



HAL
open science

Savoir(s) et compétence(s) : l'apport de l'analyse praxéologique

Anne Crumière, Gisèle Cirade

► **To cite this version:**

Anne Crumière, Gisèle Cirade. Savoir(s) et compétence(s) : l'apport de l'analyse praxéologique. Pascal Dupont; Pablo Buznic-Bourgeacq; Marie-France Carnus. Compétence(s) et savoir(s) pour enseigner et pour apprendre. Controverses, compromis ou compromissions?, L'Harmattan, pp.143-162, 2019. hal-03524987

HAL Id: hal-03524987

<https://hal.science/hal-03524987>

Submitted on 13 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Savoir(s) et compétence(s) : l'apport de l'analyse praxéologique

Anne Crumière et Gisèle Cirade

UMR EFTS, Université Toulouse Jean Jaurès (ESPE), France

Résumé : La formation des professeurs se trouve actuellement aux prises avec des savoirs, qui sont soit théoriques soit pratiques, des savoir-faire ainsi que des compétences, qui sont composées de connaissances, d'aptitudes et d'attitudes. Nous nous proposons d'interroger ce foisonnement en nous plaçant dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) et en utilisant notamment la notion de praxéologie. Nous aborderons alors les notions de savoir(s) et de compétence(s) proposées institutionnellement en examinant en quoi la notion de praxéologie permet de les appréhender de façon globale, en liant de façon indissociable les deux blocs – celui de la *praxis* et celui du *logos* – tout en interrogeant leurs interactions, que l'on considère les praxéologies à enseigner (l'enjeu de l'étude) ou les praxéologies d'enseignement (la direction de l'étude).

Mots-clés : direction de l'étude ; formation des professeurs ; praxéologies à enseigner ; praxéologies d'enseignement ; théorie anthropologique du didactique (TAD).

1. Savoirs et compétences

Depuis les années 90, *les compétences* ont pris une place prépondérante dans les programmes scolaires ainsi que dans le pilotage des systèmes éducatifs, venant même rivaliser avec *le savoir* (ou *les savoirs*), essentiel dans les textes fondateurs de l'école républicaine. Nous proposons dans cette section d'examiner l'utilisation de ces deux termes, *savoir(s)* et *compétence(s)*, dans la noosphère, en considérant en sous-section 1.1 des textes relatifs à la formation des professeurs et en sous-section 1.2 des extraits de programmes. En sous-section 1.3 nous présenterons la notion de praxéologie (Chevallard, 2007), que nous utiliserons dans la suite de notre texte, qui permet de penser la liaison entre la pratique et le savoir qui la justifie.

1.1. Les « savoirs » et « compétences » professionnels

En 1997, paraît une circulaire intitulée « Mission du professeur exerçant en collège, en lycée d'enseignement général et technologique ou en lycée professionnel » (Ministère de l'Éducation nationale [MEN], 1997), dont le texte « se propose de préciser quelles sont les compétences professionnelles générales du professeur [...] que la formation initiale doit s'attacher à construire ». On y trouve une dizaine de fois le mot *compétences* au sens de compétences professionnelles, mais le mot *savoir(s)*¹, au sens de savoir(s) professionnel(s), n'apparaît pas² – le mot *savoir* intervient comme verbe dans deux intitulés : « Savoir construire des situations d'enseignement et d'apprentissage » ; « Savoir conduire la classe ». Une dizaine d'années plus

¹ On considère en fait deux mots, *savoir* et *savoirs*.

² Le mot *savoir(s)* est utilisé, mais pour faire référence aux enjeux de l'étude pour les élèves, comme par exemple dans la phrase : « Il évite ainsi que ne se développe chez les élèves le sentiment d'un éclatement des savoirs et d'une juxtaposition des méthodes. »

tard, c'est le « cahier des charges de la formation des maîtres »³ (MEN, 2007) qui est publié, et il y a maintenant une section intitulée « Les compétences professionnelles des maîtres », avec « dix compétences professionnelles [qui] doivent être prises en compte dans la formation de tous les maîtres », chacune d'entre elles étant déclinée en connaissances, capacités et attitudes. On trouve 40 occurrences du mot *compétences* et 13 du mot *savoir(s)*, et les deux mots peuvent être liés : « [le cahier des charges] précise les compétences à construire pour développer les savoirs nécessaires ». On y lit aussi que « des savoirs théoriques déconnectés de la pratique sont inefficaces dans une formation professionnelle » et il est par ailleurs question de « savoirs nécessaires à la polyvalence » ainsi que « d'autres savoirs utiles pour enseigner (notions de base en psychologie, sociologie, histoire, philosophie, économie, droit, etc.) ». On notera aussi « qu'une bonne maîtrise des savoirs enseignés est la condition nécessaire de l'enseignement », ce qui rattache clairement les *savoirs enseignés* aux *savoirs professionnels*.

