



HAL
open science

Etude numérique des effets de densité dans un jet de mélange turbulent en microgravité.

Gilles Harran, Patrick Chassaing, Laurent Joly, Mohamed Chibat

► **To cite this version:**

Gilles Harran, Patrick Chassaing, Laurent Joly, Mohamed Chibat. Etude numérique des effets de densité dans un jet de mélange turbulent en microgravité.. *Revue Générale de Thermique*, 1996, 3 (411), pp.151-176. 10.1016/S0035-3159(96)80026-2 . hal-03485540

HAL Id: hal-03485540

<https://hal.science/hal-03485540>

Submitted on 17 Dec 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Etude numérique des effets de densité dans un jet de mélange turbulent en microgravité

par G. HARRAN (*), P. CHASSAING (*), L. JOLY (**), M. CHIBAT (***)

Article reçu le 14.11.1995, accepté après révision le 15.03.1996

Abridged English version at the end of the text

Abstract. – Numerical study of density effects on a turbulent mixing jet in microgravity. The aim of this paper is to present density effects on a turbulent heterogeneous mixing free jet in microgravity. The influence of the inlet density ratio S between the jet and the surrounding gas is pointed out from numerical simulations based on second order single point closure schemes. The mean quantities, entrainment, expansion and second order moments are presented. The density ratio varies from 0,14 to 5,11. Results are discussed in comparison with both experimental data and asymptotical considerations. It is shown that the density ratio effects on the jet development vanish far from the exit leading to self-similar profiles (full self-preservation according to George [1]).

Keywords : turbulence, jets, mixing, numerical simulation, density effects, self-preservation, statistical treatment, second order modelling, microgravity

Résumé. – L'objet de cet article est de mettre en évidence, par le calcul, les effets de densité sur les caractéristiques d'un mélange hétérogène dans un jet turbulent libre en microgravité. Les effets de densité sur les grandeurs moyennes, l'entraînement, l'expansion et les moments d'ordre deux sont présentés en fonction du paramètre S caractérisant le rapport de densité entre le jet et le milieu ambiant. La plage de variation de ce paramètre s'étend de 0,14 à 5,11. Ces résultats de simulation, basés sur des modèles de fermeture en un point et au second ordre, sont alors discutés en comparaison avec des données d'expériences ainsi que de considérations asymptotiques. On montre, en particulier, les effets du rapport de densité sur le développement du jet qui s'estompent dans la zone lointaine, conduisant à des profils de similitude indépendants du rapport de densité (similitude totale au sens de George [1]).

Mots-clés : turbulence, jets, mélange, calcul, effets de densité, similitude, traitement statistique, modélisation second ordre, microgravité.

Nomenclature

A	taux de décroissance de l'évolution de la vitesse sur l'axe	
B	taux de décroissance de l'évolution de la fraction massique sur l'axe	
C	fraction massique instantanée	
D	diamètre du jet	m
k	énergie cinétique turbulente instantanée pondérée par la masse	$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$
M	flux de quantité de mouvement	kg.m.s^{-2}
P	pression instantanée	Pa
p'	fluctuation de pression	Pa
Q_m	débit massique	kg.m^{-3}
R	rayon du jet	m

S	rapport de densité entre le jet et le milieu ambiant	
U_i	composante du vecteur vitesse instantanée ($i = 1, 2, 3$)	m.s^{-1}
\bar{U}, \tilde{U}	vitesse moyenne longitudinale au sens de Reynolds et de Favre	m.s^{-1}
u'_i	fluctuations de vitesse instantanée ($i = 1, 2, 3$)	m.s^{-1}
u'	fluctuations de vitesse instantanée longitudinale	m.s^{-1}
v'	fluctuations de vitesse instantanée radiale	m.s^{-1}
\bar{V}, \tilde{V}	vitesse moyenne transversale au sens de Reynolds et de Favre	m.s^{-1}
w'	fluctuation de vitesse instantanée azimutale	
x	coordonnée longitudinale	m
y, r	coordonnée radiale	m

Lettres grecques

ρ	masse volumique instantanée	kg.m^{-3}
γ'	fluctuations de fraction massique	
$\delta_{U_{0,5}}$	demi-épaisseur dynamique	m
$\delta_{C_{0,5}}$	demi-épaisseur massique	m

(*) Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), Allée du Pr Camille Soula, 31400 Toulouse, France.

(**) ENSICA, 49, avenue Léon Blum, 31056 Toulouse cedex, France.

(***) Université de Constantine, Route de Aïn-El-Bey, Constantine, Algérie.

Abréviation

cf δ corrélations avec la fluctuation de densité

Indices

0 conditions à l'émission
● conditions externes
CL valeurs sur l'axe de jet (centreline)
e relatif au diamètre équivalent

1. INTRODUCTION

Devant le nombre croissant de références expérimentales concernant les jets turbulents de mélange hétérogènes, plusieurs auteurs ont entrepris une synthèse afin d'extraire des informations sur l'influence de divers paramètres tels que le nombre de Reynolds [2], ou le rapport de densités [3 à 6], etc. Cependant, l'analyse sélective d'un paramètre particulier reste difficile en raison de variations des conditions expérimentales, qu'elles soient géométriques (confinement, forme de la buse, type de jet, etc.) ou dynamiques (présence d'écoulement externe, transition de la couche limite, niveaux de turbulence, etc.). De plus en plus, l'analyse paramétrique s'effectue sur une même expérience, [7 à 11]. L'analyse des effets de densité se borne souvent à la zone lointaine, où l'approximation de Boussinesq semble vérifiée. Elle se réduit alors à l'examen et la discussion des *constantes de similitude* et repose sur la définition d'un *bon diamètre équivalent*. Mais cette approche ne permet pas de prendre en compte l'ensemble des effets de densité. De plus, la totalité des paramètres n'est pas directement maîtrisable par l'expérimentateur (gravité), et se pose le problème du choix des données initiales à maintenir constantes d'une expérience à l'autre pour permettre une comparaison pertinente. Une *expérimentation numérique* peut alors compléter avantageusement l'expérimentation physique car elle permet d'exploiter la totalité du jet et autorise une grande souplesse pour isoler l'influence d'un paramètre particulier, mais pour cela nécessite un mode opératoire strict.

A nombre de Reynolds élevé, la résolution numérique implique une modélisation statistique de la turbulence. Dans les écoulements à masse volumique variable, cette modélisation est indissociable du choix de regroupement des corrélations supplémentaires liées à la fluctuation de densité. Le regroupement pondéré par la masse volumique et dénommé *moyenne de Favre* [12 à 17] a connu un large succès en raison de la similitude formelle des équations avec le cas isovolume, qui *justifie* l'extrapolation des modèles. Mais la tendance des dernières années à utiliser sans restriction la décomposition de Favre semble se rééquilibrer en faveur d'un regroupement en moyenne conventionnelle [18, 19]. Une alternative à la procédure

de Favre a également été proposée par Chassaing (*Annexe A*) dès 1985 [20]. Les termes de corrélations avec la fluctuation de densité sont considérés comme des arguments indépendants des grandeurs moyennes dans la procédure de modélisation et sont déterminés par des relations *exactes* les reliant aux corrélations d'ordre deux. Des modèles de turbulence au second ordre spécifiques (*Annexe B*) ont été élaborés [21, 22]. Des simulations au second ordre en moyenne de Favre ont également été réalisées pour ce type d'écoulement par Harran [23] et par Joly [24]. Dans le même ordre de travaux, il faut citer aussi l'étude réalisée par Ruffin [25] en liaison très proche avec l'expérimentation menée par Djeridane [11] pour un jet confiné.

Cependant, à la connaissance des auteurs, une étude spécifique des effets inertiels de variation de densité, c'est-à-dire sans intervention des forces extérieures de volume, n'a pas encore été conduite. Or, selon les conclusions d'un travail récemment publié par les auteurs [26], l'influence des termes de corrélations avec la fluctuation de densité sur le développement d'un jet de mélange hétérogène a été nettement mise en évidence.

C'est pourquoi, une analyse des effets spécifiques de la variation de densité dans des mélanges turbulents inhomogènes en *apesanteur numérique* a été conduite à partir de l'examen comparatif de résultats de simulations numériques par des modèles de turbulence au second ordre. Après une présentation du mode opératoire (§ 2), les effets en question seront discutés dans les paragraphes 3 et 4, ce dernier étant réservé aux évolutions transversales des moments statistiques du premier et du second ordre.

2. MODE OPÉRATOIRE

2.1. RÈGLES DE LA PROCÉDURE

Comme pour toute expérimentation physique, il est nécessaire de prescrire un mode opératoire pour fixer les conditions de l'étude. Les règles imposées à la procédure d'analyse des effets de densité par voie numérique sont les suivantes.

i) Identité des conditions d'émission en termes de profils adimensionnels d'origine du jet, quel que soit S .

ii) Vraisemblance des conditions d'émission quel que soit S . L'initialisation du calcul se fait parfois avec des profils peu réalistes (échelons, distribution uniforme etc.). Or il est connu que l'établissement des lois de similitude dépend fortement des conditions d'origine de jet. C'est pourquoi, dans cette étude, les profils à l'émission ont été prescrits en référence à l'expérience. La base de données expérimentale utilisée pour l'initialisation des profils en sortie provient d'une expérience en jet de tube d'un

mélange Air/CO₂ dans de l'air au repos [27] et pour un nombre de Reynolds de 45 000. La vitesse longitudinale \bar{U} et les quatre tensions de Reynolds significatives $\overline{u'^2}$, $\overline{v'^2}$, $\overline{w'^2}$, $\overline{u'v'}$, se référant à un système de coordonnées cylindriques, ont été mesurées par anémométrie à fil chaud à température constante, indépendamment de la densité, comme expliqué dans [28]. La valeur moyenne de la fraction volumique en CO₂ est obtenue par une sonde de prélèvement avec dosage par analyseur infrarouge calibré. Les profils d'entrée pour le calcul sont donc directement issus de ces mesures et sont discrétisés sur 69 points par section. Les gaz en sortie étant purs ou parfaitement prémélangés, le profil de fraction massique est uniforme et toutes les quantités liées aux fluctuations de densité sont initialisées à zéro dans le calcul. Ainsi :

$$(\overline{\rho u'})_0 = (\overline{\rho v'})_0 = (\overline{\rho \gamma'})_0 = 0$$

Mais aussi :

$$(\overline{\rho u' \gamma'})_0 = (\overline{\rho v' \gamma'})_0 = (\overline{\rho \gamma'^2})_0 = 0$$

en raison du lien thermodynamique avec les quantités précédentes [cf équation (18), annexe A]. L'initialisation du profil de dissipation est établie en considérant un équilibre production-dissipation.

iii) Identité des équations, schémas de discrétisation et mode de résolution pour toute valeur de S . L'outil numérique repose sur la résolution des équations paraboliques de Prandtl avec modélisation au second ordre en considérant la proposition de regroupement statistique de Chassaing [20, 29]. Les détails sont largement accessibles en références [27, 23].

iv) Unicité des schémas de fermeture (Annexe B), y compris des valeurs des *constantes* pour toute la plage de variation de S (incluant le cas incompressible $S = 1$)

v) Nullité de l'accélération de la pesanteur afin d'écartier tout effet de gravité.

vi) Constance du nombre de Reynolds pour tous les calculs. L'objectif est de cerner exclusivement les effets de densité; ainsi la viscosité dynamique de l'effluent est maintenue fixe et initialisée arbitrairement à la valeur de l'air. C'est donc la vitesse d'émission de l'écoulement qui varie afin de maintenir constant, d'un calcul à l'autre, l'un des paramètres initiaux suivant : (i) nombre de Reynolds, (ii) flux de masse, (iii) flux de quantité de mouvement. L'étude de Ruffin et al [30] montre que le flux de quantité de mouvement initial gouverne la taille des échelles de la turbulence en zone lointaine. De plus, s'appuyant sur les visualisations de Pitts [7], Djeridane [11] montre la prédominance de ce paramètre sur la structuration du jet. Toutefois, nous avons ici choisi de conserver le nombre de Reynolds initial (45 000) pour être cohérent avec l'unicité des profils à l'émission et plus particulièrement afin d'avoir, quel que soit S , le même frottement turbulent en sortie du tube car ce paramètre joue un rôle particulier comme montré par Chassaing et al [26].

vii) Validation par comparaison avec les données expérimentales disponibles. Le code a tout d'abord été validé par une double comparaison avec l'expérience de Chassaing [27] en situation isovolume et à densité variable pour s'assurer de la bonne prise en compte par le modèle des effets de variation de densité. Les résultats de cette étude sont publiés en référence [26] et ne seront pas repris ici.

