# Stabilité, Passivité, Optimalité et Robustesse en Automatique

Le "Back stage": La Guerre, la Politique, les Hommes

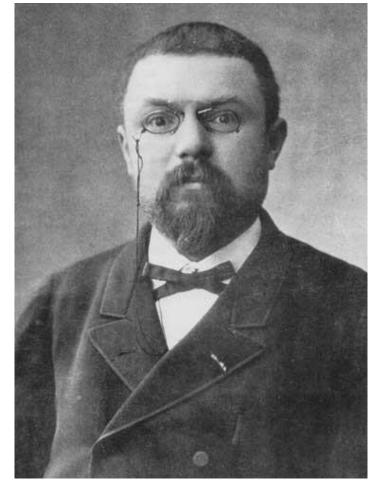
I.D. Landau, GIPSA-LAB, Grenoble (CNRS, INPG, UGA)

GIPSA-LAB, 15 Juin 2017





Henri Poincarré 1854 - 1912(Nancy – Paris)

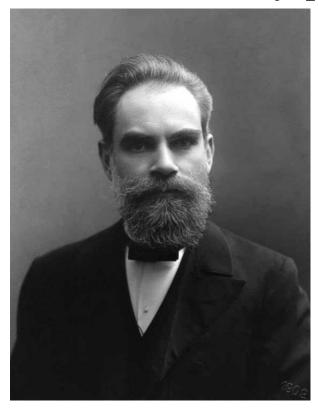


Henri Poincarré 1854 - 1912(Nancy – Paris)

-définitions de la stabilité

-utilisation de la "fonction énergie" pour l'étude de la stabilité

-inspirateur de Lyapunov



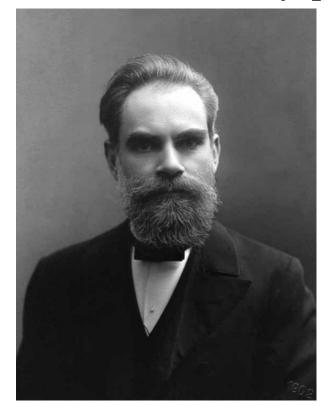
1857-1918 (Iaroslavl – Odessa)



Etudes: Université de St. Petersbourg Elève de Cebichev

1857-1918 (Iaroslavl – Odessa)

Professeur:
Université de St. Petersburg
Université de Moscou
Université de Harkov
Université d'Odessa

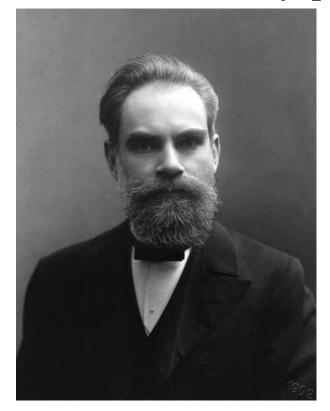


Etudes: Université de St. Petersbourg Elève de Cebichev

1857-1918 (Iaroslavl – Odessa)

Professeur:
Université de St. Petersburg
Université de Moscou
Université de Harkov
Université d'Odessa

"Obsciaia zadachia ob ustoichivosti dvijenia" 1897



Etudes: Université de St. Petersbourg Elève de Cebichev

1857-1918 (Iaroslavl – Odessa)

Professeur:
Université de St. Petersburg
Université de Moscou
Université de Harkov
Université d'Odessa

"Obsciaia zadachia ab ustoichivosti dvijenia" 1897

"Problème général de la stabilité du mouvement" Ann. Fac. De Sciences Toulouse, vol 9, 1907 pp 273-474

#### Stabilité

$$\dot{x} = f(x, t) \qquad -\infty < t < \infty$$

Etat d'équilibre 
$$x_e$$
:  $f(x_e, t) = 0 \quad \forall t$ 

Solution 
$$\phi(t, x_0, t_0)$$
: 
$$\begin{cases} \phi(t_0, x_0, t_0) = x_0 \\ \dot{\phi}(t, x_0, t_0) = f(\phi(t, x_0, t_0), t) \end{cases}$$

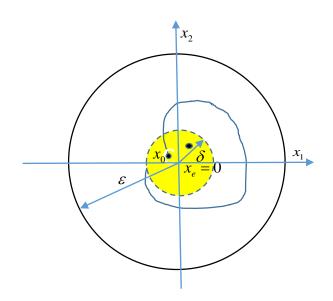
#### Stabilité

$$\dot{x} = f(x, t) \qquad -\infty < t < \infty$$

Etat d'équilibre 
$$X_e$$
:  $f(X_e, t) = 0 \quad \forall t$ 

Solution 
$$\phi(t, x_0, t_0)$$
: 
$$\begin{cases} \phi(t_0, x_0, t_0) = x_0 \\ \dot{\phi}(t, x_0, t_0) = f(\phi(t, x_0, t_0), t) \end{cases}$$

Stabilité globale : Pour tout 
$$x_0 \in \Re^n$$
;  $0 < \varepsilon < \infty$ :  $||x_0 - x_e|| \le \delta(\varepsilon, t_0) \Rightarrow ||\phi(t, x_0, t_0) - x_e|| \le \varepsilon$ 



#### **Stabilité**

$$\dot{x} = f(x, t) \qquad -\infty < t < \infty$$

Etat d'équilibre 
$$X_e$$
:  $f(x_e, t) = 0 \quad \forall t$ 

Solution  $\phi(t,x_0,t_0)$ :

$$\begin{cases} \phi(t_0, x_0, t_0) = x_0 \\ \dot{\phi}(t, x_0, t_0) = f(\phi(t, x_0, t_0), t) \end{cases}$$

Stabilité globale : Pour tout  $x_0 \in \Re^n$ ;  $0 < \varepsilon < \infty$ :  $||x_0 - x_e|| \le \delta(\varepsilon, t_0) \Rightarrow ||\phi(t, x_0, t_0) - x_e|| \le \varepsilon$ 

$$\|x_0 - x_e\| \le \delta(\varepsilon, t_0) \Longrightarrow \|\phi(t, x_0, t_0) - x_e\| \le \varepsilon$$

Stabilité asymptotique globale : Pour tout  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  : 1)  $x_o$  est globalement stable

$$x_{0}$$
 $x_{0}$ 
 $x_{0$ 

2) 
$$\lim_{t \to \infty} \|\phi(t, x_0, t_0) - x_e\| = 0$$

#### La deuxième méthode de Lyapunov

$$\dot{x} = f(x)$$
 avec  $f(0) = 0$ 

S'il existe une fonction scalaire réelle V(x) avec des dérivées partielles continues par rapport à x tel que:

1) 
$$V(0) = 0$$

2) 
$$V(x) > 0 \ \forall x \neq 0, x \in \mathbb{R}^n$$

3)  $\lim_{\|x\|\to\infty} V(x) = \infty$  (radialement non bornée)

4) 
$$\dot{V}(x) = \frac{dV}{dt} < 0 \quad \forall x \neq 0, x \in \mathbb{R}^n$$

#### La deuxième méthode de Lyapunov

$$\dot{x} = f(x)$$
 avec  $f(0) = 0$ 

S'il existe une fonction scalaire réelle V(x) avec des dérivées partielles continues par rapport à x tel que:

1) 
$$V(0) = 0$$

2) 
$$V(x) > 0 \ \forall x \neq 0, x \in \mathbb{R}^n$$

3)  $\lim_{\|x\|\to\infty} V(x) = \infty$  (radialement non bornée)

4) 
$$\dot{V}(x) = \frac{dV}{dt} < 0 \quad \forall x \neq 0, x \in \mathbb{R}^n$$

Alors: 1) $x_e = 0$  est globalement asymptotiquement stable

2) V(x) est une fonction de Lyapunov.

#### Résultat majeur!

#### L'équation de Lyapunov

$$\dot{x} = Ax \ x \in \Re^n$$

 $V = x^T P x \ P > 0$  (matrice définie positive)

$$\dot{V}(x) = x^T (A^T P + PA)x$$

#### L'équation de Lyapunov

$$\dot{x} = Ax \quad x \in \Re^n$$

 $V = x^T P x \ P > 0$  (matrice définie positive)

$$\dot{V}(x) = x^{T} (A^{T} P + PA) x$$

Condition nécessaire et suffisante de stabilité asymptotique:

$$A^T P + PA = -Q \quad Q > 0$$

C'est un résultat algébrique (dans le domaine temporel)

#### L'équation de Lyapunov

$$\dot{x} = Ax \quad x \in \mathfrak{R}^n$$

 $V = x^T P x \ P > 0$  (matrice définie positive)

$$\dot{V}(x) = x^T (A^T P + PA)x$$

Condition nécessaire et suffisante de stabilité asymptotique:

$$A^T P + PA = -Q \quad Q > 0$$

C'est un résultat algébrique (dans le domaine temporel)

Cette équation n'existe pas dans le livre de Lyapunov (il ne connaissait pas le calcul matriciel)

# Stabilité (et Robustesse) des Systèmes Linéaires dans le Domaine Fréquentiel (1925 -1940)

Hendrik Bode



Intégrale de Bode

- Chercheurs au Bell Systems Laboratory (USA)
- Domaine de recherche: Electronique (amplificateurs à contre-réaction)

Harry Nyquist

Critère de stabilité fréquentiel

# Stabilité (et Robustesse) des Systèmes Linéaires dans le Domaine Fréquentiel (1925 -1940)

Hendrik Bode (1905 – 1982)



Intégrale de Bode

- Chercheurs au Bell Systems Laboratory (USA)
- Domaine de recherche: Electronique (amplificateurs à contre-réaction)

Harry Nyquist (1889 – 1976)



A partir de 1940, H. Bode travaille pour l'armée américaine. Il a conçu des systèmes de contrôle antiaériens automatiques et a réalisé la première boucle de régulation sans fil.