La mise en avant des *compétences* se poursuit avec la publication en 2010 d'un arrêté dont l'intitulé lui-même contient le mot *compétences* : « Définition des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier » (MEN, 2010a). C'est aussi le cas pour l'annexe, qui s'intitule « Les dix compétences professionnelles », dont le contenu ne présente que quelques changements⁴ par rapport au texte de 2007. On y trouve cinq occurrences du mot *savoir(s)*, mais qui sont toutes relatives aux savoirs ou savoir-faire à enseigner. Le « référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation », qui lui succède en 2013, « se fonde sur la définition de la notion de compétence contenue dans la recommandation 2006/962/CE du Parlement européen : “ensemble de connaissances, d'aptitudes et d'attitudes appropriées au contexte” » (MEN, 2013). Il fait référence aux savoirs, théoriques et pratiques, que doivent acquérir les professeurs, en formation initiale et tout au long de leur carrière :

Les métiers du professorat et de l'éducation s'apprennent progressivement dans un processus intégrant des *savoirs théoriques* et des *savoirs pratiques* fortement articulés les uns aux autres. Ce référentiel de compétences vise à [...] identifier les *compétences professionnelles* attendues. Celles-ci s'acquièrent et s'approfondissent au cours d'un processus continu débutant en formation initiale et se poursuivant tout au long de la carrière par l'expérience professionnelle accumulée et par l'apport de la formation continue. (MEN, 2013 ; c'est nous qui soulignons)

Pour fixer les idées, donnons un exemple issu des « compétences communes à tous les professeurs ». On y lit que ces derniers sont des « professionnels porteurs de savoirs et d'une culture commune » et deux compétences sont alors proposées⁵. Nous présentons ci-après, partiellement, la compétence P 1 dans son contexte :

La maîtrise des savoirs enseignés et une solide culture générale sont la condition nécessaire de l'enseignement. Elles permettent [...] à tous les professeurs d'avoir une vision globale des apprentissages, en favorisant la cohérence, la convergence et la continuité des enseignements.

P 1. Maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique

– Connaître de manière approfondie sa discipline ou ses domaines d'enseignement. En situer les repères fondamentaux, les enjeux épistémologiques et les problèmes didactiques.

³ Il s'agit de l'annexe du « cahier des charges de la formation des maîtres en institut universitaire de formation des maîtres », qui est un arrêté datant du 19-12-2006.

⁴ On notera que le cahier des charges de 2007 explicite ce que signifie « raisonner en termes de compétences » pour le professeur : il s'agit de « déterminer les étapes nécessaires à l'acquisition progressive des connaissances, des capacités et des attitudes prescrites à partir des acquis et des besoins identifiés [...] ». Cette mention est supprimée dans le texte de 2010.

⁵ Dans la rubrique « Les professeurs, praticiens experts des apprentissages », trois autres compétences seront déclinées.

- Maîtriser les objectifs et les contenus d’enseignement, les exigences du socle commun de connaissances, de compétences et de culture ainsi que les acquis du cycle précédent et du cycle suivant.
- Contribuer à la mise en place de projets interdisciplinaires au service des objectifs inscrits dans les programmes d’enseignement.

Pour terminer, notons que, dans la loi d’orientation et de programmation pour la refondation de l’école de la République du 8 juillet 2013, la section qui prévoit la création des ESPE parle du « développement des *savoir-faire professionnels* » (Loi n° 2013-595 ; c’est nous qui soulignons).

1.2. Les « savoirs » et « compétences » à enseigner

Les questions que nous venons de considérer sur les savoirs et les compétences relatifs à la position de professeur sont aussi à examiner concernant les savoirs et les compétences relatifs à la position d’élève. Nous nous en tiendrons à l’enseignement des mathématiques – essentiellement au collège (élèves de 11-15 ans) – et nous regarderons (rapidement) comment les programmes scolaires sont présentés. Classiquement, ils sont découpés en grands domaines mathématiques, et ce découpage varie selon l’époque et le niveau de classe comme le montrent les deux exemples ci-après :

Classe de 5 ^e des collèges (rentrée 1978)	Cycle 4 (rentrée 2016)
I. – Relations	Thème A – Nombres et calculs
II. – Arithmétique	Thème B – Organisation et gestion de données, fonctions
III. – Nombres relatifs	Thème C – Grandeurs et mesures
IV. – Observations d’objets géométriques et physiques	Thème D – Espace et géométrie
	Thème E – Algorithmique et programmation

Comme on peut le voir sur la figure ci-après présentant un extrait du « programme de la classe de 5^e des collèges » en vigueur à la rentrée 1978, la matière mathématique était ensuite directement présentée :

PROGRAMME DE LA CLASSE DE 5^e DES COLLÈGES
(Arrêté du 17 mars 1977)
I. — RELATIONS
On se bornera à étudier:
1 ^o Application d’un ensemble dans un ensemble; bijection.
2 ^o Exemples de partition d’un ensemble et de relation d’équivalence.
II. — ARITHMÉTIQUE
Ensemble des multiples d’un entier naturel; division euclidienne d’un entier naturel par un entier naturel.
Diviseurs d’un entier naturel; nombres premiers.
Sur des exemples: pratique de la décomposition d’un entier naturel en un produit de nombres premiers et exercices sur les multiples communs et sur les diviseurs communs à deux ou plusieurs entiers naturels.

Figure 1. Extrait du programme de cinquième en vigueur à la rentrée 1978 (issu de Fauvergue et al., 1978, p. 3).

Ce n’est plus le cas depuis environ deux décennies et les programmes proposent maintenant un sous-découpage en plusieurs rubriques, qui varie selon les années et les niveaux de classe comme le montrent les quelques exemples proposés ci-après donnant l’intitulé des deux, trois ou quatre colonnes présentant ces rubriques :

- Sixième (1996) : contenus ; compétences exigibles ; commentaires.
- Seconde (2000, 2009, 2017) : contenus ; capacités attendues ; commentaires
- Sixième (2005) : contenus ; capacités ; exemples d’activités, commentaires ; commentaires spécifiques pour le socle.
- Cycle 4 (2016) : connaissances et compétences associées ; exemples de situations, d’activités et de ressources pour l’élève.