Avec cette procédure, les confrontations entre le calcul et les expériences présentées dans cet article ont pour objectif de faire ressortir les seules influences directes du rapport de densité. Elles ne peuvent en aucun cas constituer une validation, en raison par exemple des effets de gravité qui peuvent jouer un rôle important dans le développement du jet. Il en va de même pour les conditions d'émission. Une étude spécifique de ces problèmes a été réalisée par ailleurs [23, 24].

2.2. CHAMP DE L'ÉTUDE

Nous considérons l'écoulement de différents gaz en configuration de jets dans de l'air au repos à l'infini. Comme le rappelle Sautet [9], la plupart des études concernant les effets de densité ne s'intéressent qu'à des valeurs de S proches de l'unité. A notre connaissance, l'étude expérimentale offrant le domaine de variation le plus important est celle de Pitts [7], mais ne concerne que la fraction massique et pour de faibles nombres de Reynolds, dans des écoulements confinés avec co-courant. Nous allons ici considérer des valeurs de densité correspondant à des gaz particuliers directement transposés de cette étude et de l'expérience de Chassaing [27] pour le mélange Air-CO₂. Le rapport de densité à l'émission entre le jet et le milieu ambiant varie entre 0,14 et 5,11. Les divers paramètres des écoulements calculés sont rassemblés dans le *tableau I*, où M représente le flux de quantité de mouvement, l'indice 0 caractérisant les données en section de sortie. Notons que, pour déterminer numériquement pour le jet d'air des évolutions des grandeurs scalaires analogues aux autres écoulements, une différence infime (0,1 %) est introduite entre la densité du jet et celle du milieu ambiant pour simuler un contaminant passif. Comme dans [26], les écoulements sont rangés en trois classes suivant l'importance des termes de corrélation avec la fluctuation de densité caractérisée par l'évolution du paramètre caractéristique Γ :

$$\Gamma = \left| \Gamma^S(\bar{C}) \right| = \frac{\left| \overline{\rho \gamma'} \right|}{\left| \overline{\rho \gamma'^2} \right|} \quad (1)$$

Ce paramètre est fonction de S et pour $0 \leq \bar{C} \leq 1$ on peut distinguer trois classes de situations :

– rapport asymptotiquement faible : $\Gamma \in [0, \frac{1}{2}]$, pour $2/3 \leq S \leq 3/2$;

TABLEAU I / TABLE I Paramètres à l'émission des configurations calculées Inlet parameters of the jets flows						
Cas	[l2]	[l1]	[i]	[h1]	[h2]	[h3]
Fluide	He	CH ₄	Air	86 % CO ₂	CF ₄	SF ₆
ρ_0 (kg.m ⁻³)	0,17	0,67	1,21	1,73	3,64	6,18
S	0,14	0,55	1,001	1,43	3,01	5,11
U_0 (m.s ⁻¹)	132,5	33,6	18,6	13,02	6,2	3,64
Re_0	45 000	45 000	45 000	45 000	45 000	45 000
M_0 (kg.m.s ⁻²)	3,10 ³	756	420	293	140	82
Classe	(3)	(2)	1	(1)	(3)	(3)

- rapport borné : $\Gamma \in \left[\frac{1}{3}, 1\right]$, pour $1/2 \leq S \leq 2/3$
ou $3/2 \leq S \leq 2$;

- rapport asymptotiquement fort : $\Gamma \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$,
pour $S \leq 1/2$ ou $S \geq 2$.

3. EFFETS DE DENSITÉ

On présente dans ce paragraphe l'influence du rapport de densité caractérisé par le paramètre $S = \rho_0/\rho_\infty$ sur les principales caractéristiques globales d'un jet de mélange hétérogène. On décrira principalement les évolutions axiales des grandeurs généralement considérées pour caractériser le mélange turbulent.

3.1. EFFETS DE DENSITÉ SUR LES GRANDEURS MOYENNES AXIALES

Expérimentalement, on constate généralement que dans la zone lointaine d'un jet inertiel à masse volumique variable, la vitesse axiale et la fraction massique moyenne ont, comme pour un jet incompressible, une décroissance hyperbolique. On peut donc écrire les relations suivantes :

$$\frac{\bar{U}_{CL}}{U_0} = A \frac{D_0}{(x - x_u^*)} \quad (2)$$

$$\frac{\bar{C}_{CL}}{C_0} = B \frac{D_0}{(x - x_c^*)} \quad (3)$$

où x_u^* et x_c^* sont les origines fictives des évolutions respectives de vitesse et de concentration.

Les figures 1 et 2 présentent l'évolution de la vitesse longitudinale et de la fraction massique moyenne sur l'axe du jet jusqu'à 100 fois le rayon du jet en sortie de tube.

3.1.1. Effets de densité sur les taux de décroissance des grandeurs moyennes axiales

A première vue les relations précédentes semblent respectées. Mais, pour les contrastes de densité les plus importants, les évolutions ne sont plus

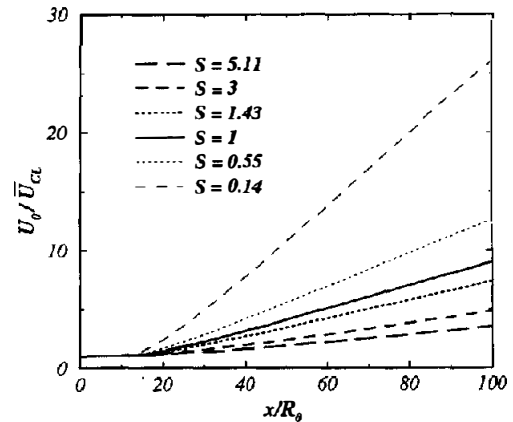


Fig. 1. - Effets de densité sur la vitesse longitudinale moyenne sur l'axe

Fig. 1. - Density effects on mean centerline longitudinal velocity

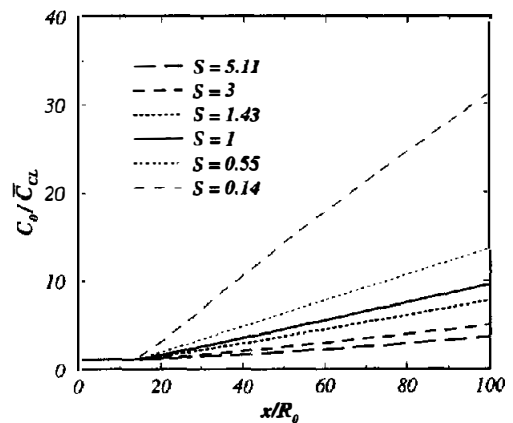


Fig. 2. - Effets de densité sur la fraction massique moyenne sur l'axe

Fig. 2. - Density effects on mean centerline mass fraction

parfaitement linéaires, ce qui est a priori inattendu sans effet de gravité. En augmentant le domaine de calcul, on montre que les pentes varient avec l'abscisse du jet d'autant plus que le contraste de densité est important. Malgré tout, on peut toujours, par une simple régression linéaire interpoler les résultats pour déterminer les grandeurs A et B ainsi que les origines fictives associées. Les valeurs évoluent donc en fonction du domaine de calcul. Cela est mis en évidence dans le tableau II où sont regroupés les résultats pour les deux domaines suivants :

TABLEAU II / TABLE II
Effets de densité sur les constantes des lois de similitude
des grandeurs moyennes sur l'axe
Density effects on the constants appearing in the self-preserving
laws for the mean centreline quantities

Cas S	[l2] 0,14	[l1] 0,55	[i] 1,001	[h1] 1,43	[h2] 3,01	[h3] 5,11
A	1,65 (1,75)	3,6 (3,68)	5,1	6,4 (6,2)	10,2 (9,4)	14,5 (12,5)
x_u^*/R_0	14 (6)	9,6 (7,3)	8,0	6 (9)	2,4 (10)	-3 (14)
x_{val}/R_0	30 (100)	25 (60)	25	35 (60)	50 (90)	50 (110)
B	1,47 (1,65)	3,4 (3,5)	4,85	6,0 (5,9)	9,5 (9,0)	13,7 (12,0)
x_c^*/R_0	7,8 (-4,0)	7,0 (4,8)	7,0	6,4 (8,7)	5,0 (10)	1 (15,6)
x_{val}/R_0	50 (100)	20 (60)	25	40 (60)	60 (100)	65 (120)
x_m/R_0	100 (300)	100 (300)	100 (300)	100 (300)	100 (300)	100 (300)

$0 \leq x \leq 100R_0$ et $0 \leq x \leq 300R_0$. Une explication de cette observation originale est avancée par la suite.

Les quantités sont déterminées pour $x_{val} < x < x_m$; x_m est la limite du domaine de calcul et x_{val} caractérise l'abscisse au-delà de laquelle les taux de décroissance sont considérés constants. Les valeurs de x_{val} répertoriées sont assez subjectives et peuvent donc varier légèrement suivant le degré d'approximation accepté.

Avant de confronter ces valeurs aux données expérimentales de la littérature, notons que :

i) convenant d'une marge d'incertitude, pour l'exploitation des résultats de calcul et la détermination de ces grandeurs, semblable à celle d'une expérience (estimée à 5%), pour $0,5 < S < 1,5$, l'accroissement du domaine de calcul apparaît sans influence sur les valeurs de A et B;

ii) pour $S > 1,5$ et $S < 0,5$ des variations en fonction du domaine pouvant atteindre 12% apparaissent sur A et B; l'influence de l'accroissement du domaine est analogue pour les deux quantités, à savoir une augmentation pour les jets légers et une diminution pour les jets lourds; les origines fictives sont affectées de manière plus importante;

iii) se rapprochant du cas à masse volumique constante, les lois d'évolutions asymptotiques des grandeurs moyennes sont validées plus près de la sortie du jet;

iv) les valeurs déterminées dans le cas [h1] diffèrent des résultats de validation expérimentale, en raison, dans ce cas, d'effets de gravité non négligeables [26];

v) quel que soit S, $A > B$; les grandeurs scalaires s'homogénéisent mieux que les grandeurs dynamiques [31].

Une confrontation aux résultats de la littérature est présentée sur la figure 3 sous une forme permettant une comparaison à la proposition d'uniformisation des taux de décroissance sur l'axe de Thring et Newby [32] selon la représentation préconisée par Fulachier et al [6]. Les résultats expérimentaux de jet de mélange inertiels présentés pour cette comparaison sont complétés par des résultats de jets

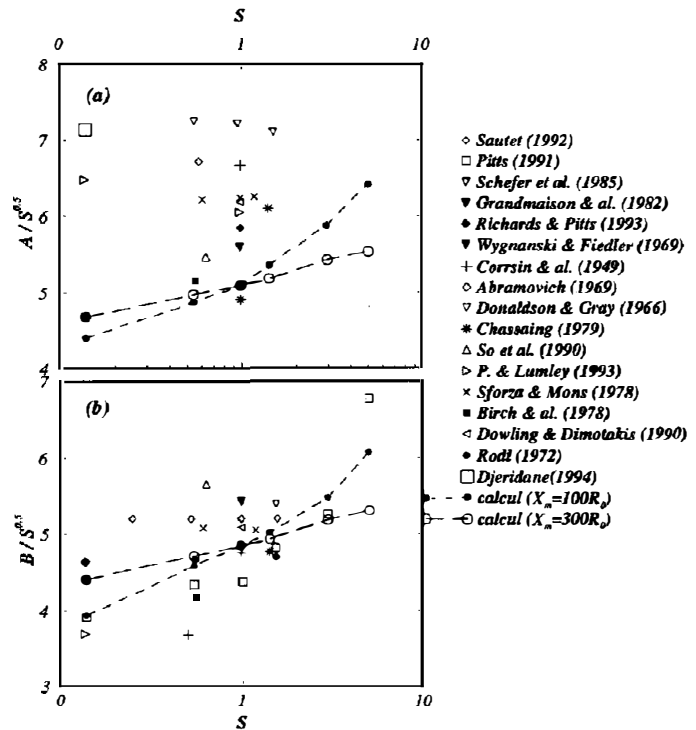


Fig. 3. - Comparaison des taux de décroissance avec des valeurs expérimentales

Fig. 3. - Comparison between numerical decay rate and experimental data

chauffés anticipant, de même que Fulachier et al [33], que les effets de densité sont analogues pour ces deux sources de variation. Malgré la dispersion des valeurs expérimentales liée aux conditions d'écoulement, et en particulier à des effets de gravité souvent mal identifiés, les résultats de calcul sont cohérents avec les valeurs de la littérature.

