



HAL
open science

Stati squeezed di spin per la metrologia

Alice Sinatra

► **To cite this version:**

Alice Sinatra. Stati squeezed di spin per la metrologia. Applied Physics Letters, 2022, 120, pp.120501. 10.1063/5.0084096 . hal-03508213v2

HAL Id: hal-03508213

<https://hal.science/hal-03508213v2>

Submitted on 24 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Stati squeezed di spin per la metrologia

Alice Sinatra^{1, a)}

Laboratoire Kastler Brossel, ENS-Université PSL, CNRS, Université de la Sorbonne et Collège de France,
24 rue Lhomond, 75231 Paris, France

(Dated: 24 March 2022)

Lo spin-squeezing è una “tecnologia quantistica” ormai consolidata, ove delle correlazioni ben disegnate in un insieme di sistemi a due livelli riducono l’incertezza statistica degli esperimenti spettroscopici. Questo articolo passa in rassegna alcuni progressi importanti nel campo, ponendo l’accento sui contributi dell’autore, in particolare sui limiti fondamentali imposti dalla decoerenza. Basandosi sul materiale presentato nella prima parte, nell’ultima sezione vengono delineate nuove idee ed alcuni sviluppi promettenti.

I. INTRODUZIONE E PANORAMICA

A. Spin collettivo, spin-squeezing e guadagno quantistico

Un sistema quantistico a due livelli d’energia E_a et E_b , è descritto formalmente come uno spin $1/2$. A partire da N tali sistemi identici, per esempio degli atomi, si può formare un operatore di spin collettivo \vec{S} le cui tre componenti in prima quantificazione hanno la forma

$$\hat{S}_x + i\hat{S}_y = \sum_{i=1}^N |a\rangle\langle b|_i; \quad \hat{S}_z = \frac{\sum_{i=1}^N (|a\rangle\langle a|_i - |b\rangle\langle b|_i)}{2} \quad (1)$$

In uno stato del sistema in cui ogni atomo è in una sovrapposizione dei due livelli, lo spin collettivo precessa attorno all’asse Oz alla frequenza $\omega_{ab} = (E_b - E_a)/\hbar$. Che uno voglia misurare la frequenza ω_{ab} imperturbata di una certa transizione atomica, come in un orologio atomico, oppure che uno si interessi al cambiamento di tale frequenza indotto da un campo esterno, per esempio un campo magnetico, tale precessione è alla base di molti sensori atomici. Tali sensori, anche dopo avere eliminato tutte le sorgenti di rumore tecnico, restano limitati dal

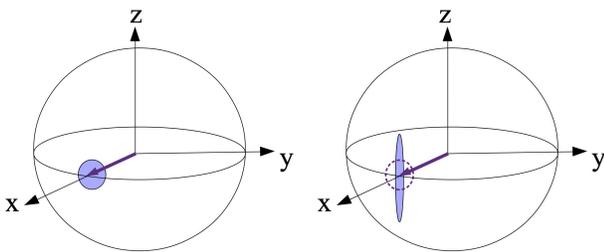


FIG. 1. Spin collettivo preparato nell’autostato di S_x di valor proprio $N/2$ senza correlazione tra gli atomi (a sinistra) ed in uno stato spin-squeezed (a destra), rappresentato sulla sfera di Bloch di raggio $N/2$. La parte colorata in blu rappresenta schematicamente l’incertezza sulle componenti dello spin ortogonali allo spin medio, dovuta alla loro natura quantistica.

rumore quantistico intrinseco allo stato in cui lo spin collettivo è stato preparato. Se per esempio si prepara il sistema nell’autostato di \hat{S}_x di valor proprio massimo $N/2$, stato non correlato prodotto tensoriale di $(|a\rangle + |b\rangle)/\sqrt{2}$ per ogni atomo, a sinistra nella figura 1, l’incertezza angolare sulla posizione dello spin collettivo è data da

$$(\Delta\phi)_{NC} = \frac{\Delta S_y}{\langle S_x \rangle} = \frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (2)$$

Al contrario, in uno stato spin-squeezed¹, a destra nella figura 1, l’incertezza su una delle componenti di spin ortogonali allo spin medio è ridotta grazie a delle correlazioni quantistiche tra gli atomi. Se l’incertezza ridotta è sulla variabile S_y come in figura 1, la precisione $\Delta\phi$ sulla posizione angolare dello spin collettivo si trova aumentata. Si definisce allora un parametro di compressione di spin ξ^2 ,

$$\xi^2 \equiv \frac{N\Delta S_y^2}{|\langle \vec{S} \rangle|^2} \quad (3)$$

sorta di rapporto tra rumore e segnale al quadrato in un’esperienza di spettroscopia, dove si vuole determinare la fase ϕ , che si vuole più piccolo possibile e che permette di quantificare il guadagno metrologico di uno stato spin-squeezed rispetto ad uno stato non correlato. Si ha infatti²

$$\Delta\phi = \xi(\Delta\phi)_{NC} = \frac{\xi}{\sqrt{N}} \quad (4)$$

La definizione (3) può essere generalizzata per degli stati non gaussiani³, più complessi dello stato spin-squeezed rappresentato nella figura 1, per i quali l’informazione sulla fase di precessione ϕ deve essere estratta da una osservabile \hat{X} che è in generale una funzione non lineare delle tre componenti dello spin collettivo⁴⁻⁶, con un significato che rimane quello indicato dall’equazione (4).