On retrouve dans ce sous-découpage certains des mots déjà rencontrés dans les textes qui présentent les compétences professionnelles des professeurs (voir section 1) : capacités, compétences, connaissances. Le mot *savoir(s)* n’apparaît pas dans cette présentation des mathématiques à enseigner, mais on peut noter qu’il apparaît à neuf reprises – deux fois au singulier, quatre fois au pluriel et une fois associé à *faire* pour constituer *savoir-faire* – dans le programme de mathématiques du cycle 4 (élèves de 12-15 ans) entré en vigueur à la rentrée 2016, ainsi que le montrent les phrases ci-après (MEN, 2015 ; c’est nous qui soulignons) :

- L’élève œuvre au développement de ses compétences, par la confrontation à des tâches plus complexes où il s’agit de réfléchir davantage aux ressources qu’il mobilise, que ce soit des connaissances, des *savoir-faire* ou des attitudes.
- C’est ainsi qu’ils sont davantage confrontés à la dimension historique des *savoirs* mais aussi aux défis technologiques, sociétaux et environnementaux du monde d’aujourd’hui.
- La lecture, l’interprétation des tableaux, graphiques et diagrammes nourrissent aussi d’autres champs du *savoir*.

Cela dit, ces phrases ne fournissent pas d’indications sur ce que ces vocables (*savoir*, *savoirs*, *savoir-faire*) signifient. Parallèlement, on trouve 46 occurrences du mot *compétence(s)* (deux d’entre elles sont au singulier). Certaines des phrases fournissent quelques précisions sur ce qui est entendu par *compétences* et nous reproduisons deux d’entre elles ci-après (MEN, 2015 ; c’est nous qui soulignons) :

- Ces projets développent des *compétences* de coopération, par exemple lorsqu’il s’agit de développer avec d’autres son corps ou sa motricité, de concevoir pour un destinataire une activité multimédia ou de contribuer dans l’établissement à des publications respectueuses du droit et de l’éthique de l’information
- La mise en œuvre du programme doit permettre de développer les six *compétences* majeures de l’activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer, qui sont détaillées dans le tableau ci-après.

1.3. Le modèle praxéologique

La formation des professeurs se trouve donc actuellement aux prises avec des *savoirs*, qui sont soit *théoriques* soit *pratiques*, des *savoir-faire* ainsi que des *compétences*, qui sont composées de *connaissances*, d’*aptitudes* et d’*attitudes*. Nous nous proposons d’interroger ce foisonnement en nous plaçant dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) et en utilisant notamment la notion de *praxéologie*, qui permet de modéliser l’activité humaine en l’analysant en termes de type de tâches T , de technique τ , de technologie θ et de théorie Θ (Chevallard, 2007). Nous aborderons alors les notions de *savoir(s)* et de *compétence(s)* proposées institutionnellement en examinant en quoi la notion de *praxéologie* permet de les appréhender de façon globale (Chevallard, 2015), en liant de façon indissociable les deux blocs – celui de la *praxis* $\Pi = [T / \tau]$ (ou bloc du *savoir-faire*) et celui du *logos* $\Lambda = [\theta / \Theta]$ (ou bloc du *savoir*) – tout en interrogeant leurs interactions, que l’on considère les *praxéologies* à enseigner ou les *praxéologies* d’enseignement.

Pour illustrer notre propos, nous proposons quelques exemples. Considérons tout d'abord une praxéologie mathématique à enseigner au niveau de la classe de 4^e (élèves de 13-14 ans), autour du type de tâches T : « Montrer qu'un triangle est rectangle. » Une technique disponible à ce niveau-là consiste à s'assurer que les côtés a , b et c du triangle considéré vérifient ce qu'on appelle l'égalité de Pythagore, soit $a^2 = b^2 + c^2$ où a est le plus grand des trois côtés. Cette technique τ est justifiée par une technologie θ comportant comme élément technologique clé le théorème de Pythagore. Cette technologie est en fait un *discours*, qui dépasse le seul énoncé du théorème de Pythagore en incluant notamment une justification de cet élément, comme par exemple celle qui est suggérée par l'énoncé de la figure 2, issu d'un manuel pour la classe de 4^e. Ici, la théorie Θ s'appuie notamment sur les propriétés des aires de polygones.

77 Prouver le théorème de Pythagore
 Représenter • Raisonner • Communiquer

On a disposé quatre triangles rectangles roses superposables de deux façons différentes à l'intérieur d'un même grand carré.

Figure 1

Figure 2

a. Quelle est la nature de chacun des trois quadrilatères bleus ? Expliquer.
b. Expliquer pourquoi l'aire du quadrilatère bleu de la figure 1 est égale à la somme des aires des quadrilatères bleus de la figure 2.
c. Retrouver ainsi le théorème de Pythagore.

Figure 2. Schéma déductif du théorème de Pythagore.

