DES SAVOIRS DISCIPLINAIRES A CONSTRUIRE POUR UNE FORMATION PROFESSIONNELLE UNIVERSITAIRE DES MAITRES

Marie-Jeanne Perrin-Glorian

▶ **To cite this version:**

Marie-Jeanne Perrin-Glorian. DES SAVOIRS DISCIPLINAIRES A CONSTRUIRE POUR UNE FORMATION PROFESSIONNELLE UNIVERSITAIRE DES MAITRES : L'exemple de la formation des enseignants en mathématiques. Spirale - Revue de Recherches en Éducation , 2010, Formation des enseignants, 46, pp.43-61. hal-03523486

HAL Id: hal-03523486
https://hal.science/hal-03523486

Submitted on 12 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN

DES SAVOIRS DISCIPLINAIRES A CONSTRUIRE POUR UNE FORMATION PROFESSIONNELLE UNIVERSITAIRE DES MAITRES[1]

L'exemple de la formation des enseignants en mathématiques

Résumé : Le but de cet article est de réfléchir à la partie disciplinaire dans la formation universitaire des maîtres et de montrer l'importance des savoirs que j'ai appelés didactiques. Les savoirs purement disciplinaires nécessitent des transformations pour que le professeur puisse les mobiliser dans son enseignement. Ils entrent en interaction avec les savoirs didactiques, disciplinaires eux aussi, qui sont à l'interface des savoirs de la discipline proprement dite et des savoirs pédagogiques. Nous essayerons d'en identifier quelques-uns dans le cas de la didactique des mathématiques en nous appuyant sur des exemples issus de la formation en mathématiques des professeurs des écoles ou de la formation des professeurs de mathématiques du collège. Cependant leur identification est encore un problème largement ouvert. En conclusion, nous chercherons à formuler quelques questions pour la recherche sur la formation des maîtres.

Mots clés : formation des maîtres, mathématiques, didactique des mathématiques, savoirs pour enseigner.

Mon propos est ancré en didactique des mathématiques. Il se peut qu'il ait une portée plus générale sous certains aspects mais je laisse les didacticiens des autres disciplines juger de l'usage qu'ils peuvent en faire et j'espère qu'ils y trouveront quelque écho à leurs propres réflexions.

Après une brève réflexion sur ce que pourrait être une formation professionnelle universitaire, je distinguerai différents types de savoirs qui me paraissent nécessaires pour enseigner les mathématiques. Dans la suite je m'intéresserai aux savoirs disciplinaires et, parmi eux, plus spécialement aux savoirs didactiques, indispensables pour l'enseignant et dont l'identification me semble une question largement ouverte. J'en donnerai quelques exemples dans la troisième partie. Enfin, en conclusion, je tenterai de dégager quelques autres questions pour la recherche sur la formation des maîtres en partant de problèmes professionnels des enseignants.

[1] Cet article est la reprise d'une conférence prononcée en mai 2007 au colloque organisé à Arras par la Conférence des Directeurs d'IUFM sur le thème « *Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire des enseignants ?* ». Depuis, les conditions de la formation ont changé et les formations universitaires sont en cours d'élaboration. L'exposé de 2007 ne se plaçait pas dans un cadre institutionnel précis ; il partait du travail concret de l'enseignant, avec des exemples précis, presque tous issus de mon expérience de formatrice engagée dans des recherches en didactique. Son contenu me semble en phase avec certaines des interrogations actuelles et j'en ai conservé l'essentiel.

1. QU'EST-CE QU'UNE FORMATION PROFESSIONNELLE UNIVERSITAIRE ?

La question posée par le titre est ouverte et elle appelle beaucoup d'autres questions. Je prendrai comme point de départ une première réponse : une formation professionnelle universitaire des maîtres, c'est une formation qui apporte aux enseignants des connaissances et des savoirs utiles pour l'exercice de leur profession mais aussi des savoirs vivants qui peuvent évoluer et s'enrichir au fil des problèmes professionnels qu'ils permettent de résoudre. Une telle formation appelle une recherche universitaire qui prenne pour objet d'étude ces savoirs et les conditions de leur développement.

Évidemment cette réponse soulève aussitôt d'autres questions tout aussi cruciales :

- Quelles sont les connaissances nécessaires aux enseignants pour l'exercice de leur profession ?
- Peut-on identifier des savoirs qui gouvernent ces connaissances ?
- Comment peut-on les acquérir ?
- Peut-on le faire de façon que ces connaissances soient adaptables aux diverses situations d'enseignement, et puissent évoluer pour s'adapter à des conditions nouvelles ?

Le rapprochement des mots « professionnelle » et « universitaire » mérite aussi d'être interrogé. Pour ma part, je dirais que le rôle de l'université, c'est de produire et dispenser des savoirs, qui peuvent s'énoncer, se formaliser, se théoriser, qui ont une valeur générale et reconnue, au moins pour un certain temps. Ces savoirs sont développés dans des recherches scientifiques qui visent à les dégager et à les attester. Cette position se rattache sans doute davantage à ce que Lessard et Bourdoncle ont appelé « université de recherche » mais, à mon avis, une université peut être à la fois de recherche et de service.

Je distingue ici les savoirs des connaissances qui sont liées à la personne et disparaissent avec elle, et qui sont, avec les compétences qui permettent de mobiliser ces connaissances à bon escient, des moyens d'agir, de prendre des décisions. Cela ne recouvre pas tout à fait la distinction entre théorie et pratique : il peut y avoir des savoirs pratiques, issus de l'expérience, qui n'ont pas nécessairement valeur générale et des savoirs théoriques peuvent être transformés en connaissances qui permettent de prendre des décisions pratiques.

Dans la suite, je m'intéresserai principalement aux savoirs donc à la partie théorique de la formation mais en lien avec le développement de la pratique. Le domaine est très vaste et je me contenterai d'une petite exploration à partir de l'enseignement d'une seule discipline : les mathématiques.

2. DES SAVOIRS PROFESSIONNELS POUR ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES

Avant de déterminer ce qu'est une formation professionnelle universitaire, se pose donc la question de l'identification des savoirs utiles pour la profession. Pour délimiter mon exposé, je commencerai par distinguer quatre sortes de savoirs :

• *les savoirs dans la discipline proprement dite* (les mathématiques dans mon cas) pour lesquels il faut aussi distinguer plusieurs facettes, particulièrement quand on pense à la formation des enseignants :

- le savoir disciplinaire lui-même : il doit être maîtrisé, du moins dans la limite des programmes à enseigner ; ce premier point n'est pas complètement évident, pour tous les contenus à enseigner, même pour les PLC[2] de mathématiques parce que les contenus universitaires ne permettent pas toujours de parfaire la maîtrise de contenus élémentaires.

- sur ces savoirs, il faut passer d'un rapport d'élève à un rapport de professeur : par exemple, il ne suffit pas de savoir faire les exercices, il faut prévoir toutes les possibilités de résolution ; il faut faire le lien avec d'autres savoirs pour les intégrer dans une progression cohérente, envisager différentes organisations possibles et au-delà, repérer les cohérences (ou incohérences) dans les programmes des différents niveaux, faire le lien entre les savoirs universitaires de la discipline étudiés en licence et les savoirs enseignés, par exemple faire le lien entre la notion d'aire en collège et celle d'intégrale en terminale ou à l'université, quelle que soit la définition retenue, qui varie selon les programmes. Le savoir de l'enseignant diffère de celui de l'étudiant dans au moins quatre dimensions qui caractérisent le passage d'un point de vue local à un point de vue beaucoup plus global : sa capacité d'adaptation aux situations d'utilisation et aux publics, sa capacité de faire des liens avec d'autres savoirs, sa capacité à concevoir des textes complets, des progressions, sa capacité à imbriquer différents niveaux de mise en œuvre du savoir aussi bien pour les mêmes élèves que pour des classes différentes.

