ coïncide avec le coefficient de corrélation d'un vecteur aléatoire gaussien ;
- (v) $\tilde{\rho}$ est indépendante de α et ne dépend que de la mesure spectrale.

3.2 Estimateur du coefficient d'association généralisé

Kodia et Garel [4] ont proposé un estimateur du coefficient d'association généralisé en utilisant le résultat suivant, dû à Byczkowsky et al. [2].

Théorème 3.1. Soit \mathbf{X} un vecteur aléatoire α -stable de dimension d ($d \geq 2$, $0 < \alpha < 2$), de vecteur de position nul, de mesure spectrale \mathbf{M} et de densité de probabilité $f(\mathbf{x})$. Soit $\epsilon > 0$. Alors il existe une mesure discrète \mathbf{M}^* de densité stable correspondante $f^*(\mathbf{x})$ qui vérifie

$$\sup_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d} |f(\mathbf{x}) - f^*(\mathbf{x})| \leq \epsilon.$$

La mesure discrète est définie de la façon suivante : on donne une partition finie A_1, \dots, A_m de S_d , les points $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_m \in S_d$ et on définit \mathbf{M}^* en concentrant la masse $\mathbf{M}(A_j)$ au point \mathbf{s}_j , c'est-à-dire,

$$\mathbf{M}^*(\cdot) = \sum_{j=1}^m \mathbf{M}(A_j) \delta_{\mathbf{s}_j}(\cdot). \quad (6)$$

Il s'agit là de la convergence uniforme de f^* vers f . Ainsi, \mathbf{M}^* converge en variation totale vers \mathbf{M} . Il découle de ce théorème qu'une mesure spectrale inconnue \mathbf{M} peut être approchée par une mesure spectrale discrète.

Pour $\mathbf{X} = (X_1, X_2)$ de mesure spectrale \mathbf{M} , le g.a.p. est défini en utilisant un vecteur $\mathbf{U} = (U_1, U_2)$ sur S_2 , de distribution de probabilité $\widetilde{\mathbf{M}}(\cdot) = \mathbf{M}(\cdot)/\mathbf{M}(S_2)$. Quand \mathbf{M} est discrète et concentrée sur un nombre fini de points de S_2 , on peut écrire $\mathbf{M}(\cdot)$ par la relation (6), avec les σ_j des poids et les $\delta_{\mathbf{s}_j}$ sont des mesures de Dirac aux points $\mathbf{s}_j = (\cos \theta_j, \sin \theta_j) \in S_2$, $j = 1, \dots, m$. La quantité

$$\widehat{\rho}(X_1, X_2) = \frac{\sum_{j=1}^m \widehat{\sigma}_j \cos \theta_j \sin \theta_j}{\left(\sum_{j=1}^m \widehat{\sigma}_j \cos^2 \theta_j \cdot \sum_{j=1}^m \widehat{\sigma}_j \sin^2 \theta_j \right)^{1/2}}, \quad (7)$$

est un estimateur du coefficient d'association généralisé applicable à tout vecteur aléatoire $S\alpha S$, même si la mesure spectrale \mathbf{M} n'est pas discrète.

3.3 Coefficient de covariation symétrique signé

Kodia et Garel [4] ont proposé le coefficient de covariation symétrique signé en se basant sur la covariation qui est définie par Miller (1978) de la façon suivante [7].

Définition 3.2. Soit (X_1, X_2) un vecteur aléatoire $S\alpha S$ avec $\alpha > 1$ et soit \mathbf{M} sa mesure spectrale. La covariation de X_1 sur X_2 est la quantité

$$[X_1, X_2]_\alpha = \int_{S_2} s_1 s_2^{(\alpha-1)} \mathbf{M}(d\mathbf{s}), \quad (8)$$

où, pour les réels s et a : si $a \neq 0$, $s^{(a)} = |s|^a \text{sign}(s)$ et si $a = 0$, $s^{(a)} = \text{sign}(s)$.

