HAL
open science

L'activité et le travail mathématique dans une tâche géométrique

Macarena Flores González

To cite this version:

Macarena Flores González. L'activité et le travail mathématique dans une tâche géométrique. Sixième Symposium sur le Travail Mathématique ETM 6, Dec 2018, Valparaíso, Chili. hal-03544573

HAL Id: hal-03544573

https://hal.science/hal-03544573v1

Submitted on 26 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'ACTIVITE ET LE TRAVAIL MATHEMATIQUE DANS UNE TÂCHE GÉOMÉTRIQUE

Macarena Flores González

Université Paris Diderot, France

prof.macarena.flores@gmail.com

Nous avons comme objectif d'analyser les liens entre la Théorie de l'Activité –TA (avec une approche des recherches françaises) et celle des ETM, à partir de l'importance des tâches et de l'activité dans le travail mathématique. Grâce à la TA nous arrivons à analyser l'activité effective des sujets, élèves et professeurs, dans les processus d'enseignement et d'apprentissage dans une classe de géométrie de 3e en collège. Grâce à la situation du calcul de l'aire d'une pyramide dans une tâche complexe, nous croiserons une analyse en termes de TA et une analyse en terme d'ETM : cela nous permet d'avoir un regard au niveau micro (celui de la tâche elle-même) et un autre au niveau macro (celui du travail mathématique et de l'activité développés par la classe).

***Mots Clés** : Théorie de l'Activité, Espaces de Travail Mathématique, tâche.*

INTRODUCTION

Quand on veut étudier les processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques, l'analyse des pratiques de l'individu qui agit sur une situation mathématique est essentielle. Le système didactique est tellement complexe que l'on a besoin d'analyses au niveau global, et d'autres plus précises. Nous nous plaçons dans l'idée que le cadre des Espaces de Travail Mathématique (ETM) et le cadre de la Théorie de l'Activité (TA), vont nous permettre de donner aux analyses un regard macro mais aussi micro du travail mathématique d'un sujet faisant face à une tâche mathématique, et pourront nous donner un regard précis de l'activité mathématique développée par un sujet (ou un groupe d'individus), lors de la réalisation de la tâche. De ce fait, la TA permettra un renforcement des analyses cognitives avec des aspects qui ne sont pas pris en compte dans l'ETM, et les ETM pourront nous apporter des analyses épistémologiques qui ne sont pas prises en compte dans la TA.

La Théorie de l'Activité à partir de l'approche de la didactique française

La Théorie de l'Activité est un cadre qui se base sur une idée cognitiviste des processus d'enseignement et d'apprentissage, qui s'appuie sur les travaux initiés par des psychologues comme Leontiev (1984) (élève de Vygotski), Nosulenko et Rabardel (2008). Pour pouvoir utiliser cette théorie en didactique des mathématiques, ces travaux ont ensuite été complétés par des didacticiens des mathématiques (Robert, 1998 ; Rogalski, 2008). Ils donnent la possibilité d'un regard permettant de caractériser l'activité mathématique des élèves, ainsi que l'activité des enseignants en invoquant la double approche ergonomique et didactique des pratiques des enseignants (Robert & Rogalski, 2002, 2005). Ce cadre met en avant les approches de

Piaget et Vigotsky de façon non contradictoire et complémentaire, en incluant des analyses des sujets dans leur individualité, et dans un niveau d'interactions entre eux. En effet, comme Rogalski (2008) le signale concernant l'élève, la théorie piagétienne permet une analyse épistémologique des objets mathématiques en jeu, en identifiant les liens entre l'activité et l'apprentissage développemental. La théorie de Vygotski permet de prendre en compte les interventions didactiques de l'enseignant dans la zone proximale de développement (ZPD). La double approche analyse les médiations de l'enseignant, entre les connaissances et le sujet élève, pour appuyer l'activité des élèves avec la notion de niveau de conceptualisation (Vandebrouck, 2018).

