

# Stati squeezed di spin per la metrologia

Alice Sinatra<sup>1, a)</sup>

Laboratoire Kastler Brossel, ENS-Université PSL, CNRS, Université de la Sorbonne et Collège de France,  
24 rue Lhomond, 75231 Paris, France

(Dated: 3 January 2022)

Lo spin-squeezing è una “tecnologia quantistica” ormai consolidata, ove delle correlazioni ben disegnate in un insieme di sistemi a due livelli riducono l’incertezza statistica degli esperimenti spettroscopici. Questo articolo passa in rassegna alcuni progressi importanti nel campo, ponendo l’accento sui limiti fondamentali imposti dalla decoerenza ed abbozzando alcuni sviluppi promettenti.

## I. INTRODUZIONE E PANORAMICA

### A. Spin collettivo, spin-squeezing e guadagno quantistico

Un sistema quantistico a due livelli d’energia  $E_a$  et  $E_b$ , è descritto formalmente come uno spin  $1/2$ . A partire da  $N$  tali sistemi identici, per esempio degli atomi, si può formare un operatore di spin collettivo  $\vec{S}$  le cui tre componenti in prima quantificazione hanno la forma

$$\hat{S}_x + i\hat{S}_y = \sum_{i=1}^N |a\rangle\langle b|_i; \quad \hat{S}_z = \frac{\sum_{i=1}^N (|a\rangle\langle a|_i - |b\rangle\langle b|_i)}{2} \quad (1)$$

In uno stato del sistema in cui ogni atomo è in una sovrapposizione dei due livelli, lo spin collettivo precessa attorno all’asse  $Oz$  alla frequenza  $\omega_{ab} = (E_b - E_a)/\hbar$ . Che uno voglia misurare la frequenza  $\omega_{ab}$  imperturbata di una certa transizione atomica, come in un orologio atomico, oppure che uno si interessi al cambiamento di tale frequenza indotto da un campo esterno, per esempio un campo magnetico, tale precessione è alla base di molti sensori atomici. Tali sensori, anche dopo avere eliminato tutte le sorgenti di rumore tecnico, restano limitati dal

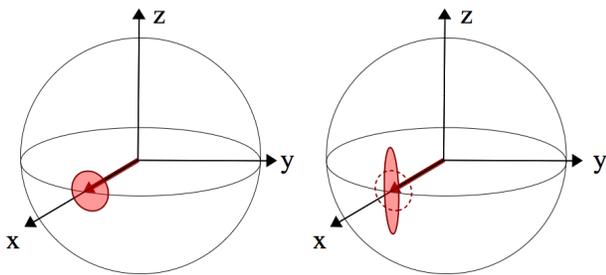


FIG. 1. Spin collettivo preparato nell’autostato di  $S_x$  di valor proprio  $N/2$  senza correlazione tra gli atomi (a sinistra) ed in uno stato spin-squeezed (a destra), rappresentato sulla sfera di Bloch di raggio  $N/2$ . La parte colorata in rosso rappresenta schematicamente l’incertezza sulle componenti dello spin ortogonali allo spin medio, dovuta alla loro natura quantistica (figura tratta da<sup>26</sup>).

rumore quantistico intrinseco allo stato in cui lo spin collettivo è stato preparato. Se per esempio si prepara il sistema nell’autostato di  $\hat{S}_x$  di valor proprio massimo  $N/2$ , stato non correlato prodotto tensoriale di  $(|a\rangle + |b\rangle)/\sqrt{2}$  per ogni atomo, a sinistra nella figura 1, l’incertezza angolare sulla posizione dello spin collettivo è data da

$$(\Delta\phi)_{NC} = \frac{\Delta S_y}{\langle S_x \rangle} = \frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (2)$$

Al contrario, in uno stato spin-squeezed<sup>1</sup>, a destra nella figura 1, l’incertezza su una delle componenti di spin ortogonali allo spin medio è ridotta grazie a delle correlazioni quantistiche tra gli atomi. Se l’incertezza ridotta è sulla variabile  $S_y$  come in figura 1, la precisione  $\Delta\phi$  sulla posizione angolare dello spin collettivo si trova aumentata. Si definisce allora un parametro di compressione di spin  $\xi^2$ ,

$$\xi^2 \equiv \frac{N\Delta S_y^2}{|\langle \vec{S} \rangle|^2} \quad (3)$$

sorta di rapporto tra rumore e segnale al quadrato in un’esperienza di spettroscopia, dove si vuole determinare la fase  $\phi$ , che si vuole più piccolo possibile e che permette di quantificare il guadagno metrologico di uno stato spin-squeezed rispetto ad uno stato non correlato. Si ha infatti<sup>2</sup>

$$\Delta\phi = \xi(\Delta\phi)_{NC} = \frac{\xi}{\sqrt{N}} \quad (4)$$

La definizione (3) può essere generalizzata per degli stati non gaussiani, più complessi dello stato spin-squeezed rappresentato nella figura 1, per i quali l’informazione sulla fase di precessione  $\phi$  deve essere estratta da una osservabile  $\hat{X}$  che è in generale una funzione non lineare delle tre componenti dello spin collettivo<sup>3</sup>, con un significato che rimane quello indicato dall’equazione (4).