Les valeurs déterminées pour les deux domaines de calcul ($x_m/R_0 = 100$ et 300) sont différenciées sur la figure 3. Pour les cas [h2] et [h3] les différences sur la valeur de B avec l'expérience de Pitts [7] où le domaine de mesure est limité à $60R_0$ s'accordent avec l'influence du domaine dégagée par le calcul [remarque (ii)].

3.1.2. Effets de densité sur les origines fictives des lois de décroissance des grandeurs moyennes axiales

Les origines fictives des profils sont directement liées au mélange en zone proche. Toute comparaison avec l'expérience est rendue difficile en raison de l'influence importante du nombre de Reynolds sur ces quantités [2] et de la forme des profils initiaux [34]. L'influence de S sur les origines fictives (tableau II) via les termes de cfd a déjà été discutée [26], nous nous limitons aux observations suivantes :

i) considérant le domaine de calcul $0 \leq x \leq 300R_0$, l'influence de S est plus faible sur x_u^* que sur x_c^* qui augmente continûment avec S alors que x_u^* augmente pour les jets où le contraste de masse volumique est le plus important;

ii) si l'on ne considère que la zone du jet définie par $0 \leq x \leq 100R_0$, on conclut cette fois avec Pitts [7] ou Sautet [9] que les origines fictives diminuent quand S augmente.

3.1.3. Analyse de la notion de diamètre équivalent

Thring et Newby [32] soutiennent que théoriquement, pour des très grandes distances aval, puisque le gradient de densité tend asymptotiquement vers zéro, on doit alors retrouver les mêmes propriétés que celles du cas isovolume. Cela les conduit à introduire un diamètre équivalent basé sur le rapport entre les valeurs de la masse volumique du jet à l'émission et à l'infini. Cette représentation globale des effets de densité sur les grandeurs moyennes ne permet pas de regrouper parfaitement les taux de décroissance quel que soit le rapport de densité [7, 35]. Pour satisfaire un meilleur regroupement des résultats expérimentaux, plusieurs propositions ont été avancées pour la définition de nouveaux diamètres équivalents, avec divers degrés d'empirisme [7, 36, 37, 35, 6, 9] (*Annexe C*). Les taux de décroissance des grandeurs moyennes sont donnés dans le *tableau III* après introduction des principales propositions de diamètres équivalents pour le domaine $0 \leq x \leq 300R_0$.

L'analyse des résultats obtenus avec les divers rayons équivalents amène les remarques suivantes :

i) aucune définition de diamètre équivalent ne permet d'uniformiser parfaitement les taux de décroissance de la vitesse moyenne et de la fraction massique sur l'axe, sur toute la plage de variation de S ;

ii) les définitions de Stepowski et al [36] et de Dahm et Dimotakis [37] améliorent l'uniformisation des valeurs par rapport à la définition de Thring et Newby [32], mais une légère augmentation de ces quantités avec S persiste;

iii) la proposition empirique de Pitts [7] regroupe les valeurs de B de façon surprenante si l'on considère les résultats dans le domaine $0 \leq x \leq$

Cas S	[l2]	[l1]	[i]	[h1]	[h2]	[h3]
	0,14	0,55	1,001	1,43	3,01	5,11
Thring & Newby	4,67	4,96	5,1	5,18	5,42	5,52
Pitts	5,69	5,27	5,1	5,0	4,85	4,7
Stepowski et al	4,7	4,96	5,1	5,16	5,3	5,35
Dahm & Dimotakis	4,7	5,0	5,2	5,13	5,4	5,5
Thring & Newby	4,41	4,71	4,85	4,93	5,18	5,31
Pitts ($x_m = 100R_0$)	4,78	4,87	4,85	4,84	4,90	5,14
Pitts ($x_m = 300R_0$)	5,37	4,99	4,85	4,76	4,65	4,51
Stepowski et al	4,40	4,73	4,85	4,91	5,15	5,20
Dahm & Dimotakis	4,45	4,77	4,85	4,95	5,2	5,3

$100R_0$, ce qui est en très bon accord avec les résultats expérimentaux de Djeridane [11] et Pitts [7]; la relative validité de ce rayon équivalent ne serait donc due qu'à une compensation artificielle de l'effet de densité en zone proche et donc liée à une mauvaise estimation de l'abscisse à partir de laquelle les évolutions deviennent linéaires;

iv) le calcul permettant la détermination *exacte* [cf équation (31) annexe B] de la masse volumique globale définie par Stepowski et al [36], les coefficients correspondant aux propositions de Sarh [35] et Sautet [9] ne sont pas présentés; toutefois, il a été vérifié que ces définitions conduisent à des résultats quasi identiques à la définition du rayon équivalent de Stepowski et al [36] confirmant ainsi la validité de ces approximations;

v) il a également été constaté que la définition d'un diamètre équivalent différent pour le taux de décroissance de la fraction massique sur l'axe [6] n'apporte pas d'amélioration significative.

Plusieurs éléments explicatifs peuvent être avancés, à l'appui des observations suivantes.

a) Toutes les propositions d'uniformisation par diamètre équivalent sont établies à partir d'une analyse globale des équations de quantité de mouvement et de grandeur scalaire intégrées sur la section droite de l'écoulement. La supposition d'une similitude de type isovolume est invoquée, ce qui implique dans les écoulements à masse volumique variable sans effet de gravité que tous les termes de corrélations avec la fluctuation de densité soit négligeables. Cette condition n'est généralement pas vérifiable expérimentalement. Or l'influence de l'extension du domaine, mise en évidence par le calcul, sur les taux de décroissance, suggère que pour de forts contrastes de densité l'abscisse à partir de laquelle cette condition est satisfaite est probablement sous-estimée. Cette incertitude peut ainsi constituer une source importante de variations suivant les expériences.

b) Pour tenter de quantifier l'abscisse à partir de laquelle les effets des termes spécifiques à la variation de densité deviennent négligeables, il semble plus approprié de revenir à la forme locale du bilan de quantité de mouvement. Considérant l'ordre de chacun des termes de cette équation Joly [24, 38] en propose la forme simplifiée :

$$\underbrace{\bar{\rho} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{\rho} \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y}}_A = \underbrace{\bar{\rho} \frac{\partial u'v'}{\partial y}}_D - \underbrace{\left(\bar{u}'v' \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} + \bar{\rho} v' \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)}_V + \underbrace{\bar{\rho} g \frac{\partial \bar{P}}{\partial x}}_B$$

La quantification de l'ordre de grandeur relatif des termes V et B par rapport à A conduit alors à définir une nouvelle répartition des zones d'influence des forces en présence dans le jet. Elle se caractérise par deux abscisses limites x_ρ et x_g représentant respectivement la limite supérieure de la zone d'influence des termes spécifiques à la variation de densité et la limite inférieure de la zone d'influence des effets de gravité. Le critère d'existence d'une similitude de type jet inertiel (ie, $A + D = 0$) se résume à la condition $x_\rho < x_g$ définissant ainsi un nombre de Froude limite de la forme :

$$x_\rho < x_g \Rightarrow Fr > (A_{\rho 1}/\beta)^3 A_{u 1}^{-2} (S-1)^2 S^{-\frac{3}{2}}$$

avec pour $A_{\rho 1}$ et $A_{u 1}$ les taux de décroissance sur l'axe des grandeurs moyennes déterminées par Chen et Rodi [39] et de valeurs 6,2 et 5,0 respectivement. Cela implique que, pour le cas simple où les effets de gravité sont nuls, l'abscisse limite que nous cherchons s'exprime par :

$$\frac{x_\rho}{D_0} = (A_{\rho 1}/\beta) |S-1| S^{-\frac{3}{2}}$$

Le découpage donné dans le *tableau IV* avec $\beta = 0,06$ n'est qu'indicatif et va varier en fonction du degré de sévérité du critère, quantifié par le paramètre β . Cette nouvelle partition du jet éclaire nos remarques précédentes sur l'influence du domaine d'étude en fonction du rapport de densité.

c) Comme précisé par Richards et Pitts [8], la mémoire des effets de densité est prise en compte

dans les origines fictives mais de façon qui demeure encore inexplicée. Seule une bonne compréhension des phénomènes en zone proche permettrait de prédire ces quantités. La définition d'une masse volumique équivalente ne peut apporter qu'un concours limité puisqu'elle ne permet pas la prise en compte de la contribution des termes cfd dont l'influence sur les origines fictives est démontrée par Chassaing et al [26]. C'est pourquoi, bien que la valeur des origines fictives dépende du choix du diamètre équivalent, une discussion sur l'influence de ce paramètre sur les origines virtuelles n'est pas pertinente. Nous nous sommes donc limités à préciser l'influence de la variation de densité sur les origines fictives rapportées au seul diamètre réel (tableau II). Pour ces mêmes raisons, aucun regroupement n'est à espérer dans la zone proche par une représentation utilisant une définition de diamètre équivalent. Les résultats seront donc, par la suite, présentés en considérant l'abscisse du jet rapportée au seul diamètre réel.

3.2. EFFETS DE DENSITÉ SUR L'EXPANSION DU JET

L'expansion du jet peut être caractérisée par les demi-épaisseurs dynamique et massique dont les évolutions en fonction de S sont données sur la *figure 4*. Chen et Rodi [39] montrent que les demi-épaisseurs de vitesse et de fraction massique présentent des évolutions linéaires en zone lointaine :

$$\delta_{U_{0,5}} = A'(x - x_{\delta u}^*) \quad (4)$$

$$\delta_{C_{0,5}} = B'(x - x_{\delta c}^*) \quad (5)$$

On observe bien des évolutions linéaires mais avec les mêmes restrictions que pour les grandeurs moyennes sur l'axe, concernant l'influence du domaine de calcul. On constate, en particulier, que comme pour les grandeurs moyennes, l'augmentation du domaine de calcul uniformise les valeurs de A' et B' . Ces pentes et origines fictives sont regroupées dans le *tableau V* déterminées dans le domaine $x_{val} \leq x \leq 300R_0$.