Nous entendrons par activité *« ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche »* (Rogalski, 2003, p.349), c'est-à-dire ses actes extériorisés et inférences, ses décisions, hypothèses, manières de gérer son temps, son état personnel, etc. De ce fait, lorsque la tâche est réalisée, une part de l'activité est déjà finalisée. La notion de tâche est au cœur de ce que l'on comprend comme activité. Pour faire une analyse la plus précise possible de cette activité, il faudrait pouvoir analyser la tâche du prescripteur et celui qui la réalise. Finalement l'activité de l'élève sera étudiée à travers l'analyse de sa résolution (la tâche effective). Ainsi, dans la Théorie de l'Activité, nous pourrons identifier l'activité des élèves de façon individuelle (déduite à partir de l'observation des traces de la réalisation de la tâche), mais aussi l'activité de la classe (déduite à partir des interactions entre les élèves de la classe, y compris les élèves et l'enseignant) (Ibid., p. 354). Quand nous parlons des activités accomplies par les élèves, nous ferons référence aux *Activités effectives* (pour tous, *a maxima*, ou *a minima*) qui peuvent être analysées dans certains cas, grâce aux traces écrites des sujets.

LA THÉORIE DE L'ACTIVITÉ ET LES ESPACES DE TRAVAIL MATHÉMATIQUE

La tâche, en étant importante pour l'activité mathématique développée par l'élève, est aussi essentielle pour concevoir et analyser le travail mathématique mis en œuvre par un sujet. Kuzniak, Tanguay et Elia (2016) précisent que les mathématiques enseignées ne vont pas être seulement un ensemble de propriétés et d'objets qui pourront être manipulés, elles sont avant tout une activité humaine. Il est donc nécessaire de comprendre cette activité réalisée par des sujets individuels mais aussi en communauté. Quand une tâche mathématique est donnée et que l'élève (ou le professeur) fait face à sa résolution, le sujet met en place un travail mathématique. L'ETM (Kuzniak, 2011) permet d'analyser le travail d'un sujet d'une façon cohérente et de décrire l'espace de travail en prenant en compte les éléments épistémologiques (*plan épistémologique*), mais aussi la manipulation de ces éléments par un sujet, en caractérisant leurs aspects cognitifs (*plan cognitif*). Les liens qui existent entre ces deux plans se décrivent à partir des genèses (ou dimensions[1]) : la

[1] La dimension fait référence au lien entre composants de façon fixe ou immobile, alors que la genèse fait référence à un développement du sujet et de la prise en compte de l'ETM comme espace dynamique.

genèse sémiotique, la genèse instrumentale et la genèse discursive. Pour caractériser ce travail il est pertinent de regarder les tensions et relations de ses genèses grâce aux plans verticaux ([Sem-Dis], [Ins-Dis] et [Sem-Ins] (Kuzniak & Richard, 2014)) activés aux différents moments des épisodes analysés. Ainsi, les plans épistémologique et cognitif, sont fondamentaux pour la construction d'objets mathématiques à travers des tâches (ou problèmes) mathématiques. En effet *« les tâches déclenchent un processus cognitif chez les élèves, et de ce fait activent l'espace de travail dans lequel elles sont intégrées. Par conséquent, ces tâches favorisent la connaissance de l'ETM dans lequel elles sont proposées »* (Nechache, 2016, p.77). Dès lors, pour l'ETM, la tâche est un élément crucial du travail mathématique. On peut analyser les interactions entre les genèses qui vont être activées pour mener à un travail mathématique *complet*[2] (Kuzniak, Nechache et Drouhard, 2016) dans un scénario privilégié ; et quand on résout une certaine tâche, elle pourra provoquer des circulations du travail mathématique. Ainsi, Derouet (2016) affirme que le fait de pouvoir décrire ces circulations, nous permet d'avoir une *relecture globale des activités possibles des élèves.*