### B. Evoluzione non lineare e misura quantistica non distruttiva

Per generare le correlazioni che portano da uno stato fattorizzato ad uno stato spin-squeezed, un metodo elegante consiste in una evoluzione unitaria con un hamiltoniana non lineare, per esempio<sup>1</sup>

$$H_{NL} = \hbar\chi\hat{S}_z^2 \quad (5)$$

<sup>a)</sup> [alice.sinatra@lkb.ens.fr](mailto:alice.sinatra@lkb.ens.fr); <http://www.phys.ens.fr/~sinatra/>

che rappresenta una non linearità di tipo Kerr per gli atomi. Essa può risultare dalle interazioni a corta portata tra atomi freddi in un condensato di Bose-Einstein<sup>4,5</sup>, ma anche, in un insieme di atomi senza interazione, dalla loro interazione collettiva con un campo elettromagnetico in una cavità ottica<sup>6</sup>. In entrambe i casi è possibile controllare il valore della costante  $\chi$ . Per i condensati, nel caso semplice in cui  $a$  e  $b$  giochino ruoli simmetrici e non interagiscano tra loro,  $\chi = (d\mu/dN)/\hbar$  ove  $\mu = \rho g$  è il potenziale chimico e  $\rho$  la densità atomica per ciascuna delle due componenti. La costante di accoppiamento  $g = 4\pi\hbar^2 a_s/m$  è proporzionale ad  $a_s$ , la lunghezza di scattering in onda  $s$  tra gli atomi freddi.

Un altro metodo per creare uno stato spin-squeezed a partire da uno stato senza correlazioni consiste nell'effettuare una misura quantistica non distruttiva su una componente dello spin collettivo. In generale, per far ciò si accoppia il sistema  $\mathcal{S}$  che si vuole misurare ad un secondo sistema quantistico  $\mathcal{P}$  e, in seguito alla interazione tra i due sistemi, si effettua una misura distruttiva su  $\mathcal{P}$ . Per misurare in modo non distruttivo la componente  $\hat{S}_z$  dello spin collettivo, si può prendere come sistema secondario lo spin di Stokes  $\hat{P}$  ottenuto dai due modi di polarizzazione  $x$  e  $y$  di un campo elettromagnetico propagante nella direzione  $z$

$$P_x = \frac{1}{2} (c_x^\dagger c_x - c_y^\dagger c_y) ; \quad P_y + iP_z = c_x^\dagger c_y. \quad (6)$$

ove  $c_\alpha$  è l'operatore di annichilazione di un fotone polarizzato nella direzione  $\alpha=x,y$ , ed utilizzare l'interazione di Faraday tra i due spin<sup>7</sup>

$$H_{\text{Faraday}} = \chi \hat{S}_z \hat{P}_z. \quad (7)$$

### C. Giro d'orizzonte sui risultati sperimentali e prospettive di applicazione

Utilizzando i due metodi accennati nella sezione precedente, gli stati spin-squeezed sono stati ottenuti in laboratorio e la dimostrazione del fatto che essi comportano un guadagno metrologico è stata fatta in diversi sistemi<sup>8</sup>, che includono condensati di Bose-Einstein gassosi<sup>9,10</sup>, atomi freddi interagenti con un campo elettromagnetico<sup>11-13</sup> per i quali è stato misurato un guadagno metrologico  $\xi^{-1}$  dell'ordine di 10 con  $5 \times 10^5$  atomi<sup>13</sup>, e vapori atomici caldi<sup>14</sup>. Questi risultati notevoli sono delle dimostrazioni di principio. Il passaggio alle applicazioni in metrologia dovrebbe aver luogo se il guadagno quantistico diventa facilmente accessibile dal punto di vista tecnologico o se in alcuni casi fosse indispensabile. Un esempio interessante da questo punto di vista è quello degli stati squeezed della luce, ampiamente studiati negli anni 1980 ed oggi utilizzati in un interferometro per la detezione delle onde gravitazionali<sup>15</sup>. Tra i vari sensori atomici, gli orologi che già nel 1999 avevano raggiunto ed osservato il limite quantistico nel caso di

atomi indipendenti<sup>16</sup>, potrebbero essere i primi a beneficiare delle tecniche dello spin-squeezing. In generale, più il numero  $N$  di atomi utilizzati è piccolo, pensiamo per esempio ad una evoluzione verso la miniaturizzazione dei sensori, più l'importanza relativa del rumore quantistico e la potenziale utilità degli stati spin-squeezed è grande.