B. Evoluzione non lineare e misura quantistica non distruttiva

Per generare le correlazioni che portano da uno stato fattorizzato ad uno stato spin-squeezed, un metodo ele-

^{a)} alice.sinatra@lkb.ens.fr; <http://www.phys.ens.fr/~sinatra/>

gante consiste in una evoluzione unitaria con un hamiltoniana non lineare, per esempio¹

$$H_{\text{NL}} = \hbar\chi\hat{S}_z^2 \quad (5)$$

che rappresenta una non linearità di tipo Kerr per gli atomi. Essa può risultare dalle interazioni a corta portata tra atomi freddi in un condensato di Bose-Einstein^{7,8}, ma anche, in un insieme di atomi senza interazione, dalla loro interazione collettiva con un campo elettromagnetico in una cavità ottica⁹. In entrambe i casi è possibile controllare il valore della costante χ . Per i condensati, nel caso semplice in cui a e b giochino ruoli simmetrici e non interagiscano tra loro, $\chi = (d\mu/dN)/\hbar$ ove $\mu = \rho g$ è il potenziale chimico e ρ la densità atomica per ciascuna delle due componenti. La costante di accoppiamento $g = 4\pi\hbar^2 a_s/m$ è proporzionale ad a_s , la lunghezza di scattering in onda s tra gli atomi freddi.

Un altro metodo per creare uno stato spin-squeezed a partire da uno stato senza correlazioni consiste nell'effettuare una misura quantistica non distruttiva su una componente dello spin collettivo. In generale, per far ciò si accoppia il sistema \mathcal{S} che si vuole misurare ad un secondo sistema quantistico \mathcal{P} e, in seguito alla interazione tra i due sistemi, si effettua una misura distruttiva su \mathcal{P} . Per misurare in modo non distruttivo la componente \hat{S}_z dello spin collettivo, si può prendere come sistema secondario lo spin di Stokes \hat{P} della luce¹⁰ ed utilizzare l'interazione di Faraday tra i due spin^{11,12}

$$H_{\text{Faraday}} = \chi\hat{S}_z\hat{P}_z. \quad (6)$$

C. Giro d'orizzonte sui risultati sperimentali e prospettive di applicazione

Utilizzando i due metodi accennati nella sezione precedente, gli stati spin-squeezed sono stati ottenuti in laboratorio e la dimostrazione del fatto che essi comportano un guadagno metrologico è stata fatta in diversi sistemi¹³, che includono condensati di Bose-Einstein gassosi^{14,15}, atomi freddi interagenti con un campo elettromagnetico¹⁶⁻¹⁸ per i quali è stato misurato un guadagno metrologico ξ^{-1} dell'ordine di 10 con 5×10^5 atomi¹⁸, e vapori atomici caldi¹⁹. Questi risultati notevoli sono delle dimostrazioni di principio. Il passaggio alle applicazioni in metrologia dovrebbe aver luogo se il guadagno quantistico diventa facilmente accessibile dal punto di vista tecnologico o se in alcuni casi fosse indispensabile. Tra i vari sensori atomici, gli orologi che già nel 1999 avevano raggiunto ed osservato il limite quantistico nel caso di atomi indipendenti²⁰, potrebbero essere i primi a beneficiare delle tecniche dello spin-squeezing. In generale, più il numero N di atomi utilizzati è piccolo, pensiamo per esempio ad una evoluzione verso la miniaturizzazione dei sensori, più l'importanza relativa del rumore quantistico e la potenziale utilità degli stati spin-squeezed è grande.

II. GUADAGNO QUANTISTICO E DECOERENZA

La metrologia quantistica si propone di migliorare la precisione delle misure riducendo la loro incertezza statistica "fondamentale" data dalle fluttuazioni quantistiche. Ciò si ottiene preparando il sistema fisico di interesse in uno stato che presenta delle correlazioni quantistiche particolari. Affiché questo approccio abbia un senso da un punto di vista pratico, due condizioni ci paiono necessarie. La prima è che l'incertezza statistica sulla variabile, ottenuta da una misura con atomi indipendenti in un tempo impartito, sia dominata dalle fluttuazioni quantistiche e non da altre sorgenti di rumore classico. La seconda è che la decoerenza sia sufficientemente debole da non distruggere le correlazioni quantistiche che vogliamo mettere a profitto. Matematicamente, se si fissa il tempo T della misura, la seconda condizione è automaticamente verificata nel limite $\gamma \rightarrow 0$ dove γ è il tasso di decoerenza nel sistema.