- de plus, il faut garder un rapport vivant à ces savoirs, continuer à les interroger, les relier entre eux et aux savoirs de plus haut niveau, rencontrés à l'université.

- il faut faire le lien entre sa discipline et d'autres disciplines, et ce n'est pas seulement une nécessité pour les professeurs des écoles : par exemple en mathématiques, beaucoup de difficultés dans la rédaction de démonstrations sont liées à la difficulté d'un usage précis du français, notamment des conjonctions qui rendent compte de connecteurs logiques ou de quantificateurs.

• *les savoirs pédagogiques ou transversaux* qui comprennent des connaissances sur le développement de l'enfant, de l'adolescent, les effets de données sociologiques, des techniques pour gérer la classe, pour s'adresser aux élèves, organiser leur travail.

• *les savoirs didactiques* qui sont pour moi ceux qui permettent de mettre en relation l'analyse du savoir mathématique, un développement possible de l'élève et une organisation possible du travail de l'élève pour apprendre, une organisation de l'étude. Ils sont proches des savoirs mathématiques mais s'en distinguent par le fait que l'analyse du savoir didactique ne peut se faire dans la seule logique du savoir mathématique ; elle doit prendre en compte des contraintes liées au développement cognitif des élèves et des contraintes institutionnelles liées notamment à l'organisation des savoirs à enseigner dans les programmes et à

[2] Professeurs de Lycée et Collège en formation initiale

l'organisation des dispositifs d'enseignement, y compris les emplois du temps : par exemple on ne peut pas organiser son enseignement de la même manière quand les élèves ont deux fois deux heures de mathématiques par semaine ou quatre fois une heure. Ils sont proches des savoirs pédagogiques ou transversaux mais s'en distinguent dans la mesure où ils doivent les intégrer pour les mettre en œuvre en relation avec le contenu à enseigner pour favoriser les conditions d'apprentissage de ce contenu. Par exemple, les effets que peut avoir l'origine sociale des élèves sur l'entrée dans le travail scolaire et donc les apprentissages, comment les prendre en compte concrètement dans l'enseignement des disciplines, dans les activités qu'on propose aux élèves et la manière dont on les gère ?

• *les savoirs institutionnels*, par exemple le fonctionnement d'un établissement et autres aspects qui constituent le métier d'enseignant.

Dans la suite, je me limite aux savoirs dans la discipline, savoirs disciplinaires proprement dits et savoirs didactiques nécessaires pour l'enseignement. Je distinguerai deux sortes d'enseignants : les professeurs des écoles et les professeurs de lycée et collège. Cette distinction me paraît importante pour mon propos d'une part à cause de l'âge des élèves mais aussi et surtout parce que les uns sont polyvalents et les autres spécialistes de la discipline qu'ils enseignent. Il y aurait d'autres distinctions à faire, par exemple les professeurs de lycées professionnels, mais je me limiterai aux domaines que je connais.

3. LES SAVOIRS MATHEMATIQUES POUR ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES

Je vais maintenant essayer d'identifier des caractéristiques des savoirs mathématiques y compris didactiques nécessaires pour l'enseignement des mathématiques, en m'appuyant sur quelques exemples pris à l'école primaire ou au collège, presque tous extraits de mes recherches en didactique des mathématiques ou de formations que j'ai pu faire à l'IUFM, que ce soit dans la formation des professeurs des écoles, première ou deuxième année, dans la préparation au CAPES de mathématiques ou dans l'encadrement de mémoires de professeurs stagiaires de lycée ou collège. Ces exemples visent à illustrer ces différents types de savoirs, souvent en pointant leur absence dans les ressources ordinaires des professeurs et donc à identifier des besoins de recherche pour la formation. Je vais pour cela devoir entrer dans les contenus mathématiques eux-mêmes, choisis volontairement à un niveau élémentaire, pour montrer combien sont imbriqués les savoirs de la discipline et les savoirs professionnels dans le travail réel du professeur.

3.1. Les savoirs de la discipline proprement dite

Le professeur a besoin d'un savoir cohérent et assuré dans la discipline à la fois pour faire des choix d'enseignement et pour répondre aux questions des élèves. On pourrait penser qu'une licence dans la discipline, approfondie pendant l'année de préparation au CAPES ou les savoirs de seconde repris en PE1[3], devraient suffire pour donner cette assurance respectivement pour le secondaire et le

[3] Première année à l'IUFM consacrée de préparation du concours du professorat des écoles.

primaire. Pourtant, quand on s'intéresse à l'enseignement à l'école élémentaire ou au collège, on s'aperçoit souvent que les définitions et les énoncés de théorème dont on dispose ou pense disposer restent problématiques quand on les formule au niveau du savoir enseigné. Les variations des énoncés dans les programmes amènent souvent à repenser l'enseignement plus profondément qu'il n'y paraît. De plus, quand on s'intéresse aux niveaux élémentaires, beaucoup de savoirs sont naturalisés pour les enseignants et ne sont plus visibles comme savoirs. C'est ce point que je vais d'abord illustrer.

• Des savoirs naturalisés et insuffisamment disponibles en tant que savoirs

Parmi les savoirs enseignés à l'école élémentaire, il en est qui sont entièrement naturalisés ; c'est le cas de la numération et des techniques opératoires.

- La numération en primaire : division et multiplication par 10, 100, 1 000…

Les problèmes qu'on peut résoudre en se servant uniquement de la numération sont difficilement reconnus comme des problèmes tant leur résolution est automatisée par les adultes. Les savoirs formels sont connus des enseignants et enseignés comme tels mais ils ne sont pas toujours disponibles pour résoudre des problèmes. Dans son DESS, Parouty (2004), a posé à 421 élèves de cycle 3 un des problèmes suivants :

CE2 : Pour carreler une pièce, il faut 8 564 carreaux. Les carreaux sont vendus par paquets de 100. Combien de paquets faut-il commander ?

CM1 : Pour carreler une pièce, il faut 28 464 carreaux. Les carreaux sont vendus par paquets de 200. Combien de paquets faut-il commander afin de pouvoir tout carreler ?

CM2 : Une barrique contient 66 864 millilitres de cidre. On veut remplir des bouteilles contenant chacune 2 000 millilitres. Combien de bouteilles pourra-t-on remplir complètement si on vide la barrique ?

Elle a obtenu environ 90 % d'échec et 10 % de réussite au CE2 et au CM1 ; 65 % d'échec et 30 % de réussite au CM2. Les élèves de CM2 sont plus nombreux à réussir parce qu'ils utilisent la division. Les maîtres (ceux des classes, des T1[4] ou des enseignants en FC[5]) trouvent ce problème difficile pour leurs élèves pour 85,4 % d'entre eux et inabordable pour 4,9 %. Ils le considèrent à l'unanimité comme un problème de division, inabordable au CE2. Pourtant ces problèmes se résolvent à l'aide des savoirs de numération qui sont à la base de la technique de division. Les maîtres ne posent pas eux-mêmes de division pour répondre à la question du CE2 mais ils n'attendent pas que les élèves utilisent la numération pour résoudre de tels problèmes alors que cela revient à compter un nombre de centaines ou à diviser par deux un nombre de centaines ou de milliers. Les savoirs de numération ne semblent pas disponibles[6] pour traiter des problèmes ni pour les élèves, ni pour les enseignants.