## II. GUADAGNO QUANTISTICO E DECOERENZA

La metrologia quantistica si propone di migliorare la precisione delle misure riducendo la loro incertezza statistica "fondamentale" data dalle fluttuazioni quantistiche. Ciò si ottiene preparando il sistema fisico di interesse in uno stato che presenta delle correlazioni quantistiche particolari. Affiché questo approccio abbia un senso da un punto di vista pratico, due condizioni ci paiono necessarie. La prima è che l'incertezza statistica sulla variabile, ottenuta da una misura con atomi indipendenti in un tempo impartito, sia dominata dalle fluttuazioni quantistiche e non da altre sorgenti di rumore classico. La seconda è che la decoerenza sia sufficientemente debole da non distruggere le correlazioni quantistiche che vogliamo mettere a profitto. Matematicamente, se si fissa il tempo  $T$  della misura, la seconda condizione è automaticamente verificata nel limite  $\gamma \rightarrow 0$  dove  $\gamma$  è il tasso di decoerenza nel sistema.

### A. Leggi di scala del guadagno quantistico

Se, come abbiamo detto, la decoerenza gioca un ruolo importante per l'utilizzo degli stati intricati, essa gioca ugualmente un ruolo importante nella loro preparazione, determinando in generale un limite fondamentale al guadagno quantistico che si può ottenere. Partendo da uno stato non correlato, autostato di  $\hat{S}_x$  di valor proprio  $N/2$  con  $N \gg 1$ , l'evoluzione unitaria con l'hamiltoniana non lineare (5) genera ad un tempo ottimale  $\chi t \simeq N^{-2/3}$  uno stato spin-squeezed per il quale  $\xi^2 \simeq N^{-2/3}$ . Questa legge di scala molto favorevole del guadagno quantistico per gli stati spin-squeezed diventa ancora più favorevole per stati non gaussiani ottenuti prolungando l'evoluzione unitaria per tempi più lunghi fino a raggiungere il limite massimo  $\xi^2 = N^{-1}$ .<sup>17-19</sup> Tuttavia gli stati molto intricati che offrono un grande guadagno quantistico sono in generale più fragili rispetto alla decoerenza che cambia le leggi di scala del guadagno quantistico<sup>20-22</sup>. In alcuni casi si perde completamente la legge di scala e si ottiene un parametro di spin-squeezing che tende verso una costante  $\xi_{\min}^2$  nel limite  $N \rightarrow \infty$ . Se questo indica che si ritrova una legge di scala classica per  $\Delta\phi$  alla luce dell'equazione 4, il guadagno quantistico può rimanere molto grande se  $\xi_{\min}^2 \ll 1$ .

## B. Limiti fondamentali per lo spin-squeezing nei condensati di Bose-Einstein

Con dei colleghi abbiamo studiato i limiti fondamentali della compressione di spin che si può ottenere in un gas condensato di Bose-Einstein formato da  $N$  atomi a due livelli, solitamente due livelli iperfini nello stato fondamentale, utilizzando le interazioni di van der Waals a corto raggio tra atomi freddi. Se questo sistema fisico incarna bene in modello semplice (5) nella descrizione di campo medio<sup>4,5</sup>, una sorgente intrinseca di decoerenza per la dinamica di spin-squeezing viene dall'interazione del condensato con le eccitazioni di bassa energia popolate termicamente nel gas, la cui popolazione fluttua da una realizzazione all'altra dell'esperienza anche in condizioni identiche per i parametri sperimentali. Nel quadro di una descrizione microscopica multimodale, quella di Bogoliubov<sup>23</sup>, abbiamo mostrato che al limite termodinamico  $N \rightarrow \infty$  lo squeezing per un tempo di interazione ottimale  $t_{\text{opt}}$ , che rimane finito, tende verso una costante  $\xi_{\text{min}}^2$  che costituisce quindi un limite per lo spin-squeezing<sup>24</sup>

$$\xi^2(t_{\text{opt}}) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \xi_{\text{min}}^2. \quad (8)$$

Per una temperatura più grande del potenziale chimico del gas, ma ben più piccola della temperatura critica di condensazione, il limite  $\xi_{\text{min}}^2$  è ben approssimato dalla frazione non condensata iniziale nel gas. Un punto importante è che mettendo dei valori realistici per i parametri, è in principio possibile ottenere di valori di  $\xi_{\text{min}}^2$  de l'ordine di 1/900 corrispondente ad un guadagno di un fattore 30 su  $\Delta\phi$  secondo la formula (4) rispetto all'utilizzo di atomi non correlati.