Soit \mathcal{S}_α espace linéaire de variables aléatoires conjointement $S\alpha S$. Quand $\alpha > 1$, la covariation induit une norme sur \mathcal{S}_α .

Définition 3.3. La norme de covariation de $X_1 \in \mathcal{S}_\alpha$, $\alpha > 1$, est

$$\|X_1\|_\alpha = ([X_1, X_1]_\alpha)^{1/\alpha}. \quad (9)$$

Définition 3.4. Soit (X_1, X_2) un vecteur aléatoire $S\alpha S$ avec $\alpha > 1$. Le coefficient de covariation symétrique signé de X_1 et X_2 est la quantité :

$$\text{scov}(X_1, X_2) = \kappa_{(X_1, X_2)} \left| \frac{[X_1, X_2]_\alpha [X_2, X_1]_\alpha}{\|X_1\|_\alpha^\alpha \|X_2\|_\alpha^\alpha} \right|^{1/2}, \quad (10)$$

où

$$\kappa_{(X_1, X_2)} = \begin{cases} \text{sign}([X_1, X_2]_\alpha) & \text{si } \text{sign}([X_1, X_2]_\alpha) = \text{sign}([X_2, X_1]_\alpha), \\ -1 & \text{si } \text{sign}([X_1, X_2]_\alpha) = -\text{sign}([X_2, X_1]_\alpha). \end{cases} \quad (11)$$

Le coefficient de covariation symétrique signé (scov) est, de par sa construction, analogue au coefficient de corrélation de Pearson. La proposition ci-dessous donne ses propriétés.

Proposition 3.2. *Soit (X_1, X_2) un vecteur aléatoire $S\alpha S$, avec $1 < \alpha \leq 2$, alors :*

- (i) on a toujours $-1 \leq \text{scov}(X_1, X_2) \leq 1$;
- (ii) si X_1 et X_2 sont indépendantes, $\text{scov}(X_1, X_2) = 0$;
- (iii) $|\text{scov}(X_1, X_2)| = 1$ si et seulement si la distribution de (X_1, X_2) est concentrée sur une ligne ;
- (iv) quand $\alpha = 2$, scov se réduit au coefficient de corrélation du vecteur aléatoire gaussien.

3.4 Estimateur du Coefficient de covariation symétrique signé

Soient les couples $(X_{11}, X_{21}), \dots, (X_{1n}, X_{2n})$, des réalisations indépendantes et identiquement distribuées de (X_1, X_2) . Pour $1 \leq p < \alpha$, Kodia et Garel [4] ont établi que la quantité

$$\widehat{\text{scov}}(X_1, X_2) = \widehat{\kappa}_{(X_1, X_2)} \frac{\left| \left(\sum_{j=1}^n X_{1j} X_{2j}^{\langle p-1 \rangle} \right) \left(\sum_{j=1}^n X_{2j} X_{1j}^{\langle p-1 \rangle} \right) \right|^{1/2}}{\left[\left(\sum_{j=1}^n |X_{1j}|^p \right) \left(\sum_{j=1}^n |X_{2j}|^p \right) \right]^{1/2}} \quad (12)$$

où

$$\widehat{\kappa}_{(X_1, X_2)} = \begin{cases} \text{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{1j} X_{2j}^{\langle p-1 \rangle} \right) & \text{si } \text{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{1j} X_{2j}^{\langle p-1 \rangle} \right) \\ & = \text{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{2j} X_{1j}^{\langle p-1 \rangle} \right), \\ -1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

est un estimateur convergent du coefficient de covariation symétrique signé entre X_1 et X_2 . Quand $p = 1$, la relation précédente devient