Ce cadre définit également trois types d'ETM : de référence (utilisé pour la communauté d'individus), idoine (celui qui est adapté dans une institution avec une fonction précise, où on voit l'importance de l'enseignant) et personnel (de l'utilisateur qui le construit progressivement, de façon opératoire ou non). Nous croyons que certains liens directs entre la TA et les ETM pourront se décrire d'une part à partir des ETM idoines, car les tâches vont contribuer à l'évolution de l'ETM idoine *destiné à améliorer la réalité pédagogique* (Kuzniak et al. 2016, p.729). D'autre part, ces liens pourraient se décrire à travers la caractérisation des interactions entre les ETM personnels des élèves. Ce scénario (en se présentant d'une façon usuelle dans les cours de mathématique) cherche à décrire un ETM que nous avons besoin de connaître et de caractériser à partir des interactions entre les sujets : un possible *ETM de la classe* (qui pourrait être obtenu grâce à l'activité collective développée).

La notion de tâche pour la TA et pour les ETM

Pour la TA en didactique, quand nous parlons de « tâche », nous ferons référence au *« but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions »* (Rogalski, 2003, p. 349). Ce but sera celui de l'activité[3]. Rogalski (Ibid.), identifie les tâches du côté du prescripteur et du côté du réalisateur. Dans celles du prescripteur nous trouvons la *tâche prescrite* et la *tâche attendue ; et* de la part du réalisateur, on trouve la *tâche redéfinie* et la *tâche effective*. L'activité du sujet sera déterminée pour cette dernière, car c'est ce que le sujet a véritablement effectué. Dans la TA nous identifions deux

[2] Deux conditions sont nécessaires : il faut d'une part que les deux plans horizontaux (cognitif et épistémologique) soient bien en relation, et d'autre part, que les circulations entre plans verticaux soient mises en place par l'activation des différentes composantes afin de rendre compte d'une diversité dans le travail mathématique mis en place par le sujet.

[3] Le but de l'activité concerne une représentation mentale du résultat qui aura l'activité.

autres niveaux des tâches, ainsi nous trouvons les *tâches simples et isolées* et les *tâches complexes*. Dans le premier cas, il s'agit des tâches qui ne nécessitent pas d'adaptation des connaissances, et les tâches complexes sont celles qui nécessitent des différentes adaptations[4], l'utilisation variée de TICE, ou encore, une diversité des méthodes éventuellement à choisir (Robert et Vandebrouck, 2014, p. 2). Ces tâches complexes vont mettre en jeux des sous-activités de reconnaissance, liées aux outils et notions mathématiques à mettre en fonctionnement (adaptations A1 et A6) ; et/ou d'organisation du raisonnement (A4 et A5) ; et/ou des sous-activités de traitement (A2 et A3).

Kuzniak et al. (2016) affirment que dans l'ETM on pourrait concevoir une étude des tâches pour savoir comment le champ mathématique est structuré (en faisant une étude fine des types de tâches, leurs techniques et connaissances théoriques). Ainsi, en prenant en compte la définition de Sierpinska (2004) adaptée aux ETM, la tâche mathématique est « *tout exercice, question ou problème réalisé dans un temps limité et dans un contexte donné* » (Nechache, 2017, p. 72). Ainsi, dans les ETM on considère les exigences de la tâche (cognitives et épistémologiques) qui définissent trois catégories des tâches en concordance avec des travailleurs sujet, à savoir : 1) *Tâches simples* qui ont un faible niveau d'exigence, leur résolution se fait à partir des procédures simples et ne nécessite pas des interactions entre les trois dimensions de l'ETM. Le travailleur-sujet associé est un *Tâcheron*. 2) *Tâches standard*, qui ont un niveau d'exigence moyen et pour lesquelles les procédures de résolution ne sont pas indiquées dans la tâche mais elles sont disponibles dans l'ETM idoine et l'ETM personnel. Ici, au moins un des plans verticaux doit être activé. Le travailleur-sujet associé est un *Technicien* 3) *Tâches riches* qui possèdent un haut niveau d'exigence. Pour les résoudre, les techniques ne sont pas nécessairement apprises ou pas disponibles dans l'ETM idoine et personnel. Elles déclenchent des interactions des différents plans verticaux, une mobilisation de l'ensemble des outils (sémiotique, technologique et théorique), et permettent de développer un travail mathématique complet. Ainsi le travailleur-sujet associé est un *Ingénieur* (Ibid.).