On constate que le rapport B'/A' [39] est quasi constant, de l'ordre de 1,3, et s'accorde bien avec la valeur (1,28) recommandée par Chen et Rodi [39], soit un nombre de Prandtl turbulent de l'ordre de 0,6. En revanche, A' et B' diminuent légèrement quand S augmente. Cette tendance, qui ne fait pas l'unanimité [8] est toutefois en accord avec les études (i) de Panchapakesan et Lumley [40, 41] sur des jets libres d'air et d'hélium (He : $A' = 0,11$; $B' = 0,138$; $B'/A' = 1,25$. Air : $A' = 0,096$), (ii) de Chassaing [27] (CO_2 : $A' = 0,087$; $B' = 0,103$. Air : $A' = 0,090$), (iii) de Djeridane [11] (He : $A' = 0,083$; $B' = 0,0805$; CO_2 : $A' = 0,057$; $B' = 0,047$. Air : $A' = 0,062$). Notons que, dans cette dernière expérience, le rapport B'/A' est inférieur à l'unité

TABLEAU IV / TABLE IV Limite de la zone des effets des termes spécifiques à la variation de densité Limit of the domain where variable density specific terms are significant						
Cas	[l2]	[l1]	[i]	[h1]	[h2]	[h3]
S	0,14	0,55	1,001	1,43	3,01	5,11
x_ρ/D_0	190	50	0	30	96	150

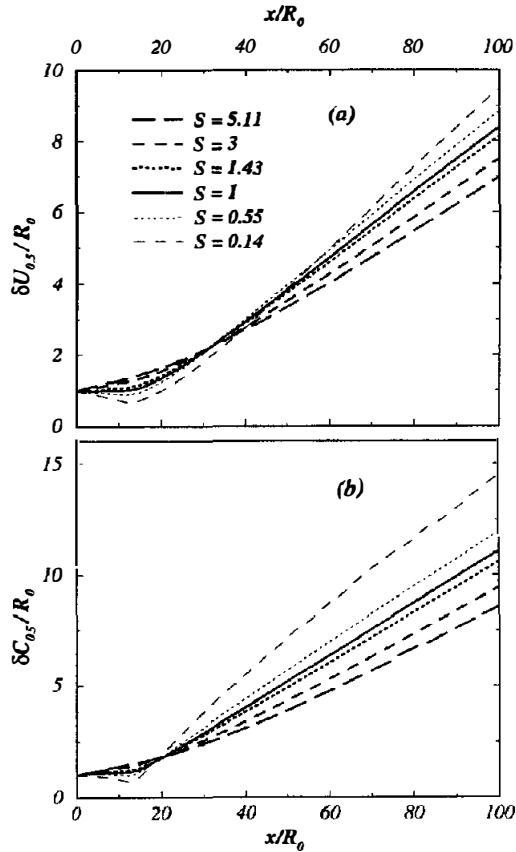


Fig. 4. – Effets de densité sur les demi-épaisseurs de vitesse et de fraction massique

Fig. 4. – Density effects on the half-width velocity and mass fraction

TABLEAU V / TABLE V						
Effets de densité sur les lois d'épaisseurs en zone lointaine						
Density effects on the spreading rate in the far field region						
Cas	[l2]	[l1]	[i]	[h1]	[h2]	[h3]
S	0,14	0,55	1,001	1,43	3,01	5,11
A'	0,100	0,094	0,090	0,088	0,085	0,083
$x_{\delta u}^*/R_0$	4	7,5	7	7,7	12	17
B'	0,128	0,120	0,118	0,116	0,11	0,11
$x_{\delta c}^*/R_0$	-13	-1	6	9	13	26
B'/A'	1,28	1,28	1,31	1,32	1,29	1,32

en raison d'un décalage des origines fictives. Cette même expérience permet d'accréditer qualitativement le comportement en zone proche qui apparaît dans nos calculs. On constate que pour des jets légers les demi-épaisseurs diminuent avant de retrouver un comportement analogue à celui des jets lourds. Cette tendance est liée à l'entraînement d'autant plus important que le jet est léger (§ 3,3).

Ce comportement se traduit par une influence de S sur les origines fictives des demi-épaisseurs de vitesse et de concentration différente de celle sur les

origines fictives des grandeurs moyennes associées. Il ne peut y avoir égalité entre ces deux types d'origines fictives [8]. Cela est capital pour le choix de l'échelle de longueur permettant de regrouper les profils de zone lointaine.

3.3. EFFETS DE DENSITÉ SUR L'ENTRAÎNEMENT

On présente sur la figure 5 l'évolution longitudinale du taux d'entraînement tel qu'il est défini par la relation déterminée expérimentalement par Ricou et Spalding [42] sous la forme suivante :

$$C_Q = \frac{Q_m}{Q_{m0}} \frac{\sqrt{SD_0}}{x} \quad (6)$$

dans laquelle on peut poser :

$$D_e = \sqrt{SD_0} \quad (7)$$

où D_e représente le diamètre équivalent introduit par Thring et Newby [32].

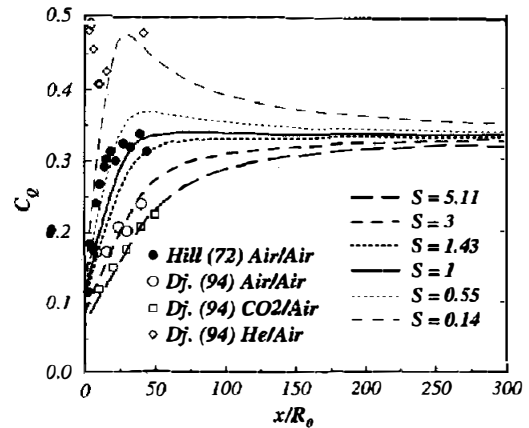


Fig. 5. – Effets de densité sur l'entraînement du jet
Fig. 5. – Density effects on the entrainment of the jet

Expérimentalement, C_Q prend la valeur 0,32 pour différents gaz dans de l'air, et pour un nombre de Reynolds supérieur à $2,5 \cdot 10^4$ [42]. Sforza et Mons [43] mesurent une valeur légèrement inférieure (0,28) pour trois jets libres correspondant à des rapports de densité $S = 1; 0,62; 1,2$. Pour les jets à fort contraste de densité comme le jet d'hélium, ces résultats concernent principalement la zone lointaine du jet, peu de données sont disponibles pour la zone très proche, excepté l'étude de Djeridane [11] pour un jet confiné avec co-courant. En fait, la figure 5 montre la nécessité de distinguer ces deux régions.

i) Dans une zone lointaine ($x/R_0 \geq 200$), le coefficient C_Q tend bien vers une valeur asymptotique ($C_{Q\infty}$) conformément aux résultats expérimentaux [42]. Ces valeurs, en fonction de S , sont données dans le tableau VI. Bien qu'une valeur

moyenne de 0,33 soit en bon accord avec la proposition de Ricou et Spalding [42] ou de Hill [44] (0,32) pour le jet isovolume, le calcul montre une légère augmentation de $C_{Q\infty}$ quand S diminue. Notons qu'en toute objectivité, une tendance analogue apparaît sur les résultats de Ricou et Spalding [42].

TABLEAU VI / TABLE VI Taux d'entraînement en zone lointaine Entrainment rate in the far field region						
Cas	[l2]	[l1]	[z]	[h1]	[h2]	[h3]
S	0,14	0,55	1,001	1,43	3,01	5,11
$C_{Q\infty}$	0,35	0,34	0,33	0,33	0,32	0,32

- ii) Dans la zone proche ($x/R_0 < 100$), on note une nette influence de S sur le taux d'entraînement.
- Pour les jets lourds ($S > 1$), C_Q est une fonction monotone croissante et la valeur asymptotique est atteinte d'autant plus tard que S est grand.
 - Pour les jets légers ($0 < S < 1$), le facteur d'entraînement C_Q passe par un maximum dont l'abscisse décroît quand S diminue. Cela permet de confirmer la meilleure efficacité de l'entraînement et du mélange dans le cas d'un jet léger. Pour un jet d'hélium dans de l'air, les résultats de Djeridane [11] conduisent à une valeur de C_Q d'un niveau comparable aux résultats de calcul malgré une configuration d'écoulement très différente.
 - Le jet isovolume délimite ces deux comportements, l'asymptote étant atteinte dès $20D_0$.

3.4. EFFETS DE DENSITÉ SUR LES CORRÉLATIONS D'ORDRE DEUX

La comparaison calcul-expérience ne peut s'effectuer rigoureusement sur les mêmes quantités et suppose implicitement que la corrélation $\overline{\rho'f'g'}$ reste négligeable vis-à-vis de $\overline{\rho}f'g'$ (avec f' et g' fluctuations de deux grandeurs quelconques). Cette approximation qui en pratique est toujours vérifiée sur l'axe du jet, mériterait peut-être d'être réexaminée en tout point de la section.

3.4.1. Energie cinétique de turbulence

Pour un jet incompressible comme à masse volumique variable, il existe une position dans l'écoulement où l'énergie cinétique de turbulence sur l'axe passe par un maximum noté $x_{k_{max}}$. Comme il a été montré expérimentalement [3, 9] la valeur de $x_{k_{max}}$ est fonction du rapport de densité (figure 6).

L'influence de S se manifeste à la fois (1) sur la position du maximum de l'énergie cinétique sur l'axe et (2) sur la tendance asymptotique.

(1) Quand on normalise par la vitesse en sortie, $x_{k_{max}}$ augmente avec S . La figure 7 met en évidence cette influence. Sont reportés également les résultats du jet avec co-courant de Sautet [9] et de Djeridane [11].

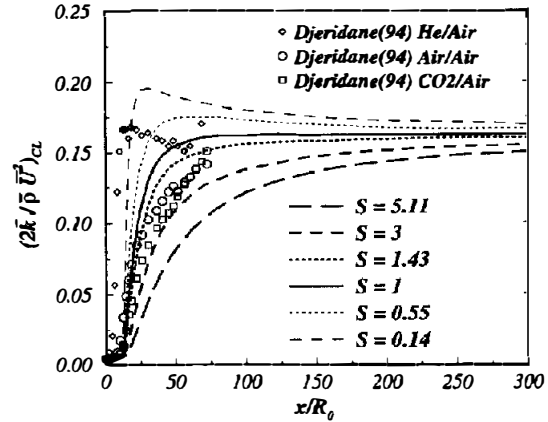


Fig. 6. - Effets de densité sur l'énergie turbulente sur l'axe

Fig. 6. - Density effects on the centreline turbulent kinetic energy

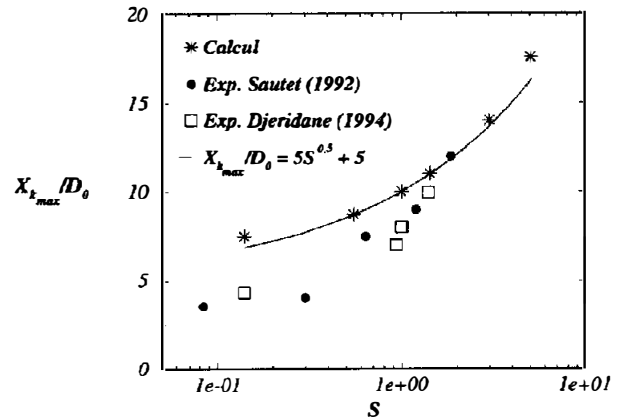


Fig. 7. - Effets de densité sur la position du maximum d'énergie cinétique sur l'axe du jet

Fig. 7. - Density effects on the position of the maximum centreline kinetic energy

Approximativement, l'influence de S sur $x_{k_{max}}$ prédite par le calcul peut être exprimée par la relation :

$$x_{k_{max}}/D_0 = 5\sqrt{S} + 5 \quad (8)$$

Ce résultat dégage encore une dépendance en $S^{1/2}$, ce qui sur ce paramètre est nouveau à la connaissance des auteurs. Les mesures expérimentales présentent qualitativement le même comportement, sauf pour les jets très légers où les calculs surestiment cette position. Ces variations pourraient provenir de la faible valeur de la vitesse d'éjection et donc du nombre de Reynolds choisi pour des raisons de coût dans les expériences de comparaison, ce qui réduit sensiblement la dimension de la zone à potentiel [2]. Notons aussi que Ruffin [25], par

une adaptation du profil de dissipation à l'émission, et Joly [24], en modifiant l'équation de la dissipation, obtiennent une meilleure concordance avec l'expérience.

(2) Quand on normalise par la vitesse sur l'axe, c'est l'influence sur le comportement asymptotique qui apparaît.

On constate (figure 6) qu'un niveau d'énergie rigoureusement constant n'est atteint dans le domaine de calcul que pour les cas [i] [l1] [h1], c'est-à-dire pour des rapports de densité tels que $0,5 < S < 1,5$. Le tableau VII donne les niveaux d'énergie sur l'axe ($k^\infty = \lim_{x \rightarrow \infty} (2\bar{k}/\bar{\rho}\bar{U}^2)_{CL}$) en fonction de S à l'abscisse $300R_0$. A nouveau, c'est dans le cas isovolume que l'asymptote est atteinte le plus tôt. S'éloignant de ce cas particulier, le niveau d'énergie continue à varier lentement. La comparaison avec les résultats expérimentaux est rendue délicate en raison principalement des effets de gravité pas toujours clairement identifiés. Toutefois on peut rapprocher ces résultats de l'expérience de Panchapakesan et Lumley [41] où la même tendance est observée dans le domaine de mesure $50 < x/D_0 < 120$. De plus, cette expérience met en évidence un niveau d'énergie supérieur pour le jet d'hélium par rapport au jet d'air incompressible [à $x/D_0 = 120$, $(k^\infty)_{He} = 0,18$; $(k^\infty)_{air} = 0,13$]. Les résultats de Djeridane [11] montrent également une évolution vers une valeur asymptotique commune quel que soit le rapport de densité mais non parfaitement atteinte dans le domaine de mesure ($x/D_0 < 40$).