Comme nous l'avons noté, la notion de praxéologie permet de modéliser l'activité humaine, et pas seulement l'activité mathématique. Prenons un autre exemple, relevant de la direction d'étude, en partant de la question suivante qui se pose à tout professeur de l'enseignement secondaire : « Comment remplir le cahier de textes de la classe ? ». On a là un type de tâches didactique, T : « Remplir le cahier de textes de la classe. » Décrivons à grands traits une technique τ possible : a) à chaque fin de séance, le professeur écrit quelques notes rapides concernant le déroulement de la séance et consigne le travail à faire pour la prochaine séance ; b) ensuite, il s'appuie sur ses notes pour élaborer une rédaction plus substantielle. D'un point de vue technologico-théorique, on peut signaler que cela lui permet de dresser un tableau fidèle et raisonnablement complet de la vie de la classe et du travail effectué lors de la séance, ce qui correspond à ce qui est demandé par la circulaire régissant le cahier de textes numérique (MEN, 2010b), dont nous fournissons un extrait :

Le cahier de textes mentionnera, d'une part, le contenu de la séance et, d'autre part, le travail à effectuer, accompagnés l'un et l'autre de tout document, ressource ou conseil à l'initiative du professeur, sous forme de textes, de fichiers joints ou de liens.

D'autres exemples pourraient être donnés, hors du champ des mathématiques et de l'enseignement. On laissera par exemple le lecteur s'exercer en considérant comme type de tâches T : « Faire un nœud de cravate. » Pour les néophytes, on trouve des sites Internet⁶ qui proposent une technique τ – mise en mots et en gestes. Il restera à la personne intéressée à la mettre en œuvre. Nous nous en tiendrons ici au bloc de la *praxis*, que nous venons juste d'évoquer.

2. Une infrastructure didactique peu diffusée

Dans cette section, nous nous plaçons dans le cadre de la formation des professeurs, et donc de l'étude des praxéologies d'enseignement. Nous allons examiner ce que les textes présentent comme des *compétences professionnelles*, mais en proposant une analyse didactique en deux temps, analyse praxéologique de l'enjeu de l'étude en sous-section 2.2 et analyse de la direction d'étude à l'aide des moments de l'étude en sous-section 2.3, ce qui nous permettra de mettre en évidence un phénomène fréquemment rencontré dans la formation (et dans le métier) en proposant comme modèle une certaine *praxéologie de direction d'étude*. Des exemples comme celui que nous présentons dans cette section permettent de mettre en évidence des raisons d'être de l'analyse didactique en formation des professeurs (Cirade, 2019).

2.1. L'observation

Nous allons nous arrêter sur l'observation d'une séance de géométrie réalisée par un élève professeur⁷ dans une classe de 4^e en janvier 2015. Le programme en vigueur cette année-là comportait notamment les mentions suivantes concernant le triangle rectangle et son cercle circonscrit :

Connaissances. Triangle rectangle : cercle circonscrit.

Capacités. Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle. Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.

Pour le lecteur non familier avec les mathématiques et leur enseignement au collège, précisons ce qui signifie la mention « caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle », sur laquelle le professeur s'est appuyé pour construire cette séance. On peut ici distinguer deux propositions, que l'on peut exprimer de la façon suivante – sachant qu'un triangle est dit inscrit dans un cercle si ses trois sommets sont sur ledit cercle : a) si un triangle ABC est rectangle en A, alors il est inscrit dans le cercle de diamètre [BC] ; b) si un triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [BC], alors il est rectangle en A.

Passons maintenant à la séance observée, dont nous présenterons rapidement un assez long extrait (35 min). La première partie de la séance est basée sur la consigne suivante, notée au tableau par le professeur : « Placer un point M appartenant au cercle de diamètre [AB]. Tracer les côtés du triangle AMB. Que peut-on constater ? ». Le professeur distribue à chacun une feuille de travail sur laquelle figure un cercle de diamètre [AB] (les cercles sont tous de diamètre différent) et les élèves doivent chacun compléter la figure qui leur est distribuée afin d'obtenir la configuration cherchée et de proposer une constatation. Ce temps de travail individuel est suivi d'une mise en commun, deux des figures étant rendues publiques via un visualisateur, et la classe s'accorde à dire que, dans tous les cas, le triangle AMB est rectangle en M. Après cette expérimentation dans un environnement papier-crayon, on passe à une expérimentation dans

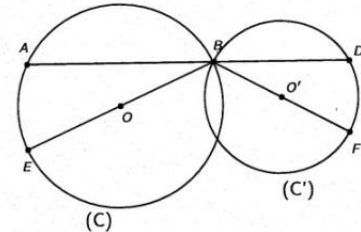
⁶ Par exemple, le site <http://www.noed-de-cravate.net/>.

⁷ En formation à l'ESPE Toulouse Midi-Pyrénées.

un environnement numérique, avec un logiciel de géométrie dynamique, GeoGebra, ce qui conforte le résultat dégagé – l'angle AMB est bien un angle droit – et permet aussi de faire émerger d'autres propriétés. La classe passe ensuite à l'étude d'un exercice, dont nous reproduisons ci-dessous l'énoncé – seules les deux premières questions seront abordées durant la séance, la troisième question est donnée à faire en travail hors classe⁸.

Exercice 1. $[EB]$ et $[BF]$ sont des diamètres respectifs des cercles (C) et (C') .

1. Démontrer que le triangle ABE est rectangle en A.
2. Que peut-on dire du triangle BDF ?
3. Que peut-on dire des droites (AE) et (DF) ? Démontrer la réponse.