- Autre exemple : la technique opératoire de la division

[4] Titulaires de première année.

[5] Formation continue.

[6] Nous entendons disponible au sens de Robert (1998) : la disponibilité des notions mathématiques c'est de pouvoir les utiliser sans incitation et être capable de les adapter aux situations.

Il existe deux techniques actuellement enseignées : celle où on pose les soustractions et celle où on multiplie et soustrait chiffre à chiffre. Elles ne se comprennent et ne se justifient pas du tout de la même façon.[7]

7	$_{1}5$	9	2	8
$_{1}5$	6			
1	9			

7	$_{2}5$	9	2	8
1	9		2	

La première technique est maintenant la plus fréquemment utilisée à la fois parce qu'elle peut être justifiée auprès des élèves, ce qui n'est pas le cas de la deuxième, et que de plus c'est celle qui se généralise aux polynômes. Mais si l'on demande aux élèves, sous prétexte qu'ils sont grands, au moment d'entrer au collège, de ne plus poser les soustractions (pratique courante au CM2 ou en 6e il y a une vingtaine d'années), ils passent difficilement à l'autre technique mais essaient de faire de tête la multiplication de 28 par 2 puis la soustraction, ce qui les met en difficulté. Pour faire des choix pédagogiques, le professeur a besoin de comprendre les techniques et ce qui les justifie sur le plan des mathématiques, mais aussi d'anticiper les difficultés que peuvent rencontrer les élèves suivant le choix fait, de juger de l'efficacité des techniques aussi bien que de leur coût d'apprentissage.

• Des questions « ouvertes » sur les savoirs disciplinaires eux-mêmes

Dans les exemples précédents, on est à la frontière entre les savoirs mathématiques et les savoirs didactiques. Avant de nous intéresser plus directement aux savoirs didactiques qui mettent en relation le choix des problèmes avec la gestion de la classe, revenons un instant sur les savoirs mathématiques eux-mêmes.

- Des définitions, des énoncés de théorèmes qui varient

Il n'y a pas toujours accord sur une définition, sur l'énoncé d'un théorème, ce qui fait qu'il peut y avoir des différences suivant les manuels ; évidemment, cela n'a aucune incidence sur les mathématiques elles-mêmes parce que, au bout du compte, ces définitions sont équivalentes du point de vue des mathématiques mais elles ne le sont pas forcément du point de vue du travail des élèves ni de l'enseignant : en effet, suivant la définition qu'on prend, la tâche des élèves peut varier, notamment pour la démonstration, ou alors la cohérence dans la progression des savoirs dans le parcours de l'élève est plus ou moins facile à faire. C'est le cas du trapèze isocèle pour lequel j'avais trouvé, en préparant mon cours il y a une quinzaine d'années, des définitions diverses dans les manuels de collège et proposé un choix (Perrin-Glorian, 1998). Depuis, le trapèze a disparu des programmes de l'école élémentaire comme du collège. Évidemment, dans les mathé-

[7] Dans le premier cas, on cherche à encadrer 759 entre des multiples de 28, en se servant de la numération : on cherche combien de fois on peut mettre 28 dizaines dans 75 dizaines en cherchant le multiple de 28 qui s'approche le plus par défaut de 75 et on retranche ce multiple etc. A chaque étape on fait une multiplication puis une soustraction. Dans le deuxième cas, on a bien la même justification théorique mais la technique utilise un raccourci : on fait une combinaison de la multiplication et de la soustraction : on retire directement le produit du chiffre des unités par le quotient, 16 dizaines qu'on retire de 25 en ajoutant deux centaines qu'il faudra rendre, ce qui fait une retenue de multiplication (qui peut aller jusqu'à 9, ici c'est 2) alors que dans le premier cas les retenues sont des retenues d'addition qui ne peuvent pas excéder 1 ; ensuite on retranche 2 fois 2 dizaines auxquelles s'ajoutent les deux dizaines de la retenue.

matiques savantes, on ne se préoccupe pas beaucoup de savoir s'il faut ou non inclure le parallélogramme parmi les trapèzes isocèles.

On pourrait donner beaucoup d'autres exemples comme celui de "fraction" qu'on ne peut définir ni comme un couple de nombres entiers ni comme un rationnel sans rencontrer de contradictions, ce qui fait que les professeurs de collège ne sont pas assurés de ce qu'ils peuvent dire à son propos.

Par ailleurs, des changements dans l'organisation des contenus peuvent obliger les enseignants à revenir sur leurs savoirs purement disciplinaires. Par exemple, l'enseignement de la géométrie au collège a connu au cours des cinquante dernières années des organisations radicalement différentes liées à des axiomatiques sous-jacentes différentes. L'ordre des théorèmes et même leur énoncé, en sont modifiés, ce qui entraîne aussi des changements dans les démonstrations possibles. Un allègement de programme qui supprime certains énoncés peut correspondre en fait à un alourdissement du travail de l'enseignant et des élèves puisqu'il faut faire des démonstrations intermédiaires pour utiliser une forme moins bien adaptée au cas traité. C'est le cas du théorème de Thalès qui, suivant les programmes, a été un axiome, la conséquence directe d'un axiome, un théorème dont les énoncés ont varié. Il est énoncé maintenant seulement dans la configuration triangle, à laquelle il faut toujours se ramener en ajoutant éventuellement des constructions intermédiaires sur la figure. Il y a moins de théorèmes à garder en mémoire en géométrie mais l'utilisation du théorème demande des adaptations sur la figure et du calcul algébrique plus complexe.

Par exemple, dans la figure 1, connaissant a, b, c, il faut déterminer x. Suivant l'énoncé dont on dispose, on peut soit directement utiliser la relation (1) (avec l'énoncé disponible dans les années soixante) soit il faut compléter la figure (figure 2), repérer les égalités de longueur dans les parallélogrammes et écrire la relation (2) (avec l'énoncé actuel du collège).

(1) $\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$

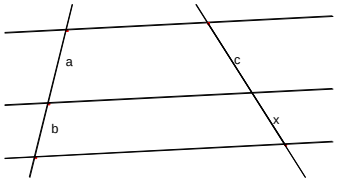

Figure 1

(2) $\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+x}$

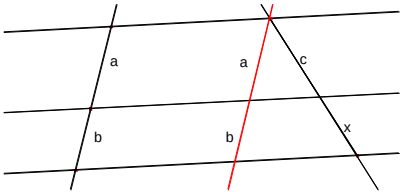

Figure 2

De même en analyse, suivant les théorèmes dont on dispose, les définitions qu'on donne, les méthodes de résolution des exercices et les démonstrations varient beaucoup. D'ailleurs, dans le cas des programmes d'analyse de 1ère S et Terminale S, des changements ont été faits explicitement pour renouveler le stock des problèmes disponibles pour le baccalauréat. Cela oblige les professeurs à changer l'organisation de leur enseignement et donc à changer leurs pratiques et leur point de vue sur les notions enseignées. L'organisation des contenus que les enseignants

ont à enseigner ne correspond que rarement à celle qu'ils ont connue en tant qu'élève ou rencontrée en formation. Un changement d'organisation oblige souvent l'enseignant à revoir et étendre le sens qu'il donnait aux concepts concernés.