TABLEAU VII / TABLE VII Niveau d'énergie turbulente en zone lointaine Turbulent kinetic energy parameter in the far field region						
Cas	[l2]	[l1]	[i]	[h1]	[h2]	[h3]
S	0,14	0,55	1,001	1,43	3,01	5,11
k^∞	0,17	0,166	0,162	0,16	0,155	0,15

En résumé, il semble bien que :

- tous les jets tendent asymptotiquement vers la condition $(\bar{k}/\bar{\rho}\bar{U}^2)_{CL} = Cste$;
- la valeur de cette constante est quasi identique pour tout S dès lors que x tend vers l'infini;
- la distance à l'aval où les deux premiers points sont vérifiés est d'autant plus grande que S est éloigné de 1.

L'approche de modélisation au second ordre permet de préciser les effets de densité sur chaque composante du tenseur de Reynolds. Les évolutions axiales des contraintes longitudinales et radiales sont représentées sur la figure 8. Ces deux quantités suivent des évolutions quasi similaires en fonction du rapport de densité bien que l'évolution de \bar{v}^2 soit plus lente avec une valeur asymptotique atteinte

plus tard [34]. Ainsi le paramètre qui caractérise l'isotropisation de l'écoulement défini par le rapport \bar{v}^2/\bar{u}^2 tend vers une valeur commune à tous les jets ($0,83 \pm 0,01$). Cette valeur est comprise entre celle ($0,75$) obtenue par Wagnanski et Fiedler [45] et celle ($0,87$) citée dans [4] en référence aux travaux de Schefer et Dibble [34], mais supérieure à d'autres expériences plus récentes ($0,7$ pour [11] et $0,6$ pour [46]). A nouveau, des variations très importantes sont observées sur les résultats de la littérature.

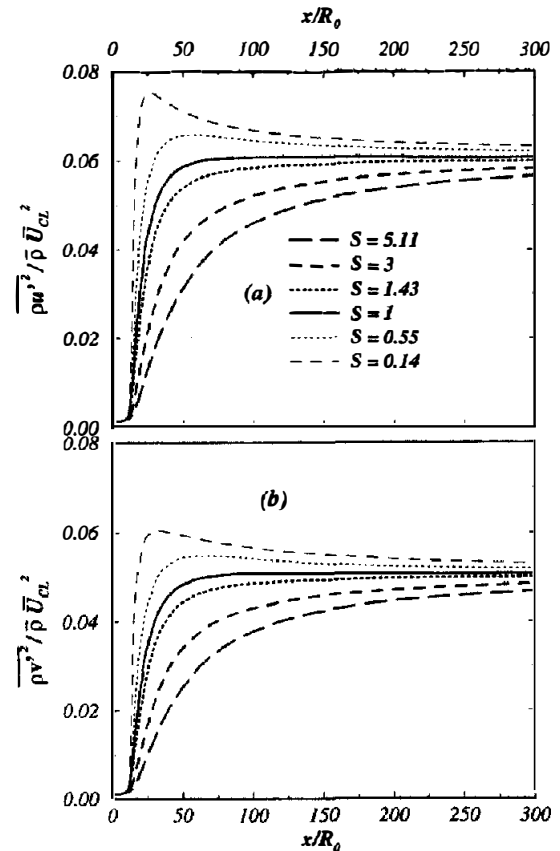


Fig. 8. - Effet de densité sur les contraintes turbulentes longitudinales et radiales sur l'axe

Fig. 8. - Density effects on centreline longitudinal and radial turbulent stresses

3.4.2. Cisaillement turbulent

Pour cette expérimentation numérique, il a été choisi de conserver le même nombre de Reynolds d'émission quel que soit le rapport de densité. Ainsi le cisaillement turbulent en sortie reste inchangé en fonction de S . La figure 9b montre une tendance vers un profil indépendant de S en bonne comparaison avec les mesures de Panchapakesan et Lumley [40] et Hussein et al [46]. Les effets de densité sont donc prépondérants dans la région proche du jet comme en atteste la figure 9a pour une section située à $10D_0$. Le maximum de cisaillement est alors d'autant plus important que le jet est léger. On retrouve cette tendance sur les résultats de Djeridane [11]. La diffusion turbulente sur l'axe

du jet peut être caractérisée par le paramètre $K(x, S)$ [26] :

$$K(x, S) = \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{x}{r} \frac{\overline{u'v'}}{\overline{U}_{CL}^2(x)} \right] \quad (9)$$

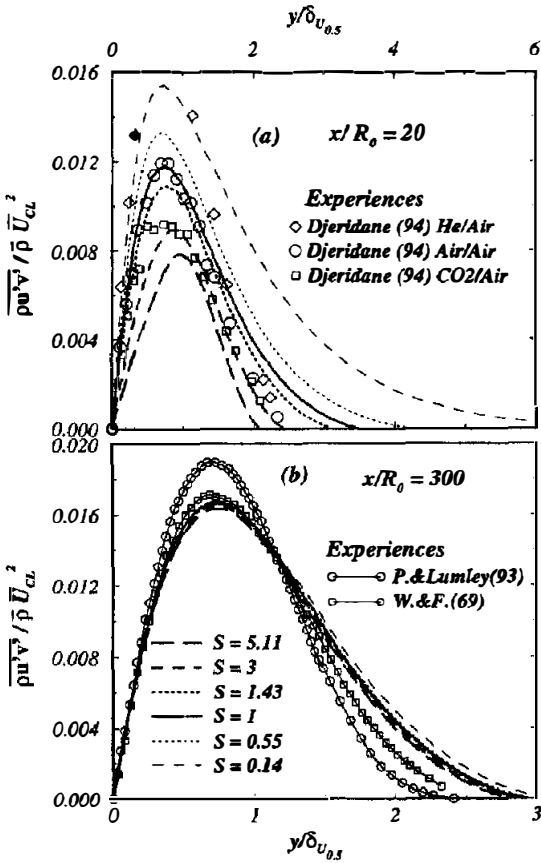


Fig. 9. - Effets de densité sur le cisaillement turbulent
Fig. 9. - Density effects on the turbulent shear stress

Comme prévu par la théorie sous l'hypothèse d'affinité [26] et confirmé par les mesures cette quantité tend vers la valeur 1/2. Le comportement de ce paramètre (figure 10) est donc en accord avec la mise en évidence d'évolutions non parfaitement linéaires pour l'inverse de la vitesse moyenne sur l'axe tant que $x/R_0 < 100$ pour les plus forts contrastes de densité. C'est dans le cas isovolume que cette linéarité est atteinte en premier. Un raisonnement parfaitement analogue s'applique à la grandeur scalaire en considérant le paramètre adimensionnel suivant :

$$K'(x, S) = \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{x}{r} \frac{\overline{v'\gamma'}}{\overline{U}_{CL}(x) \overline{C}_{CL}(x)} \right] \quad (10)$$

qui présente un comportement semblable à $K(x, S)$ et tend en particulier vers la même valeur unique de 1/2, ce qui est confirmé par exemple par les mesures dans un jet d'hélium [41].

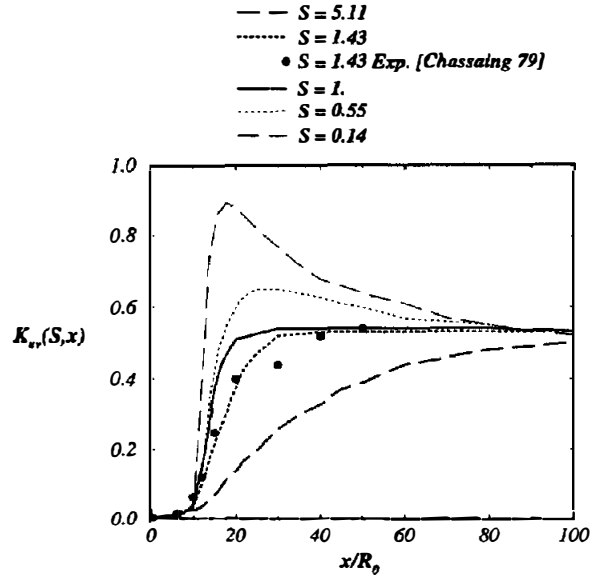


Fig. 10. - Effets de densité sur le gradient adimensionnel de cisaillement turbulent sur l'axe du jet

Fig. 10. - Density effects on the non-dimensional shear stress gradient along the jet axis

3.4.3. Variance de fraction massique

La tendance asymptotique de la variance de fraction massique normalisée en référence locale est un point sur lequel diverses expériences sont en désaccord [3]. Par exemple Schefer et Dibble [34] ou Effelsberg et Peters [47] montrent une légère augmentation de cette quantité dans un jet de propane, même très loin en aval, alors que d'autres [41, 7, 8] déterminent un niveau constant. La diversité des résultats expérimentaux montre à nouveau la difficulté d'isoler précisément les seuls effets de densité. L'analyse de Dimotakis et Miller [48] montre que pour un nombre de Schmidt de l'ordre de l'unité et à grand nombre de Reynolds cette quantité est bien constante. Le calcul en *apesanteur numérique* corrobore quant à lui parfaitement ce dernier résultat (figure 11). On

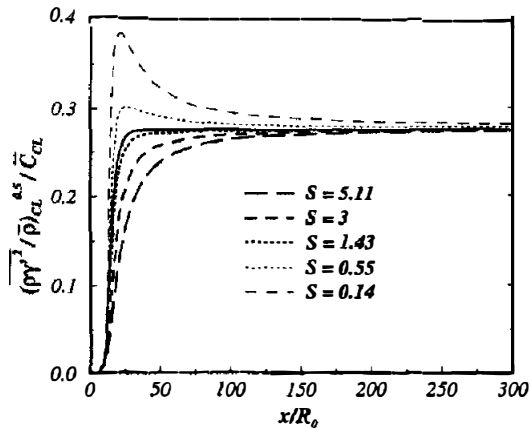


Fig. 11. - Effets de densité sur la variance de fraction massique sur l'axe

Fig. 11. - Density effects on the unmixedness value of jet mass fraction

note que la variance de fraction massique tend vers une valeur asymptotique indépendante du rapport de densité, et ce, beaucoup plus rapidement que l'énergie turbulente (meilleure homogénéisation des grandeurs scalaires). Cette valeur est de $0,275 \pm 0,05$ par le calcul. Pour Richards et Pitts [8], cette valeur est plus faible (environ 0,23), mais pour un nombre de Reynolds dix fois plus faible (≈ 4000). De plus, considérant un jet d'hélium parfaitement libre, la valeur asymptotique devient 0,26 [7]. Les résultats de So et al [5] pour un mélange hélium-air/air ($S = 0,64$) tendent asymptotiquement vers une valeur de l'ordre de 0,28. Pour les jets les plus légers, on passe par un maximum avant d'atteindre une valeur asymptotique comme pour le taux d'entraînement (figure 5), corroborant ainsi la supposition de Pitts [3] selon laquelle ces deux quantités doivent être corrélées. Cette caractéristique, très prononcée du jet d'hélium, est confirmée expérimentalement par So et al [5] mais pas par Pitts [7] faute de points de mesure suffisamment proches de l'émission. Plus la masse volumique est faible, plus les phénomènes se produisent près de l'émission (meilleur mélange). Il faut donc en tenir compte et adapter les sections de mesures en fonction de S .