Una seconda sorgente di decoerenza fondamentale che abbiamo considerato è data dalla perdita di particelle, conseguenza di un vuoto imperfetto per le perdite a un corpo, ed inerente alla natura metastabile dei gas ultrafreddi per le perdite a tre corpi. Nel quadro teorico di un sistema aperto descritto da una master equation<sup>25,26</sup> abbiamo mostrato che al limite di  $N$  grande lo spin-squeezing ottimale è limitato da una costante, come in (8), dove  $\xi_{\text{min}}^2$  è in questo caso proporzionale alla frazione di atomi perduti al tempo  $t_{\text{opt}}$ . Una volta che lo spin-squeezing è stato preparato al tempo  $t = 0$ , la sua evoluzione in assenza di interazioni ed in presenza di perdite a un corpo di tasso  $\gamma$  è data da

$$\xi^2(t) - 1 = [\xi^2(0) - 1] e^{-\gamma t}. \quad (9)$$

Dello spin-squeezing che dura più di un secondo ed è limitato dalle perdite secondo l'equazione (9) è stato visto in<sup>27</sup>.

## III. SVILUPPI PROMETTENTI PER IL FUTURO

La ricerca nel campo delle tecnologie quantistiche è abbondante e si stanno esplorando diverse strade promet-

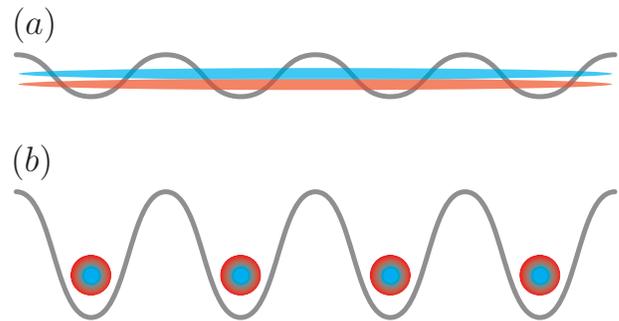


FIG. 2. (a) Si accende adiabaticamente un reticolo ottico in un condensato a due componenti in interazione. (b) Il sistema entra nella fase isolante di Mott con un atomo per sito al tempo ottimale di squeezing, congelando in tal modo le correlazioni quantistiche tra atomi (figura tratta da<sup>29</sup>).

tenti. Per gli orologi atomici, penso alle prime dimostrazioni di spin-squeezing su una transizione ottica<sup>28</sup>, ed agli studi teorici di schemi che permettono la compressione di spin per atomi nei reticoli ottici<sup>29,30</sup>. Accendendo adiabaticamente un reticolo ottico in un condensato a due componenti dove le interazioni tra atomi incarnano la hamiltoniana (5), si può congelare uno stato spin-squeezed<sup>29</sup>, o un stato non gaussiano più intricato ancora<sup>31</sup>, in una configurazione di isolante di Mott con un atomo per sito, figura 2 (b), dove le interazioni di van der Waals sono soppresse poiché gli atomi sono separati, ed ogni atomo è uno spin 1/2 che condivide con tutti gli altri delle correlazioni quantistiche. Oltre a l'interesse potenziale per gli orologi atomici<sup>32,33</sup>, una tale configurazione dove l'intricazione quantistica è condivisa tra modi spaziali individualmente accessibili offre delle prospettive interessanti per l'informazione quantistica e la metrologia quantistica multi-parametro<sup>34,35</sup>.

Delle prospettive interessanti sono anche offerte dai gas degeneri di fermioni in due stati di spin, nei quali si può controllare la forza delle interazioni senza indurre significative perdite di atomi, ed ottenere a piacere: un gas di dimeri formati da due atomi di spin opposto fortemente legati, un gas di coppie di Cooper debolmente legate, o un gas in interazione forte nel regime detto unitario<sup>36</sup>. Per darne un esempio, consideriamo il seguente *Gedankenexperiment* ispirato dai nostri studi sulla coerenza di fase di un condensato di coppie fermioni<sup>37,38</sup>. Un condensato di dimeri di fermioni di spin opposto è inizialmente preparato in una doppia buca simmetrica in uno stato non correlato, ove ogni è dimero simmetricamente delocalizzato sulle due buche (figura 3(a)-(b)). Alzando la barriera tra le due buche fino a separarle completamente, abbastanza lentamente per non eccitare i condensati, si prepara di fatto lo stato iniziale  $\langle \hat{S}_x \rangle = N/2$  dove questa volta  $a$  e  $b$  si riferiscono alle due buche di potenziale, e si può mostrare che lo stato del sistema evolve secondo la hamiltoniana (5) ove, come per i condensati atomici  $\chi = (d\mu/dN)/\hbar$ ,  $\mu$  essendo il potenziale chimico del gas in ciascuna buca. Degli esperimenti simili