A. Leggi di scala del guadagno quantistico

Se, come abbiamo detto, la decoerenza gioca un ruolo importante per l'utilizzo degli stati intricati, essa gioca ugualmente un ruolo importante nella loro preparazione, determinando in generale un limite fondamentale al guadagno quantistico che si può ottenere. Partendo da uno stato non correlato, autostato di \hat{S}_x di valor proprio $N/2$ con $N \gg 1$, l'evoluzione unitaria con l'hamiltoniana non lineare (5) genera ad un tempo ottimale $\chi t \simeq N^{-2/3}$ uno stato spin-squeezed per il quale $\xi^2 \simeq N^{-2/3}$. Questa legge di scala molto favorevole del guadagno quantistico per gli stati spin-squeezed diventa ancora più favorevole per stati non gaussiani ottenuti prolungando l'evoluzione unitaria per tempi più lunghi fino a raggiungere il limite massimo $\xi^2 = N^{-1}$.²¹⁻²³ Tuttavia gli stati molto intricati che offrono un grande guadagno quantistico sono in generale più fragili rispetto alla decoerenza che cambia le leggi di scala del guadagno quantistico^{5,6,24}. In alcuni casi si perde completamente la legge di scala e si ottiene un parametro di spin-squeezing che tende verso una costante ξ_{min}^2 nel limite $N \rightarrow \infty$. Se questo indica che si ritrova una legge di scala classica per $\Delta\phi$ alla luce dell'equazione 4, il guadagno quantistico può rimanere molto grande se $\xi_{\text{min}}^2 \ll 1$.

B. Limiti fondamentali per lo spin-squeezing nei condensati di Bose-Einstein

Con dei colleghi abbiamo studiato i limiti fondamentali della compressione di spin che si può ottenere in un gas condensato di Bose-Einstein formato da N atomi a due livelli, solitamente due livelli iperfini nello stato fondamentale, utilizzando le interazioni di van der Waals a corto raggio tra atomi freddi. Se questo sistema fisico incarna bene in modello semplice (5) nella descrizione di

campo medio^{7,8}, una sorgente intrinseca di decoerenza per la dinamica di spin-squeezing viene dall'interazione del condensato con le eccitazioni di bassa energia popolate termicamente nel gas, la cui popolazione fluttua da una realizzazione all'altra dell'esperienza anche in condizioni identiche per i parametri sperimentali. Nel quadro di una descrizione microscopica multimodale, quella di Bogoliubov²⁵, abbiamo mostrato che al limite termodinamico $N \rightarrow \infty$ lo squeezing per un tempo di interazione ottimale t_{opt} , che rimane finito, tende verso una costante ξ_{min}^2 che costituisce quindi un limite per lo spin-squeezing²⁶

$$\xi^2(t_{\text{opt}}) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \xi_{\text{min}}^2. \quad (7)$$

Per una temperatura più grande del potenziale chimico del gas, ma ben più piccola della temperatura critica di condensazione, il limite ξ_{min}^2 è ben approssimato dalla frazione non condensata iniziale nel gas. Un punto importante è che mettendo dei valori realistici per i parametri, è in principio possibile ottenere di valori di ξ_{min}^2 de l'ordine di 1/900 corrispondente ad un guadagno di un fattore 30 su $\Delta\phi$ secondo la formula (4) rispetto all'utilizzo di atomi non correlati.

Una seconda sorgente di decoerenza fondamentale che abbiamo considerato è data dalla perdita di particelle, conseguenza di un vuoto imperfetto per le perdite a un corpo, ed inerente alla natura metastabile dei gas ultrafreddi per le perdite a tre corpi. Nel quadro teorico di un sistema aperto descritto da una master equation^{27,28} abbiamo mostrato che al limite di N grande lo spin-squeezing ottimale è limitato da una costante, come in (7), dove ξ_{min}^2 è in questo caso proporzionale alla frazione di atomi perduti al tempo t_{opt} . Una volta che lo spin-squeezing è stato preparato al tempo $t = 0$, la sua evoluzione in assenza di interazioni ed in presenza di perdite a un corpo di tasso γ è data da

$$\xi^2(t) - 1 = [\xi^2(0) - 1] e^{-\gamma t}. \quad (8)$$

Dello spin-squeezing che dura più di un secondo ed è limitato dalle perdite secondo l'equazione (8) è stato visto in²⁹.

III. SVILUPPI PROMETTENTI PER IL FUTURO

La ricerca nel campo delle tecnologie quantistiche è abbondante, e diverse strade promettenti sono attualmente esplorate. Per gli orologi atomici, due esempi significativi sono la prima dimostrazione di spin-squeezing su una transizione ottica³⁰ e gli studi teorici di spin-squeezing con atomi nei reticoli ottici^{31,32}. Lo scopo di questa sezione è di delineare alcuni sviluppi promettenti, a partire dal materiale che abbiamo presentato nella prima parte dell'articolo. Queste idee si inseriscono perfettamente nel quadro teorico descritto finora, in quanto si basano o sull'evoluzione non lineare (5) o sull'interazione quantistica di Faraday non-distruttiva (6). Tuttavia, a

causa della differenza nel sistema fisico utilizzato, nelle scale temporali coinvolte o nel tipo di piattaforma quantistica che si può ottenere, la realizzazione di ciascuna di esse rappresenterebbe una svolta rispetto allo stato dell'arte e aprirebbe il campo a nuove applicazioni.

