



HAL
open science

Structure d'écoulement et transfert thermique dans une cavité annulaire cylindrique avec ailettes fines.

A El Amraoui, A Cheddadi, M T Ouazzani

► **To cite this version:**

A El Amraoui, A Cheddadi, M T Ouazzani. Structure d'écoulement et transfert thermique dans une cavité annulaire cylindrique avec ailettes fines.. 5ème Congrès International de Thermique, Apr 2018, Safi, Maroc. <hal-03485771>

HAL Id: hal-03485771

<https://hal.science/hal-03485771v1>

Submitted on 17 Dec 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

A. EL AMRAOUI ¹
 A. CHEDDADI ^{1*}
 M.T. OUZZANI ¹

Equipe de recherche :
 Modélisation des Systèmes
 Énergétiques, des Matériaux et
 Structures Mécaniques, et des
 Procédés Industriels,
 MOSEM2PI. Ecole
 Mohammadia d'ingénieurs, B.P
 756 Agdal, Mohammed V
 University in Rabat.

* Auteur correspondant :
 cheddadi@emi.ac.ma

Structure d'écoulement et transfert thermique dans une cavité annulaire cylindrique avec ailettes fines.

Résumé : On étudie numériquement le transfert de chaleur convectif dans un espace annulaire rempli d'air, $Pr = 0.7$ et compris entre deux cylindres coaxiaux, horizontaux et isothermes, muni de deux ailettes fines de hauteur adimensionnelle, h , allant de 0.01 à 0.9, placées dans une position supérieure, $\varphi_m = 0.82\pi$. Le rapport de forme est $R = 2$. Les résultats sont illustrés sous forme d'isothermes, de lignes de courant, d'intensité d'écoulement, et de taux de transfert thermique. L'effet de la hauteur des ailettes est étudié pour les deux nombres de Rayleigh, $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$.

Mots clés : ailettes fines, cavité annulaire cylindrique, régime d'écoulement, transfert thermique.

1. Introduction

La convection naturelle dans les espaces annulaires remplis de fluide a été étudiée intensivement par des méthodes analytiques, numériques et expérimentales. Un tel intérêt réside dans son implication dans de nombreux procédés industriels comme les composants électroniques, les processeurs et les dissipateurs de chaleur. Afin d'améliorer le taux de transfert de chaleur des ailettes y sont attachées. On dispose par ailleurs d'une bibliographie des travaux de recherche scientifique traitant le phénomène de la convection naturelle dans une cavité cylindrique munie d'ailettes fines [1 – 3]. Les résultats numériques sont souvent présentés sous forme de structures d'écoulements, d'isothermes et de taux de transfert de chaleur. Dans le présent travail, on s'intéresse particulièrement à la détermination des effets thermoconvectifs, dans une cavité annulaire cylindrique remplie d'air ($Pr = 0.7$) et munie de deux ailettes fines, fig. 1. Les deux cylindres sont coaxiaux, horizontaux, isothermes et infiniment longs, ce qui rend notre problème bidimensionnel. Les ailettes sont disposées sur le cylindre interne de rayon r_i (paroi chaude de température T_i) d'une manière symétrique par rapport au plan vertical contenant l'axe des cylindres. Le cylindre externe (paroi froide) de rayon r_o est maintenu à une température T_o ($T_o < T_i$). Le rapport de forme, $R = \frac{r_o}{r_i}$, entre les deux rayons des cylindres est égal à 2.

2. Modélisation mathématique

La modélisation mathématique du problème présenté ci-dessus, est basée sur les principes de conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la masse. Nous complétons le système obtenu par l'introduction des conditions aux limites sur les parois chaude et froide, et sur les frontières des blocs chauffants. Le fluide occupant l'espace annulaire est assimilable à un fluide visqueux incompressible, obéissant à l'approximation de Boussinesq. Pour des

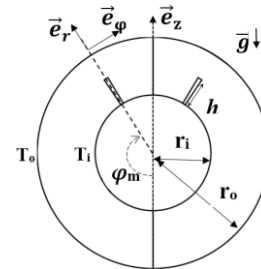


Figure 1 : Configuration étudiée

cylindres coaxiaux très longs, on peut négliger les effets de bord et considérer que le problème est bidimensionnel. Les équations adimensionnelles gouvernantes en formulation vorticité-fonction de courant sont données par :

$$\Delta\psi + \omega = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + u \frac{\partial\omega}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial\omega}{\partial\varphi} = Pr \Delta\omega + Ra Pr \left(\frac{\cos\varphi}{r} \frac{\partial T}{\partial\varphi} + \sin\varphi \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial\varphi} = \Delta T \quad (3)$$