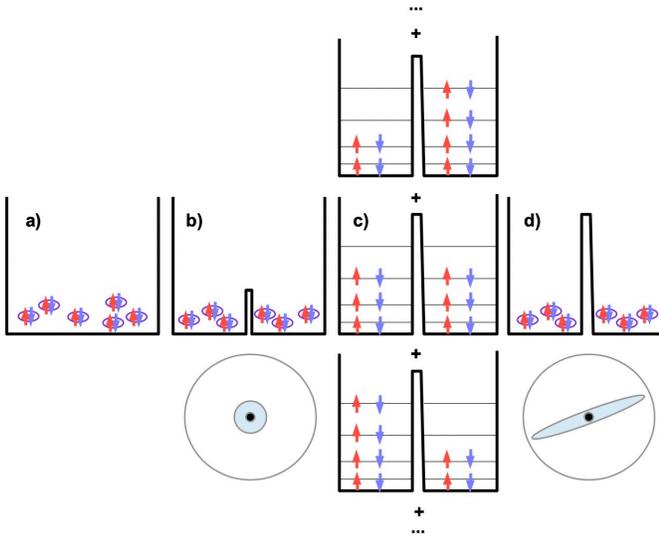


FIG. 3. Gedankenexperiment di spin-squeezing con un condensato di coppie di fermioni a temperatura nulla in una doppia buca. (a)-(b) un condensato di “dimeri” di fermioni è preparato in uno stato coerente delocalizzato sulle due buche. (c) Dopo aver levato adiabaticamente la barriera separando le due buche, si porta la lunghezza di scattering al valore desiderato per esempio  $a_s \rightarrow 0^-$  per la fase di spin-squeezing. Il questo caso lo squeezing si crea nel gas perfetto di fermioni grazie alla dipendenza da  $N$  del potenziale chimico:  $\epsilon_F \propto \rho^{2/3}$  a 3D. Dopo la fase di squeezing, si riporta la lunghezza di diffusione al valore positivo iniziale corrispondente ad un condensato di dimeri, ottenendo per quest’ultimo uno stato spin-squeezed. Nelle parti inferiori delle figure (b) e (d) rappresentiamo le fluttuazioni dello spin collettivo, costruito a partire dai modi  $a$  e  $b$  del centro di massa dei dimeri corrispondenti allo stato fondamentale nella buca di destra e di sinistra, sulla sfera di Bloch.

con dei condensati di bosoni volti ad utilizzare gli stati spin-squeezed in un interferometro atomico sono stati realizzati<sup>39,40</sup>. Nel caso del condensato di fermioni, come mostrato per esempio in<sup>37</sup>, il valore più grande di  $\chi$ , quindi la dinamica di spin-squeezing più rapida, si ottiene nel limite  $a_s \rightarrow 0^-$  dove il potenziale chimico in ciascuna buca tende verso l’energia di Fermi di un gas perfetto di fermioni  $\mu \rightarrow \epsilon_F$ . Questa situazione paradossale, ove lo spin-squeezing sarebbe generato in un mare di Fermi senza interazione, è rappresentata in figura 3(c). Nel caso omogeneo a tre dimensioni è semplice paragonare le non linearità  $\chi_{\text{Bose}} = \frac{\rho g}{N}$  e  $\chi_{\text{Fermi}} = \frac{2}{3} \frac{\epsilon_F}{N}$  con  $\epsilon_F \propto \rho^{2/3}$  e si vede che la non linearità è ben più grande per il gas perfetto di fermioni

$$\frac{\chi_{\text{Fermi}}}{\chi_{\text{Bose}}} \simeq \frac{\epsilon_F}{\rho g} \simeq \frac{1}{a_s \rho^{1/3}} \gg 1 \quad (10)$$

proporzionalmente alla potenza  $-\frac{2}{3}$  del parametro  $\sqrt{\rho a_s^3}$ , che tipicamente vale  $10^{-3}$ - $10^{-2}$  in un condensato di Bose-Einstein atomico<sup>41</sup>. Se queste considerazioni sono molto incoraggianti, uno studio a temperatura non nulla è necessario per trarre delle conclusioni sul migliore regime

di interazioni da utilizzare con i fermioni ed calcolare li massimo spin-squeezing che si può ottenere con questo metodo.