2.2. L'analyse didactique

L'analyse didactique de la séance va s'effectuer en deux temps, en proposant dans un premier temps l'analyse praxéologique (succincte) de l'enjeu de l'étude durant la séance. Il s'agit là d'une praxéologie mathématique ponctuelle, que l'on notera $\wp = [T / \tau / \theta / \Theta]$, qui est constituée autour du type de tâches T : « Démontrer qu'un triangle est rectangle et déterminer le sommet en lequel il est rectangle. » La technique τ peut se laisser analyser ainsi : « Identifier le cercle circonscrit au triangle et déterminer si l'un des côtés du triangle est un diamètre de ce cercle. Si c'est le cas, conclure que le triangle est rectangle en celui des points qui n'appartient pas au diamètre déterminé précédemment. » La technologie θ est centrée autour d'une propriété que l'on peut énoncer de la façon suivante : « Si un point M appartient au cercle de diamètre $[AB]$ tout en étant distinct de A et B, alors le triangle ABM est rectangle en M. » Sa justification est expérimentale et s'effectue dans un environnement papier-crayon puis, dans un second temps, dans un environnement numérique avec le recours à un logiciel de géométrie dynamique.

On peut maintenant passer à l'analyse de la direction de l'étude impulsée par le professeur, en nous appuyant sur le *modèle des moments de l'étude* (Chevallard, 2011), qui « comporte six grands moments » que nous présentons rapidement ici :

1. le moment de l'identification d'un type de tâches $T \ni t$ et de la première rencontre avec T ;
2. le moment de l'exploration (plus ou moins poussée) du type de tâches T et de l'émergence de la technique τ ;
3. le moment technologico-théorique, qui voit la création du bloc $[\theta / \Theta] [\dots]$;
4. le moment du travail de l'organisation praxéologique $[T / \tau / \theta / \Theta]$ ainsi ébauchée, et en particulier du travail de la technique $[\dots]$;
5. le moment de l'institutionnalisation, où l'on met en forme l'organisation praxéologique $[T / \tau / \theta / \Theta] [\dots]$;
6. le moment de l'évaluation, où l'on évalue sa maîtrise de l'organisation praxéologique créée, mais aussi où l'on évalue cette organisation praxéologique elle-même. (p. 7)

Si l'on reprend le déroulement de la séance, on assiste tout d'abord à l'émergence de certaines propriétés, notamment de celle qui est énoncée ci-dessus : il s'agit là d'un épisode du moment technologico-théorique relativement à la mise en place de \wp . La deuxième phase permet à la fois d'identifier le type de tâches T et de faire émerger la technique τ ainsi que la technologie θ , mais, la propriété ayant déjà émergé dans la classe, il s'agit ici de l'utiliser pour

⁸ Le professeur précise alors que les points A, B et D sont alignés. Cette précision est ici cruciale du double point de vue mathématique et didactique. Le fait qu'elle ait été « oubliée » par le professeur n'est sûrement pas anodin.

produire la technique τ . On travaille à partir de deux spécimens (les triangles ABE et BDF) et on assiste à des épisodes du moment d'identification du type de tâches, du moment exploratoire, du moment technologico-théorique et du moment du travail.

2.3. Un phénomène dans la direction de l'étude

On est ici face à un phénomène que nous allons analyser. Commençons par préciser que le travail réalisé dans le cadre de la formation pousse en avant la réalisation d'activités d'étude et de recherche (AER) pour faire émerger les praxéologies mathématiques. Yves Chevallard (2007) indique que « les *activités d'étude et de recherche* assument les moments de la première rencontre avec un type de tâches T_i , de l'exploration de T_i et de l'émergence de la technique τ_i , de la construction du bloc technologico-théorique $[\theta / \Theta]$ » (p. 735) avant de poursuivre :

- Le point de départ d'une AER se trouve, en principe, dans l'évocation (au moins), voire dans la réalisation dans la classe (au plus) d'une *situation du monde* $s = \{\sigma ; \checkmark ; x, x', x'', \dots\}$ incluant un *système* σ et des *acteurs* x, x', x'' , etc., ayant à accomplir une *tâche* \checkmark – la tâche « coche » – relative à σ .
- ... pour accomplir la tâche \checkmark , censée être d'un type culturellement – sinon pratiquement – familier aux élèves [...], les acteurs de la situation du monde sont amenés à devoir accomplir une certaine tâche t , supposée pour eux *problématique* [...] Et c'est cette tâche problématique t , d'un type T qui est « à étudier » qu'il sera demandé aux élèves de chercher à accomplir en lieu et place des acteurs évoqués par l'énoncé du « problème ». (p. 735-736)

Le point de départ de l'activité proposée par le professeur se trouve dans la consigne citée plus haut, que l'on rappelle ici : « Placer un point M appartenant au cercle de diamètre [AB]. Tracer les côtés du triangle AMB. Que peut-on constater ? ». Or, comme on l'a vu, cette question fait émerger une *propriété* – un élément technologique. La consigne proposée est d'ailleurs tout à fait significative : derrière la question « Que peut-on constater ? », on peut entendre une autre question : « Quelle *propriété* peut-on constater ? ». Et ce n'est que dans un deuxième temps que l'on voit apparaître une tâche problématique t , ce qui appellera une technique τ . Il ne s'agit pas d'une AER.

On a ici un phénomène que l'on peut cerner en utilisant un *modèle praxéologique*, mais pour analyser cette fois-ci la *direction d'étude* – ce qui renvoie aux savoirs et compétences professionnels. Prenons comme type de tâches T : « Concevoir une AER. » Du point de vue de la *praxis*, il faut notamment, une fois analysées les mathématiques à enseigner, choisir un support d'activité. Du point de vue du *logos*, ce support d'activité doit s'appuyer sur une situation du monde problématique, ainsi qu'on l'a vu dans la citation figurant au début de la section. Ce que l'on voit ici, c'est un *logos* encore mal assuré – la formation se heurte à des normes très prégnantes dans la profession : dans l'organisation de l'étude, la primauté est donnée aux éléments technologiques que le professeur s'efforce de faire émerger avant de proposer des « exercices d'application » – et une *praxis* qui ne s'accorde pas avec le *logos* des praxéologies de direction de l'étude travaillées en formation.