Pr et Ra sont respectivement les nombres de Prandtl et de Rayleigh, définis par :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ra = \frac{\beta g (T_i - T_o) r_i^3}{\nu \alpha}$$

Les conditions aux limites s'écrivent :

- Sur la paroi interne :

$$r = 1: \psi = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \omega = 0, \quad T = 1 \quad \forall\varphi$$

- Sur la paroi externe :

$$r = R: \psi = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \omega = 0, \quad T = 0 \quad \forall\varphi$$

- Sur la frontière des blocs chauffants :

$$1 \leq r \leq 1+h, \quad \varphi = \varphi_{min} \quad \text{et} \quad \varphi = \varphi_{max} :$$

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = 0, \quad T = 1, \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \omega = 0$$

$$r = 1+h, \quad \varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max} :$$

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad T = 1, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \omega = 0$$

Les conditions de symétrie par rapport au plan vertical contenant l'axe des cylindres s'écrivent :

$$\varphi = 0 \text{ et } \varphi = \pi: \quad \psi = 0, \quad \omega = 0 \text{ et } \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0 \quad \forall r$$

Dans ces équations, la fonction de courant est reliée aux composantes radiale et angulaire de la vitesse adimensionnelle par les relations suivantes :

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$$

L'intégration du système d'équations physiques est basée sur la discrétisation de ces équations par la méthode des différences finies centrées avec un schéma ADI. Ce qui nous amène à résoudre un système à matrices tri-diagonales, en utilisant un algorithme dérivé de la méthode de Gauss. L'initialisation des calculs est effectuée par l'introduction de champs nuls de la fonction de courant et de la vorticité, et un champ de température de conduction pure ($T = 1 - \frac{\ln r}{\ln R}$). Le taux de transfert de chaleur est caractérisé par le nombre de Nusselt global défini par :

$$\overline{Nu} = -\frac{R}{\pi} \ln R \int_0^\pi \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} d\varphi$$

3. Résultats et discussions

Dans ce travail on s'intéresse à la structure d'écoulement et au transfert thermique dans le cas d'une cavité cylindrique munie d'ailettes fines de largeur adimensionnelle très faible, $w = 0.01$, (par rapport à πr_i) et de hauteur adimensionnelle, h (par rapport à r_i), variant de 0.01 à 0.9. La position angulaire des ailettes comptée à partir du bas de l'espace est $\varphi_m = 0.82\pi$. Les nombres de Rayleigh, Ra , considérés sont $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$. L'effet de la hauteur des ailettes sur le régime d'écoulement et le transfert de chaleur est étudié en fonction de Ra .

3.1. Cas $Ra = 10^3$

Dans cette première phase d'étude, l'introduction du nombre de Rayleigh, $Ra = 10^3$, fait apparaître pour les faibles hauteurs un régime d'écoulement monocellulaire, RMN (fig. 2). Lors de l'augmentation de h , on remarque l'apparition d'une petite cellule secondaire près de la face radiale supérieure des ailettes. Cette cellule a tendance à repousser vers le haut la cellule principale et un régime d'écoulement bicellulaire bitourbillonnaire, RBCT, est observé pour les hauteurs médianes voisinant $h = 0.5$. Lorsqu'on continue d'augmenter la hauteur des ailettes, le régime d'écoulement devient quadri-cellulaire à $h =$

0.6. Il change ensuite en régime purement bicellulaire, RBC pour lequel la cellule secondaire a tendance à remplir la totalité de la partie supérieure de la cavité à $h = 0.9$.