Stoccaggio dello spin-squeezed in una fase di Mott - Abbiamo già detto che le interazioni binarie di van der Waals a corto raggio in un condensato di Bose-Einstein dove ogni atomo è preparato in una sovrapposizione di due stati interni ($|a\rangle + |b\rangle$)/ $\sqrt{2}$, generano l'hamiltoniana non lineare (5) che trasforma lo stato iniziale fattorizzato in uno stato di spin-squeezed. Fisicamente, poiché la forza di interazione dipende dallo stato interno degli atomi, la *fase di ogni atomo*, rappresentata dalla componente \hat{S}_y dello spin collettivo, si correla grazie allo "spostamento di campo medio" con la *differenza di popolazione* dell'insieme, rappresentata da \hat{S}_z . Per la misura di una fase o per l'interferometria atomica, lo squeezing, che è quindi generato in una sovrapposizione di \hat{S}_y e \hat{S}_z , può essere trasferito alla componente di spin \hat{S}_y , come in figura 1, con una semplice rotazione. A questa descrizione fisica aggiungiamo ora un reticolo ottico che viene acceso adiabaticamente nel gas, portando progressivamente il sistema interagente dalla fase superfluida alla fase isolante di Mott³³. Finché sussiste una componente superfluida delocalizzata, figura 2 (a), la dinamica di spin-squeezing continua a creare correlazioni tra gli stati interni degli atomi. Quando il sistema entra nella fase Mott-insulator con un atomo per sito, figura 2 (b), il condensato scompare, le interazioni di van der Waals sono sopresse poiché gli atomi sono separati, ma le correlazioni tra gli stati interni degli atomi che erano state create nello stato superfluido rimangono.

Accendendo adiabaticamente un reticolo ottico in un condensato a due componenti dove le interazioni tra atomi incarnano la hamiltoniana (5), si può congelare uno stato spin-squeezed³¹, o un stato non gaussiano più intricato ancora³⁴, in una configurazione di isolante di Mott con un atomo per sito, figura 2 (b), dove le interazioni di van der Waals sono sopresse poiché gli atomi sono separati, ed ogni atomo è uno spin 1/2 che condivide con tutti gli altri delle correlazioni quantistiche. Oltre a l'interesse potenziale per gli orologi atomici^{35,36}, una tale configurazione dove l'intricazione quantistica è condivisa tra modi spaziali individualmente accessibili offre delle prospettive interessanti per l'informazione quantistica e la metrologia quantistica multi-parametro^{37,38}.

Usare la non linearità di un gas degeneri di fermioni - Delle prospettive interessanti sono anche offerte dai gas degeneri di fermioni in due stati di spin, nei quali si può controllare la forza delle interazioni senza indurre significative perdite di atomi, ed ottenere a piacere: un gas di dimeri formati da due atomi di spin opposto fortemente legati, un gas di coppie di Cooper debolmente legate, o un gas in interazione forte nel regime detto unitario³⁹. Per darne un esempio, consideriamo il seguente *Gedankenexperiment* ispirato dai nostri studi sulla coerenza di fase di un condensato di coppie fermioni^{40,41}. Un conden-

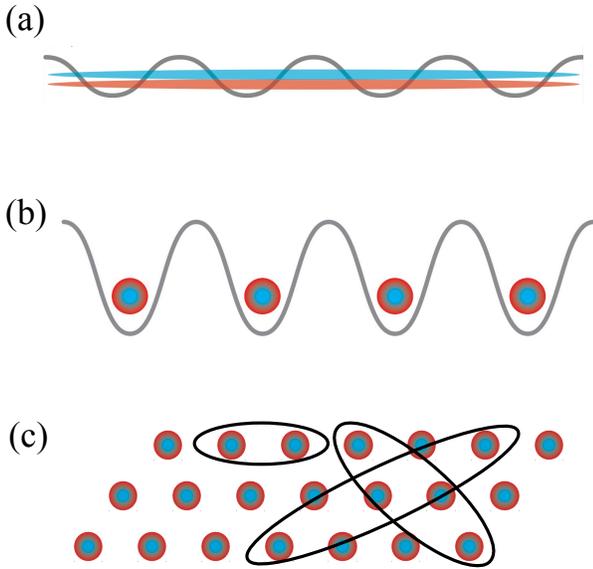


FIG. 2. (a) Si accende adiabaticamente un reticolo ottico in un condensato a due componenti in interazione. (b) Il sistema entra nella fase isolante di Mott con un atomo per sito al tempo ottimale di squeezing, congelando in tal modo le correlazioni quantistiche tra atomi. (c) Nella configurazione squeezed-Mott, ogni atomo si trova in una sovrapposizione dei due stati interni $|a\rangle$ e $|b\rangle$ ed è ugualmente correlato a qualsiasi altro atomo. L'entanglement è quindi distribuito tra modi spazialmente separati e accessibili individualmente.