Nichols, Black

#### 2ème Guerre Mondiale – Le Front de l'Est

- 1 Septembre 1939: L'Armée allemande envahit la Pologne.
- Juin 1940: Pacte de non agression Allemagne URSS.

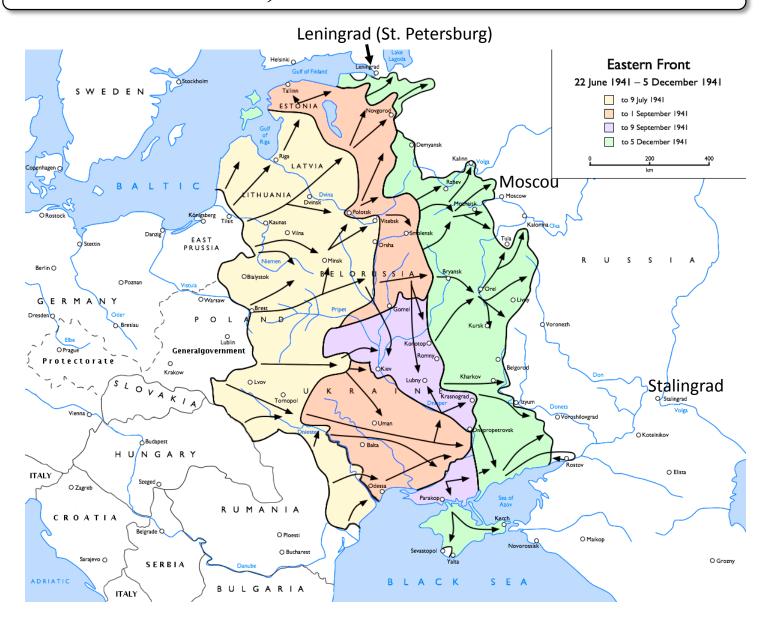
#### 2ème Guerre Mondiale – Le Front de l'Est

- 1 Septembre 1939: L'Armée allemande envahit la Pologne.
- Juin 1940: Pacte de non agression Allemagne URSS.
- URSS récupère pratiquement tous les territoires perdus lors de la paix de Brest Litovsk avec l'Allemagne en 1918 (les Républiques baltes (Estonie, Lithuanie, Lettonie), la Bessarabie (Moldavie), l'Est de la Pologne)
- Destructions des lignes de défense existantes sur la frontière définie par la paix de Brest Litovsk
- Pas de construction d'une ligne de défense sur les nouvelles frontières

#### 2ème Guerre Mondiale – Le Front de l'Est

- 1 Septembre 1939: L'Armée allemande envahit la Pologne.
- Juin 1940: Pacte de non agression Allemagne URSS.
- URSS récupère pratiquement tous les territoires perdus lors de la paix de Brest Litovsk avec l'Allemagne en 1918 (les Républiques baltes (Estonie, Lithuanie, Lettonie), la Bessarabie (Moldavie), l'Est de la Pologne)
- Destructions des lignes de défense existantes sur la frontière définie par la paix de Brest Litovsk
- Pas de construction d'une ligne de défense sur les nouvelles frontières
- L'Allemagne attaque l'URSS le 21 Juin 1941
- En moins de 6 mois les troupes allemandes atteignent Moscou et Leningrad (St. Petersburg)
- La résistance s'organise sur cette ligne de front.

#### Le Front de L'Est, 22 Juin 1941 – 5 Décembre 1941



#### Réarmement de l'URSS

- Déplacement de l'industrie et de la recherche dans l'Ural et le Kazahstan (automne 1941).
- Mise en place d'un programme de réarmement.



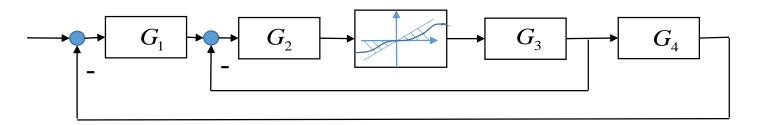
#### **Les Chars de Combat**

- Fabrications de chars (éléments essentiels des batailles terrestres)
- Problèmes dans le servomécanisme de pointage du canon (instabilités)

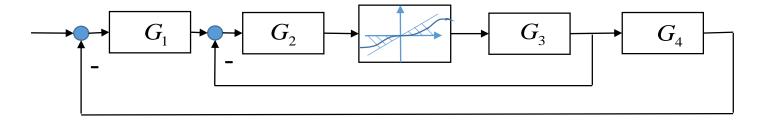


#### Les Chars de Combat

- Fabrications de chars (éléments essentiel des batailles terrestres)
- Problèmes dans le servomécanisme de pointage du canon (instabilités)
- *Origine*: Trop grande dispersion des caractéristiques magnétiques des matériaux utilisés pour le servomoteur (non maîtrise du procédé de traitement thermique)
- Les chercheurs de Leningrad et Moscou regroupés à l'Institut Industriel de l'Ural (Kirov) sont sollicités
- Investigateur principal: A. I. Lurie



Servomécanisme de position



Servomécanisme de position

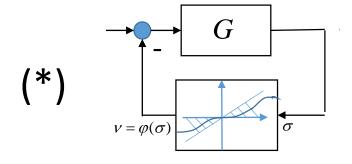
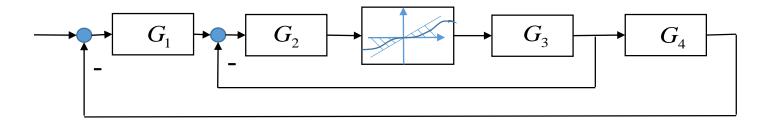


Schéma équivalent  $G = \frac{G_1G_2G_3G_4}{1 + G_1G_2G_4}$ 



# Servomécanisme de position

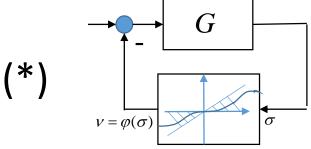
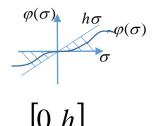
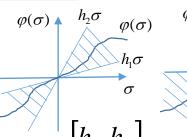
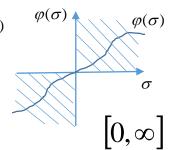


Schéma équivalent  $G = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_2}$ 

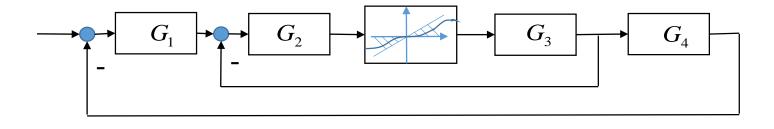
Différent types de caractéristiques non linéaires





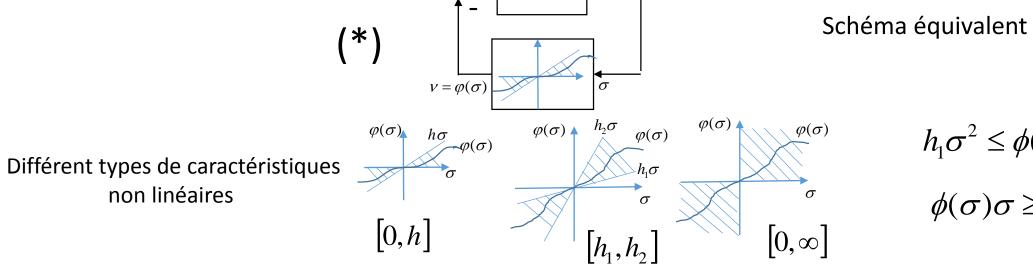


$$h_1 \sigma^2 \le \phi(\sigma) \sigma \le h_2 \sigma^2$$
$$\phi(\sigma) \sigma \ge 0$$



G

Servomécanisme de position



 $h_1 \sigma^2 \le \phi(\sigma) \sigma \le h_2 \sigma^2$ 

 $\phi(\sigma)\sigma \ge 0$ 

#### Stabilité absolue

Le système (\*) est globalement asymptotiquement stable pour toutes les caractéristiques non linéaires (continues) situées dans le secteur  $[h_1, h_2]$ 

Première solution: Lurie (1943, publiée en 1945)

Utilisation de la fonction de Lyapunov: 
$$V = x^T P x + \beta \int_0^{\sigma} \phi(\sigma) d\sigma$$
;  $P > 0, \beta > 0$ 

Première utilisation d'une fonction de Lyapunov à 2 termes (voie directe + voie de contre-réaction)

Première solution: Lurie (1943, publiée en 1945)

Utilisation de la fonction de Lyapunov:  $V = x^T P x + \beta \int_0^{\sigma} \phi(\sigma) \sigma; \ P > 0, \beta > 0$ 

Première utilisation d'une fonction de Lyapunov a 2 termes (voie directe + voie de contre-réaction)

Solution utilisée sur des chars qui ont participé à la Bataille de Kursk (la plus grande

bataille de blindés de la 2ème Guerre Mondiale) Juillet 1943

https://fr.wikipedia.org/wiki/Bataille\_de\_Koursk https://www.youtube.com/watch?v=vHeBfSZDUVc



# **Anatoly Isakovich Lurie**

(1901 Moghilev (Biélorussie) -1980 Leningrad (Russie))



#### **Anatoly Isakovich Lurie**

(1901 Moghilev (Biélorussie) -1980 Leningrad (Russie))