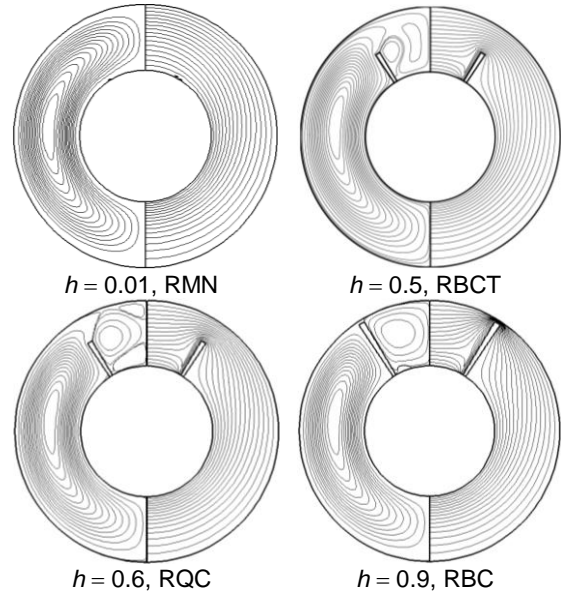


Figure 2 : Lignes de courant et isothermes pour $Ra = 10^3$

La fonction de courant qui quantifie l'intensité de la cellule secondaire, ψ_{\min} , est nulle pour les faibles hauteurs, vu que la structure d'écoulement est monocellulaire et commence à croître au voisinage de la hauteur 0.4 (fig.3). ψ_{\min} est de l'ordre de 9.07×10^{-3} pour $h = 0.4$ et croît à la valeur 2.15×10^{-1} pour $h = 0.9$.

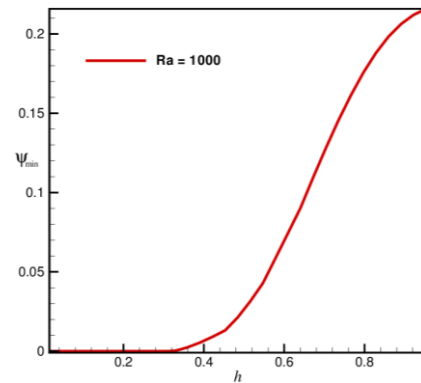


Figure 3 : Variation de ψ_{\min} en fonction de h pour $Ra = 10^3$

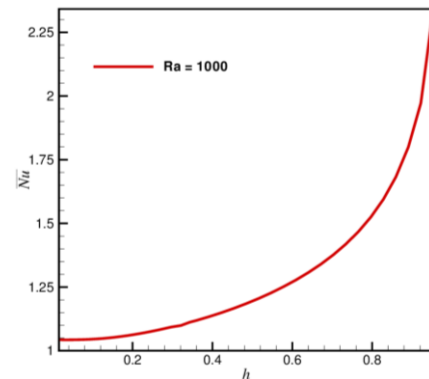


Figure 4 : Variation de \overline{Nu} en fonction de h pour $Ra = 10^3$

Lors de l'augmentation de h , le taux de transfert thermique, \overline{Nu} , croît continuellement (fig.4), et la variation de la structure d'écoulement n'a pas d'effet significatif sur l'allure de sa courbe. \overline{Nu} augmente de 1.04 pour $h = 0.01$ à 2.34 pour $h = 0.9$. L'augmentation du transfert de chaleur est liée principalement à l'augmentation de h .

3.2. Cas $Ra = 10^4$

Dans cette deuxième phase d'étude, on s'intéresse à la structure d'écoulement et au transfert thermique pour un nombre de Rayleigh, $Ra = 10^4$. Pour les faibles hauteurs, on constate que la structure d'écoulement est monocellulaire, RMN. Avec l'augmentation de la hauteur, un régime d'écoulement bitourbillonnaire, RBT, commence à s'établir à partir de hauteurs voisinant 0.2 (fig. 5). Le tourbillon situé dans la partie supérieure s'intensifie davantage avec l'augmentation de la hauteur des ailettes. L'apparition d'une petite cellule secondaire à $h = 0.5$ est sans effet. Pour des hauteurs voisinant 0.7, le régime bicellulaire s'établit finalement avec le détachement du deuxième tourbillon. La cellule secondaire ainsi formée remplit la totalité de l'espace supérieur à $h = 0.9$. Durant cette évolution, les lignes isothermes se distordent de plus en plus avec l'augmentation de la hauteur des ailettes.