$$\widehat{\text{scov}}_F(X_1, X_2) = \widehat{\kappa}_{(X_1, X_2)} \frac{\left| \left(\sum_{j=1}^n X_{1j} \text{sign}(X_{2j}) \right) \left(\sum_{j=1}^n X_{2j} \text{sign}(X_{1j}) \right) \right|^{1/2}}{\left[\left(\sum_{j=1}^n |X_{1j}| \right) \left(\sum_{j=1}^n |X_{2j}| \right) \right]^{1/2}}, \quad (13)$$

où

$$\widehat{\kappa}_{(X_1, X_2)} = \begin{cases} \text{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{1j} \text{sign}(X_{2j}) \right) & \text{si } \text{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{1j} \text{sign}(X_{2j}) \right) \\ & = \text{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{2j} \text{sign}(X_{1j}) \right), \\ -1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

4 Etude empirique des lois asymptotiques des estimateurs

Compte tenu de la complexité des lois α -stables, nous ne disposons pas de résultats analytiques pour les lois asymptotiques des estimateurs proposés. Nous avons procédé à une étude empirique de ces lois asymptotiques en procédant de la façon suivante :

1. Simulation de données qui sont des réalisations de nos estimateurs ;
2. Analyse préliminaire des données simulées ;
3. Ajustement d'une loi aux données simulées.

Étape 1 : Simulation des données

Sous l'hypothèse d'indépendance de X_1 et X_2 , le g.a.p. de X_1 et X_2 est nul. Dans ce cas, nous pouvons obtenir r réalisations de son estimateur de la façon suivante :

1. Nous générons de façon aléatoire n réalisations de deux variables aléatoires $S\alpha S$ iid, pour différents valeurs d'index de stabilité α et de paramètre d'échelle.
2. Nous fixons le nombre de points m de discrétisation de la mesure spectrale et déterminons les poids associés à ces points.
3. Nous calculons une estimation du g.a.p. en utilisant l'expression de l'estimateur.
4. Nous itérons r fois les étapes 1 à 3.

Étape 2 : Analyse préliminaire des données

La première question à laquelle nous souhaitons avoir une réponse est celle de savoir si les données simulées sont à queue lourde, Adler et al. [1]. Pour y arriver, nous pouvons utiliser :

1. Le graphe de la série ;
2. L'histogramme ;
3. Le test de la “variance convergente” ;
4. Le graphe de l'estimateur de Hill.

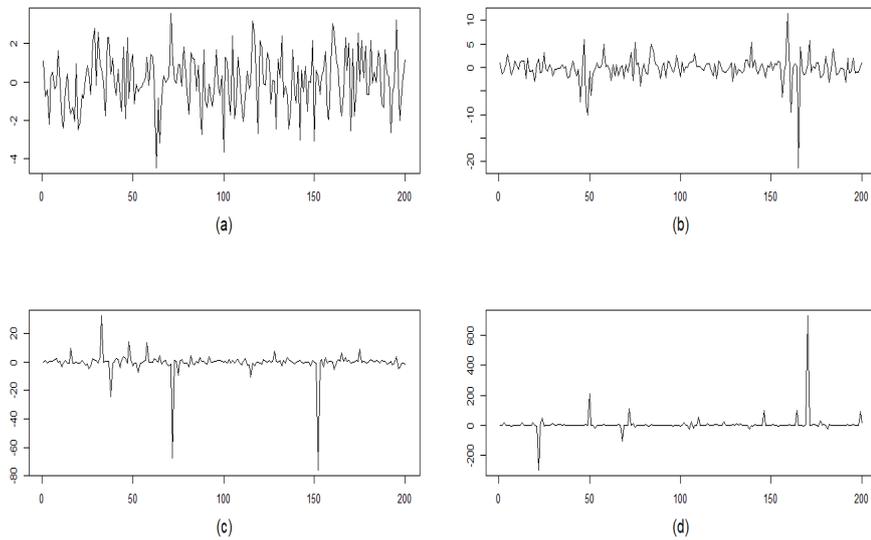


FIGURE 1 – Données stables simulées, avec (a) $\alpha = 2.0$, (b) $\alpha = 1.6$, (c) $\alpha = 1.2$ et (d) $\alpha = 0.8$