Nel campo dei sensori atomici, lo spin-squeezing e le tecnologie quantistiche hanno vocazione ad estendersi nei sistemi di gas o vapori in cella a temperatura ambiente<sup>42,43</sup>. Un sistema estremo per suo il livello di isolamento ed il tempo di coerenza che si misura in decine di ore, è lo spin collettivo puramente nucleare di un gas raro per esempio l’elio-3 nel suo stato fondamentale. Un primo studio teorico a mostrato che le collisioni di scambio tra gli atomi di elio nello stato fondamentale ed in uno stato metastabile accessibile otticamente, abitualmente utilizzate per polarizzare gli spin nucleari<sup>44</sup>, permettono anche di trasferire le correlazioni quantistiche e lo squeezing verso lo spin nucleare<sup>45,46</sup>. Più recentemente è stato mostrato che degli schemi di spin-squeezing via una misura quantistica non distruttiva usando una hamiltoniana di Faraday di tipo (7), realizzati con successo per i gaz alcalini<sup>47</sup>, possono essere adattati allo squeezing dello spin nucleare<sup>48-50</sup>, usando le collisioni di scambio di spin tra il gas raro e un alcalino<sup>51,52</sup> oppure le collisioni di scambio di metastabilità in un gas puro di elio-3.<sup>53</sup> In quest’ultimo caso, abbiamo mostrato che il massimo spin-squeezing  $\xi^2$  ottenibile teoricamente<sup>50</sup> scala come  $\sqrt{\gamma_0/\gamma_m}$  dove  $\gamma_m$  è il tasso di collisioni di scambio di metastabilità per un atomo di elio metastabile, dell’ordine di  $5 \times 10^6 s^{-1}$  per una pressione di elio nello stato fondamentale di 2 mbar, e  $\gamma_0$  è il tasso di decoerenza dei metastabili, dominato dalla loro diffusione verso le pareti della cella, dell’ordine di  $2 \times 10^4 s^{-1}$  per una cella centimetrica senza gas tampone. Le numerose applicazioni spettroscopiche dello spin nucleare dell’elio, che vanno dalla magnetometria ai test di fisica fondamentale<sup>44</sup>, potrebbero quindi in futuro beneficiare del controllo del rumore quantistico ed alimentare nuove idee ed applicazioni delle tecnologie quantistiche.

## ACKNOWLEDGMENTS

Ringraziamo Yvan Castin per i suoi preziosi commenti sul manoscritto.

- <sup>1</sup>M. Kitagawa and M. Ueda, Squeezed spin states, *Phys. Rev. A* **47**, 5138 (1993).
- <sup>2</sup>D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, and D. J. Heinzen, Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy, *Phys. Rev. A* **46**, R6797 (1992).
- <sup>3</sup>M. Gessner, A. Smerzi and L. Pezzè, Metrological Nonlinear Squeezing Parameter, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 090503 (2019).
- <sup>4</sup>A. Sørensen, L. M. Duan, J. I. Cirac, and P. Zoller, Many-particle entanglement with Bose-Einstein condensates, *Nature* **409**, 63 (2001).
- <sup>5</sup>Y. Li, P. Treutlein, J. Reichel and A. Sinatra, Spin squeezing in a bimodal condensate: spatial dynamics and particle losses, *Eur. Phys. J. B* **68**, 365 (2009).
- <sup>6</sup>M. H. Schleier-Smith, I. D. Leroux and V. Vuletić, Squeezing the collective spin of a dilute atomic ensemble by cavity feedback, *Phys. Rev. A* **81**, 021804 (2010).