3. Une infrastructure didactique manquante

Dans cette section, nous mettrons en évidence des conditions et des contraintes qui pèsent sur les praxéologies d'enseignement du fait notamment d'une analyse inadéquate du *logos* des praxéologies à enseigner, ce qui, *in fine*, jouera sur leur *praxis*. Pour cela, nous prendrons l'exemple de l'enseignement des probabilités au collège : quand on détermine une probabilité, on a un ingrédient technique, « observer expérimentalement les fréquences », qui se trouve peu développé dans l'enseignement, ce que nous mettrons en relation avec les conditions et les contraintes liées aux techniques de réalisation des différents moments de l'étude qui ne

permettent pas l'émergence de la définition fréquentiste de la notion de probabilité. Nous présenterons dans la sous-section 3.1 les injonctions institutionnelles, en les comparant aux savoirs enseignés, avant de proposer une analyse des conditions et contraintes liées au savoir à enseigner en sous-section 3.2 et à la direction de l'étude en sous-section 3.3.

3.1. Les programmes et les manuels

Au collège, les probabilités ont été introduites à la rentrée 2008. À la rentrée 2016, voici ce qu'indique le programme du cycle 4 à ce sujet (MEN, 2015, p. 373) :

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités	
<p>Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.</p> <p>Calculer des probabilités dans des cas simples.</p> <p>» Notion de probabilité.</p> <p>» Quelques propriétés : la probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1 ; probabilité d'événements certains, impossibles, incompatibles, contraires.</p>	<p>Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences ou en utilisant un tableur pour simuler une expérience aléatoire (à une ou à deux épreuves).</p> <p>Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage).</p> <p>Calculer des probabilités dans un contexte simple (par exemple, évaluation des chances de gain dans un jeu et choix d'une stratégie).</p>

Ainsi, déterminer la probabilité d'un événement attaché à une expérience aléatoire à une ou à deux épreuves, noté T , est le type de tâches principal de la praxéologie mathématique relative à la notion de probabilité en cycle 4. L'enseignement des probabilités se poursuit au lycée. Regardons de plus près le programme de la classe de seconde (MEN, 2017, p. 9), que nous reproduisons très partiellement :

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Probabilité sur un ensemble fini</p> <p>Probabilité d'un événement.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité. • Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées. 	<p>La probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.</p>

Déterminer la probabilité d'un événement attaché à une expérience aléatoire à une ou deux épreuves, noté T , reste le type de tâches principal de la praxéologie mathématique relative à la notion de probabilité en seconde, mais l'environnement technologico-théorique s'enrichit, ce qui conduit à modifier les techniques mises en place au collège. On a ainsi une frontière entre la classe de 3^e et la classe de 2^{de}. Au cycle 4, les probabilités sont définies par une approche *fréquentiste* : on observe que la fréquence de réalisation d'un événement a tendance à se stabiliser lors d'un très grand nombre d'expérimentations, jusqu'à se rapprocher d'une fréquence « théorique » appelée probabilité de l'événement considéré. En seconde, une fois un modèle probabiliste obtenu, « la probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent » (*ibid.*, p. 9) et on va calculer des probabilités qui étaient auparavant déterminées au moyen des fréquences.

Une étude des manuels de mathématiques pour le cycle 4 met en évidence que cette frontière n'est pas respectée par les auteurs. Même si le type de tâches « déterminer la probabilité d'un événement » est généralement correctement identifié, les techniques proposées pour les

expériences à une épreuve sont basées sur un ingrédient technologique, la formule de Laplace, dont on peut donner la formulation suivante : « Quand les résultats d'une expérience aléatoire ont tous la même probabilité, alors la probabilité d'un événement est égale au quotient : $\frac{\text{nombre de résultats favorables à l'événement}}{\text{nombre de résultats possibles}}$. » On y voit apparaître la notion d'équiprobabilité

qui n'est pas mentionnée⁹ dans le programme du cycle 4. On retrouve ici, en analysant des manuels, le phénomène que nous avons observé il y a quelques années (Crumière, 2017) en analysant les séquences de deux professeurs aguerris.

3.2. Une infrastructure fréquentiste disparue

Deux conditions au moins viennent gêner, voire interdire, la présence de l'approche fréquentiste dans les praxéologies proposées à l'étude par les professeurs observés et les manuels – et plus largement dans le savoir enseigné.

La première, identifiée par Yves Chevallard et Floriane Wozniak (2011), est que l'infrastructure fréquentiste du calcul des probabilités est laissée de côté depuis de nombreuses années à l'université au profit d'une infrastructure de ce calcul que l'on peut qualifier d'*ensembliste*. Les auteurs indiquent que cette infrastructure fréquentiste « a disparu de la culture commune et fait même aujourd'hui l'objet, quelquefois, d'une stigmatisation au motif qu'elle ne serait pas "rigoureuse" » (*ibid.*, p. 377), en raison d'une méprise sur le travail de mathématisation à mener. En effet, cette infrastructure permet de revenir au fondement du calcul des probabilités, ou plutôt à la raison d'être de ce calcul des probabilités : la modélisation de la variabilité statistique. Ils citent notamment à cet égard un commentaire fort éclairant de B. V. Gnedenko et A. I. Kintchine à propos d'un petit problème reproduit ci-dessous ainsi que sa première résolution :

Un tireur fait mouche dans 80 % des cas ; un autre (placé dans les mêmes conditions), atteint le but dans 70 % des cas. On demande quelle est la probabilité pour que le but soit touché si les deux tireurs le visent simultanément. (On considère que le but est atteint, indifféremment, s'il l'est par une ou par deux balles). [...]