- Manque théorique pour les enseignants : l'exemple des solides

Ainsi, quand on s'intéresse à l'enseignement des mathématiques à un niveau élémentaire, on constate souvent l'existence de manques théoriques qui laissent les enseignants démunis, voire face à des contradictions entre les références disponibles. C'est particulièrement le cas en géométrie à l'école primaire où les enseignants n'ont souvent pas d'autre choix que l'ostension et le recours au contrat didactique pour expliciter leurs attentes vis-à-vis des élèves. Le manque théorique est particulièrement sensible quand ils veulent introduire les notions nouvelles à partir de situations-problèmes et s'appuyer sur le travail des élèves pour dégager les notions du programme ; le travail des élèves peut alors les entraîner dans des directions tout à fait pertinentes qu'ils n'ont pas prévues et qu'ils seront amenés à rejeter pour de mauvaises raisons, risquant d'installer une image d'arbitraire de l'activité et du savoir mathématique.

L'enseignement des solides fournit un exemple où les questions auxquelles peut être confronté un enseignant dès le cycle 2 mettent en jeu des savoirs disciplinaires qui sortent de la formation universitaire ordinaire d'un professeur des écoles et même d'un professeur de lycée. Pour introduire le vocabulaire prévu par le programme : face, arête, sommet, on propose souvent aux enfants des activités de classement selon la forme. Une première difficulté concerne le vocabulaire lui-même : qu'appelle-t-on face ? Combien de faces ont un cylindre, un cône, une sphère ? Plusieurs définitions sont possibles et il n'y a pas de consensus. Mais, même en se limitant aux polyèdres, que veut dire « selon la forme » ? Si l'on pense à la forme globale de l'objet en dimension 3, ce que tous les enfants ont envie de faire et qui est le plus pertinent, on ne pourra pas expliciter de critère de classement cohérent, sauf pour distinguer les polyèdres des non polyèdres. Pour classer les polyèdres, on se ramène en général à l'étude des faces (nombre et forme des faces). Cela pose plusieurs problèmes : d'une part les allers et retours entre dimension 2 et dimension 3 qui sont loin d'être évidents, d'autre part des problèmes sur le contenu lui-même : pourquoi mettre ensemble un prisme à base triangulaire (par exemple un emballage de Toblerone) et une pyramide à base carrée (comme celles d'Égypte) sous prétexte qu'ils ont 5 faces tous les deux alors qu'ils ne se ressemblent pas du tout ? Même si on tient compte de la nature des faces et du nombre de faces, d'arêtes et de sommets, on ne peut pas s'en tirer : avec 6 carrés et 8 triangles équilatéraux superposables, on peut fabriquer deux polyèdres différents qui ont tous les deux 14 faces, 24 sommets et 36 arêtes. Si des enseignants du primaire distribuent du matériel aux élèves pour fabriquer des solides de manière libre et demandent ensuite de les classer, ils peuvent rencontrer ce genre de problème. On ne peut pas demander que les enseignants aient les savoirs nécessaires pour répondre à toutes les questions qui peuvent se poser dans les manipulations de solides mais ils doivent savoir que ce n'est pas si simple pour ne pas refuser des solutions tout à fait acceptables des élèves mais qui ne sont pas celles qu'ils attendent, au risque de donner une image des mathématiques comme quelque chose d'arbitraire et d'incompréhensible.

• Des savoirs non identifiés comme tels dans la discipline mais nécessaires à la mise en œuvre des savoirs mathématiques

La mise en œuvre des savoirs mathématiques nécessite aussi l'usage de notions, que Chevallard (1985) qualifie de « paramathématiques », comme celle d'équation. Ces notions ne sont pas répertoriées dans le savoir strictement disciplinaire mais elles sont pourtant indispensables pour faire des mathématiques ou décrire l'activité mathématique. Lors de modifications successives de programmes, leur usage peut se perdre puis manquer ensuite aux professeurs. C'est le cas actuellement de la notion de points homologues dans des figures. Les « cas d'égalité » et de similitude des triangles qui étaient un outil essentiel de démonstration introduit entre la cinquième et la troisième avant 1970 ont disparu des programmes du secondaire pendant trente ans. Ils sont réapparus en seconde en 2000 et viennent de disparaître à nouveau en 2009. L'application des théorèmes pose problème aux élèves dans la reconnaissance des éléments à associer, en particulier dans le cas des triangles semblables et plus particulièrement le cas de « triangles emboîtés » (un angle commun, mais les troisièmes côtés ne sont pas parallèles, comme sur la figure 4). Les professeurs recommandent aux élèves, pour écrire les rapports, d'écrire l'un sous l'autre les éléments qui se correspondent. Si on a des informations sur les angles, c'est assez facile parce qu'un angle correspond à un sommet. Mais si les informations portent sur les côtés, c'est plus difficile quand on n'a plus à sa disposition les théorèmes liant ordre des angles et ordre des côtés, comme c'était le cas dans les années soixante. Évidemment on peut tricher en mettant les sommets dans le bon ordre pour nommer les triangles comme dans l'exercice suivant, trouvé sur internet et que j'ai eu l'occasion de rencontrer en 2006 à la fois dans un mémoire de PE2 et dans une thèse :

Utiliser les informations données sur la figure ci-contre pour démontrer que les triangles IJL et JKL sont de même forme[8].

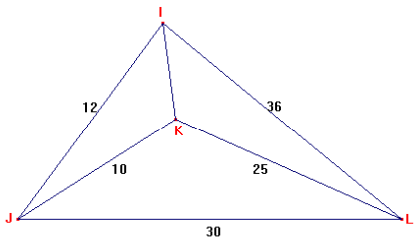

Figure 3

Comment trouver les éléments homologues ? On peut ranger les côtés selon leur longueur (mais c'est plus difficile que pour les angles car il faut nommer les côtés en repartant de la dernière lettre du côté précédent pour définir un sens de

[8] Dans ces programmes, on parlait de triangles de même forme plutôt que de triangles semblables. Rappelons que deux triangles sont semblables (ou de même forme) s'ils ont les angles deux à deux égaux et les côtés correspondants proportionnels. Une seule des deux propriétés suffit à assurer l'autre. Dans la figure 4, les triangles JKL et IJL sont semblables, mais ne sont pas disposés de la même manière : le triangle JKL est un modèle réduit du triangle IJL où J correspond à I, K à J et L à L.

parcours) : *IJ* < *JL* < *LI* ; *JK* < *KL* < *LJ* donc faire correspondre *IJL* et *JKL* (ici, ils sont donnés dans le bon ordre, mais peut-on s'y fier ?)

Donc s'ils sont semblables les angles en *L* sont égaux, ce qui veut dire que *K* est sur *LI*.

$\frac{IJ}{JK}=\frac{12}{10}$ $\frac{JL}{KL}=\frac{30}{25}$ $\frac{LI}{LJ}=\frac{36}{30}$

Les trois rapports sont égaux. Les triangles sont donc semblables et K est sur LI. La figure fournie est complètement fausse. La figure correcte est la figure 4. On nous invite ici à raisonner malgré la figure.

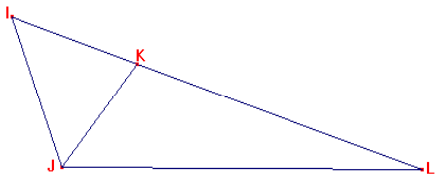

Figure 4

L'énoncé ne demande pas de construire une figure juste après résolution et aucun des deux professeurs observés n'a ajouté cette question. Pourtant, la contradiction interne à l'énoncé entre le texte et la figure fournis (un triangle avec 3 angles aigus et un triangle avec un angle obtus ne peuvent être semblables) ne peut pour moi se résoudre qu'en produisant une figure conforme au texte.