Etudes: Institut Polytechnique de Leningrad

1935-1941 Professeur à l'Institut Polytechnique de Leningrad

1941-1944 Institut Industriel de l'Ural

1944-1977 Professeur à l'Insitut Polytechnique de Leningrad

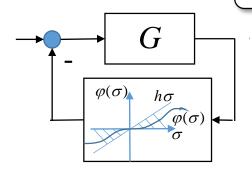
Spécialités : Mécanique et Automatique

Auteur de 13 livres

Décoré (Etoile Rouge)



#### Critère fréquentiel de stabilité absolue (Popov 1958)



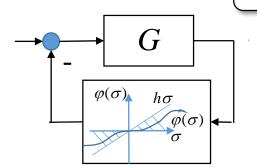
Non linéarités dans le secteur [0,h]

Cas 1 : Caractéristiques non linéaires continues et dérivables

Il existe q> 0 ou q<0 tel que: 
$$\operatorname{Re}[(1+jq\omega)G(j\omega)] + \frac{1}{h} > 0 \ \forall \omega$$
  $(h=\infty; q>0)$ 

Interprétation graphique: Lieu de Popov

#### Critère fréquentiel de stabilité absolue (Popov 1958)

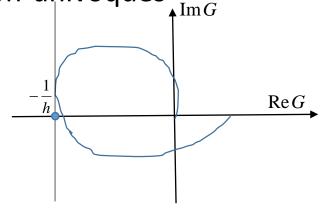


Non linéarités dans le secteur [0,h]

Cas 2: Caractéristiques non linéaires discontinues et non-univoques

$$\operatorname{Re}[G(j\omega)] + \frac{1}{h} = \operatorname{Re}[G(j\omega) + \frac{1}{h}] > 0 \ \forall \omega$$

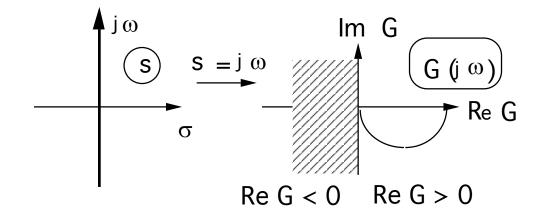
Fonction de transfert strictement réelle positive



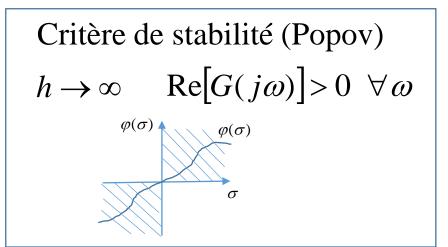
#### Fonctions de Transfert (Strictement) Réelles Positives

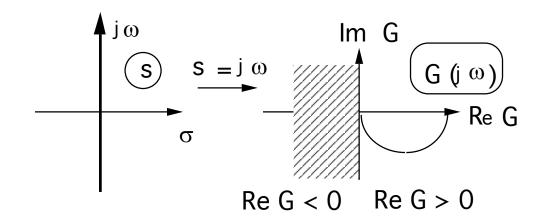
Critère de stabilité (Popov)

$$h \to \infty \quad \text{Re}[G(j\omega)] > 0 \quad \forall \omega$$



#### Fonctions de Transfert (Strictement) Réelles Positives





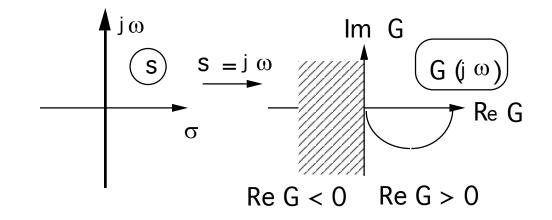
### Fonction de transfert réelle positive

- Stable, pôles sur l'axe imaginaire simples et avec résidus non-négatifs
- $\operatorname{Re}[G(j\omega)] \ge 0 \ \forall \omega$

### Fonctions de Transfert (Strictement) Réelles Positives

# Critère de stabilité (Popov)

$$h \to \infty \quad \text{Re}[G(j\omega)] > 0 \quad \forall \omega$$

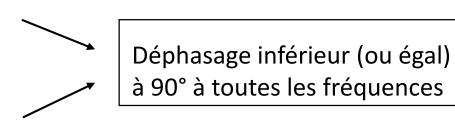


### Fonction de transfert réelle positive

- Stable, pôles sur l'axe imaginaire simples et avec résidus non-négatifs
- $-\operatorname{Re}[G(j\omega)] \ge 0 \ \forall \omega$

### Fonction de transfert strictement réelle positive

- Asymptotiquement stable (pôles dans Re s< 0)
- $\operatorname{Re}[G(j\omega)] > 0 \ \forall \omega$



1950 Ingénieur électronicien (radio communications), Institut Polytechnique de Bucarest 1950-1952 Assistant, Institut Polytechnique de Bucarest





1950 Ingénieur électronicien (radio communications) Institut Polytechnique de Bucarest

1950-1952 Assistant, Institut Polytechnique de Bucarest

1952 Grandes purges sociologiques et politiques

1952 Limogé de l'Institut Polytechnique. Pas d'autorisation pour préparer une thèse

1952 Embauché à l'Institut d' Energétique de l'Académie Roumaine Recherche : Distorsions dans la modulation de fréquences, oscillateurs paramétriques





1950 Ingénieur électronicien (radio communications) Institut Polytechnique de Bucarest

1950-1952 Assistant, Institut Polytechnique de Bucarest

1952 Grandes purges sociologiques et politiques

1952 Limogé de L'Institut Polytechnique. Pas d'autorisation pour préparer une thèse

1952 Embauché à l'Institut d' Energétique de l'Académie Roumaine Recherche : Distorsions dans la modulation de fréquences, oscillateurs paramétriques

1955/56 L'Union Soviétique donne un réacteur nucléaire expérimental à la Roumanie

Rem: La stabilité des réacteurs nucléaires était un sujet "chaud" à l'époque

1956 Un projet de "calculateur analogique" pour l'étude de la stabilité des réacteurs nucléaires est lancé à l'Institut d'Energétique

Tous les ingénieurs électroniciens sont mobilisés sur ce projet





1950 Ingénieur électronicien (radio communications) Institut Polytechnique de Bucarest

1950-1952 Assistant, Institut Polytechnique de Bucarest

1952 Grandes purges sociologiques et politiques

1952 Limogé de L'Institut Polytechnique. Pas d'autorisation pour préparer une thèse

1952 Embauché à l'Institut d' Energétique de l'Académie Roumaine Recherche : Distorsions dans la modulation de fréquences, oscillateurs paramétriques

1955/56 L'Union Soviétique donne un réacteur nucléaire expérimental à la Roumanie

Rem: La stabilité des réacteurs nucléaires était un sujet "chaud" à l'époque

1956 Un projet de "calculateur analogique" pour l'étude de la stabilité des réacteurs nucléaires est lancé à l'Institut d'Energétique

Tous les ingénieurs électroniciens sont mobilisés sur ce projet

1956 Tout en étant obligé de travailler sur ce projet, Popov s'oppose à cette solution pour l'étude de la stabilité

1958-59 Critère fréquentiel pour la stabilité absolue (publication 1959) C'est un "Big Bang".





#### Le critère fréquentiel de Popov

- Développements présentés au premier Congrès IFAC, Moscou 1960.
- Ce résultat a révolutionné tout ce qui ce faisait en analyse fréquentielle dans le non-linéaire.
- L'approche originale qui à conduit à ce résultat a attiré l'attention.
- Résultat antérieur à l'article de Kalman sur l'utilisation des fonctions Lyapunov (1960).

#### Le critère fréquentiel de Popov

- Développements présentés au premier Congrès IFAC, Moscou 1960.
- Ce résultat a révolutionné tout ce qui ce faisait en analyse fréquentielle dans le non-linéaire.
- L'approche originale qui à conduit à ce résultat a attiré l'attention.
- Résultat antérieur à l'article de Kalman sur l'utilisation des fonctions Lyapunov (1960).

#### Autres travaux de Popov:

- 1966 Livre "Hyperstabilité des Systèmes Automatiques" (trad. Russe 1970, Français, Anglais 1973)
- Stabilité réacteurs nucléaires
- Résolution du problème (conjecture) d'Aïzerman
- Invariants de Popov pour la représentation minimale des systèmes multi-entrées/multi-sorties
- Formes canoniques, placement de pôles mutivariable, ......

#### Le critère fréquentiel de Popov

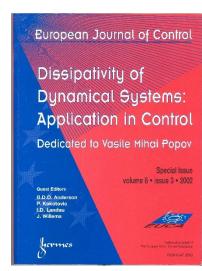
- Développements présentés au premier Congrès IFAC, Moscou 1960.
- Ce résultat a révolutionné tout ce qui ce faisait en analyse fréquentielle dans le non-linéaire.
- L'approche originale qui à conduit à ce résultat a attiré l'attention.
- Résultat antérieur à l'article de Kalman sur l'utilisation des fonctions Lyapunov (1960).

#### Autres travaux de Popov:

- 1966 Livre "Hyperstabilité des Systèmes Automatiques" (trad. Français, Anglais 1973)
- Stabilité réacteurs nucléaires
- Résolution du problème (conjecture) d'Aïzerman
- Invariants de Popov pour la représentation minimale des systèmes multi-entrées/multi-sorties
- Formes canoniques, placement de pôles mutivariable, ......