- <sup>7</sup>A. Kuzmich, N. P. Bigelow and L. Mandel, Atomic quantum non-demolition measurements and squeezing, *Europhys. Lett.* **42**, 481(1998).
- <sup>8</sup>L. Pezzè, A. Smerzi, M. K. Oberthaler, R. Schmied, and P. Treutlein, Quantum metrology with nonclassical states of atomic ensembles, *Rev. Mod. Phys.* **90**, 035005 (2018).
- <sup>9</sup>C. Gross, T. Zibold, E. Nicklas, J. Estève, and M. K. Oberthaler, Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit, *Nature* **464**, 1165 (2010).
- <sup>10</sup>M. F. Riedel, P. Böhi, Y. Li, T. W. Hänsch, A. Sinatra, and P. Treutlein, Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology, *Nature* **464**, 1170 (2010).
- <sup>11</sup>I. D. Leroux, M. H. Schleier-Smith, and V. Vuletić, Implementation of cavity squeezing of a collective atomic spin, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 073602 (2010).
- <sup>12</sup>R. J. Sewell, M. Koschorreck, M. Napolitano, B. Dubost, N. Behhood, and M. W. Mitchell, Magnetic Sensitivity Beyond the Projection Noise Limit by Spin Squeezing, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 253605 (2012).
- <sup>13</sup>O. Hosten, N. J. Engelsen, R. Krishnakumar and M. A. Kasevich, Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms, *Nature* **529**, 505 (2016);
- <sup>14</sup>H. Bao, J. Duan, S. Jin *et al.*, Spin squeezing of 1011 atoms by prediction and retrodiction measurements, *Nature* **581**, 159 (2020).
- <sup>15</sup>M. Tse *et al.*, Quantum-Enhanced Advanced LIGO Detectors in the Era of Gravitational-Wave Astronomy, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 231107 (2019); F. Acernese *et al.*, Increasing the Astrophysical Reach of the Advanced Virgo Detector via the Application of Squeezed Vacuum States of Light, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 231108 (2019).
- <sup>16</sup>G. Santarelli, Ph. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, A. N. and C. Salomon, Quantum Projection Noise in an Atomic Fountain: A High Stability Cesium Frequency Standard, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999)
- <sup>17</sup>T. Chalopin, C. Bouazza, A. Evrard, V. Makhalov, D. Dreon, J. Dalibard, L. A. Sidorenkov, S. Nascimbene, Quantum-enhanced sensing using non-classical spin states of a highly magnetic atom, *Nat. Commun.* **9**, 4955 (2018).
- <sup>18</sup>E. Davis, G. Bentsen and M. Schleier-Smith, Approaching the Heisenberg Limit without Single-Particle Detection, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 053601 (2016).
- <sup>19</sup>S. Colombo, E. Pedrozo-Peñafiel, A. F. Adiyatullin, Z. Li, E. Mendez, C. Shu and V. Vuletić, Time-Reversal-Based Quantum Metrology with Many-Body Entangled States, [arXiv:2106.03754](https://arxiv.org/abs/2106.03754).
- <sup>20</sup>K. Pawłowski, M. Fadel, P. Treutlein, Y. Castin, and A. Sinatra, Mesoscopic quantum superpositions in bimodal Bose-Einstein condensates: Decoherence and strategies to counteract it, *Phys. Rev. A* **95**, 063609 (2017).
- <sup>21</sup>Y. Baamara, A. Sinatra, and M. Gessner, Scaling Laws for the Sensitivity Enhancement of Non-Gaussian Spin States, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 160501 (2021).
- <sup>22</sup>Y. Baamara, A. Sinatra, and M. Gessner, Squeezing of nonlinear spin observables by one axis twisting in the presence of decoherence: An analytical study, [hal-03463812](https://arxiv.org/abs/2103.04638).
- <sup>23</sup>N.N. Bogolioubov, On the theory of superfluidity, *J. Phys. (USSR)* **11**, 23 (1947).
- <sup>24</sup>A. Sinatra, E. Witkowska, J.-C. Dornstetter, Y. Li, and Y. Castin, Limit of Spin Squeezing in Finite-Temperature Bose-Einstein Condensates, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 060404 (2011).
- <sup>25</sup>Y. Li, Y. Castin, and A. Sinatra, Optimum Spin Squeezing in Bose-Einstein Condensates with Particle Losses, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 210401 (2008).
- <sup>26</sup>A. Sinatra, J.-C. Dornstetter and Y. Castin, Spin squeezing in Bose-Einstein condensates: Limits imposed by decoherence and non-zero temperature, *Front. Phys.* **7**, 86 (2012).
- <sup>27</sup>M.-Z. Huang, J. A. de la Paz, T. Mazzoni, K. Ott, A. Sinatra, C. L. G. Alzar, J. Reichel, Self-amplifying spin measurement in a long-lived spin-squeezed state, [arXiv:2007.01964](https://arxiv.org/abs/2007.01964).
- <sup>28</sup>E. P.-Peñafiel, S. Colombo, C. Shu, A. F. Adiyatullin, Z. Li, E. Mendez, B. Braverman, A. Kawasaki, D. Akamatsu, Y. Xiao, and V. Vuletić, Entanglement on an optical atomic-clock transition, *Nature*, **414**, 588 (2020).