Je n'ai trouvé un travail explicite sur les éléments homologues que dans un seul des cinq ou six manuels de seconde que j'ai consultés ; et il n'est pas parmi les plus utilisés. Si on regarde les manuels des années soixante, on s'aperçoit qu'il y a tout un travail sur le repérage des éléments homologues dans tous les chapitres de géométrie qui portent de manière implicite sur des transformations. Entre 1970 et 2000 il y a eu un enseignement explicite des transformations qui a été diminué depuis sans que soient repris les éléments qui permettraient aux élèves d'avoir une appréhension opératoire de certains théorèmes sans explicitation de la transformation.

Les exemples que j'ai pris concernent des choix institutionnels ou des vides institutionnels. Cependant les enseignants doivent être capables de comprendre et prévoir les conséquences pour le travail des élèves de ces choix d'organisation des savoirs qui sont éventuellement différents de ceux qui étaient faits au moment où ils étaient élèves. De plus, des choix mathématiques sous-jacents au choix de l'énoncé d'un exercice, peuvent avoir un effet très important sur l'activité mathématique de l'élève qui cherche à le résoudre.

Je vais maintenant donner des exemples de savoirs qui vont au-delà de l'organisation des savoirs disciplinaires et mettent en relation les choix de contenu avec la gestion de la classe.

3.2. Des savoirs didactiques

• Reconnaître différents sens d'un savoir pour traiter différents problèmes

J'ai parlé de savoirs naturalisés et pris l'exemple des techniques opératoires. Il est aussi difficile pour des adultes qui ont automatisé l'appel à une opération de distinguer des sens différents d'une même opération qu'il faut pouvoir reconnaître dans une diversité de situations qui, au départ, pour les enfants, peuvent paraître tout à fait étrangères. C'est particulièrement vrai pour la division qui, quand elle n'est pas parfaitement disponible, n'appelle pas les mêmes représenta-

tions ni les mêmes démarches de résolution de la part des enfants suivant les problèmes. Quel rapport y a-t-il entre les quatre problèmes suivants :

- partager 759 bonbons entre les 28 élèves d'une classe,
- ranger 759 bonbons dans des boîtes qui en contiennent chacune 28,
- trouver la largeur d'un terrain dont l'aire est 759 m² et la longueur 28 m,
- trouver la longueur d'un modèle réduit de bateau qui mesure 759 cm dans la réalité sachant que 1 cm sur la maquette représente 28 cm dans la réalité.

Ces quatre problèmes se résolvent par la division de 759 par 28 mais beaucoup de différences les séparent qui ne sont pas liées qu'à la compréhension du contexte. D'abord, dans les deux premiers cas, il y a un quotient et un reste : seul le quotient entier a un sens ; dans les deux autres il s'agit d'une division exacte même si on ne donne qu'une valeur approchée du quotient. Ensuite, en ne considérant que les deux premiers problèmes qui sont généralement utilisés pour introduire la technique de division, pour des enfants qui ne connaissent pas la technique, les procédures spontanées ne sont pas nécessairement les mêmes : les paquets de 28 apparaissent plus naturellement dans le deuxième cas que dans le premier ; dans le premier cas, on cherche un nombre de bonbons par élève alors que dans le second on cherche un nombre de boîtes, le nombre de bonbons par boîte étant connu. Dans les essais, on peut dire 5 boîtes, 140 bonbons pour le second cas alors que pour le premier, on a des bonbons des deux côtés : 5 bonbons par élève, 140 bonbons distribués. Enfin, l'utilisation de la division dans les deux dernières situations suppose l'extension de son sens aux grandeurs continues, la compréhension de la notion d'aire et de la proportionnalité.

La distinction de ces sens différents fait partie des savoirs indispensables dans la formation.

• Identifier le savoir dans un contexte matériel

Quand on enseigne à l'école primaire, la question des rapports entre mathématiques et réalité se pose de façon essentielle à la fois pour proposer aux élèves des problèmes concrets dont ils peuvent se saisir facilement et aussi parce qu'on veut qu'ils soient capables d'utiliser les mathématiques pour traiter de tels problèmes, qu'ils réfèrent à la vie quotidienne ou à d'autres disciplines. La circulaire sur le calcul parue au BO en 2007 parle de situations proches de la réalité.

Mais, que veut dire situations proches de la réalité ? Des situations vécues plutôt qu'imaginaires ? Des situations vraisemblables ? Souvent il s'agit de situations évoquées qui sont supposées familières aux enfants mais la référence à la réalité ne peut alors se faire qu'à travers le discours. Il faut donc supposer que tous les enfants maîtrisent la réalité à ce niveau. On peut aussi avoir un contexte matériel sur lequel on peut expérimenter en mettant en jeu les notions dont l'enseignement est visé. Dans les deux cas, se pose la question du choix d'une réalité pour introduire ou travailler une notion :

- Comment la notion intervient-elle dans le contexte choisi ?
- Quels autres problèmes risquent de se poser ?

Ce point me paraît extrêmement important et difficile pour la formation des enseignants du primaire.

Exemple vécu avec des stagiaires en Atelier de Développement de Pratiques Pédagogiques (ADPP) dans une classe de CM2.

Objectif déclaré : travailler les additions répétées dans les décimaux.

Choix d'un contexte : ranger des DVD dans une boîte à chaussures.

L'épaisseur d'un DVD est de 1,7 cm avec sa boîte. La longueur de la boîte à chaussures est de 33 cm ; sa largeur correspond à la hauteur d'un DVD.

Question : On veut ranger le plus possible de DVD dans la boîte. Combien peut-on en mettre ?

Les élèves travaillent en groupe. Ils disposent d'une représentation vue de dessus de la boîte. La boîte et un grand nombre de DVD circulent dans la classe.

Que peut-on attendre des élèves ? Disposant du matériel, ils cherchent des manières de ranger les DVD dans la boîte en utilisant les trois dimensions pour les ranger puis ils dessinent des DVD en utilisant les deux dimensions de la représentation. Or le problème mathématique visé ne peut prendre de sens que quand on a décidé de ranger tous les DVD verticalement dans le même sens, c'est alors un problème de dimension 1 : trouver combien de fois on peut reporter 1,7 cm dans 33 cm. La dévolution du problème ne peut avoir lieu que quand on a tranché collectivement le problème matériel du rangement des disques en décidant de les ranger tous verticalement de façon à pouvoir lire le titre au dos. Si la mise en groupes des élèves se fait avant que cette dévolution soit suffisante, il y a toutes les chances pour que les élèves cherchent à résoudre le problème matériel et non le problème mathématique. Outre la perte de temps occasionnée, l'explicitation du contenu mathématique visé, si elle est faite, ne pourra s'appuyer sur l'activité mathématique des élèves dans la situation.