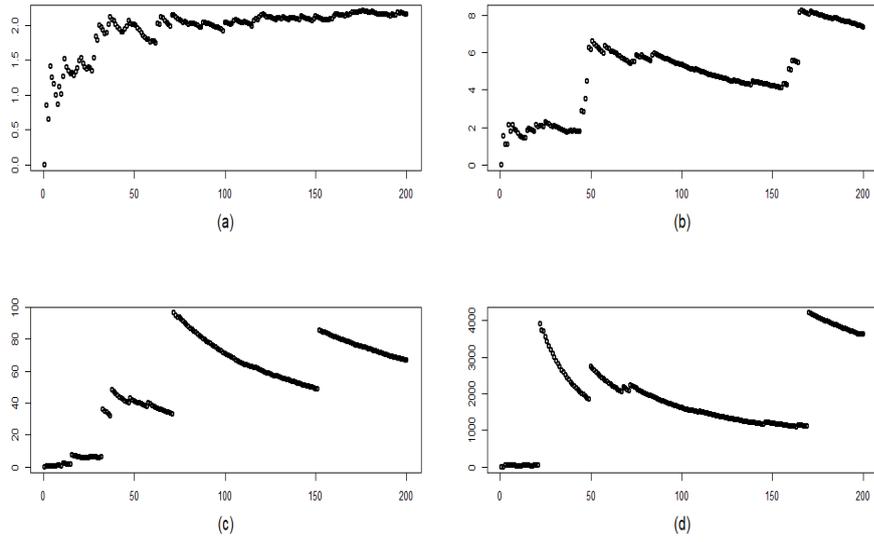


FIGURE 2 – Variances cumulées pour (a) $\alpha = 2.0$, (b) $\alpha = 1.6$, (c) $\alpha = 1.2$, (d) $\alpha = 0.8$

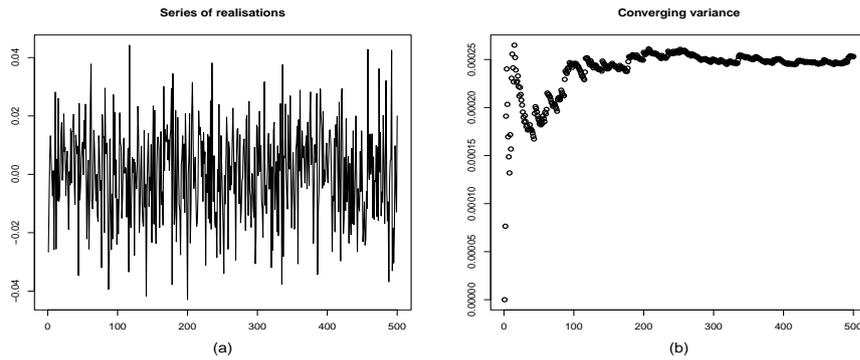


FIGURE 3 – Estimation du gap pour des variables $S\alpha S$ iid variables avec $\alpha = 1.6$, $\gamma = 50$, $n = 10000$