Par la suite, nous présentons une proposition d'articulation pour l'analyse de la tâche du point de vue des deux approches théoriques et en analysant à la fois l'écart entre ce qui est attendu et ce que l'élève réalise effectivement (pour la TA), et les types de tâches ainsi que les travailleurs sujets (pour les ETM).

[4] Robert (2008) définit sept types d'adaptations des connaissances concernant les tâches complexes : de *reconnaissance* (A1) ; d'*introduction d'intermédiaires* (A2) ; des *mélanges de plusieurs cadres ou notions, mises en relation ou interprétation*, *changements de points de vue* (A3) ; d'*introduction d'étapes* par rapport aux calculs ou raisonnements (A4) ; *utilisation des questions précédentes* dans un problème (A5) ; l'*existence de choix* (A6) ; et le *manque des connaissances nouvelles* (A7). (Robert, 2008, p.50).

EXEMPLE DE LA PYRAMIDE

En ce qui concerne la tâche prescrite, elle est centrée sur le calcul du volume et de l'aire latérale d'une pyramide de base carrée, en considérant comme données les longueurs du côté du carré et la hauteur de la pyramide (Figure 1).

L'idée centrale est de faire travailler la disponibilité des connaissances des élèves acquises l'année précédente celle où la situation a été implémentée (dans ce cas, la notion de pyramide comme objet). Pour la tâche attendue, il s'agit de mobiliser différents savoirs déjà connus par les élèves (dans la géométrie plane et la géométrie dans l'espace) afin de produire un apprentissage dans un environnement papier crayon.

L'énoncé de l'exercice de l'épisode « pyramide »

La pyramide du Louvre schématisée ci-contre est une pyramide régulière de 21 mètres de hauteur et de base carrée de 35 mètres de côté.

1) Calculer le volume de cette pyramide.

2) Calculer la superficie de verre nécessaire pour construire les faces latérales de cette pyramide (on convient que les faces sont totalement recouvertes de verre).

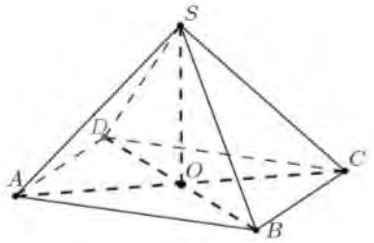


Figure 1 : Tâche prescrite à analyser

Dorénavant, pour faire nos analyses, nous prendrons en compte les analyses qui ont été travaillées dans l'étude de Benzekry, Guignard, Lévi & Vivier (2013).

ANALYSE PRÉALABLE DE LA TÂCHE

La première question est une tâche simple et isolée, car il s'agit d'appliquer la formule de volume de la pyramide, c'est pour cette raison que désormais, nous nous en tiendrons à l'analyse de la deuxième. Les stratégies considérées sont :

Stratégie 1 : Calculer SA (ou une autre arête) dans le triangle SAO que l'on voit dans la figure. Ensuite, on doit calculer la demi-diagonale AO de la base. En sachant que le triangle SAB est isocèle, on calcule sa hauteur SH. On calcule l'aire SAB et on en déduit que la multiplication par 4 nous donnera le résultat.

Stratégie 2 : Il s'agit d'une construction d'une figure qui n'est pas tracée, le triangle SOH (H est le milieu d'un côté du carré de la base). On calcule la hauteur SH, puis l'aire de SAB. On en déduit l'aire demandée comme dans la stratégie 1.

Du point de vue de la Théorie de l'Activité c'est une tâche complexe, c'est-à-dire, qu'elle a besoin des sous-tâches et d'adaptations. Ainsi on analyse la tâche du point de vue du réalisateur élève à partir des sous-tâches associées :

- *De reconnaissance des formules et propriétés* comme un outil mathématique (volume de la pyramide, aire du triangle, théorème de Pythagore, entre autres).