sato di dimeri di fermioni di spin opposto è inizialmente preparato in una doppia buca simmetrica in uno stato non correlato, ove ogni è dimero simmetricamente delocalizzato sulle due buche (figura 3(a)-(b)). Alzando la barriera tra le due buche fino a separarle completamente, abbastanza lentamente per non eccitare i condensati, si prepara di fatto lo stato iniziale $\langle \hat{S}_x \rangle = N/2$ dove questa volta a e b si riferiscono alle due buche di potenziale, e si può mostrare che lo stato del sistema evolve secondo la hamiltoniana (5) ove, come per i condensati atomici $\chi = (d\mu/dN)/\hbar$, μ essendo il potenziale chimico del gas in ciascuna buca. Si noti che qui \hat{S}_z rappresenta la differenza tra il numero di coppie nelle due buche, \hat{S}_x rappresenta la coerenza di fase macroscopica tra le due buche, e di nuovo, la quantità che viene *squizzata* dall'hamiltoniana (5) è una sovrapposizione di \hat{S}_z e \hat{S}_y . Degli esperimenti simili con dei condensati di bosoni volti ad utilizzare gli stati spin-squeezed in un interferometro atomico sono stati realizzati^{42,43}. Nel caso del condensato di fermioni, come mostrato per esempio in⁴⁰, il valore più grande di χ , quindi la dinamica di spin-squeezing più rapida, si ottiene nel limite $a_s \rightarrow 0^-$ dove il potenziale chimico in ciascuna buca tende verso l'energia di Fermi di un gas perfetto di fermioni $\mu \rightarrow \epsilon_F$. Questa situazione paradossale, ove lo spin-squeezing sarebbe generato in un mare di Fermi senza interazione, è rappresentata in figura 3(c). Nel caso omogeneo a tre dimensioni è semplice paragonare le non linearità $\chi_{\text{Bose}} = \frac{\rho g}{N}$ e $\chi_{\text{Fermi}} = \frac{2}{3} \frac{\epsilon_F}{N}$

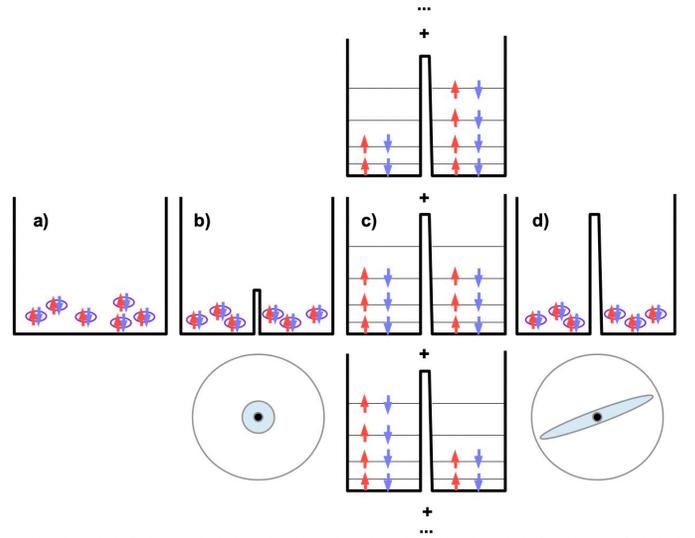


FIG. 3. Gedankenexperiment di spin-squeezing con un condensato di coppie di fermioni a temperatura nulla in una doppia buca. (a)-(b) un condensato di “dimeri” di fermioni è preparato in uno stato coerente delocalizzato sulle due buche. (c) Dopo aver levato adiabaticamente la barriera separando le due buche, si porta la lunghezza di scattering al valore desiderato per esempio $a_s \rightarrow 0^-$ per la fase di spin-squeezing. Il questo caso lo squeezing si crea nel gas perfetto di fermioni grazie alla dipendenza da N del potenziale chimico: $\epsilon_F \propto \rho^{2/3}$ a 3D. Dopo la fase di squeezing, si riporta la lunghezza di diffusione al valore positivo iniziale corrispondente ad un condensato di dimeri, ottenendo per quest'ultimo uno stato spin-squeezed. Nelle parti inferiori delle figure (b) e (d) rappresentiamo le fluttuazioni dello spin collettivo, costruito a partire dai modi a e b del centro di massa dei dimeri corrispondenti allo stato fondamentale nella buca di destra e di sinistra, sulla sfera di Bloch.

con $\epsilon_F \propto \rho^{2/3}$ e si vede che la non linearità è ben più grande per il gas perfetto di fermioni

$$\frac{\chi^{\text{Fermi}}}{\chi^{\text{Bose}}} \simeq \frac{\epsilon_F}{\rho g} \simeq \frac{1}{a_s \rho^{1/3}} \gg 1 \quad (9)$$

proporzionalmente alla potenza $-\frac{2}{3}$ del parametro $\sqrt{\rho a_s^3}$, che tipicamente vale 10^{-3} - 10^{-2} in un condensato di Bose-Einstein atomico⁴⁴. Se queste considerazioni sono molto incoraggianti, uno studio a temperatura non nulla è necessario per trarre delle conclusioni sul migliore regime di interazioni da utilizzare con i fermioni ed calcolare li massimo spin-squeezing che si può ottenere con questo metodo.