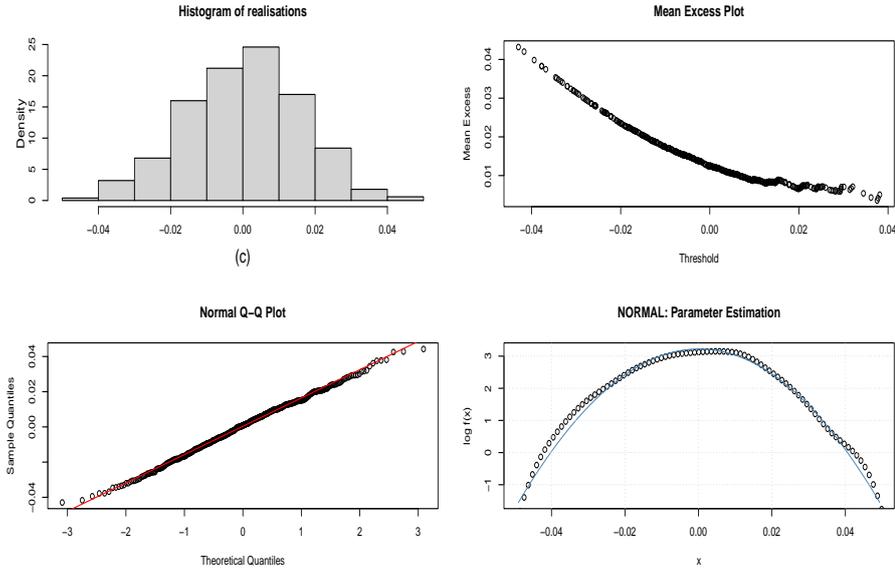


FIGURE 4 – Ajustement des réalisations du Gap calculées à partir de variables $S\alpha S$ avec $\alpha = 1.6$, $\gamma = 50$, $n = 10000$

L'analyse des graphes précédents nous permet de formuler le résultat ci-dessous :

Resultat 4.1. Soit (X_1, X_2) un vecteur aléatoire symétrique α -stable ayant des composantes X_1 et X_2 indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi $S_\alpha(\gamma, 0, 0)$, avec $0 < \alpha < 2$. On considère les paires $(X_{11}, X_{21}), \dots, (X_{1n}, X_{2n})$, des copies indépendantes et identiques de (X_1, X_2) . L'estimateur $\widehat{\rho}$ est asymptotiquement gaussien.

En procédant de façon similaire pour les réalisations de l'estimateur du coefficient de covariation symétrique signé, nous avons le résultat suivant.

Resultat 4.2. Soit (X_1, X_2) un vecteur aléatoire symétrique α -stable ayant des composantes X_1 et X_2 indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi $S_\alpha(\gamma, 0, 0)$, avec $0 < \alpha < 2$. On considère les paires $(X_{11}, X_{21}), \dots, (X_{1n}, X_{2n})$, des copies indépendantes et identiques de (X_1, X_2) . L'estimateur \widehat{scov}_F est asymptotiquement distribué suivant une variable aléatoire symétrique alpha-stable, d'index de stabilité α .

Références

- [1] Adler, J. R. Feldman, R. E and Gallaher, C. (1998) : Analysing Stable Time Series. In Adler, R.J., Feldman, R. E. and Taqqu, M. S. (Eds), *A Practical Guide to Heavy Tails : Statistical Techniques and Applications*, Birkhäuser Boston, 133-158.
- [2] Byczkowski, T., Nolan, J. P. and Rajput, B. (1993). Approximation of Multi-dimensional Stable Densities. *Journal of Multivariate Analysis*, Vol. 46, 13-31.
- [3] Cambanis, S. and Miller, G. (1981) : Linear problems in pth order and stable processes. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 41 (2) :43-69.
- [4] Kodia, B. and Garel, B. (2014) : Signed symmetric covariation coefficient and Generalized Association Parameter for alpha-stable dependence modeling. Estimation and Comparison. *Communications in Statistics : Theory and Methods*, 43 :5156-5174.
- [5] Miller, G. (1978) : Properties of certain symmetric stable distributions, *Journal of Multivariate Analysis*, 8 (3) :346-360.
- [6] Paulauskas, V. J. (1976) : Some remarks on multivariate stable distributions. *Journal of Multivariate Analysis*, 6 :356-368.
- [7] Samorodnitsky, G. and Taqqu, M. S. (1994). Stable non-Gaussian random processes : Stochastic Models with Infinite Variance. *Stochastic Modeling*. Chapman & Hall, New York-London.