3.5. EFFETS DE DENSITÉ SUR LES TERMES DE cfd

3.5.1. Evolutions sur l'axe des corrélations $\overline{\rho u'}$ et $\overline{\rho \gamma'}$

L'importance de la répartition spatiale des termes de corrélation avec la fluctuation de densité (cfd) a déjà été précisée [26]. Rappelons que, dans le cas particulier de mélange hétérogène à faible vitesse, on montre à partir de l'équation de partage que ces quantités sont reliées de façon exacte aux corrélations d'ordre deux par la relation :

$$\frac{\overline{\rho \gamma'}}{\overline{\rho \gamma'^2}} = \frac{\overline{\rho u'_i}}{\overline{\rho \gamma' u'_i}} = \frac{S - 1}{S - (S - 1)\overline{C}} \equiv \Gamma^S(\overline{C}) \quad (11)$$

Les propriétés de la fonction $\Gamma^S(\overline{C})$ permettent de mieux comprendre l'influence des termes de cfd sur le développement du jet et d'expliquer ainsi certains comportements liés à la variation de densité. Ces propriétés ont été vérifiées numériquement en utilisant le même code avec ou sans prise en compte des termes cfd. Par exemple, la valeur de l'origine fictive des lois de décroissance des grandeurs moyennes est fortement influencée par les propriétés des cfd, en particulier par leurs signes. Les figures 12 et 13 renforcent ici la conclusion de non-symétrie de ces termes par rapport au cas isovolume.

Plus précisément on constate les deux faits suivants.

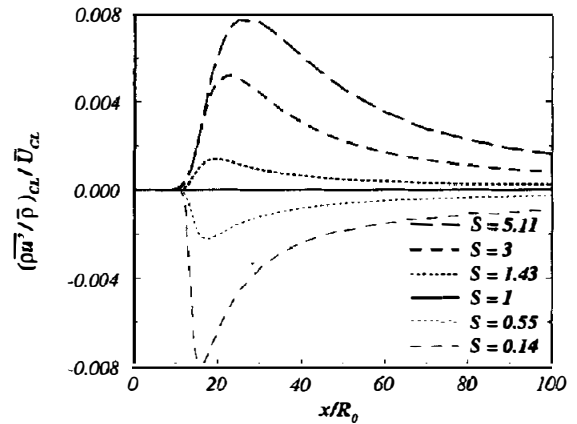


Fig. 12. - Effets de densité sur le flux turbulent de masse sur l'axe $\overline{\rho u'}$

Fig. 12. - Density effects on the centreline turbulent mass flux $\overline{\rho u'}$

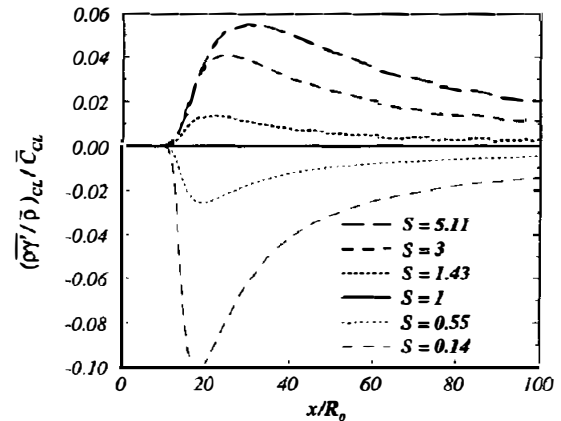


Fig. 13. - Effets de densité sur la corrélation densité-fraction massique sur l'axe $\overline{\rho \gamma'}$

Fig. 13. - Density effects on the centreline density-mass fraction correlation $\overline{\rho \gamma'}$

a) Quantitativement, la valeur absolue

$\left| \frac{\overline{\rho u'}}{\overline{\rho U}} \right|_{CL} \approx 1\%$ est dix fois plus faible que

$\left| \frac{\overline{\rho \gamma'}}{\overline{\rho C}} \right|_{CL} \approx 10\%$. Intuitivement, cela peut se

justifier car le gradient transverse de \overline{U} (resp. \overline{C}) est responsable de l'apparition de $\overline{\rho u'}$ (resp. $\overline{\rho \gamma'}$). Or proportionnellement, le gradient de fraction massique est le plus grand (profil carré à l'émission). Nos calculs, en comparaison des expériences [49 à 51] confirment que les corrélations entre la densité fluctuante et la fluctuation de vitesse longitudinale sont faibles quel que soit le rapport de densité. Notons que, pour un jet chauffé à 900 degrés, Bahraoui [52] a relevé un rapport un peu plus important, de l'ordre de 6%. Pour la corrélation $\overline{\rho \gamma'}$, on montre (Annexe D) qu'asymptotiquement lorsque S tend vers zéro (jet infiniment léger) la quantité $\overline{\rho \gamma'} / \overline{\rho C}$ tend vers la valeur -1 . C'est effectivement la tendance observée par le calcul. Les mesures de Sautet [9] pour un jet d'hydrogène dans un courant d'air, corrobore cette propriété. En effet, le signe de la corrélation $\overline{\rho \gamma'}$ est alors négatif et son

niveau par rapport à la fraction massique atteint 40 % sur l'axe du jet.

b) Qualitativement, l'influence de S sur la position des maximums est analogue à celle relative à l'énergie turbulente et à la variance de fraction massique, à savoir une position d'autant plus proche de la sortie que le jet est léger, même si quantitativement les valeurs ne sont pas rigoureusement identiques.

3.5.2. Evolutions transversales des corrélations $\overline{\rho v'}$

L'influence de S sur le flux turbulent transversal $\overline{\rho v'}$ par rapport à la vitesse transversale \overline{V} est ici caractérisée par des profils pour deux sections de l'écoulement et pour trois mélanges différents (figures 14, 15, 16). Bien que la vitesse transversale ne soit pas une variable première de la résolution parabolique de type Patankar et Spalding [53], on peut la déterminer simplement par intégration de l'équation de continuité. Comme cela est démontré en référence [26] cette équation se réduit pour des écoulements de mélange à faible Mach et grand nombre de Péclet/Reynolds de turbulence à $\text{div} \vec{U} = 0$ [cf équation (21), annexe B]. Sur les figures 14, 15, 16 les quantités sont adimensionnées par la vitesse sur l'axe en sortie. Peu d'études

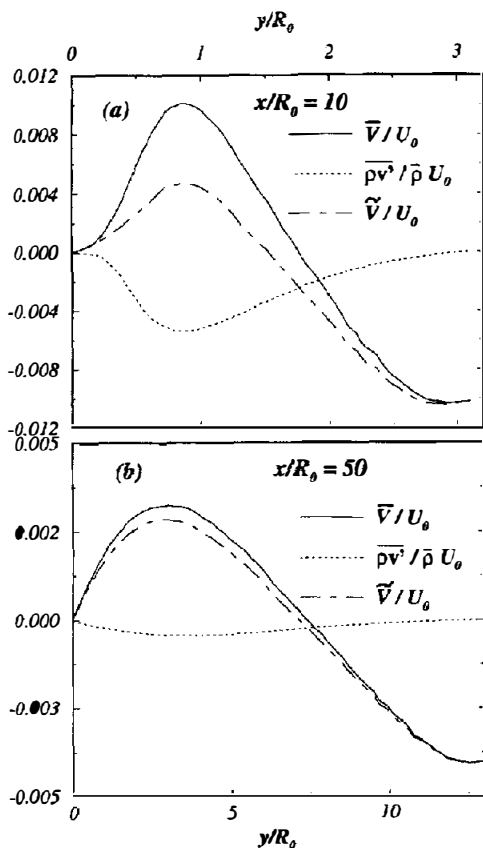


Fig. 14. - Effets de densité sur le flux turbulent de masse $\overline{\rho v'}$. Cas [11]

Fig. 14. - Density effects on the turbulent mass flux $\overline{\rho v'}$. Case [11]

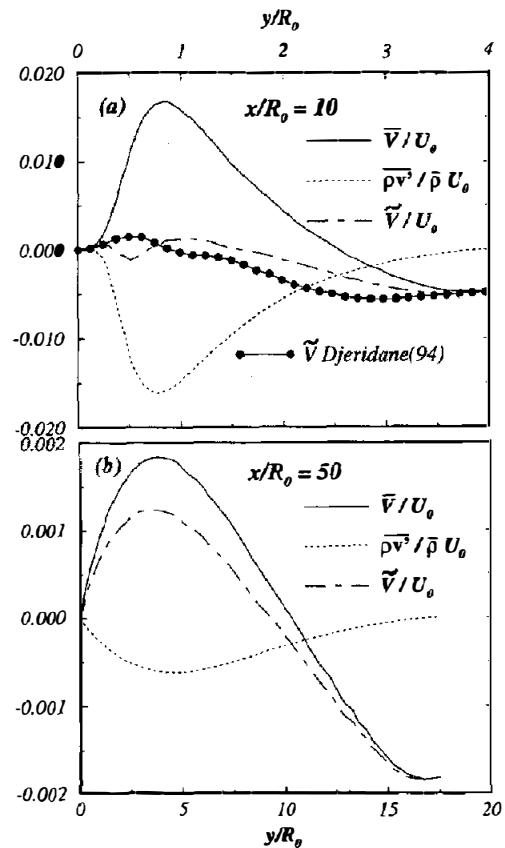


Fig. 15. - Effets de densité sur le flux turbulent de masse $\overline{\rho v'}$. Cas [12]

Fig. 15. - Density effects on the turbulent mass flux $\overline{\rho v'}$. Case [12]

expérimentales donnent des indications sur ces grandeurs qui jouent un rôle important pour le mélange. S'il est largement admis que $\rho u' \ll \rho \overline{U}$, So et al [5] montrent que même pour un contraste de densité relativement faible (mélange hélium/air $S = 0,64$) la quantité $\frac{\overline{\rho v'}}{\rho \overline{V}} = (\overline{V}/\overline{V} - 1)$ peut atteindre 10 % en zone proche. Driscoll et al [54], par des considérations phénoménologiques, montrent que ces corrélations sont négatives quand $0 < S < 1$ et positives quand $S > 1$. Comme en attestent les résultats de calcul, c'est dans une zone proche de l'axe que ces termes ont le plus d'importance. Pour les jets lourds, ils agissent dans le même sens que la vitesse moyenne et s'y opposent pour des jets légers. Sur ces mêmes figures, la composition de la vitesse transversale moyenne et du terme cfd associé permet de reconstituer la vitesse définie en moyenne pondérée. Pour un jet d'hélium dans de l'air, on visualise en zone proche (figure 15a) une valeur quasi nulle de la vitesse transversale définie par le regroupement de Favre. Ce résultat est en accord avec les mesures directes et celles déduites de l'équation de continuité de Djeridane [11] ainsi qu'avec l'analyse des ordres de grandeur de Joly [24].

En résumé, on peut dire que l'ordre de grandeur des termes de cfd est, pour des écoulements à fort contraste de densité, très important pour

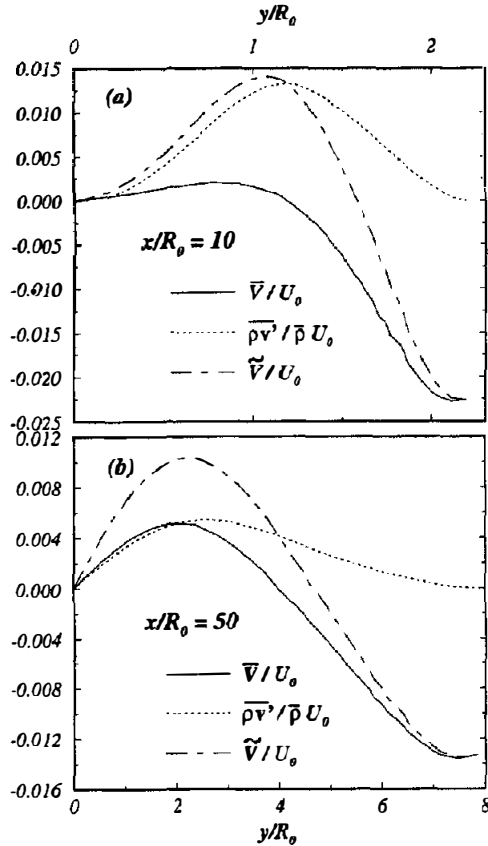


Fig. 16. - Effets de densité sur le flux turbulent de masse $\overline{\rho v'}$. Cas [h3]

Fig. 16. - Density effects on the turbulent mass flux $\overline{\rho v'}$. Case [h3]

les corrélations $\overline{\rho v'}$ et $\overline{\rho \gamma'}$. Les considérations précédentes amènent alors à s'interroger sur la justification de l'extrapolation directe des modèles isovolumes lorsqu'on utilise la moyenne pondérée par la masse volumique. Ce traitement implique en effet que $\overline{\rho f'}$ et $\overline{\rho F'}$ agissent comme une seule variable dans la procédure de modélisation. Cela nécessiterait que ces quantités aient le même sens de variation dans l'écoulement afin de garder les mêmes effets sur les grandeurs moyennes $\frac{\partial \overline{F}}{\partial x_j}$ et $\frac{\partial \overline{F}}{\partial x_j}$, ce qui n'est pas le cas.