- <sup>29</sup>D. Kajtoch, E. Witkowska, A. Sinatra, Spin-squeezed atomic crystal *Europhys. Lett* **123**, 20012 (2018).
- <sup>30</sup>P. He, M. A. Perlin, S. R. Muleady, R. J. Lewis-Swan, R. B. Hutson, J. Ye, and A. M. Rey, Engineering spin squeezing in a 3D optical lattice with interacting spin-orbit-coupled fermions, *Phys. Rev. Res.* **1**, 033075 (2019).
- <sup>31</sup>M. Plodzien, M. Koscielski, E. Witkowska, A. Sinatra, Producing and storing spin-squeezed states and Greenberger-Horne-Zeilinger states in a one-dimensional optical lattice, *Phys. Rev. A* **102**, 013328 (2020).
- <sup>32</sup>T. Akatsuka, M. Takamoto, H. Katori, Optical lattice clocks with non-interacting bosons and fermions *Nature Physics* **4**, 954 (2008).
- <sup>33</sup>S. L. Campbell, R. B. Hutson, G. E. Marti, A. Goban, N. Darkwah Oppong, R. L. McNally, L. Sonderhouse, J. M. Robinson, W. Zhang, B. J. Bloom, and J. Ye, Fermi-degenerate three-dimensional optical lattice clock *Vol 358, Issue 6359* (2017).
- <sup>34</sup>M. Gessner, L. Pezzè, and A. Smerzi, Sensitivity Bounds for Multiparameter Quantum Metrology, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 130503 (2018).
- <sup>35</sup>M. Gessner, A. Smerzi and L. Pezzè, Multiparameter squeezing for optimal quantum enhancements in sensor networks, *Nat. Comm.* **11**, 3817 (2020).
- <sup>36</sup>BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi gas, ed. Wilhelm Zwerger, *Springer Lecture Notes in Physics*, **836**, (2011).
- <sup>37</sup>H. Kurkjian, Y. Castin, and A. Sinatra, Phase operators and blurring time of a pair-condensed Fermi gas, *Phys. Rev. A* **88**, 063623 (2013).
- <sup>38</sup>H. Kurkjian, Y. Castin, and A. Sinatra, Brouillage thermique d'un gaz cohérent de fermions, *Comptes Rendus Physique* **17**, 789 (2016).
- <sup>39</sup>J. Estève, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi and M. K. Oberthaler, Squeezing and entanglement in a Bose-Einstein condensate, *Nature* **455**, 1216 (2008).
- <sup>40</sup>T. Berrada, S. van Frank, R. Bücker, T. Schumm, J.-F. Schaff and J. Schmiedmayer, Integrated Mach-Zehnder interferometer for Bose-Einstein condensates, *Nature Communications* **4**, 2077 (2013).
- <sup>41</sup>R. Lopes, C. Eigen, N. Navon, D. Clément, R. P. Smith and Z. Hadzibabic, Quantum Depletion of a Homogeneous Bose-Einstein Condensate, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 190404 (2017).
- <sup>42</sup>macQsimal H2020-EU project, Miniature Atomic vapor-Cells Quantum devices for Sensing and Metrology Application <https://www.macqsimal.eu/>
- <sup>43</sup>J. Kong, R. Jiménez-Martínez, C. Troullinou, V. G. Lucivero, Géza Tóth and M. W. Mitchell, Measurement-induced, spatially-extended entanglement in a hot, strongly-interacting atomic system *Nat. Comm.* **11**, 2415 (2020).
- <sup>44</sup>T. R. Gentile, P. J. Nacher, B. Saam, T. G. Walker, Optically polarized <sup>3</sup>He, *Rev. Mod. Phys.* **89**, 045004 (2017).
- <sup>45</sup>A. Dantan, G. Reinaudi, A. Sinatra, F. Laloë, E. Giacobino, and M. Pinard, Long-lived quantum memory with nuclear atomic spins *Phys. Rev. Lett.* **95**, 123002 (2005).
- <sup>46</sup>G. Reinaudi, A. Sinatra, A. Dantan, and M. Pinard, Squeezing and entangling nuclear spins in helium 3, *J. Mod. Opt.* **54**, 675 (2007).
- <sup>47</sup>G. Vasilakis, H. Shen, K. Jensen, M. Balabas, D. Salart, B. Chen, E. Polzik, Generation of a squeezed state of an oscillator by stroboscopic back-action-evading measurement, *Nat. Phys.* **11**, 389 (2015).
- <sup>48</sup>O. Katz, R. Shaham, E. S. Polzik, and O. Firstenberg, Long-Lived Entanglement Generation of Nuclear Spins Using Coherent Light, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 043602 (2020).
- <sup>49</sup>A. Serafin, M. Fadel, P. Treutlein, A. Sinatra, Nuclear spin squeezing in Helium-3 by continuous quantum nondemolition measurement, *Phys. Rev. Lett* **127**, 013601 (2021).
- <sup>50</sup>A. Serafin, Y. Castin, M. Fadel, P. Treutlein, A. Sinatra, Etude

- théorique de la compression de spin nucléaire par mesure quantique non destructive en continu, *Compte Rendus Physique* **22**, 35 (2021).
- <sup>51</sup>T. W. Kornack and M. V. Romalis, Dynamics of Two Overlapping Spin Ensembles Interacting by Spin Exchange, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 253002 (2002).
- <sup>52</sup>R. Shaham, O. Katz, O. Firstenberg, Strong coupling of alkali spins to noble-gas spins with hour-long coherence time, <https://arxiv.org/abs/2102.02797>.
- <sup>53</sup>J. Dupont-Roc, M. Leduc, F. Laloë, Contribution à l'étude du pompage optique par échange de métastabilité dans  $^3\text{He}$ . - Première Partie, *Journal de Physique* **34**, 961 (1973).