Au retour de leur premier stage, les PE2[9] déclarent en général que leur principal apprentissage sur l'enseignement des mathématiques est qu'il faut manipuler. Mais que veut dire « manipuler » ? Comment manipuler ? Quel est le rôle de la manipulation pour l'apprentissage ? Ces questions se posent de façon d'autant plus cruciale qu'on a affaire à des élèves de milieu social défavorisé qu'on veut « motiver ». On leur propose souvent des situations évoquées supposées en lien avec leur vécu (au risque d'ailleurs de les y enfermer) ou des jeux. Mais à quel niveau traite-t-on la situation ? Joue-t-on pour socialiser ou joue-t-on pour apprendre des mathématiques ? Il y a un gros risque que les élèves, particulièrement dans les milieux défavorisés, restent dans la logique du quotidien (accomplir la tâche) et ne rentrent pas dans la logique des savoirs (à retenir et réutiliser).

Dans sa thèse, Bernadette Ngono (2003) a accompagné un groupe d'enseignants en ZEP mettant en place des ateliers décloisonnés de jeux mathématiques sur tout le cycle 3 pendant une heure par semaine. Il y a une période de fabrication des jeux et une période d'utilisation en groupes hétérogènes. Les résultats sont plus que mitigés ; à des tests d'évaluation réalisés plus tard, il apparaît que certains élèves ont même régressé sur certains points, notamment en géométrie. L'analyse du déroulement montre que, pendant la fabrication des jeux, les élèves peuvent avoir une certaine activité mathématique, plus ou moins guidée par l'enseignant mais qu'il n'y a pas de diffusion et d'unification de ces connaissances au

[9] PE2 : Professeurs des écoles stagiaires (deuxième année d'IUFM).

niveau de l'ensemble de la classe. Pendant le jeu, l'attitude de joueur favorise souvent la réponse au hasard et les enfants, surtout les plus faibles, restent au niveau de la devinette. Si les enfants jouent seuls, il n'y a pas de verbalisation des stratégies. Il n'est pas étonnant que ce ne soit pas productif au regard du temps passé.

En fait, c'est très difficile de mettre en place un apprentissage appuyé sur le jeu : il faut une analyse poussée pour voir à quels moments précis un apprentissage mathématique est possible et comment. Dans la théorie des situations, Brousseau (1998) a caractérisé des jeux dont le gain est lié à un apprentissage, ce sont des jeux construits pour apprendre. On peut aussi utiliser des jeux pour exercer et entraîner des connaissances déjà présentes mais, souvent les apprentissages visés ne se font pas pendant le jeu lui-même mais dans l'exploitation que l'enseignant en fait, pendant le jeu ou ensuite.

Qu'est-ce qui est concret ? Un problème purement mathématique peut être concret alors qu'un contexte matériel évoqué peut ne pas l'être. Le concret, c'est ce dont on a une expérience, un contexte qui apporte des informations en retour des tentatives de solution. En didactique des mathématiques, Brousseau (1998) a introduit la notion de milieu pour prendre en compte les moyens de contrôle qu'une situation peut apporter aux tentatives de solution d'un élève, c'est en quelque sorte la partie non problématique de la situation. Un des rôles fondamentaux de l'enseignant est justement son action sur le milieu : à la fois la préparation d'un milieu initial pour poser le problème et l'action sur ce milieu pour le transformer à mesure que les connaissances des élèves progressent. Les savoirs qui lui permettent une gestion efficace du milieu sont des savoirs didactiques tels que je les ai définis : à l'interface des savoirs mathématiques qu'on veut voir acquérir par les élèves et des savoirs pédagogiques permettant de régler les interactions et le travail des élèves.

Une des difficultés des enseignants débutants est aussi de donner l'occasion aux élèves de rencontrer et formuler tous les intermédiaires nécessaires pour l'acquisition d'un nouveau savoir utilisable pour traiter des problèmes différents de celui qui a servi à l'introduction. Ces intermédiaires peuvent être au niveau des problèmes que le savoir en question permet de résoudre ; ils peuvent être au niveau des formulations et représentations. C'est ce qu'on pourrait appeler : créer dans une progression l'épaisseur nécessaire à l'accrochage au savoir ancien et à la création de sens pour le savoir nouveau, savoir didactique que je n'illustrerai pas mais qui est au cœur du travail d'un groupe de recherche de l'IUFM Nord-Pas-de-Calais sur la géométrie, dont je suis responsable.

• Jouer sur les langages et les représentations

Un autre point important pour l'apprentissage des mathématiques est l'utilisation du langage et des représentations, toutes les représentations sémiotiques qui vont supporter l'apprentissage du concept et son utilisation dans des situations variées.

Dans mes travaux anciens (Perrin-Glorian, 1993), sur l'enseignement des mathématiques dans des classes faibles, au niveau CM2-6e, un des principaux résultats était que si l'on posait aux élèves un problème appuyé sur un milieu matériel bien adapté, les procédures n'étaient pas fondamentalement différentes de ce

qui se passait dans d'autres classes mais que la différence se produisait au niveau du réinvestissement, avec pour les élèves en difficulté, un dérapage formel dès l'introduction du savoir nouveau qui les empêchait de le réinvestir dans des situations différentes où ils repartaient de zéro. Depuis, je pense que l'attention aux représentations et aux langages intermédiaires entre le savoir institutionnalisé dans sa forme la plus décontextualisée et le langage de la situation est un point essentiel pour l'apprentissage des élèves en difficulté. C'est aussi un point très délicat à gérer par les maîtres. Je vais prendre un exemple observé dans une séance d'ADPP[10] sur la numération en CE1.

Un exemple observé en CE1 : les fourmillions

Au cours de la première séance, la classe est menée par l'EMF[11] qui joue admirablement sur tous les niveaux de langage et de représentation qui peuvent servir d'intermédiaire et être réinvestis dans d'autres contextes. Les PE2 qui ont assisté à la séance avec moi n'ont rien vu de cet aspect et, dans la discussion, l'EMF ne le met pas spontanément en évidence non plus : ce savoir didactique est naturalisé pour elle, incorporé dans sa pratique, il n'est pas identifié en tant que tel.

Il s'agit de compter une grande quantité d'allumettes (il y en a plus de 2 500) ; on dispose pour cela d'élastiques pour assembler des fagots de 10 allumettes, de sacs plastique pour ranger 10 fagots et de boîtes où l'on met 10 sacs pleins. Le travail se fait avec un langage double : le langage de la situation (les allumettes isolées, les fagots, les sacs, les boîtes) et le langage mathématique (les unités, les dizaines, les centaines, les milliers) tout en coordonnant au moins 5 systèmes de représentations : des dessins, des mots, des écritures de grandeurs (1 sac = 10 fagots = 100 allumettes), des écritures chiffrées (avec surcodage de couleurs), des abaques, un tableau de numération. On voit ici comment peut se faire le lien entre le langage mathématique décontextualisé et les différents contextes de son utilisation. Le langage de la situation et les dessins pourront changer mais les représentations intermédiaires et le langage mathématique pourront être réutilisés dans d'autres contextes et pour résoudre d'autres problèmes. On voit aussi l'importance de la variété de ces représentations : l'articulation des différents registres de représentation contribue à la conceptualisation (Duval, 1995).

On pourrait trouver bien d'autres exemples de savoirs didactiques, je me contenterai d'en mentionner encore deux que je ne vais pas développer :

- Adapter le niveau d'exigence au savoir des élèves.
- Organiser le travail des élèves.

La difficulté à adapter ses exigences au savoir des élèves se manifeste en particulier de façon aiguë à propos de la démonstration en géométrie au collège, qui est un des sujets les plus abordés dans les mémoires. Il faut intégrer dans la pratique que les justifications attendues vont évoluer au cours de l'année et de la scolarité, à mesure que progresse le cours mais aussi savoir assouplir ses exigences de forme et de citation des savoirs qu'on peut supposer acquis.