#### Pour information:

- 1967: « Obligé » de soutenir sa thèse de doctorat
- 1968-69 Professeur Visiteur, Univ. of California, Berkeley
- 1969-1973 Professeur, University of Maryland, College Park
- 1973-1993 Professeur, University of Florida, Gainsville (Center for Mathematical System Theory avec Kalman)
- Réside à Gainsville, Floride, USA
- Ancien soliste (piano) de l'orchestre des ingénieurs de Bucarest



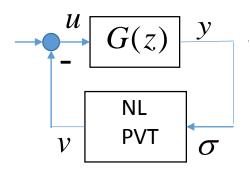
Plus facile à introduire en temps discret

Point de départ: 
$$\lim_{t_1 \to \infty} \sum_{t=0}^{t_1} u^2(t) < \gamma_0^2 < \infty \implies \lim_{t \to \infty} u(t) = 0$$

Plus facile à introduire en temps discret

Point de départ:

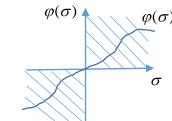
$$\lim_{t_1 \to \infty} \sum_{t=0}^{t_1} u^2(t) < \gamma_0^2 < \infty \implies \lim_{t \to \infty} u(t) = 0$$



Hypothèse: 
$$\sum_{0}^{t_{1}} v(t,\tau)\sigma(t) \ge -\gamma_{0}^{2} \ \forall t_{1} \ge 0 \ (\tau \le t)$$

Exemple (stab. abs.)

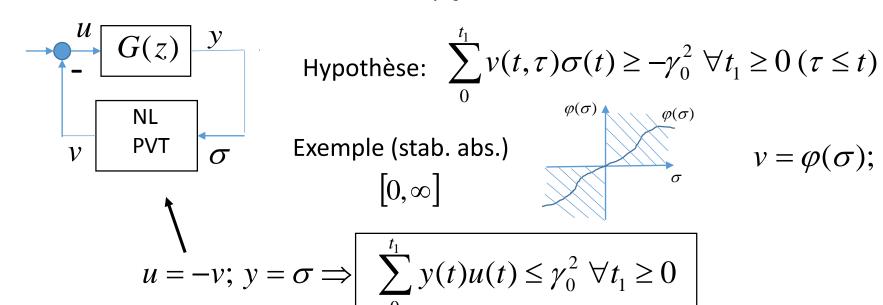
$$[0,\infty]$$



$$v = \varphi(\sigma); \quad v\sigma \ge 0 \ \forall t$$

Plus facile à introduire en temps discret

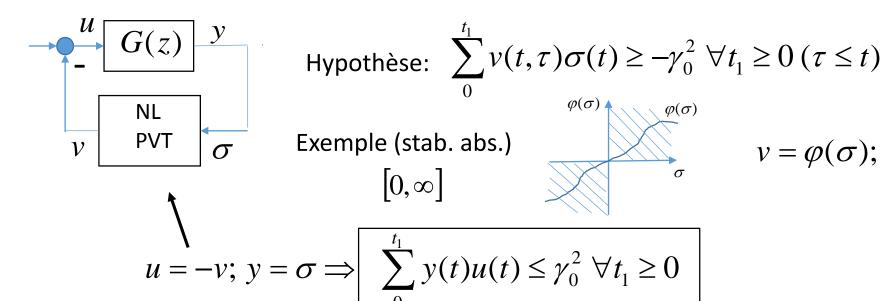
Point de départ:  $\lim_{t_1 \to \infty} \sum_{t=0}^{t_1} u^2(t) < \gamma_0^2 < \infty \implies \lim_{t \to \infty} u(t) = 0$ 



$$v = \varphi(\sigma); \quad v\sigma \ge 0 \ \forall t$$

Plus facile à introduire en temps discret

Point de départ:  $\lim_{t_1 \to \infty} \sum_{t=0}^{t_1} u^2(t) < \gamma_0^2 < \infty \implies \lim_{t \to \infty} u(t) = 0$ 



$$v = \varphi(\sigma); \quad v\sigma \ge 0 \ \forall t$$

Cas 1: 
$$G(z) = K > 0 \ (y = Ku);$$
  $\lim_{t_1 \to \infty} \sum_{t_1 \to \infty}^{t_1} y(t) u(t) = \lim_{t_1 \to \infty} K \sum_{t=0}^{t_1} u^2(t) < \gamma_0^2 < \infty \implies \lim_{t \to \infty} u(t) = 0$ 

# L'approche de Popov (suite)

Cas 2: 
$$G(z)$$
 as. stable 
$$\sum_{0}^{\infty} y(t)u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \text{Re} G(e^{i\theta}) \left| U(e^{i\theta}) \right|^{2} d\theta \qquad \text{(Parseval)}$$

### L'approche de Popov (suite)

Cas 2: 
$$G(z)$$
 as. stable 
$$\sum_{0}^{\infty} y(t)u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{Re} G(e^{i\theta}) \left| U(e^{i\theta}) \right|^{2} d\theta \qquad \text{(Parseval)}$$

$$Si \operatorname{Re} G(e^{i\theta}) > K > 0 \ \forall \theta \ \Rightarrow 0 < K \sum_{t=0}^{\infty} u^{2}(t) \le \sum_{t=0}^{\infty} y(t)u(t) \le \gamma_{0}^{2} \ \Rightarrow \lim_{t \to \infty} u(t) = 0$$

G(z) = Fonction de Transfert Strictement Réelle Positive (SPR)

$$x = \acute{e}tat \ de \ G(z); \lim_{t_1 \to \infty} x(t) = 0$$

#### L'approche Popov (continu)

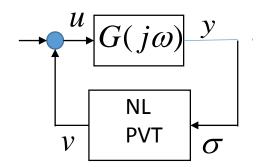
$$\int_{0}^{\infty} u^{2}(t)dt \leq \gamma_{0}^{2} \text{ n'implique pas } \lim_{t \to \infty} u(t) = 0$$

- Bornitude des solutions mais pour la stabilité asymptotique, il faut une propriété supplémentaire.
- Popov a posé le problème à des mathématiciens de Bucarest
   ( Séminaire " Théorie qualitative des équations différentielles" Prof. A. Halanay )
- La réponse c'est le Lemme de I. Barbalat (1959).

**Lemma 8.1.** (Barbalat) Let  $f: R \to R$  be a uniformly continuous function on  $[0, \infty)$ . Suppose that  $\lim_{t \to \infty} \int_0^t f(\tau) d\tau$  exists and is finite. Then,  $\lim_{t \to \infty} f(t) = 0$ .

#### L'approche Popov (continu)

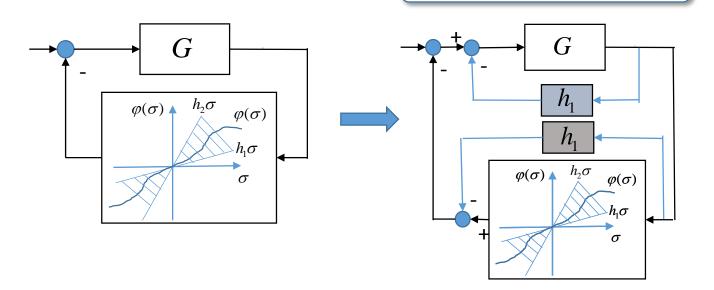
### Hyperstabilité asymptotique

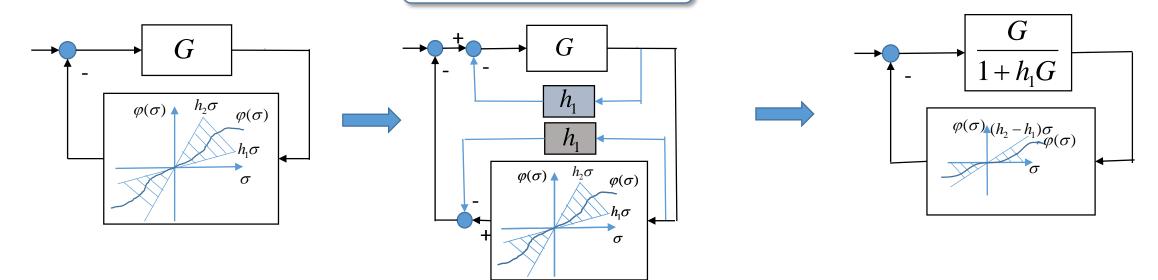


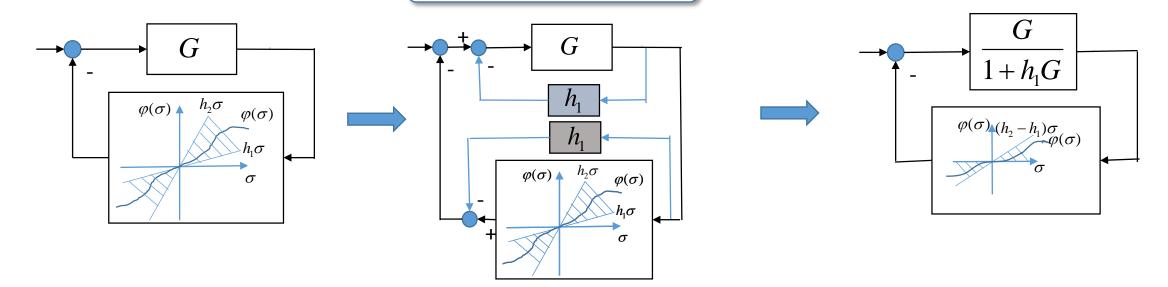
Si et seulement si G(s) est SPR alors le système a contre-réaction est glob. asymptotiquement stable pour tous les blocs de contre-réaction satisfaisant:

$$\int_{0}^{t_{1}} v(t,\tau)u(t)dt \ge -\gamma_{0}^{2} \ \forall t; \gamma_{0}^{2} < \infty$$

Rem: La "stabilité (asymptoptique) absolue" est un cas particulier de l'hyperstabilité asymptotique