- *D'organisation du raisonnement* : ordre des procédures pour calculer l'aire des faces de la pyramide.
- *Des traitements* géométriques, algébriques et numériques.
- *De changements de point de vue* (on peut tracer des figures à l'intérieur de la pyramide).

Du point de vue des ETM c'est une tâche standard et par conséquent, le travailleur-sujet est un Technicien. Le travail fort dans le plan cognitif est fait par la *visualisation* à partir du *representamen* de la pyramide. Les formules viendront à servir d'artefact symbolique. La construction de figures ou de tracés auxiliaires pourrait être mise en amont (plans privilégiés [Sem-Ins] et [Sem-Dis]). La dimension discursive viendra jouer son rôle lors de la justification des procédures pour la construction géométrique et la production des calculs. On trouve des outils théoriques (les formules) et des outils sémiotiques (la figure de la pyramide et les *déconstructions dimensionnelles* (Duval, 1999, 2005) possibles). Les procédures ne sont pas indiquées dans la tâche, mais elles sont disponibles dans les ETM (idoine et personnel des élèves).

ANALYSE *A POSTERIORI* DE LA TÂCHE

La tâche a été donnée dans une classe de 18 élèves de troisième (14 - 15 ans) dans un établissement ECLAIR. L'enseignant indique qu'il veut faire résoudre la tâche par ses élèves, celle-ci lui semble réalisable par ses élèves. Il n'y a pas d'enjeu de synthèse pour institutionnaliser des résultats dans le cours, et ce travail ne débouche slur aucune évaluation. Nous avons utilisé comme données l'enregistrement en vidéo de la séance et les productions écrites des élèves.

Pour faire l'analyse *a posteriori*, la séance est découpée en épisodes d'analyse (chaque épisode étant défini par une sous-tâche) et on étudie les différentes activités mathématiques effectives des élèves dans ces épisodes. Ce découpage nous permet d'analyser également l'activité de l'enseignant en considérant les types de médiations : *médiation procédurale directe* et *indirecte* (MPD et MPI respectivement) qui seront les apports qui modifient la tâche ou la situation en jeu ; et *médiation constructive* (MC) celle qui est orientée vers l'élève, est un apport entre l'activité et la construction des connaissances. Concernant l'élève, nous observons si les interventions et actions sont dans leur zone proximale *de développement* (ZPD), en signalant les proximités discursives dominantes. C'est-à-dire des *proximités horizontales* (PH) pour lesquelles le travail fait est local sur une formule ou le sens d'un théorème (ne change pas le niveau de généralité) ; des *proximités descendantes* (PD) que l'on peut utiliser dans un exercice, dans des démonstrations générales pour lesquelles les élèves ont déjà développé une activité ; et des *proximités ascendantes* (PA) pour lesquelles à partir des activités possibles, la généralisation est centrale et aboutit à l'expression, définition, ou démonstration d'une propriété (Vandebrouck & Robert, 2014). Dans le même découpage, nous arrivons alors à caractériser l'ETM idoine effectif, en décrivant les circulations présentes dans chacun des épisodes et les

plans verticaux qui ont été privilégiés, de même que des outils utilisés : sémiotiques, théoriques, technologiques.

Ainsi, nous analysons l'activité de l'enseignant en lien avec l'ETM idoine, grâce à la mise en œuvre de la tâche. De la part de l'élève, nous inférons l'*activité collective* des élèves (grâce à l'enregistrement de la vidéo), et les traces de leurs activités individuelles qui ont eu lieu grâce aux productions écrites.