4. AFFINITÉ DES JETS DE MÉLANGE HORS EFFET DE GRAVITÉ

Le paragraphe précédent a permis de dégager les effets de densité sur les grandeurs globales du jet et les évolutions axiales des moments statistiques du premier et du second ordre. En particulier, l'efficacité du mélange turbulent dans la zone proche du jet a pu être mise en évidence. Pour la région lointaine en aval, une certaine tendance à l'affinité semble en revanche apparaître. C'est pour

préciser ce point que nous allons nous intéresser à la représentation des évolutions transversales des différentes grandeurs.

Pour un jet incompressible, il est démontré qu'en assimilant la frontière intermittente à une frontière moyenne monotone, l'affinité des profils de vitesse moyenne et des grandeurs turbulentes existe, au moins dans une zone lointaine, et sous certaines conditions. Rigoureusement, lorsque la masse volumique n'est plus constante dans un jet turbulent, soit sous des effets thermiques, soit par inhomogénéité massique, les propriétés d'affinité ne sont plus assurées, même pour des sections lointaines en aval [39]. Malgré tout, l'expérience manifeste, au moins pour certaines grandeurs selon Panchapakesan et Lumley [41], des comportements dans la zone lointaine analogues à ceux des jets incompressibles, ce qui est accrédité par des développements analytiques [55]. L'affinité des jets à masse volumique variable demeure néanmoins un sujet ouvert si l'on se réfère à la disparité des conclusions de résultats expérimentaux. L'expérience de Richards et Pitts [8] pour différents rapports de densité montre l'existence d'une similitude universelle des profils de fractions massiques moyennes et fluctuantes. L'objet du présent chapitre est de vérifier si un modèle au second ordre corrobore cette assertion et s'il est également possible de l'étendre aux grandeurs dynamiques ainsi qu'aux corrélations croisées vitesse-fraction massique. On choisit comme Richards et Pitts [8] pour échelle de longueur adimensionnelle $y/(x - x_{\delta U}^*)$ pour les grandeurs dynamiques et $y/(x - x_{\delta C}^*)$ pour les grandeurs scalaires, ou de façon équivalente $y/\delta_{U,0.5}$ et $y/\delta_{C,0.5}$. Notons que certaines comparaisons avec l'expérience seraient plus précises si les valeurs de $x_{\delta C}^*$ et $x_{\delta U}^*$ étaient systématiquement précisées.

4.1. GRANDEURS DYNAMIQUES

La figure 17 présente les évolutions transversales dans différentes sections en zone lointaine de la vitesse moyenne longitudinale et de la contrainte normale de turbulence associée dans le cas isovolume (cas [i]). Cela permet de vérifier la parfaite similitude de ces profils. Ces résultats sont comparés à des expériences en zone lointaine de jet isovolume [46, 45, 40], montrant un accord satisfaisant malgré une diffusion surestimée par le calcul. En accord avec les remarques de Panchapakesan et Lumley [40], un modèle de diffusion simple manifeste des insuffisances qui peuvent expliquer les écarts observés pour $\overline{u'^2}$.

Pour tous les autres cas de calcul (figures 18 à 21), les mêmes quantités sont représentées, dans les mêmes sections de l'écoulement. Sur ces figures on a rappelé la forme des profils affines isovolumes afin d'illustrer la sensibilité au rapport de densité initial.

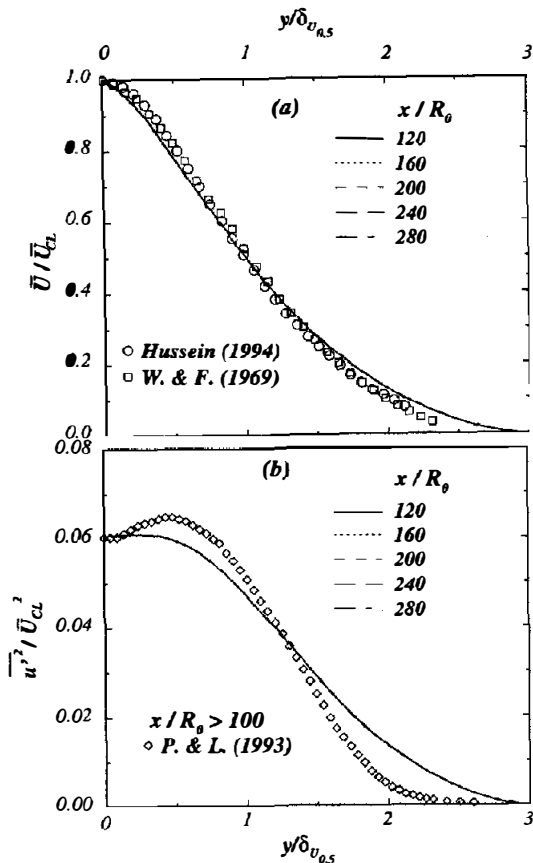


Fig. 17. – Affinité des grandeurs dynamiques. Cas [i]
 Fig. 17. – Self similar profiles of dynamic quantities.
 Case [i]

On constate que :

- la similitude ne peut être considérée comme atteinte dans le domaine de calcul que pour les écoulements de classes (1) et (2);
- asymptotiquement, les profils des grandeurs dynamiques tendent, hors effets de gravité, vers des profils similaires, indépendamment du rapport de densité.

Cette dernière remarque ne fait que confirmer le comportement asymptotique sur l'axe du jet de la contrainte longitudinale mise en évidence sur la figure 8a. Des conclusions analogues s'appliquent au cisaillement turbulent dont les profils en zone lointaine ont déjà été présentés (figure 9). Les résultats de Panchapakesan et Lumley pour un jet d'hélium [41] infirment ce résultat (figure 19b), sans qu'il soit pour autant possible de conclure en raison d'effets de gravité mal identifiés.

4.2. GRANDEURS SCALAIRES

Comme précédemment, nous présentons tout d'abord les résultats obtenus pour le cas isovolume ($S = 1,001$) (figure 22). Les calculs sont comparés avec les résultats expérimentaux de Birch et al [56] dans un jet de méthane (figure 23), de Panchapakesan et Lumley [41] pour un jet d'hélium

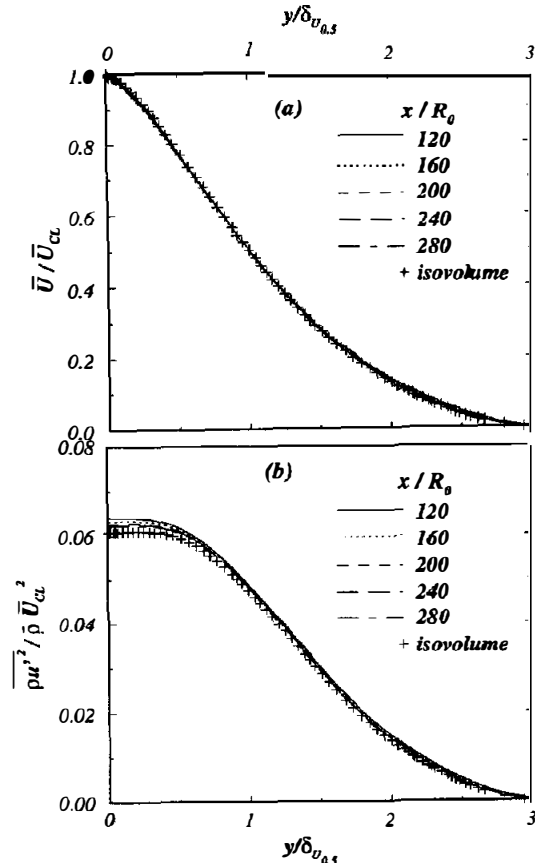


Fig. 18. – Affinité des grandeurs dynamiques. Cas [l1]
 Fig. 18. – Self similar profiles of dynamic quantities.
 Case [l1]

(figure 24) et de Chassaing [27] pour un jet de CO_2 (figure 25)). Comme attendu, la similitude est atteinte pour le cas isovolume. L'accord est satisfaisant pour la fraction massique moyenne. La disparité des résultats de la littérature pour la variance déjà évoquée à l'examen de l'évolution axiale de cette grandeur (figure 11) rend délicate la comparaison. Toutefois, on constate que le maximum n'est pas situé sur l'axe en accord avec la totalité des références existantes [4] mais vers $y/\delta_{C_{0,5}} \approx 0,6$ en accord avec les résultats de Panchapakesan et Lumley [41].

Comme le montre Richards et Pitts [8], les profils de similitude sont indépendants du rapport de densité initial. Par rapport aux grandeurs dynamiques, on constate que cette tendance est plus nettement prononcée pour les grandeurs scalaires. A la limite du domaine de calcul ($300R_0$), la similitude semble sensiblement réalisée quel que soit le gaz (figures 23 à 26).

4.3. CORRÉLATIONS CROISÉES VITESSE-FRACTION MASSIQUE

On présente ici les profils en zone lointaine des corrélations croisées vitesse-fraction massique pour lesquelles peu de données expérimentales sont disponibles. Pour la corrélation $\overline{uv'}/\overline{u'}\overline{v'}$, le calcul est

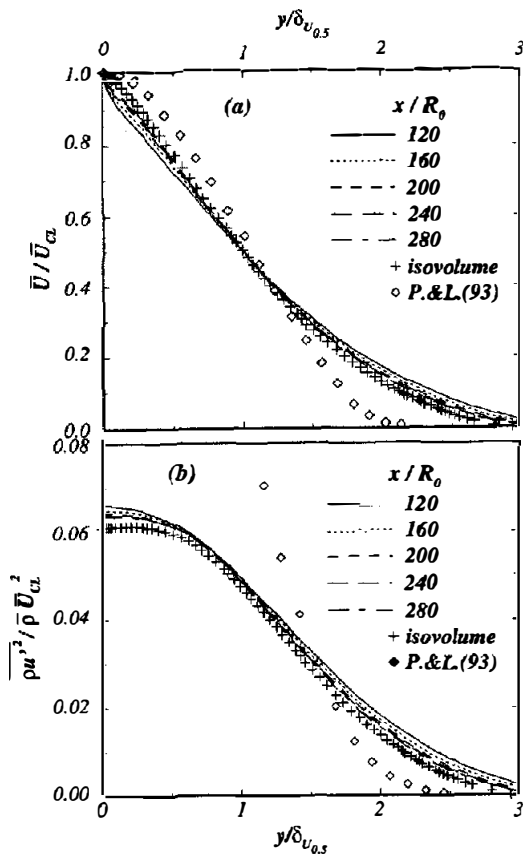


Fig. 19. - Affinité des grandeurs dynamiques. Cas [l2]
 Fig. 19. - Self similar profiles of dynamic quantities.
 Case [l2]

en bon accord avec les résultats de Panchapakesan et Lumley [41] pour la zone lointaine d'un jet d'hélium excepté à la frontière du jet (figure 29b). Pour la corrélation $\overline{\rho u'^2}$, Panchapakesan et Lumley [41] n'obtiennent pas de profil auto-similaire, probablement en raison d'effet de gravité, et quantitativement le niveau de cette grandeur est deux fois supérieur aux résultats de nos calculs. La même tendance à l'obtention de profils similaires indépendamment du rapport de densité peut être observée pour les autres rapports de densité (figures 27 à 31). Cette condition est satisfaite d'autant plus près de l'émission que le contraste de densité est faible.