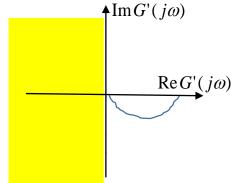




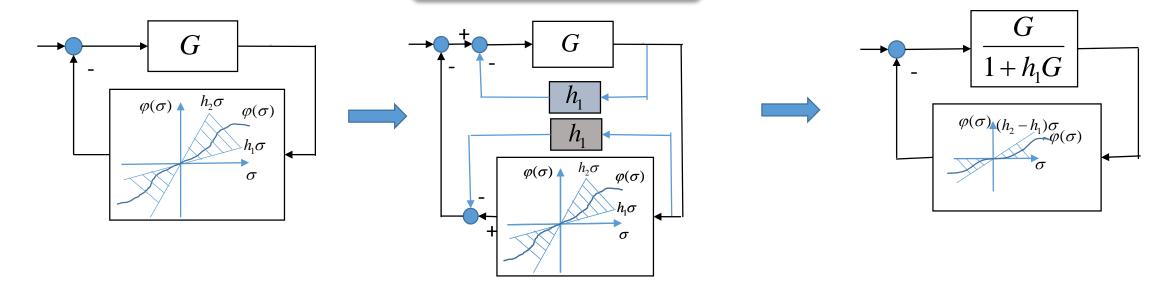


Critère de Popov: 
$$\operatorname{Re}\left[\frac{G(j\omega)}{1+h_{1}G(j\omega)}+\frac{1}{h_{2}-h_{1}}\right]=\frac{h_{2}}{h_{1}}\frac{1}{h_{2}-h_{1}}\operatorname{Re}\left[\frac{G(j\omega)+\frac{1}{h_{2}}}{G(j\omega)+\frac{1}{h_{1}}}\right]>0\;\forall\;\omega$$

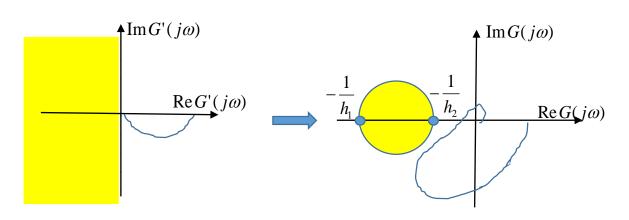
$$G'(j\omega)$$



$$h_1, h_2 > 0; h_2 > h_1$$



Critère de Popov: 
$$\operatorname{Re}\left[\frac{G(j\omega)}{1+h_{1}G(j\omega)}+\frac{1}{h_{2}-h_{1}}\right]=\frac{h_{2}}{h_{1}}\frac{1}{h_{2}-h_{1}}\operatorname{Re}\left[\frac{G(j\omega)+\frac{1}{h_{2}}}{G(j\omega)+\frac{1}{h_{1}}}\right]>0\;\forall\omega\qquad +\begin{array}{c} \text{Transformation}\\ \text{conforme} \end{array}$$



$$G'(j\omega)$$

$$h_1, h_2 > 0; h_2 > h_1$$

Quel est la fonction de Lyapunov qui conduit au critère fréquentiel de stabilité de Popov?

Quel est la fonction de Lyapunov qui conduit au critère fréquentiel de stabilité de Popov?

Le problème sous jacent est de trouver une représentation d'état du système linéaire tel que la fonction de transfert associée soit (strictement) "réelle positive"

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$y = c^{T} x$$

$$G(j\omega) = c^{T} (j\omega I - A)^{-1} b$$

Quel est la fonction de Lyapunov qui conduit au critère fréquentiel de stabilité de Popov?

Le problème sous jacent est de trouver une représentation d'état du système linéaire tel que la fonction de transfert associée soit (strictement) "réelle positive"

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$y = c^{T} x$$

$$G(j\omega) = c^{T} (j\omega I - A)^{-1} b$$

$$A^{T}P + PA^{T} = -Q; P > 0; Q > 0$$

$$c = b^{T}P$$
 $G(j\omega) = f.t. \ r\'{e}elle \ positive \ (P.R.)$ 

Lemme Popov-Yakubovich-Kalman ou Lemme Positive Réel (cas particulier)

Quel est la fonction de Lyapunov qui conduit au critère fréquentiel de stabilité de Popov?

Le problème sous jacent est de trouver une représentation d'état du système linéaire tel que la fonction de transfert associée soit (strictement) "réelle positive"

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$y = c^{T} x$$

$$G(j\omega) = c^{T} (j\omega I - A)^{-1} b$$

$$A^{T}P + PA^{T} = -Q; P > 0; Q > 0$$

$$c^{T} = b^{T}P$$

$$G(j\omega) = f.t. \ r\'{e}elle \ positive \ (P.R.)$$

Lemme Popov-Yakubovich-Kalman ou Lemme Positive Réel (cas particulier)

L'équation de Lyapunov  $A^TP + PA^T = -Q$  cache une relation fréquentielle!!







Voir Annexe







Voir Annexe

$$b^{T}P(j\omega I - A)^{-1}b + b^{T}(-j\omega I - A^{T})^{-1}Pb = b^{T}(-j\omega I - A^{T})^{-1}Q(j\omega I - A)^{-1}b$$

$$2\operatorname{Re} G(j\omega) = b^{T}(-j\omega I - A^{T})^{-1}Q(j\omega I - A)^{-1}b > 0 \ \forall \omega (A \ asympt. \ stable)$$

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

$$y = Cx + Du (2)$$

$$H(s) = D + C(sI - A)^{-1}B$$
: matrice de transfert réelle positive

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

$$y = Cx + Du (2)$$

$$H(s) = D + C(sI - A)^{-1}B$$
: matrice de transfert réelle positive

Propriétés équivalentes (il y en a au moins 13):

Il existe les matrices P>0 et les matrices K et L tel que:

$$A^T P + P A^T = -L L^T$$

$$B^T P + K^T L^T = C$$

$$K^T K = D + D^T$$

Rem.: Les conditions ci-dessous peuvent s'exprimer sous la forme d'une ARE (Algebraic Riccati Equation)

# Lemme Popov – Yakubovich – Kalman Lien avec les systèmes passifs et l'hyperstabilité

Toutes les solutions du système (1) (2) vérifient:

$$\frac{1}{2}x^{T}(t_{1})Px(t_{1}) = \frac{1}{2}x^{T}(0)Px(0) + \int_{0}^{t_{1}}y^{T}udt - \int_{0}^{t_{1}}\left\|L^{T}x + Ku\right\|^{2}dt$$
Energie (t1) = Energie(0) + Energie injectée – Pertes (positives)

Système Passif

# Lemme Popov – Yakubovich – Kalman Lien avec les systèmes passifs et l'hyperstabilité

Toutes les solutions du système (1) (2) vérifient:

$$\frac{1}{2}x^{T}(t_{1})Px(t_{1}) = \frac{1}{2}x^{T}(0)Px(0) + \int_{0}^{t_{1}}y^{T}udt - \int_{0}^{t_{1}}\left\|L^{T}x + Ku\right\|^{2}dt$$
Energie (t1) = Energie(0) + Energie injectée - Pertes (positives)

Système Passif

$$\int_{0}^{t_{1}} y^{T} u dt \ge -\frac{1}{2} x^{T}(0) Px(0) = -\gamma_{0}^{2}$$

Bloc hyperstable

Théorème d'hyperstabilité  $\approx$  Théorème de passivité

(Un système linéaire strictement passif en contre réaction avec un système passif est asymptotiquement stable)

Rem.1: J. Willems et B.D.O Anderson ont contribués beaucoup à la clarification de ces concepts

Rem.2: A consulter l'excellent livre de R. Lozano, B. Brogliato, O. Egelund, B. Maschke "Dissipative Systems"

# Lemme Popov – Yakubovich – Kalman Lien avec les systèmes positifs et le filtrage de Kalman

La "positivité" est une condition nécessaire et suffisante pour la "factorisation"

$$Q>0$$
 (matrice définie positive)  $Q=L\,L^T$ 

Système positif



Propriété de factorisation

Si 
$$G(s)$$
 est PR alors:  $G^{T}(-s) + G(s) = W^{T}(-s)W(s)$ 

# Lemme Popov – Yakubovich – Kalman Lien avec les systèmes positifs et le filtrage de Kalman

La "positivité" est une condition nécessaire et suffisante pour la "factorisation"

$$Q>0$$
 (matrice définie positive)  $Q=L\,L^T$   
Système positif Propriété de factorisation  
Si  $G(s)$  est PR alors:  $G^T(-s)+G(s)=W^T(-s)W(s)$ 

- Le filtrage optimal est lié à un problème de factorisation spectrale
- Le Lemme Positif Réel permet de donner les conditions de factorisation et les facteurs correspondants
- On peut retrouver le filtre de Wiener et le filtre de Kalman (stationnaire) à partir du Lemme Positif Réel
  - P. Faurre, M. Clerget, F. Germain: *Opérateurs rationnels positifs: Application à l'hyperstabilité et aux processus aléatoires,* Dunod, Paris, 1979
  - I. Landau, Lecture Notes on Discrete Stochastic Control Systems, U. C. Berkeley, 1981

#### Vladimir Andreievich Yakubovich

(1926 Novosibirsk-2012 St. Petersburg)

- Université de Moscou (Mathématiques et Mécanique) 1949
- Doctorat 1953, Docteur és Science 1959
- 1949-1953 Chercheur, Institut de Recherche de Leningrad
- 1953-2012 Carrière universitaire, Université de Leningrad (St Petersburg)
- 1961... Directeur "Centre de Cybernétique Théorique" (Chaire)
- Membre correspondant de L'Académie des Sciences de Russie
- 1991 Prix Wiener pour ses contributions en Cybernétique
- 1996 IEEE Control Systems Award for "Pioneering and fundamental contributions to stability analysis and optimal control"