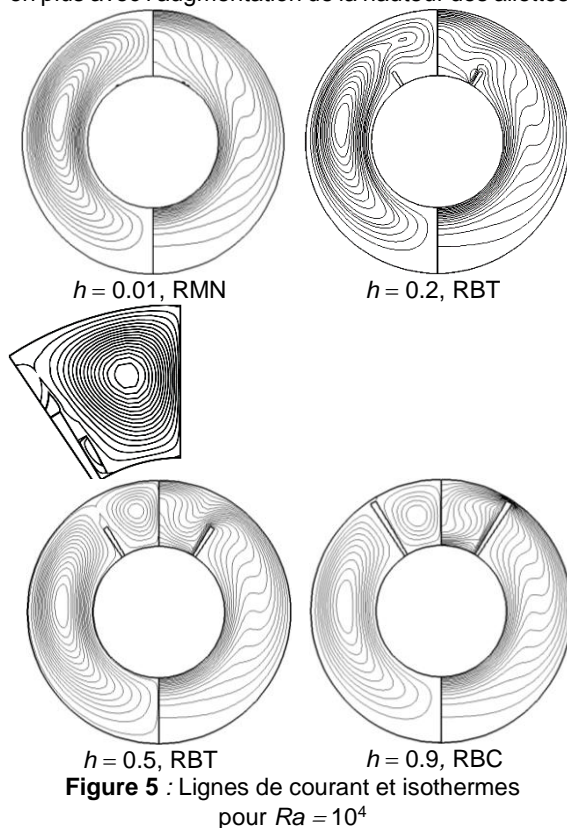


Figure 5 : Lignes de courant et isothermes pour $Ra = 10^4$

La figure 6 présente la variation de l'intensité de la cellule secondaire, ψ_{\min} , en fonction de h pour $Ra = 10^4$. ψ_{\min} est quasi-nulle pour les hauteurs inférieures strictement à $h = 0.7$ avec une légère augmentation insignifiante près de $h = 0.5$. Une augmentation brusque de ψ_{\min} est remarquée à $h = 0.7$, et correspond au changement de régime d'écoulement du bitourbillonnaire au bicellulaire. ψ_{\min} augmente de 7.98×10^{-2} pour $h = 0.6$ à 6.26 pour $h = 0.7$. ψ_{\min} continue d'augmenter légèrement pour les grands h .

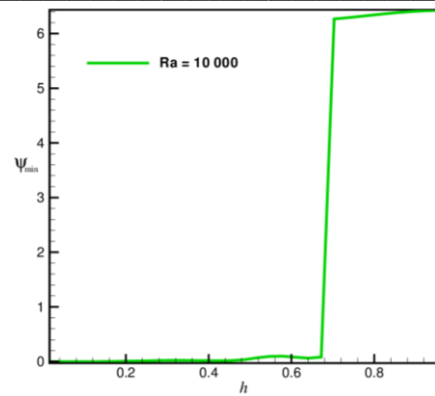


Figure 6 : Variation de ψ_{\min} en fonction de h pour $Ra = 10^4$

Lors de l'augmentation de h , le nombre de Nusselt global diminue pour les faibles hauteurs jusqu'à $h = 0.3$ (fig. 7). À partir de cette hauteur, il commence à augmenter graduellement. À la hauteur $h = 0.7$ un accroissement remarquable de \overline{Nu} est enregistré et coïncide avec le passage du régime d'écoulement bitourbillonnaire au régime bicellulaire. Pour les grandes hauteurs, \overline{Nu} croît rapidement. Il est de l'ordre de 2.21 pour $h = 0.7$ et vaut 3.17 pour $h = 0.9$. Il apparaît que l'augmentation de h a un effet de blocage de l'écoulement, pour $h < 0.7$, ce qui retarde relativement la progression de \overline{Nu} .

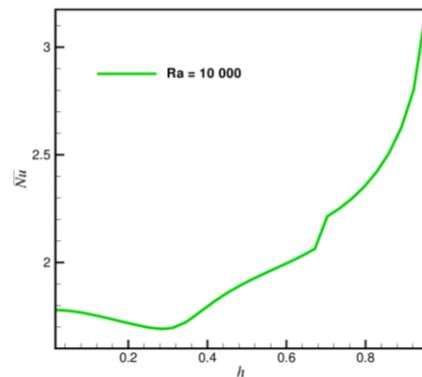


Figure 7 : Variation de \overline{Nu} en fonction de h pour $Ra = 10^4$

4. Conclusion

L'étude a montré que pour $Ra = 10^3$, la transition du régime RMN au régime RBC, lors de l'augmentation de h , se fait progressivement avec l'apparition de régimes intermédiaires. Cette évolution n'a pas d'effet significatif sur le taux de transfert thermique. Par contre, pour $Ra = 10^4$, le changement de régime d'écoulement impacte de manière notable le transfert thermique.

Références

- [1] M.Rustum, H.M.Soliman, Numerical analysis of laminar mixed convection in horizontal internally finned tubes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 33, No.7, pp 1485-1496,(1990)
- [2] Man Yeong Ha, Joo Goo Kim, Numerical Simulation of Natural Convection in Annuli with Internal Fins, *KSME International Journal*, Vol 18, No. 4, pp. 718-730, (2004).
- [3] M. Rahnama et al, Numerical simulation of laminar natural convection in horizontal annuli with radial fins, *journal of Process Mechanical Engineering*. Vol 213, No 2, pp. 93-97, (1999).