Nous présentons ci-après, un extrait de l'analyse *a posteriori* en utilisant les deux cadres :

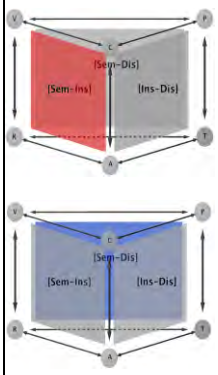
Temps/ épisodes	**Activité collective des élèves**	**Activité de l'enseignant**	**Circulation ETM idoine effectif**
8 min 4e : Calcul de SH (2e sous-tâche)	22'46 : un élève dit, « OSH » 22'57 : on revient au travail personnel. 25'24 : *AO c'est la moitié de OH.* 26'44 : Parce qu'il est rectangle 27'03 : Parce que c'est la hauteur de la pyramide 27'57 : H0 et CB sont parallèles ? 28'00 : Thalès 29'26 : Donc on fait théorème de Pythagore sur SHO *Proximité dominante: PA	*22'56 :* Fait un schéma en dessinant le triangle OSH MPI : 26'30 : *« est-ce que vous avez identifié le triangle avec lequel on va travailler ? ».* Il trace SOH. *« Il est intéressant pour une raison, pour quelle raison ? »* MPC : 26'46 : *« pourquoi il est rectangle ?»* MPD : 27'10 : *« très bien, ça vient perpendiculairement »* il trace HOS en codant l'angle droit. MPI : 27'59 *« oui, ça serait quelle propriété ? »* MPD : parle des diagonales, O c'est le milieu de [AC], H c'est le milieu de [AB], donc, c'est la droite des milieux. MPD : 29'02 : *« Comment est-ce qu'on peut trouver la mesure de HO ? peut être que si je prolonge par là, je vais mettre un point R »* donc il dit HR=BC=AD. MPD 30'25: l'enseignant complète la figure du triangle avec les mesures de SOH et explique que OH est la moitié de BC, car OR=BC.	 Plans verticaux privilégiés : 1) [Sem-Ins] 2) [Sem-Dis]

Tableau 1 : extrait de l'analyse *a posteriori* entre TDA et ETM.

Pour analyser l'activité des élèves de façon individuelle, nous avons procédé à une analyse des traces dans les productions écrites des élèves (basée sur l'analyse faite par Benzekry et al. (2013)). Parmi les 18 productions, 16 sont assez similaires. Pour la question 1 il paraît que tous les élèves ont bien répondu, et par rapport à la question 2, 1 élève qui utilise la stratégie 1 sans la finir (E1), 16 qui utilisent la stratégie 2 (sauf E1 et E15), et un élève (E15) qui utilise une stratégie erronée. On note que 7

élèves développent le même travail mathématique de l'ETM idoine et 4 sont très proches.

La genèse sémiotique a été activée à travers des dessins de patrons (E2, E6, E8, E9, E11). Une vue de dessus (E14) et des déconstructions dimensionnelles sont faites, notamment 7 triangles SOH, 6 triangles SAB et un triangle SOA. Concernant les connaissances mobilisées par les élèves, on trouve que 13 sur 18 mobilisent le Théorème de Pythagore, avec une similitude dans les valeurs approchées pour SH (10 élèves utilisent la valeur approchée 27,3). Deux élèves utilisent SH$\approx 27{,}3$ sans avoir des calculs pertinents. Un élève produit des calculs après avoir écrit la valeur approchée de SH. Cela nous permet d'affirmer que les productions des élèves ne sont pas suffisantes pour inférer l'activité des élèves. Comme le signalent Benzekry et al. (2013), *l'analyse des productions écrites montre ainsi leur insuffisance pour comprendre ce qui s'est joué en classe et le recours à la vidéo se justifie naturellement afin d'avoir un complément d'information nécessaire* (p.128).

RÉSULTATS

En termes de TA on dit que l'enseignant a donné des médiations dans tous les épisodes, et la majorité des médiations qu'il fait sont de type procédural : elles sont soit directes (10), soit indirectes (8) – seulement 2 sont à visée constructive. L'enseignant guide la résolution de la tâche (en l'orientant vers la stratégie 2) plutôt qu'entrer dans une activité *a maxima* pour les élèves. Les élèves se contentent d'ailleurs d'attendre l'aide. Ainsi, l'enseignant réduit la tâche pour les élèves, et leur activité semble être *a minima*. Les productions des élèves nous permettraient d'analyser les traces des activités possibles qui ont eu lieu ; mais nous avons vu que l'on ne pouvait pas avoir accès à l'activité complète de l'élève, nous n'avons accès qu'à ses actions.