#### Vladimir Andreievich Yakubovich

(1926 Novosibirsk-2012 St. Petersburg)

- Université de Moscou (Mathématiques et Mécanique) 1949
- Doctorat 1953, Docteur és Science 1959
- 1949-1953 Chercheur, Institut de Recherche de Leningrad
- 1953-2012 Carrière universitaire, Université de Leningrad (St Petersburg)
- 1961... Directeur "Centre de Cybernétique Théorique" (Chaire)
- Membre correspondant de L'Académie des Sciences de Russie
- 1991 Prix Wiener pour ses contributions en Cybernétique
- 1996 IEEE Control Systems Award for "Pioneering and fundamental contributions to stability analysis and optimal control"



Il est à l'origine des "Linear Matrix Inequalities" (LMI) ("The solution of certain matrix inequalities in automatic control theory", Soviet Math. Doklad. 1961)

#### Vladimir Andreievich Yakubovich

(1926 Novosibirsk-2012 St. Petersburg)

- Université de Moscou (Mathématiques et Mécanique) 1949
- Doctorat 1953, Docteur és Science 1959
- 1949-1953 Chercheur, Institut de Recherche de Leningrad
- 1953-2012 Carrière universitaire, Université de Leningrad (St Petersburg)
- 1961... Directeur "Centre de Cybernétique Théorique" (Chaire)
- Membre correspondant de L'Académie des Sciences de Russie
- 1991 Prix Wiener pour ses contributions en Cybernétique
- 1996 IEEE Control Systems Award for "Pioneering and fundamental contributions to stability analysis and optimal control"



Il est à l'origine des "Linear Matrix Inequalities" (LMI) ("The solution of certain matrix inequalities in automatic control theory", Soviet Math. Doklad. 1961)

- Son père a été persécuté par Staline.
- Son attitude contestataire ne lui a pas permis de voyager à l'étranger avant 1989 (Perestroïka)
- Visite à l'Univ. Tech. de Compiègne en 1995

#### Commande optimale des systèmes linéaires (Kalman)

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

On cherche: u = -Fx

qui minimise : 
$$I.P. = \int_{0}^{\infty} (x^{T}Qx + u^{T}Ru)dt = \min; Q > 0; R > 0$$

et qui assure: 
$$\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$$

# Commande optimale des systèmes linéaires (Kalman)

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

On cherche: u = -Fx

qui minimise : 
$$I.P. = \int_{0}^{\infty} (x^{T}Qx + u^{T}Ru)dt = \min; Q > 0; R > 0$$

et qui assure: 
$$\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$$

Solution: 
$$u = -R^{-1}B^TPx = -Fx$$

où 
$$P$$
 est solution de:  $A^TP + PA - PBR^{-1}B^TP + Q = 0$  (Eq. de Riccati)

Utilisation du hamiltonien, du calcul des variations et du principe du maximum de Pontryagin

# Lemme Popov – Yakubovich – Kalman Lien avec la commande optimale linéaire

- La commande optimale à critère quadratique (horizon infini) résulte comme un cas particulier du Lemme PR.
- Des propriétés intéressantes de la commande optimale dans le domaine fréquentiel peuvent être obtenues.
- Le lemme PR à permis de résoudre le problème inverse de le commande optimale linéaire.
   (R.E. Kalman "When is a linear control system optimal" Trans ASME, part D, J. of Basic Engineering, 1, 1964, pp 81-90)

### Commande optimale et Lemme Positif Réel

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$u = -fx$$

$$I.P. = \int_{0}^{\infty} (x^{T}Qx + u^{2})dt = \min; Q > 0$$

$$u_{opt} = -b^{T}Px = -fx$$

$$A^{T}P + PA - Pbb^{T}P + Q = 0$$

#### Commande optimale et Lemme Positif Réel

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$u = -fx$$

$$I.P. = \int_{0}^{\infty} (x^{T}Qx + u^{2})dt = \min; Q > 0$$

$$u_{opt} = -b^{T}Px = -fx$$

$$A^{T}P + PA - Pbb^{T}P + Q = 0$$

$$(A^{T} - \frac{1}{2}Pbb^{T})P + P(A - \frac{1}{2}bb^{T}P) = -Q$$

#### Commande optimale et Lemme Positif Réel

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$u = -fx$$

$$I.P. = \int_{0}^{\infty} (x^{T}Qx + u^{2})dt = \min; Q > 0$$

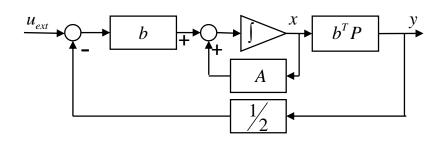
$$u_{opt} = -b^{T}Px = -fx$$

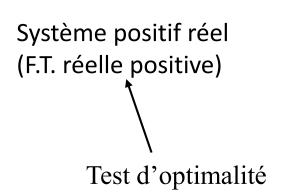
$$A^{T}P + PA - Pbb^{T}P + Q = 0$$

$$(A^{T} - \frac{1}{2}Pbb^{T})P + P(A - \frac{1}{2}bb^{T}P) = -Q$$

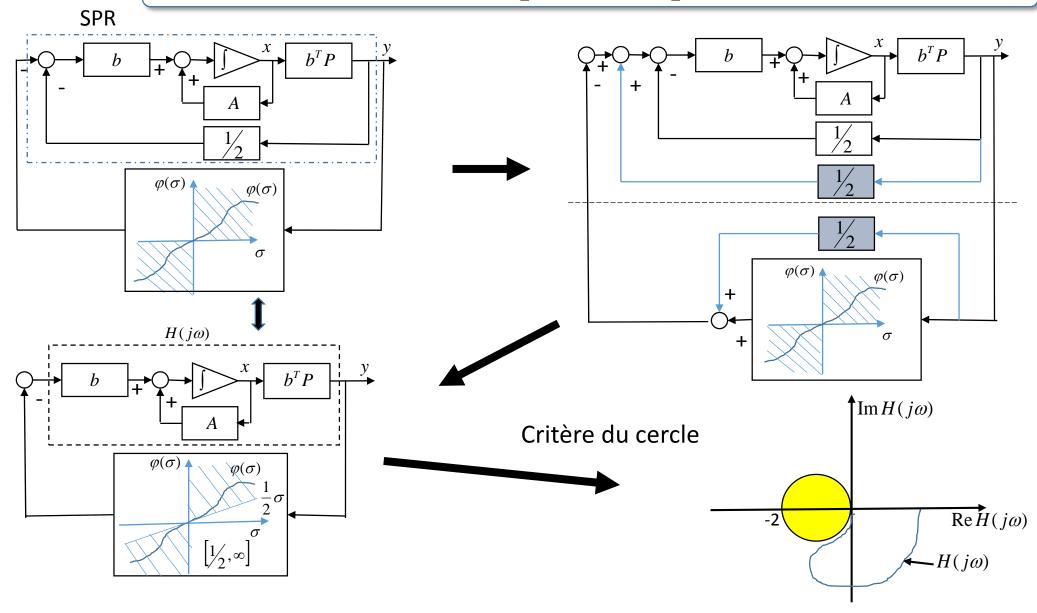
$$\dot{x} = (A - \frac{1}{2}bb^{T}P)x + bu_{ext} = Ax - b\frac{1}{2}fx + bu_{ext}$$

$$y = c^{T}x = b^{T}Px$$





# Stabilité de la commande optimale en présence de non-linéarités



# Rudolf (Rudy) Emil Kalman (1930 Budapest, Hongrie – 2016 Gainsville, Floride)



C'est indiscutablement le personnage central du développement de l'automatique moderne.

# Rudolf (Rudy) Emil Kalman (1930 Budapest, Hongrie – 2016 Gainsville, Floride)







C'est indiscutablement le personnage central du développement de l'automatique moderne.

#### Rudolf (Rudy) Emil Kalman (1930 Budapest, Hongrie – 2016 Gainsville, Floride)







#### C'est indiscutablement le personnage central du développement de l'automatique moderne.

Articles denses, mais clairs!

- Variables d'état, commandabilité, observabilité, réalisations
- Filtrage optimal
- Commande optimale
- Lemme Popov-Yakubovich-Kalman
- Théorie algébrique

- ......

R. E. KALMAN
Research Institute for Advanced Study,<sup>2</sup>
Baltimore, Md.

1960

1960 -1964 (1959-1963)

# A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems<sup>1</sup>

The classical filtering and prediction problem is re-examined using the Bode-Shannon representation of random processes and the "state transition" method of analysis of dynamic systems. New results are:

(1) The formulation and methods of solution of the problem apply without modification to stationary and nonstationary statistics and to growing-memory and infinitememory filters.