Spin-squeezing nucleare a lunga durata di vita a temperatura ambiente - Nel campo dei sensori atomici, lo spin-squeezing e le tecnologie quantistiche hanno vocazione ad estendersi nei sistemi di gas o vapori in cella a temperatura ambiente^{45,46}. Anche se il sistema fisico è diverso da quelli discussi finora, una volta presa la media sul movimento rapido degli atomi nella cella, è possibile descrivere i gradi di libertà interni in termini di spin collettivo e ricollegarsi alla descrizione teorica pre-

sentata nell'articolo. Un sistema estremo per suo il livello di isolamento ed il tempo di coerenza che si misura in decine di ore, è lo spin collettivo puramente nucleare di un gas raro per esempio l'elio-3 nel suo stato fondamentale. Un primo studio teorico a mostrato che le collisioni di scambio tra gli atomi di elio nello stato fondamentale ed in uno stato metastabile accessibile otticamente, abitualmente utilizzate per polarizzare gli spin nucleari⁴⁷, permettono anche di trasferire le correlazioni quantistiche e lo squeezing verso lo spin nucleare^{48,49}. Più recentemente è stato mostrato che degli schemi di spin-squeezing via una misura quantistica non distruttiva usando una hamiltoniana di Faraday di tipo (6), realizzati con successo per i gas alcalini⁵⁰, possono essere adattati allo squeezing dello spin nucleare⁵¹⁻⁵³, usando le collisioni di scambio di spin tra il gas raro e un alcalino^{54,55} oppure le collisioni di scambio di metastabilità in un gas puro di elio-3.⁵⁶ In quest'ultimo caso, abbiamo mostrato che il massimo spin-squeezing ξ^2 ottenibile teoricamente⁵³ scala come $\sqrt{\gamma_0/\gamma_m}$ dove γ_m è il tasso di collisioni di scambio di metastabilità per un atomo di elio metastabile, dell'ordine de $5 \times 10^6 s^{-1}$ per una pressione di elio nello stato fondamentale di 2 mbar, e γ_0 è il tasso di decoerenza dei metastabili, dominato dalla loro diffusione verso le pareti della cella, dell'ordine di $2 \times 10^4 s^{-1}$ per una cella centimetrica senza gas tampone. Le numerose applicazioni spettroscopiche dello spin nucleare dell'elio, che vanno dalla magnetometria ai test di fisica fondamentale⁴⁷, potrebbero quindi in futuro beneficiare del controllo del rumore quantistico ed alimentare nuove idee ed applicazioni delle tecnologie quantistiche.

IV. CONCLUSIONE

Lo spin squeezing e la metrologia quantistica sono un campo molto attivo, costantemente alimentato da nuove idee, studi teorici approfonditi e sorprendenti progressi sperimentali. Il passaggio dalla scienza alla tecnologia dovrebbe avvenire quando il vantaggio quantistico supera la complessità degli esperimenti o, come abbiamo detto, se in alcuni casi fosse indispensabile. Un esempio interessante da questo punto di vista è quello degli stati squeezed della luce, ampiamente studiati negli anni '80 e ora utilizzati in un interferometro per rilevare le onde gravitazionali⁵⁷.

ACKNOWLEDGMENTS

Ringraziamo Yvan Castin per i suoi preziosi commenti sul manoscritto.

¹M. Kitagawa and M. Ueda, Squeezed spin states, *Phys. Rev. A* **47**, 5138 (1993).

²D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, and D. J. Heinzen, Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy, *Phys. Rev. A* **46**, R6797 (1992).

³Per stati non gaussiani, intendiamo stati di spin per i quali la rappresentazione di Wigner sulla sfera di Bloch¹³ è non gaussiana ed ha strutture fini che rendono lo stato più sensibile alla rotazione.

⁴M. Gessner, A. Smerzi and L. Pezzè, Metrological Nonlinear Squeezing Parameter, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 090503 (2019).

⁵Y. Baamara, A. Sinatra, and M. Gessner, Scaling Laws for the Sensitivity Enhancement of Non-Gaussian Spin States, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 160501 (2021).

⁶Y. Baamara, A. Sinatra, and M. Gessner, Squeezing of nonlinear spin observables by one axis twisting in the presence of decoherence: An analytical study, *Comptes Rendus Physique*, to appear.

⁷A. Sørensen, L. M. Duan, J. I. Cirac, and P. Zoller, Many-particle entanglement with Bose-Einstein condensates, *Nature* **409**, 63 (2001).

⁸Y. Li, P. Treutlein, J. Reichel and A. Sinatra, Spin squeezing in a bimodal condensate: spatial dynamics and particle losses, *Eur. Phys. J. B* **68**, 365 (2009).

⁹M. H. Schleier-Smith, I. D. Leroux and V. Vuletić, Squeezing the collective spin of a dilute atomic ensemble by cavity feedback, *Phys. Rev. A* **81**, 021804 (2010).

¹⁰Lo spin di Stokes \hat{P} della luce è ottenuto dai due modi di polarizzazione x e y di un campo elettromagnetico propagante nella direzione z . $P_x = \frac{1}{2} (c_x^\dagger c_x - c_y^\dagger c_y)$ and $P_y + iP_z = c_x^\dagger c_y$ ove c_α è l'operatore di annichilazione di un fotone polarizzato nella direzione $\alpha=x, y$.

¹¹A. Kuzmich, N. P. Bigelow and L. Mandel, Atomic quantum non-demolition measurements and squeezing, *Europhys. Lett.* **42** 481(1998).