À partir des ETM on note que 7 élèves développent le même travail de l'ETM idoine et 4 sont très proches. La plupart des productions écrites montrent une copie de ce que les élèves ont vu dans l'ETM idoine car on note que ce qu'ils écrivent est très proche de ce que l'enseignant a fait sur le tableau. Cela nous amène à dire globalement, que cela ne représente ni les activités individuelles ni les ETM personnels. La tâche était prescrite comme standard, néanmoins, comme elle a été pilotée par l'enseignant, on pourrait dire que pour certains élèves la tâche a été réduite à des tâches simples. Ainsi, le travailleur sujet devienne un *tâcheron* (et non un technicien).

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

En ce qui concerne la tâche donnée, nous disons que les élèves perdent de vue la tâche et le but initial de la tâche ; finalement la situation est réduite à résoudre un nombre spécifique de sous-tâches sans un but final. Nous pensons que la tâche complexe qui a été donnée, n'a pas était exploitée en tant que telle, car la tâche

effective n'est pas complétée par les élèves, et en fait, c'est l'enseignant qui est beaucoup intervenu en modifiant le scénario de résolution.

L'analyse de la tâche nous permet de fournir une analyse dans les deux cadres choisis de façon complémentaire et cohérente, en analysant l'écart (ou la correspondance) entre ce qui est attendu et ce qui se réalise effectivement de la part des élèves, et ce que l'on a comme ETM idoine potentiel et comme ETM idoine effectif. L'ETM personnel des élèves et les activités qu'ils développent montrent une forte influence et dépendance de l'ETM idoine.

L'activité développée par l'enseignant provoque des proximités n'aboutissant apparemment pas à des activités *a maxima* chez les élèves. On infère ainsi leur *activité collective*, et les traces des *activités individuelles* qui ont eu lieu grâce aux productions écrites.

Dans cet exemple, nous avons manqué d'un scénario adéquat pour analyser des possibles influences entre ces deux activités. L'activité collective pourra éventuellement décrire cet *ETM de la classe* intimement connecté à l'ETM idoine effectif. D'autre part, la notion de médiation et celle de proximité peuvent nous aider à comprendre et à caractériser l'activité collective des acteurs dans une classe de mathématique traditionnelle. Cela nous apporte des pistes pour nous situer dans la construction des connaissances en prenant en compte l'aspect social de l'enseignement et la construction l'apprentissage.

En conclusion, nous voyons que les deux cadres théoriques ont des éléments qui sont bien en complémentarité et les liens entre eux sont manifestes avec au cœur la tâche mathématique comme élément essentiel ; car dans chaque genèse des ETM les deux cadres partagent des éléments. Par exemple dans les médiations travaillées de type à visé constructive dans la TA, nous pourrions dire que les proximités seraient ascendantes, en termes d'ETM cela nous montre un lien avec la genèse discursive et le composant preuve dans le plan cognitif. Nous pensons qu'il serait possible d'étudier cela plus en profondeur dans un autre type de scénario. Concernant la genèse instrumentale, elle est présente dans les deux cadres, nous pensons que dans un scénario avec un logiciel dynamique par exemple, nous pourrions détailler plus pertinemment leurs liens. Ainsi, nous envisageons d'analyser plus en profondeur les liens entre les deux cadres théoriques, de façon telle qu'ils puissent nous permettre de répondre aux questions que nous nous posons à partir de cette première analyse. Par exemple, l'enseignant privilégie un dialogue avec les élèves qui semblent être dans une activité *a maxima*; mais comment les faire avancer dans leurs apprentissages en s'appuyant sur leurs proximités (ascendantes ou descendantes) qui puissent permettre de construire des connaissances ? Et comment les élèves qui ont une activité *a minima* peuvent aller vers une activité *a maxima* en interaction avec l'ETM idoine ? Ainsi finalement nous pensons que l'articulation des deux cadres aide à enrichir les analyses des processus d'enseignement et d'apprentissage.