#### Rudolf (Rudy) Emil Kalman

(1930 Budapest, Hongrie – 2016 Gainsville, Florida)

- 1945 (Wikipedia: 1943?) Émigre avec sa famille aux USA
- Etudes au MIT (MS 1954) et à Columbia University (PHD 1957 avec Prof. Ragazzini)
- Invente la commande adaptative indirecte et fait une réalisation expérimentale(PHD) (publié en 1957)
- 1958-1964 Research Institute for Advanced Studies (RIAS), Baltimore
- 1964-1971 Professeur à Stanford University
- 1971-1992 Professeur à L'University of Florida, Gainsville et Directeur du Center for Mathematical System Theory
- (1973)1992-1997 Professeur à l'ETH de Zürich
- 1969-1972 Conseil au Centre d'Automatique de L'Ecole des Mines, Fontainebleau

#### Rudolf (Rudy) Emil Kalman

(1930 Budapest, Hongrie – 2016 Gainsville, Florida)

- 1945 (Wikipedia: 1943?) Émigre avec sa famille aux USA
- Etudes au MIT (MS 1954) et à Columbia University (PHD 1957 avec Prof. Ragazzini)
- Invente la commande adaptative indirecte et fait une réalisation expérimentale(PHD) (publié en 1957)
- 1958-1964 Research Institute for Advanced Studies (RIAS), Baltimore
- 1964-1971 Professeur à Stanford University
- 1971-1992 Professeur à L'University of Florida, Gainsville et Directeur du Center for Mathematical System Theory
- (1973)1992-1997 Professeur à l'ETH de Zürich
- 1969-1972 Conseil au Centre d'Automatique de L'Ecole des Mines, Fontainebleau

Nombre très grand de distinctions prestigieuses!

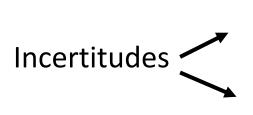
2009 la médaille *National Medal of Science* USA

Il était membre de la <u>National Academy of Sciences</u>, de la <u>National Academy of Engineering</u>, de l'<u>Académie américaine des arts et des sciences</u>, et membre étranger des académies des sciences <u>de France</u>, <u>de Hongrie</u>, et <u>de Russie</u>.

https://fr.wikipedia.org/wiki/Rudolf\_Kalman

#### Robustesse des systèmes de commande

Un système de régulation est appelé *robuste* pour un *ensemble d'incertitudes* part rapport au modèle nominal du procédé à commander si la stabilité et la performance du système sont garanties pour tous les modèles du procédé contenu dans cet ensemble



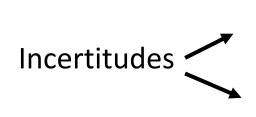
Structurées (ex: paramètres)

Non-structurées (ex: caractéristiques fréquentielles)

On s'interessera au incertitudes non – structurées dans le domaine fréquentiel (Robustesse  $H_{\infty}$ )

#### Robustesse des systèmes de commande

Un système de régulation est appelé *robuste* pour un *ensemble d'incertitudes* part rapport au modèle nominal du procédé à commander si la stabilité et la performance du système sont garanties pour tous les modèles du procédé contenu dans cet ensemble.



Structurées (ex: paramètres)

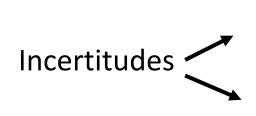
Non-structurées (ex: caractéristiques fréquentielles)

On s'interessera au incertitudes non – structurées dans le domaine fréquentiel (Robustesse  $H_{\infty}$ ).

L'introduction de l'approche  $\,H_{\scriptscriptstyle\infty}\,$  est associée au nom de George Zames.

#### Robustesse des systèmes de commande

Un système de régulation est appelé *robuste* pour un *ensemble d'incertitudes* part rapport au modèle nominal du procédé à commander si la stabilité et la performance du système sont garanties pour tous les modèles du procédé contenu dans cet ensemble



Structurées (ex: paramètres)

Non-structurées (ex: caractéristiques fréquentielles)

On s'interessera au incertitudes non – structurées dans le domaine fréquentiel (Robustesse  $H_{\infty}$ )

L'introduction de l'approche  $H_{\infty}$  est associée au nom de George Zames.

1ère Référence : IFFF TAC 1966

- Utilisation de l'analyse fonctionelle
- Définition de la norme  $H_{\infty}$
- Une autre démonstration du critère du cercle
- Théorème du petit gain

Problème source: stabilité d'un dispositif électronique à contre-réaction avec gains variant entre +1 et -1

IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL

VOL. AC-11, NO. 2

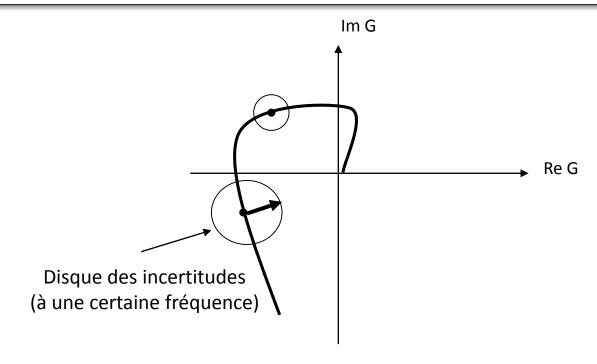
On the Input-Output Stability of Time-Varying Nonlinear Feedback Systems Part I: Conditions Derived Using Concepts of Loop Gain, Conicity, and Positivity

G. ZAMES, MEMBER, IEEE

for input-output problems using functional methods. More particularly, the aim is to derive open loop conditions for the boundedness and continuity of feedback systems, without, at the beginning, placing restrictions on linearity or time invariance.

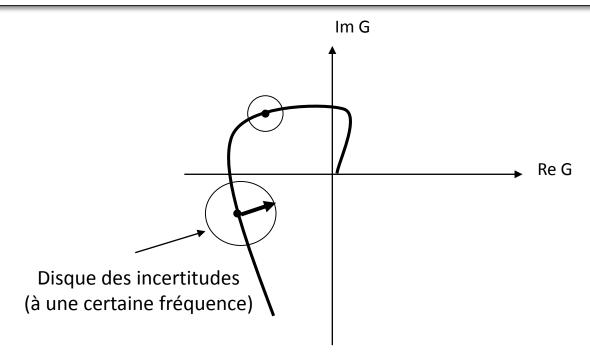
Abstract—The object of this paper is to outline a stability theory tems we might ask: What are the kinds of feedback that are stabilizing? What kinds lead to a stable system? Can some of the effects of feedback on stability be described without assuming a very specific system

#### Description des incertitudes dans le domaine fréquentiel



- 1) On a besoin d'un description par une F.T. qui peut avoir n'importe quelle phase mais un module  $\leq 1$
- 2) La taille du rayon va varier avec la fréquence et est caractérisée par une F.T.

#### Description des incertitudes dans le domaine fréquentiel



- 1) On a besoin d'un description par une F.T. qui peut avoir n'importe quelle phase mais un module  $\leq 1$
- 2) La taille du rayon va varier avec la fréquence et est caractérisée par une F.T.

$$\|H\|_{\infty} = \sup_{u} \frac{\|y\|_{2}}{\|u\|_{2}} \qquad \qquad \text{F.T.:} \quad \|G(j\omega)\|_{\infty} = \max_{\omega} |G(j\omega)|$$

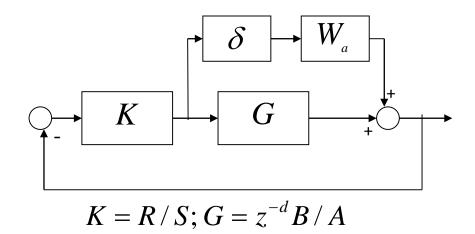
#### **Incertitudes additives**

$$G'(z^{-1}) = G(z^{-1}) + \delta(z^{-1})W_a(z^{-1})$$

 $\delta(z^{-1})$  Une fonction de transfert stable avec  $\|\delta(z^{-1})\|_{\infty} \leq 1$  (description du cercle)

 $W_a(z^{-1})$  Une fonction de transfert stable (taille de l'incertitude en fonction de la fréquence))

$$\left\| G'(z^{-1}) - G(z^{-1}) \right\|_{\text{max}} = \left\| G'(z^{-1}) - G(z^{-1}) \right\|_{\infty} = \left\| W_a(z^{-1}) \right\|_{\infty}$$



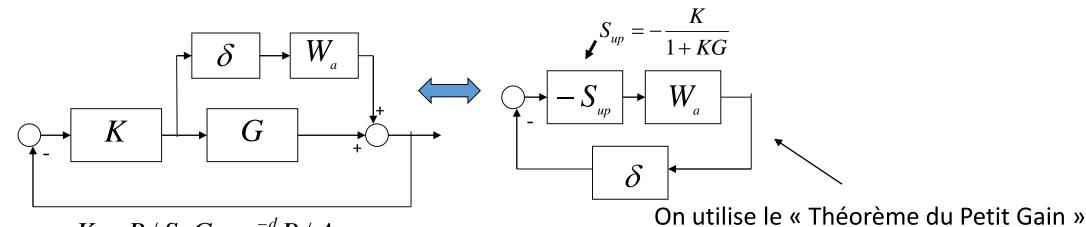
#### **Incertitudes additives**

$$G'(z^{-1}) = G(z^{-1}) + \delta(z^{-1})W_a(z^{-1})$$

 $\delta(z^{-1})$  Une fonction de transfert stable avec  $\|\delta(z^{-1})\|_{\infty} \leq 1$  (description du cercle)

 $W_a(z^{-1})$  Une fonction de transfert stable (taille de l'incertitude en fonction de la fréquence))

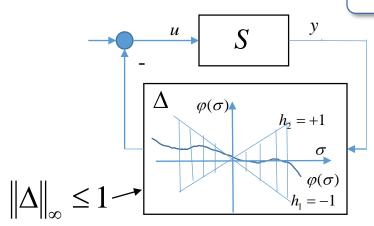
$$\left\|G'(z^{-1}) - G(z^{-1})\right\|_{\max} = \left\|G'(z^{-1}) - G(z^{-1})\right\|_{\infty} = \left\|W_a(z^{-1})\right\|_{\infty}$$