[10] Atelier de Développement de Pratiques Pédagogiques. Il s'agit d'une suite de trois ou quatre séances d'enseignement sur un thème, que les stagiaires préparent en groupe, mettent en œuvre en classe, observent et analysent avec l'aide d'un maître formateur et du professeur de la discipline concernée,

[11] Enseignant Maître Formateur

Il est indispensable de prévoir une organisation très précise du travail des élèves pour leur laisser de l'autonomie sur le contenu, par exemple si on veut les faire travailler en groupes et débattre. Pour organiser le débat, il faut avoir une idée précise de ce que les élèves peuvent avoir à dire, des moyens de les faire interagir, de relancer le débat et de le clore. Mais pour cela il faut avoir une bonne analyse de la tâche proposée aux élèves, être capable de comprendre rapidement ce qu'ils ont fait, où ils en sont et de relier ce qu'ils ont fait à ce qui est prévu, toutes activités qui demandent une articulation fine du savoir sur le contenu et du savoir pédagogique. Plus l'enseignant laisse d'autonomie aux élèves, plus ses savoirs didactiques doivent être étendus.

4. DES QUESTIONS POUR LA RECHERCHE

Il est important de réfléchir à la manière dont ces divers savoirs peuvent s'initier et se développer le plus efficacement chez les enseignants au cours de leur formation. Bien sûr les savoirs mathématiques sont, pour une grande partie acquis en amont de la formation mais ils le sont en tant que savoirs d'élèves. L'année de préparation aux concours est censée les compléter et commencer à les transformer en savoirs de professeurs. Mais elle ne peut suffire : il s'agit plutôt d'initier un processus pour que les professeurs puissent continuer à acquérir les savoirs mathématiques qui leur sont utiles dans leur métier. L'année où les stagiaires (PE2 ou PLC2[12] jusqu'à présent) ont la responsabilité d'une classe en totalité ou en partie voit sans doute les plus grosses transformations et l'acquisition de beaucoup de savoirs pédagogiques. Cependant, les stagiaires, pris dans l'urgence de la quantité de tâches nouvelles qu'ils ont à accomplir, ont des difficultés à être attentifs à la fois aux élèves et au savoir et à mettre en œuvre les premiers éléments de savoirs didactiques rencontrés en 1ère année – au moins pour les PE – et dont j'espère avoir convaincu le lecteur de l'utilité pour le professeur. Les masters professionnels de formation des maîtres doivent donc permettre de compléter les savoirs disciplinaires pour l'enseignement en faisant une large place aux savoirs didactiques. Leur acquisition ne peut qu'être amorcée en formation initiale mais cette amorce doit se faire de façon à favoriser un développement ultérieur. C'est une question difficile et je voudrais, en guise de conclusion, essayer de dégager d'autres questions dont l'étude pourrait aider à poser plus clairement celle-là. Pour améliorer l'enseignement, il y a au moins trois catégories de problèmes qu'il s'agit de chercher à résoudre :

- ceux qui se posent aux enseignants sur l'enseignement même de la discipline,
- ceux qui se posent aux enseignants pour organiser le travail des élèves,
- les problèmes d'apprentissage des élèves, y compris en lien avec l'origine sociale.

Évidemment, ce sont trois versants d'un même questionnement et on peut d'ailleurs discuter la pertinence de leur distinction et la manière de le faire tant ces

[12] PLC2 : Professeurs des lycées et collèges stagiaires (deuxième année d'IUFM).

problèmes sont liés dans la pratique des enseignants et donc doivent l'être dans la formation.

La première question qui se pose pour la recherche, c'est de *chercher à identifier* ces problèmes. Les problèmes d'apprentissage ont été beaucoup plus explorés et depuis beaucoup plus longtemps, que ceux qui se posent aux enseignants dans leur pratique quotidienne. J'ai essayé d'identifier quelques savoirs didactiques qui pourraient apporter des réponses à certains de ces problèmes mais ces savoirs eux-mêmes, bien qu'appuyés sur des recherches menées dans des cadres théoriques maintenant bien établis, restent à consolider. J'aurais pu choisir beaucoup d'autres problèmes qui se posent aux enseignants débutants et nécessitent la mise en œuvre de savoirs didactiques, par exemple : pour gérer une classe à double niveau ou des ateliers en maternelle, quel travail peut-on laisser en autonomie ? Que faut-il corriger au tableau ? Faut-il corriger les devoirs à la maison ? Comment ? Ce travail d'identification a commencé à se faire à partir de la formation. Par exemple, dans le cadre de la formation des professeurs de lycées et collèges de mathématiques mise en place à Marseille, une quantité de ces questions formulées par les stagiaires eux-mêmes[13] a été recueillie et commencé à être étudiée : cette recherche a été présentée en atelier au colloque d'Arras par Gisèle Cirade[14]. De son côté, la thèse d'Agnès Lenfant (2002) a permis d'étudier la transformation du rapport au savoir pendant l'année de PLC2 dans le cas de l'algèbre.

Un regard rétrospectif sur le développement de la didactique des mathématiques montre que les didacticiens ont commencé par chercher leurs propres réponses à ces problèmes à partir d'une analyse du savoir et des conditions d'apprentissage, tenant compte autant que possible des contraintes institutionnelles. Ces recherches étaient appuyées sur des ingénieries didactiques construites à partir des analyses en question et des conceptions des chercheurs. Mais il est apparu que les enseignants ne pouvaient pas reprendre ces ingénieries même s'ils pouvaient s'en inspirer : toutes les contraintes du fonctionnement réel n'étaient pas prises en compte, en particulier ce qui fait le métier de l'enseignant. Un professionnel a besoin d'acquérir des automatismes, des routines pour la pratique ordinaire, ce qui lui permet de rester plus vigilant pour ce qui est problématique, ce qui sort de l'ordinaire.

Il manquait *l'étude des solutions que la profession, les enseignants comme collectif, apporte à ces problèmes*, étude qui peut se faire en partant des problèmes mais aussi en partant de l'étude des pratiques elles-mêmes. C'est une piste de recherche qui s'est beaucoup développée en didactique des mathématiques depuis une quinzaine d'années : étudier le fonctionnement didactique des enseignants au travail, les pratiques effectives, du moins celles qui peuvent être en relation avec les apprentissages des élèves. C'est ainsi, par exemple, qu'Aline Robert a défini, avec d'autres chercheurs de l'équipe DIDIREM[15], ce qu'elle a appelé la double approche (Robert et Rogalski, 2002), cherchant à articuler un cadre théorique issu de l'ergonomie cognitive pour prendre en compte l'enseignant au travail avec ce-

[13] Voir le site de Chevallard (http://yves.chevallard.free.fr)
[14] Voir les actes du colloque sur le site de l'IUFM Nord-Pas de Calais.
[15] Intégrée maintenant dans le Laboratoire de Didactique André Revuz

lui de la didactique des mathématiques pour prendre en compte les apprentissages potentiels des élèves.

Les pratiques ordinaires et leurs contraintes étant maintenant mieux connues, de nouvelles recherches peuvent se développer autour de la création et de l'usage de ressources pour les enseignants qui soient aussi des ressources pour la formation des enseignants. En effet un moyen de former les enseignants est de travailler avec eux des ressources pour les élèves. Quelle forme donner à ces ressources pour que les enseignants puissent s'en emparer, les adapter pour modifier leurs pratiques dans le sens d'un enrichissement de l'activité mathématique des élèves ? C'est le type de recherche que nous menons autour de la géométrie dans un groupe de l'IUFM Nord — Pas-de-Calais. Cela donne de nouvelles contraintes pour l'ingénierie didactique comme méthodologie de recherche et comme développement de ressources pour les enseignants (Perrin-Glorian, 2010).