¹²Quando i due spin sono inizialmente polarizzati lungo la direzione x , con $\hat{P}_x \simeq n_{ph}/2$, dove n_{ph} è il numero di fotoni nel modo e $\hat{S}_x \simeq N/2$ dove N è il numero di atomi, la componente y dello spin di Stokes si correla con la componente z dello spin atomico poiché $[\hat{P}_y, H_{Faraday}] \simeq \chi(n_{ph}/2)\hat{S}_z$, permettendo così la misura di \hat{S}_z , mentre la retroazione della misura influenza la componente y dello spin atomico poiché $[\hat{S}_y, H_{Faraday}] \simeq \chi(N/2)\hat{P}_z$.

¹³L. Pezzè, A. Smerzi, M. K. Oberthaler, R. Schmied, and P. Treutlein, Quantum metrology with nonclassical states of atomic ensembles, *Rev. Mod. Phys.* **90**, 035005 (2018).

¹⁴C. Gross, T. Zibold, E. Nicklas, J. Estève, and M. K. Oberthaler, Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit, *Nature* **464**, 1165 (2010).

¹⁵M. F. Riedel, P. Böhi, Y. Li, T. W. Hänsch, A. Sinatra, and P. Treutlein, Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology, *Nature* **464**, 1170 (2010).

¹⁶I. D. Leroux, M. H. Schleier-Smith, and V. Vuletić, Implementation of cavity squeezing of a collective atomic spin, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 073602 (2010).

¹⁷R. J. Sewell, M. Koschorreck, M. Napolitano, B. Dubost, N. Behhood, and M. W. Mitchell, Magnetic Sensitivity Beyond the Projection Noise Limit by Spin Squeezing, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 253605 (2012).

¹⁸O. Hosten, N. J. Engelsen, R. Krishnakumar and M. A. Kasevich, Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms, *Nature* **529**, 505 (2016);

¹⁹H. Bao, J. Duan, S. Jin *et al.*, Spin squeezing of 1011 atoms by prediction and retrodiction measurements, *Nature* **581**, 159 (2020).

²⁰G. Santarelli, Ph. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, A. N. and C. Salomon, Quantum Projection Noise in an Atomic Fountain: A High Stability Cesium Frequency Standard, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999)

²¹T. Chalopin, C. Bouazza, A. Evrard, V. Makhalov, D. Dreon, J. Dalibard, L. A. Sidorenkov, S. Nascimbene, Quantum-enhanced sensing using non-classical spin states of a highly magnetic atom, *Nat. Commun.* **9**, 4955 (2018).

²²E. Davis, G. Bentsen and M. Schleier-Smith, Approaching the Heisenberg Limit without Single-Particle Detection, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 053601 (2016).