PREMIÈRE MANIÈRE DE RÉSOUDRE LE PROBLÈME. – Admettons que les tireurs effectuent 100 tirs couplés. Lors de 80 de ces tirs environ, le but sera atteint par le premier tireur. Restent 20 tirs environ qui sont manqués en ce qui le concerne. Mais nous savons que le second tireur fait mouche en moyenne 70 fois sur 100, c'est-à-dire 7 fois sur 10. Nous pouvons donc escompter que, sur les 20 tirs où le premier tireur manque le but, il l'atteindra, lui, 14 fois environ. Par conséquent, sur 100 tirs couplés, le but sera touché approximativement $80 + 14 = 94$ fois. La probabilité pour que le but soit atteint en cas de tir simultané de nos deux tireurs est donc de l'ordre de 94 %, ou 0,94. (Gnedenko & Kintchine, 1964, cité dans Chevallard & Wozniak, 2011, p. 376)

Le commentaire est alors le suivant :

Le problème que nous venons d'envisager est très simple. Il ne nous en conduit pas moins à une conclusion très importante. Il est souvent utile, en effet de déterminer la probabilité de certains événements, d'après celle d'autres événements, moins complexes. C'est là un procédé qui trouve de très nombreuses applications dans toutes les sciences et dans tous les domaines d'activité pratique comportant des opérations et des phénomènes massivement répétés. [...]

⁹ Elle est mentionnée dans l'une des ressources thématiques (MEN, 2016), mais pour indiquer que « l'approche se fait d'abord à partir de situations familières aux élèves et relevant de l'équiprobabilité puis, à partir de la classe de quatrième, de manière fréquentiste (observation de la stabilisation des fréquences) pour disposer d'autres modèles ».

Dans le domaine des phénomènes caractérisés par une répétition multiple, la science qui s'occupe d'établir de telles règles a pour nom théorie des probabilités. (*Ibid.*, p. 376)

Le début de la construction du modèle est au programme du cycle 4 : le travail expérimental de détermination de la probabilité « d'événements moins complexes », liés à des contextes familiers, doit être mis à profit pour déterminer la probabilité d'autres événements, tout en gardant l'arrière-plan expérimental qui donne le sens et le contrôle du travail mené. Dans la sous-section suivante, nous interrogerons la quasi-inexistence de cette expérimentation dans l'enseignement de T : « Déterminer la probabilité d'un événement attaché à une expérience aléatoire à une ou deux épreuves. »

3.3. Une gestion malhabile des moments de l'étude

La présence dans la profession de cette problématique fréquentiste qui permet de mettre en scène les probabilités comme modélisant la variabilité statistique est bien entendu primordiale. Mais il semble qu'une infrastructure didactique, liée à la réalisation des moments de l'étude, soit également nécessaire et absente dans la profession. Cette infrastructure a été mise en évidence par Michèle Artaud (2011) à propos des puissances d'un nombre en quatrième. Dans la classe de 4^e, à la fin des années 2000, les notations a^n et a^{-n} et leur utilisation sur les exemples numériques très simples figurent au programme d'étude. Les règles de calculs au programme de quatrième sont seulement celles qui portent sur les puissances de 10, du type : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $1/10^n = 10^{-n}$; $(10^m)^n = 10^{m \times n}$, où m et n sont des entiers relatifs. Leur extension à un nombre a différent de 10 relevant de la classe de 3^e.

Mais l'auteure remarque que, de manière répétée, des formules du type $a^m \times a^n = a^{m+n}$ émergent dès la classe de 4^e : elles sont présentes dans la plupart des manuels, dans les traces écrites de l'activité des classes qu'elle a pu observer cliniquement ou par le biais d'Internet. Et elle met en évidence la gestion fine de l'articulation de deux moments de l'étude que suppose la non-apparition des formules pour a différent de 10. Plus précisément, si le nombre de puissances autres que 10 rencontré par l'élève de quatrième est au-delà d'un certain seuil, le travail de la technique au programme de la classe de 4^e, fondée sur la définition de a^n , se mue en un moment exploratoire de la technique au programme de la classe de 3^e qui débouche très vite sur un moment technologico-théorique. Il faut donc savoir arrêter le travail « assez tôt ».

Revenons alors au cas qui nous occupe ici, celui des probabilités au cycle 4 : nous avons observé, à travers notamment l'une des ressources d'accompagnement des anciens programmes, intitulée *Probabilités* (MEN, 2011), que le cas des expériences à deux épreuves au cycle 4 relève du même type de phénomène. La difficulté réside dans un dosage « convenable » du nombre de spécimens travaillés pour que le moment de travail ne donne pas lieu à l'émergence de l'organisation mathématique « complète », qui ne figure qu'au programme de la classe de seconde. Ce phénomène n'est pas repéré par la profession qui donne en classe de 3^e une importance assez grande aux expériences à deux épreuves.

On a donc ici un exemple éclairant du fait que, dans les ensembles de conditions favorisant ou permettant l'existence d'une praxéologie mathématique dans les systèmes didactiques, si les conditions portant sur l'infrastructure mathématique sont essentielles, des conditions liées à l'infrastructure didactique sont également cruciales et le travail de constitution de techniques de réalisation des moments didactiques et d'étude de leur portée, notamment, demande à être développé.