La mise en relation des pratiques effectives avec les apprentissages réels, est beaucoup plus difficile à cause des facteurs de toutes natures qui interviennent, y compris au niveau individuel, non généralisable. Pour avancer, il faut chercher des organisateurs de ces pratiques ; c'est une des pistes qu'explore le réseau OPEN[16]. Mais à quel niveau doit-on chercher ces organisateurs si on veut faire le lien avec les apprentissages ?

Souvent on a essayé d'associer des caractéristiques externes des pratiques avec des résultats des élèves (cf. recherches processus produit). On ne peut en tirer pour la formation que des résultats très généraux pour lesquels il manque les moyens de mise en œuvre dans la pratique. Il faudrait savoir comment des hypothèses générales sur l'apprentissage comme le socioconstructivisme… se manifestent dans l'enseignement de telle ou telle notion et comment se fait la relation entre la pratique du professeur et les apprentissages des élèves. Le colloque du pôle Nord-Est des IUFM qui se tenait à Besançon en mars 2007 était centré sur ce problème. On a pu voir que c'était bien une préoccupation des chercheurs, vu la participation qui a largement dépassé le pôle, mais aussi que beaucoup de recherches étaient encore centrées plutôt d'un côté ou plutôt de l'autre et qu'il y avait encore peu de résultats sur le lien entre les pratiques et les apprentissages.

Pourtant l'enjeu est important pour l'école et pour la formation des maîtres. Il demande sans doute la collaboration de didacticiens d'une discipline (voire plusieurs) avec des psychologues et des sociologues. Les IUFM, quel que soit leur devenir institutionnel, devraient rester des lieux privilégiés pour le développement de telles recherches pluridisciplinaires. Ils ont déjà favorisé le développement d'équipes ou de réseaux pluridisciplinaires permettant de dépasser les caractéristiques trop générales. J'ai parlé du réseau OPEN. Le réseau RESEIDA[17] qui associe des didacticiens et des sociologues, mène une recherche sur les pratiques scolaires différenciatrices, qui participent à la construction des difficultés des élèves en ZEP. Les chercheurs de ce réseau s'intéressent aux pratiques effectives des enseignants et des élèves et ont pu mettre en évidence des malentendus entre les enseignants et les élèves sur l'activité attendue ; ils expliquent les effets de certaines

[16] Réseau Observation des Pratiques Enseignantes.

[17] Réseau de Recherche sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages.

pratiques par le concept de secondarisation repris de Bernstein. Dans sa conférence au colloque de Besançon, J.-Y. Rochex disait que les enfants de milieu populaire sont en difficulté de manière récurrente face à cette nécessité de changer de posture par rapport aux pratiques ordinaires et qu'ils ont plus besoin que d'autres que l'école les aide à construire cette posture seconde et à repérer les changements entre les registres premier et second dans le discours de l'enseignant et des autres élèves, ces changements restant opaques à certains élèves. Il explicite aussi deux types de pratiques qui pourraient avoir un effet négatif à ce niveau :

- le sous-ajustement didactique qui consiste à proposer des situations trop ouvertes, trop floues, et fait que certains élèves ne peuvent mobiliser que leur expérience première du monde ;
- le contrat didactique différentiel : certains élèves ont fonction de faire avancer le temps didactique alors que d'autres sont cantonnés aux tâches matérielles.

Je trouve ces résultats très intéressants et très importants pour la formation des maîtres. Cependant, même si on arrive à confirmer les effets sur l'apprentissage de ces pratiques, il reste pour les enseignants une question cruciale : comment fait-on pour les éviter ? Comment se concrétisent ces pratiques dans ce qui se joue au quotidien dans la classe ? Pour répondre à ces questions, il est nécessaire de relier ces hypothèses et résultats généraux aux moyens d'enseigner un contenu précis, aux situations concrètes à proposer aux élèves et à l'organisation précise du travail qu'on leur propose. C'est là qu'on rencontre à nouveau les savoirs didactiques : à l'interface des savoirs disciplinaires proprement dits et des autres savoirs plus généraux sur l'enseignement.

De plus, un problème méthodologique et théorique important, est celui du découpage des questions pour mener les recherches : peut-on étudier séparément les différents types de savoirs ? Peut-on séparer les questions qui concernent l'acquisition de routines du métier par les enseignants de celles qui concernent les apprentissages des élèves ?

Évidemment quand on a identifié les problèmes, les savoirs existants, les liens entre les pratiques et les apprentissages, il y a encore le problème de la formation elle-même, du moment où peuvent s'acquérir ces savoirs, de la manière dont cela peut se faire… et de l'évaluation des formations. Je pense qu'on ne peut régler les problèmes de la formation sans s'interroger aussi sur l'amont et l'aval de cette formation.

Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN
IUFM Nord-Pas de Calais
Université d'Artois

Abstract: This paper is a reflexion on teacher training concerning school subject matters, showing the importance of "didactical knowledge" as I called it. Subject matter knowledge needs to be transformed in order to be used by the teacher along teaching. It interacts with didactical knowledge, at interface between pure subject matter knowledge and pedagogical knowledge. We try to identify some of them for mathematics teaching. We develop examples in the case of primary teacher training and

middle school mathematics teacher training. Nevertheless the identification of such knowledge is a question for research on education. Finally, we try to raise some questions for research on teacher training.

Keywords: teacher training, mathematics, mathematics education, knowledge for teaching.

Bibliographie

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques (didactique des mathématiques 1970-1990)*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Chevallard Y. (1985) *La transposition didactique*. Grenoble : La pensée sauvage.

Duval R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.* Bern : Peter Lang.

Lenfant A. (2002) *De la position d'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre de professeurs stagiaires.* Thèse de doctorat, Université Paris 7.

Lessard Cl. & Bourdoncle R. (2002) « Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire ? Conceptions de l'université et formation professionnelle » – *Revue Française de Pédagogie* 139 (131-154).

Ngono B. (2003) *Études des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP. Effets éventuels de ces pratiques sur les apprentissages.* Thèse de doctorat, université Paris 7.

Parouty V. (2004) « Compter sur les erreurs pour compter sans erreurs : état des lieux sur l'enseignement de la numération décimale de position au cycle 3 » – in : *Actes du 31e colloque de la COPIRELEM*.

Perrin-Glorian M.-J. (1993) « Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes faibles » – *Recherches en Didactique des Mathématiques* 13/1.2 (5-118).

Perrin-Glorian M.-J. (1998) Comment définir un trapèze isocèle ? *Bulletin APMEP* 419 (709-711).

Perrin-Glorian M.-J. (2010 à paraître) « L'ingénierie didactique a l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants » – in : C. Margolinas *et al.* (éds.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques.* Grenoble : La pensée sauvage.

Robert A. (1998) « Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université » – *Recherches en Didactique des Mathématiques* 18/2 (139-189).

Robert & Rogalski (2002) « Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche » – *La Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences des Mathématiques et des Technologies* 2, 4 (505-527).

Rochex J.-Y. (2007) conférence au colloque du pôle Nord-Est des IUFM à Besançon *« Les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves »*.