REMERCIEMENT

Ce travail a été financé principalement grâce à BECAS CHILE - Doctorado en el extranjero convocatoria 2016, CONICYT (Folio : 72170523).

REFERENCES

Benzekry, B., Guignard, M., Lévi, M-C., & Vivier, L. (2013, juin). *Créer des ressources pour la formation initiale professionnelle des enseignants de mathématiques à partir de sujets d'oral du CAPES*. Actes du 20ème colloque CORFEM, Grenoble.

Derouet, C. (2016). *La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse en terminale S. Etude de la conception et de la mise en ouvre de tâches d'introduction articulant lois à densité et calcul intégral.* (Thèse de doctorat). Université Paris Diderot. Paris.

Duval, R. (1999). *Representation visión and visualisation : cognitive functions in mathematical thinking*, VBasic issues learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), Proceedings of the 21st North American Conference of the International Group for Psychology in Mathematics Education (PME-NA) 1, pp. 311–336). Cuernavaca, México: Morelos.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. Annales de Didactique et Sciences Cognitives, 10, 5–53.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 16*, 9-24.

Kuzniak, A., & Richard, P. (2014). Espacios de Trabajo Matemático. Puntos de vista y perspectivas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17* (Número especial tomo I), 29-39.

Kuzniak, A., Nechache, A., & Drouhard, J.-P. (2016). Understanding the development of mathematical work in the context of the classroom. *ZDM - Mathematics Education, 48*(6), 861-874.

Kuzniak, A, Tanguay, D & Elia, I. (2016). Mathematical working spaces in schooling : An introduction. *ZDM-Mathematics Education,* 48(6). 721-737.

Leontiev, A. (1984). *Activité Conscience Personnalité*. Moscou : Editions du progrès (1ère Edition, 1975, en russe).

Nechache, A. (2016). La vali*dation dans l'enseignement des probabilités au niveau secondaire*. Thèse de doctorat). Université Paris Diderot.

Nechache, A., (2017). Les catégorisations des taches et du travailleur-sujet : un outil méthodologique pour l'étude du travail mathématique dans le domaine des probabilités. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 22*, 67-90. IREM de Strasbourg.

Nosulenko, V. et Rabardel, P. (2008). Ergonomie, psychologie et travail dans les pays de l'ex. URSS : histoire et spécificités du développement, Dans M.F. Dessaigne, I. Gaillard (Eds.), *Des évolutions en ergonomie*. Toulouse, OCTARES.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactiques des Mathématiques, 18*(2), 139-190.

Robert, A. (2008). Laisser chercher les élèves ? Les faire travailler en petits groups ? L'Ouvert, No. 117, Publication de l'IREM de Strasbourg.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignant de mathématiques : Une double approche. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies, 2*(4), 505-528.

Robert, A. et Rogalski, J. (2005). A cross-analysis of mathematics teacher's activity. An exemple in a French 10th-grade class. *Educational Studies in Mathemtics, 59*, 269-298.

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques. La pensé sauvage, 23*(3), 343-388.

Rogalski, J. (2008). Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Des compléments sur les théories de l'activité et du développement, pour l'analyse des pratiques des enseignants et des apprentissages des élèves. Dans F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activité des élèves et pratiques des enseignants* (p. 23-30 & p. 429-459). Toulouse : Octarès.

Vandebrouck, F. et Robert, A. (2014). *Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des taches complexes.* Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz Nº10, Janvier.

Vandebrouck, F. (2018). Activity Theory in French Didactic Research. In : Kisier G., Forgasz H., Graven M., Kuzniak A., Simmt E., Xu B. (eds) Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. (679-698) ICME-13 Monographs. Springer, Cham.

View publication stats