- ²³S. Colombo, E. Pedrozo-Peñafiel, A. F. Adiyatullin, Z. Li, E. Mendez, C. Shu and V. Vuletić, Time-Reversal-Based Quantum Metrology with Many-Body Entangled States, [arXiv:2106.03754](https://arxiv.org/abs/2106.03754).
- ²⁴K. Pawłowski, M. Fadel, P. Treutlein, Y. Castin, and A. Sinatra, Mesoscopic quantum superpositions in bimodal Bose-Einstein condensates: Decoherence and strategies to counteract it, *Phys. Rev. A* **95**, 063609 (2017).
- ²⁵N.N. Bogolioubov, On the theory of superfluidity, *J. Phys. (USSR)* **11**, 23 (1947).
- ²⁶A. Sinatra, E. Witkowska, J.-C. Dornstetter, Y. Li, and Y. Castin, Limit of Spin Squeezing in Finite-Temperature Bose-Einstein Condensates, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 060404 (2011).
- ²⁷Y. Li, Y. Castin, and A. Sinatra, Optimum Spin Squeezing in Bose-Einstein Condensates with Particle Losses, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 210401 (2008).
- ²⁸A. Sinatra, J.-C. Dornstetter and Y. Castin, Spin squeezing in Bose-Einstein condensates: Limits imposed by decoherence and non-zero temperature, *Front. Phys.* **7**, 86 (2012).
- ²⁹M.-Z. Huang, J. A. de la Paz, T. Mazzoni, K. Ott, A. Sinatra, C. L. G. Alzar, J. Reichel, Self-amplifying spin measurement in a long-lived spin-squeezed state, [arXiv:2007.01964](https://arxiv.org/abs/2007.01964).
- ³⁰E. P.-Peñafiel, S. Colombo, C. Shu, A. F. Adiyatullin, Z. Li, E. Mendez, B. Braverman, A. Kawasaki, D. Akamatsu, Y. Xiao, and V. Vuletić, Entanglement on an optical atomic-clock transition, *Nature*, **414**, 588 (2020).
- ³¹D. Kajtoch, E. Witkowska, A. Sinatra, Spin-squeezed atomic crystal *Europhys. Lett* **123**, 20012 (2018).
- ³²P. He, M. A. Perlin, S. R. Muleady, R. J. Lewis-Swan, R. B. Hutson, J. Ye, and A. M. Rey, Engineering spin squeezing in a 3D optical lattice with interacting spin-orbit-coupled fermions, *Phys. Rev. Res.* **1**, 033075 (2019).
- ³³D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3108 (1998).
- ³⁴M. Plodzien, M. Koscielski, E. Witkowska, A. Sinatra, Producing and storing spin-squeezed states and Greenberger-Horne-Zeilinger states in a one-dimensional optical lattice, *Phys. Rev. A* **102**, 013328 (2020).
- ³⁵T. Akatsuka, M. Takamoto, H. Katori, Optical lattice clocks with non-interacting bosons and fermions *Nature Physics* **4**, 954 (2008).
- ³⁶S. L. Campbell, R. B. Hutson, G. E. Marti, A. Goban, N. Darkwah Oppong, R. L. McNally, L. Sonderhouse, J. M. Robinson, W. Zhang, B. J. Bloom, and J. Ye, Fermi-degenerate three-dimensional optical lattice clock *Vol 358, Issue 6359* (2017).
- ³⁷M. Gessner, L. Pezzé, and A. Smerzi, Sensitivity Bounds for Multiparameter Quantum Metrology, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 130503 (2018).
- ³⁸M. Gessner, A. Smerzi and L. Pezzé, Multiparameter squeezing for optimal quantum enhancements in sensor networks, *Nat. Comm.* **11**, 3817 (2020).
- ³⁹BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi gas, ed. Wilhelm Zwerger, *Springer Lecture Notes in Physics*, **836**, (2011).
- ⁴⁰H. Kurkjian, Y. Castin, and A. Sinatra, Phase operators and blurring time of a pair-condensed Fermi gas, *Phys. Rev. A* **88**, 063623 (2013).
- ⁴¹H. Kurkjian, Y. Castin, and A. Sinatra, Brouillage thermique d'un gaz cohérent de fermions, *Comptes Rendus Physique* **17**, 789 (2016).
- ⁴²J. Estève, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi and M. K. Oberthaler, Squeezing and entanglement in a Bose-Einstein condensate, *Nature* **455**, 1216 (2008).
- ⁴³T. Berrada, S. van Frank, R. Bücker, T. Schumm, J.-F. Schaff and J. Schmiedmayer, Integrated Mach-Zehnder interferometer for Bose-Einstein condensates, *Nature Communications* **4**, 2077 (2013).
- ⁴⁴R. Lopes, C. Eigen, N. Navon, D. Clément, R. P. Smith and Z. Hadzibabic, Quantum Depletion of a Homogeneous Bose-Einstein Condensate, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 190404 (2017).
- ⁴⁵macQsimal H2020-EU project, Miniature Atomic vapor-Cells Quantum devices for Sensing and Metrology Application <https://www.macqsimal.eu/>
- ⁴⁶J. Kong, R. Jiménez-Martínez, C. Troullinou, V. G. Lucivero, Géza Tóth and M. W. Mitchell, Measurement-induced, spatially-extended entanglement in a hot, strongly-interacting atomic system *Nat. Comm.* **11**, 2415 (2020).
- ⁴⁷T. R. Gentile, P. J. Nacher, B. Saam, T. G. Walker, Optically polarized ³He, *Rev. Mod. Phys.* **89**, 045004 (2017).
- ⁴⁸A. Dantan, G. Reinaudi, A. Sinatra, F. Laloë, E. Giacobino, and M. Pinard, Long-lived quantum memory with nuclear atomic spins *Phys. Rev. Lett.* **95**, 123002 (2005).
- ⁴⁹G. Reinaudi, A. Sinatra, A. Dantan, and M. Pinard, Squeezing and entangling nuclear spins in helium 3, *J. Mod. Opt.* **54**, 675 (2007).
- ⁵⁰G. Vasilakis, H. Shen, K. Jensen, M. Balabas, D. Salart, B. Chen, E. Polzik, Generation of a squeezed state of an oscillator by stroboscopic back-action-evading measurement, *Nat. Phys.* **11**, 389 (2015).
- ⁵¹O. Katz, R. Shaham, E. S. Polzik, and O. Firstenberg, Long-Lived Entanglement Generation of Nuclear Spins Using Coherent Light, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 043602 (2020).
- ⁵²A. Serafin, M. Fadel, P. Treutlein, A. Sinatra, Nuclear spin squeezing in Helium-3 by continuous quantum nondemolition measurement, *Phys. Rev. Lett* **127**, 013601 (2021).
- ⁵³A. Serafin, Y. Castin, M. Fadel, P. Treutlein, A. Sinatra, Etude théorique de la compression de spin nucléaire par mesure quantique non destructive en continu, *Compte Rendus Physique* **22**, 35 (2021).
- ⁵⁴T. W. Kornack and M. V. Romalis, Dynamics of Two Overlapping Spin Ensembles Interacting by Spin Exchange, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 253002 (2002).
- ⁵⁵R. Shaham, O. Katz, O. Firstenberg, Strong coupling of alkali spins to noble-gas spins with hour-long coherence time, <https://arxiv.org/abs/2102.02797>.
- ⁵⁶J. Dupont-Roc, M. Leduc, F. Laloë, Contribution à l'étude du pompage optique par échange de métastabilité dans 3He. - Première Partie, *Journal de Physique* **34**, 961 (1973).
- ⁵⁷M. Tse *et al.*, Quantum-Enhanced Advanced LIGO Detectors in the Era of Gravitational-Wave Astronomy, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 231107 (2019); F. Acernese *et al.*, Increasing the Astrophysical Reach of the Advanced Virgo Detector via the Application of Squeezed Vacuum States of Light, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 231108 (2019).