4. Un modèle pour savoirs et compétences

En conclusion, à travers ces deux exemples issus de la formation et du terrain, nous avons mis en évidence en quoi l'analyse praxéologique, en distinguant le bloc de la *praxis* et celui du

logos et en dégageant les interactions entre ces deux blocs, met au jour des conditions et des contraintes qui pèsent sur la profession, et notamment sur la formation professionnelle. On notera que :

Ces notions permettent de redéfinir de manière assez réaliste certaines notions courantes : ainsi peut-on considérer que, par savoir-faire, on désigne usuellement un bloc $[T/\tau]$, et, par savoir, en un sens restreint, un bloc $[\theta/\Theta]$ – ou même, mais en un sens large cette fois, une praxéologie $[T/\tau/\theta/\Theta]$ tout entière. Pour cette dernière raison, on pourra désigner aussi une organisation praxéologique comme étant une organisation de savoir – en se résignant alors à ne rencontrer qu'aléatoirement les points de vue institutionnels spontanés, qui font d'ordinaire un usage élitiste et parcimonieux du mot savoir. L'emploi du mot praxéologie a pour mérite de donner à entendre un fait anthropologique banal autant que fondamental : il n'est pas de praxis sans logos ; il n'est pas de logos à jamais innocent d'implications « praxiques ». (Chevallard, 2002, p. 3)

Par exemple, dans le dernier texte paru sur les *compétences professionnelles* (MEN, 2013), on trouve la *compétence* P 3, « Construire, mettre en œuvre et animer des situations d'enseignement et d'apprentissage prenant en compte la diversité des élèves », dont l'un des items est formulé ainsi : « Sélectionner des approches didactiques appropriées au développement des compétences visées ». Les *savoirs*, tant théoriques que pratiques, ne sont pas évoqués. Le modèle praxéologique permet d'analyser les « compétences » et les « savoirs », en partant d'observations réalisées (programmes, manuels, séances, etc.) et en mettant en évidence des phénomènes dans la direction d'étude. En interrogeant le bloc de la *praxis* et le bloc du *logos*, il permet de dépasser l'opposition entre *compétences* et *savoirs*.

5. Bibliographie

- Artaud, M. (2011). Les moments de l'étude : un point d'arrêt de la diffusion ? In M. Bosch et al. (Éds), *Un panorama de la TAD* (p. 141-162). Barcelone : CRM.
- Carlod, V. et al. (2016). *Transmath Cycle 4*. Paris : Nathan.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. Structures & fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Éds), *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 3-22). Grenoble : La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Éds), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (p. 705-746). Jaen : Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Chevallard, Y. (2011). Journal du Séminaire TAD/IDD de l'année 2010-2011 (séance 4). http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=176
- Chevallard, Y. (2015). Savoirs et compétences : genèse et résection d'un conflit. Le point de vue de la théorie anthropologique du didactique. In F. Chnane-Davin & J.-P. Cuq (Éds), *Approche comparative des savoirs et des compétences en didactique* (p. 39-70). Paris : Riveneuve.
- Chevallard, Y. & Wozniak, F. (2011). Sur l'aléatoire et la variabilité. Vers une ingénierie didactique des PER. In C. Margolinas et al. (Éds), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (p. 367-382). Grenoble : La pensée sauvage.
- Cirade, G. (2019). Infrastructures didactiques pour la formation des professeurs : le cas de l'étude de praxéologies d'enseignement. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(4), 338-356.

- Crumière, A. (2017). Un phénomène d'écologie des organisations mathématiques lié à l'organisation de l'étude : le cas des probabilités. In G. Cirade et al. (Éds), *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société* (p. 785-802). En ligne <https://citad4.sciencesconf.org>
- Fauvergue, P., Jeanmot, J. & Rieu, R. (1978). *Mathématiques, classe de cinquième* (collection A. Mauguin). Paris : Istra.
- Loi n° 2013-595 du 8 juillet 2013 d'orientation et de programmation pour la refondation de l'école de la République (2013).
- Ministère de l'Éducation nationale. (1997). Mission du professeur exerçant en collège, en lycée d'enseignement général et technologique ou en lycée professionnel. *Bulletin officiel n° 22 du 29 mai 1997*.
- Ministère de l'Éducation nationale. (2007). Cahier des charges de la formation des maîtres en institut universitaire de formation des maîtres. *Bulletin officiel n° 1 du 4 janvier 2007*.
- Ministère de l'Éducation nationale. (2010a). Définition des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier. *Bulletin officiel n° 29 du 22 juillet 2010*.
- Ministère de l'Éducation nationale. (2010b). Le cahier de textes numérique. *Bulletin officiel n° 32 du 9 septembre 2010*.
- Ministère de l'Éducation nationale. (2011). *Probabilités*. En ligne http://cache.media.education.gouv.fr/file/Mathematiques/24/3/Probablites_17_03_08_maj2011_197243.pdf
- Ministère de l'Éducation nationale. (2013). Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation. *Bulletin officiel no 30 du 25 juillet 2013*.
- Ministère de l'Éducation nationale. (2015). Programme d'enseignement du cycle des approfondissements (cycle 4). *Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015*.
- Ministère de l'Éducation nationale (2016). *Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités*. En ligne http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Probabilites/41/3/RA16_C4_MATH_probabilite_doc_maitre_563413.pdf
- Ministère de l'Éducation nationale. (2017). Aménagement du programme de mathématiques. *Bulletin officiel n°18 du 4 mai 2017*.