K = R/S;  $G = z^{-d}B/A$ 

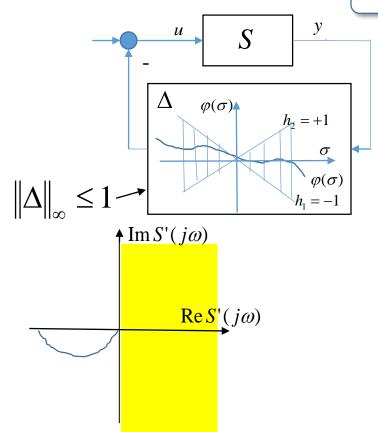
on demise ie « Theoreme da l'etit da

Condition de Stabilité Robuste:  $\|S_{up}(z^{-1})W_a(z^{-1})\|_{\infty} < 1$ 



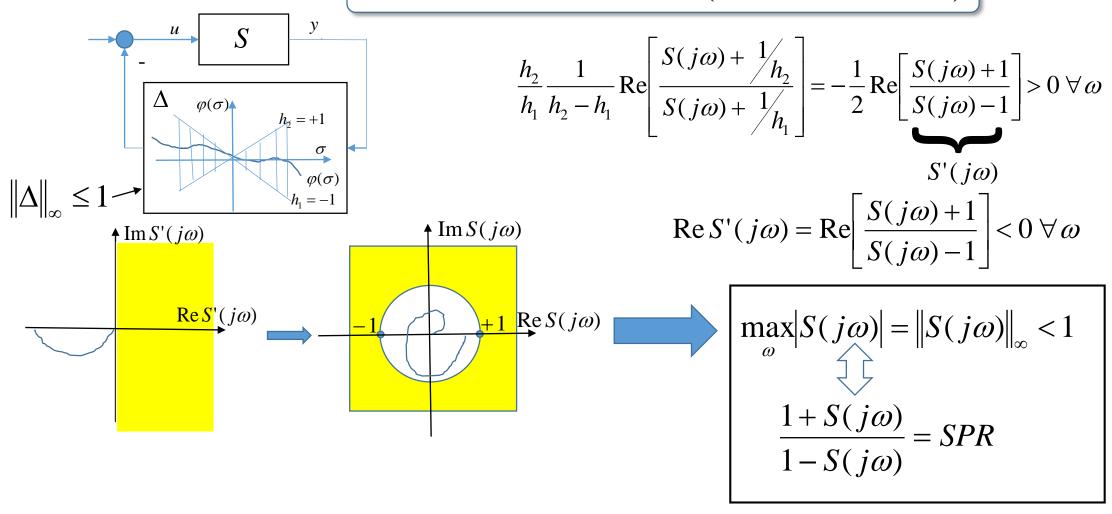
$$\frac{h_2}{h_1} \frac{1}{h_2 - h_1} \operatorname{Re} \left[ \frac{S(j\omega) + \frac{1}{h_2}}{S(j\omega) + \frac{1}{h_1}} \right] = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \frac{S(j\omega) + 1}{S(j\omega) - 1} \right] > 0 \ \forall \omega$$

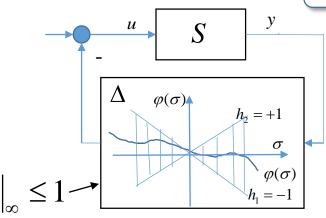
$$\operatorname{Re} S'(j\omega) = \operatorname{Re} \left[ \frac{S(j\omega) + 1}{S(j\omega) - 1} \right] < 0 \ \forall \omega$$



$$\frac{h_2}{h_1} \frac{1}{h_2 - h_1} \operatorname{Re} \left[ \frac{S(j\omega) + \frac{1}{h_2}}{S(j\omega) + \frac{1}{h_1}} \right] = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \frac{S(j\omega) + 1}{S(j\omega) - 1} \right] > 0 \,\forall \omega$$

$$\operatorname{Re} S'(j\omega) = \operatorname{Re} \left[ \frac{S(j\omega) + 1}{S(j\omega) - 1} \right] < 0 \,\forall \omega$$

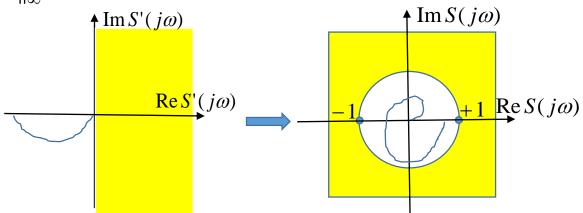




$$\frac{h_2}{h_1} \frac{1}{h_2 - h_1} \operatorname{Re} \left[ \frac{S(j\omega) + \frac{1}{h_2}}{S(j\omega) + \frac{1}{h_1}} \right] = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \frac{S(j\omega) + 1}{S(j\omega) - 1} \right] > 0 \ \forall \omega$$

$$S'(j\omega)$$

Re 
$$S'(j\omega) = \text{Re}\left[\frac{S(j\omega) + 1}{S(j\omega) - 1}\right] < 0 \ \forall \omega$$



S: linéaire invariant (état x) avec  $||S||_{\infty} < 1$ 

$$\Delta$$
:  $\|\Delta\|_{\infty} \leq 1$ 

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = 0; \lim_{t \to \infty} u(t) = 0; \lim_{t \to \infty} y(t) = 0$$

$$\frac{\left|\max_{\omega}\left|S(j\omega)\right| = \left\|S(j\omega)\right\|_{\infty} < 1}{\frac{1 + S(j\omega)}{1 - S(j\omega)}} = SPR$$

C'est à la fin de sa conference plénière à IEEE CDC, Kobe, Japon, 1996 qu'il a donné des détails sur son enfance.



C'est à la fin de sa conference plénière à IEEE CDC, Kobe, Japon, 1996 qu'il a donné des détails sur son enfance.





Senpo Sugihara

http://www.autsubmit.com/editorials/ed34 3.html

C'est à la fin de sa conference plénière à IEEE CDC, Kobe, Japon, 1996 qu'il a donné des détails sur son enfance.

- -George Zames was born on January 7, 1934 in Łódź, Poland to a Jewish family. Growing up in Warsaw,
- -Zames and his family escaped the city at the onset of World War II, and moved to Kobe (Japan), through Lithuania and Siberia, and finally to the Anglo-French International Settlement in Shanghai.
- Zames indicated later that he and his family owe their lives to the transit visa provided by the Japanese Consul to Lithuania, <u>Senpo Sugihara</u>. [2]
- -In Shanghai, Zames continued his schooling, and in 1948, the family emigrated to <u>Canada</u>. (Wikipedia)





Senpo Sugihara

https://en.wikipedia.org/wiki/George\_Zames

https://en.wikipedia.org/wiki/Chiune\_Sugihara

C'est à la fin de sa conference plénière à IEEE CDC, Kobe, Japon, 1996 qu'il a donné des détails sur son enfance.

- -George Zames was born on January 7, 1934 in Łódź, Poland to a Jewish family. Growing up in Warsaw,
- -Zames and his family escaped the city at the onset of <u>World War II</u>, and moved to <u>Kobe</u> (Japan), through <u>Lithuania</u> and <u>Siberia</u>, and finally to the Anglo-French International Settlement in <u>Shanghai</u>.
- Zames indicated later that he and his family owe their lives to the transit visa provided by the Japanese Consul to Lithuania, <u>Senpo Sugihara</u>.[2]
- -In Shanghai, Zames continued his schooling, and in 1948, the family emigrated to <u>Canada</u>. (Wikipedia)

Etudes: McGill Univ, Imperial College London, MIT

NASA-ERC, Cambridge, 1965 - 1970

Professeur, McGill University, Montréal (1974-1997)

1981: Feedback and Optimal Sensitivity: Model Reference Transformations IEEE TAC

1984, 1992 Visites au LAG

https://en.wikipedia.org/wiki/George\_Zames http://ww

https://en.wikipedia.org/wiki/Chiune\_Sugihara

http://www.autsubmit.com/editorials/ed34\_3.html





Senpo Sugihara

# **Epilogue**

**Epilogue** 

Les Inégalités Matricielles Linéaires (LMI) et la Chute du Mur de Berlin

**Epilogue** 

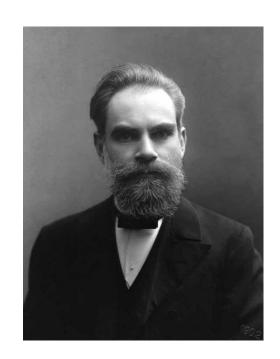
Les Inégalités Matricielles Linéaires (LMI) et la Chute du Mur de Berlin

Interior-point method: Yurii Nesterov (U.C.Louvain) et Arkadii Nemirovskii (Georgia Tech)

# L'autre équation de Liapunov (P. C. Parks)



— Une perruque —



Lénine

# Lemme Popov – Yakubovich – Kalman (détails)

$$A^{T}P + PA^{T} = -Q$$

$$A^{T}P + PA^{T} + j\omega P - j\omega P = -Q$$

$$(-j\omega I - A^{T})P + P(j\omega I - A) = Q$$

$$P(j\omega I - A)^{-1} + (-j\omega I - A^{T})^{-1}P = (-j\omega I - A^{T})^{-1}Q(j\omega I - A)^{-1}$$

$$b^{T}P(j\omega I - A)^{-1}b + b^{T}(-j\omega I - A^{T})^{-1}Pb = b^{T}(-j\omega I - A^{T})^{-1}Q(j\omega I - A)^{-1}b$$

$$2\operatorname{Re} G(j\omega) = b^{T}(-j\omega I - A^{T})^{-1}Q(j\omega I - A)^{-1}b > 0 \quad \forall \omega \text{ (A asympt. stable)}$$