5. CONCLUSION

Les conclusions de cette étude comparative des effets de densité dans des jets turbulents libres de mélange sans gravité peuvent se résumer ainsi.

a) En zone proche, on constate une restructuration de l'écoulement très différente suivant que le rapport de densités à l'émission S est plus petit ou plus grand que l'unité. Cela se manifeste, en particulier, par une meilleure efficacité du mélange

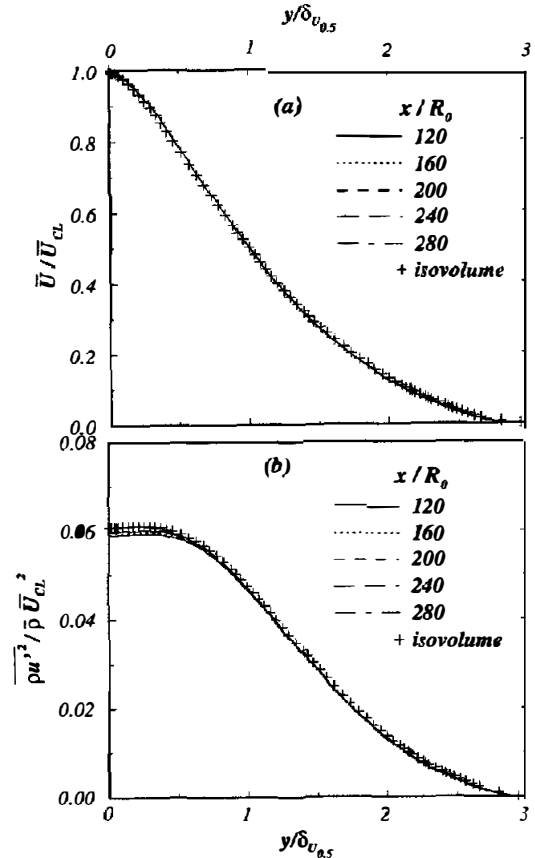


Fig. 20. - Affinité des grandeurs dynamiques. Cas [h1]
 Fig. 20. - Self similar profiles of dynamic quantities.
 Case [h1]

turbulent pour les jets les plus légers. Cette propriété, mainte fois constatée, se caractérise par un niveau d'énergie et un taux d'entraînement accrus, dont la localisation des valeurs maximales sur l'axe se rapprochent de la section d'émission quand S diminue. Se référant à des expériences menées sur d'autres configurations d'écoulements cisaillés simples, ce résultat peut être généralisé. Pour la couche de mélange de Brown et Roshko [57, 58] ou pour des jets coaxiaux [59], le mélange est meilleur lorsque le gaz le plus léger est animé de la vitesse la plus importante, ce qui correspond à une différence de signe des gradients transversaux de masse volumique et de la vitesse moyenne.

b) On observe des effets asymétriques du rapport de densité sur les termes de corrélation avec la fluctuation de densité. Le niveau de ces termes, mais plus encore leur gradient, peut devenir localement non négligeable par rapport aux grandeurs moyennes associées, pour des mélanges à fort contraste de densité.

c) Le comportement en zone lointaine des grandeurs moyennes s'accorde avec les tendances dégagées par l'expérience si l'on tient compte de la dispersion des résultats disponibles. L'introduction d'un diamètre équivalent contribue à uniformiser les résultats sans toutefois parvenir à annihiler complètement l'influence de S sur les comportements asymptotiques.

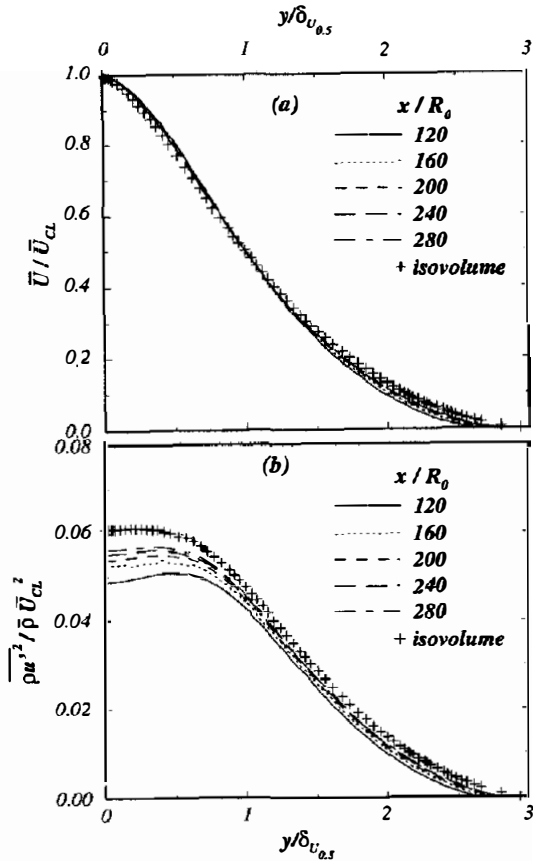


Fig. 21. - Affinité des grandeurs dynamiques. Cas [h3]
 Fig. 21. - Self similar profiles of dynamic quantities.
 Case [h3]

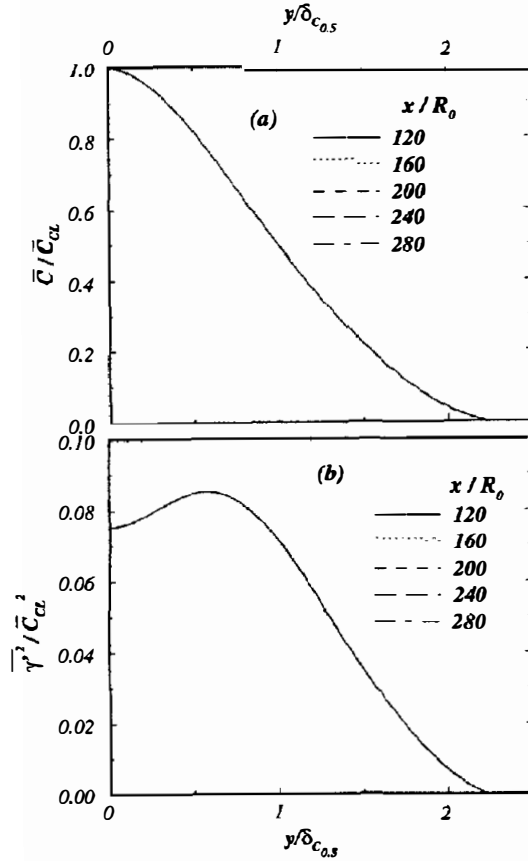


Fig. 22. - Affinité des grandeurs scalaires. Cas [i]
 Fig. 22. - Self similar profiles of scalar quantities.
 Case [i]

d) Les résultats de calcul confirment les mesures de Richards et Pitts [8], quant à la tendance de grandeurs scalaires qui tendent vers des profils de similitude *universels*. Le calcul montre que cette conclusion ne s'étend que partiellement aux grandeurs dynamiques ainsi qu'aux corrélations croisées. En outre, plus le contraste de densité est important, plus l'établissement de cette affinité est lente en raison de l'influence des termes de corrélation avec la fluctuation de densité.

e) En définitive, l'ensemble des observations précédentes (points 1 à 4) met clairement en évidence le rôle des corrélations aux fluctuations de densité ($\rho'f'$) pour (i) expliquer la différenciation de comportement entre jets lourds et légers (entraînement, diffusion) et (ii) justifier les différences quantitatives de structuration des propriétés d'affinité en fonction du rapport de densité à l'émission S .

C'est pourquoi, afin de mieux comprendre et modéliser la physique des écoulements à masse volumique variable, des informations complémentaires sont encore nécessaires sur les corrélations avec la fluctuation de densité ($\rho'f'$) dans une zone de l'écoulement d'autant plus proche de la sortie que le rapport de densité entre le jet et le milieu ambiant est faible.

ANNEXE

A. Décomposition ternaire

Quand la densité varie, contrairement au cas isovolume, la formulation du système ouvert d'équations moyennes n'est pas unique. Elle dépend de la procédure de regroupement des termes non linéaires qui est intimement liée à l'interprétation physique des corrélations supplémentaires. Le regroupement le plus utilisé parmi les différentes propositions est dû à Favre [12] qui introduit et généralise la moyenne pondérée par la masse volumique. Il consiste à regrouper tous les termes de corrélation avec la fluctuation de densité (cfd) dans de nouvelles grandeurs moyennes macroscopiques. Par exemple pour $\rho\bar{U}_i$ et $\overline{\rho u'_i}$:

$$\tilde{U}_i = \frac{\rho\bar{U}_i + \overline{\rho u'_i}}{\bar{\rho}} \equiv \bar{U}_i + \frac{\overline{\rho u'_i}}{\bar{\rho}} \quad (12)$$

Ainsi, introduisant

$$U_i = \tilde{U}_i + u_i$$

On note que :

$$\overline{\rho U_j} = \bar{\rho}\bar{U}_j + \overline{\rho u'_j} \equiv \bar{\rho}\tilde{U}_j \quad (13)$$

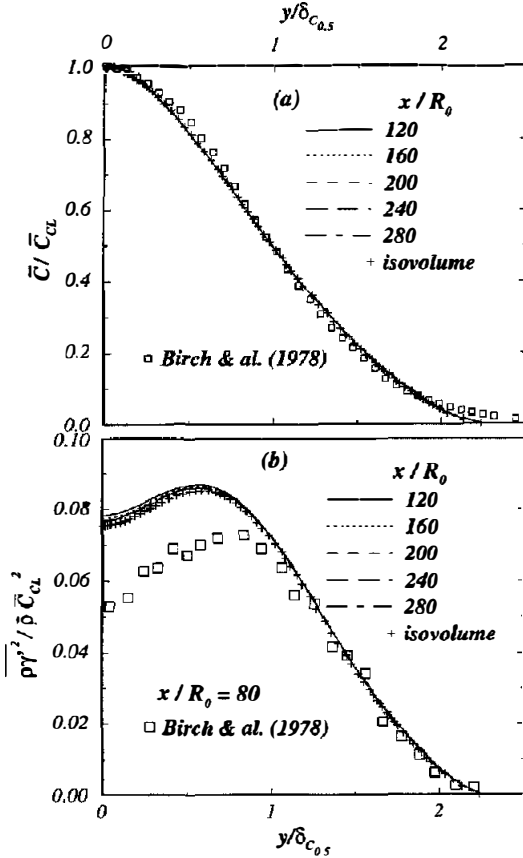


Fig. 23. - Affinité des grandeurs scalaires. Cas [1]
 Fig. 23. - Self similar profiles of scalar quantities.
 Case [1]

Posant ensuite :

$$\begin{aligned} \bar{A}_j(F) \equiv \overline{\rho F U_j} &= \underbrace{\overline{\rho F U_j}}_{(a)} + \underbrace{\overline{\rho f' u_j'}}_{(b)} \\ &+ \underbrace{\overline{\rho' f' u_j'}}_{(c_1)} + \underbrace{\overline{\rho' f' U_j} + \overline{\rho u_j' F}}_{(c_2)} \quad (14) \\ &\underbrace{\hspace{10em}}_{(c)} \end{aligned}$$

l'expression (14) se réduit à un *regroupement binaire* :

$$\bar{A}_j(F) = \overline{\rho F U_j} + \overline{\rho f u_j} \quad (15)$$

où f représente la fluctuation de F relativement à la moyenne de Favre. Formellement, (15) n'inclut pas plus de termes non linéaires que dans le cas isovolume. Cette analogie résulte d'un argument physique, ie la conservation de la masse en moyenne dans les deux cas. Pourtant, cette vitesse *moyenne* en situation isovolume et écoulement de fluide à masse volumique variable n'est pas définie de la même manière. Ainsi les propriétés cinématiques telles que le taux de contrainte moyen, la vorticité moyenne etc., ne sont pas physiquement identiques dans les deux cas. Enfin, les fluctuations au sens de Favre ne sont plus centrées :

$$\bar{f} = -\overline{\rho' f'}/\bar{\rho} \neq 0 \quad (16)$$

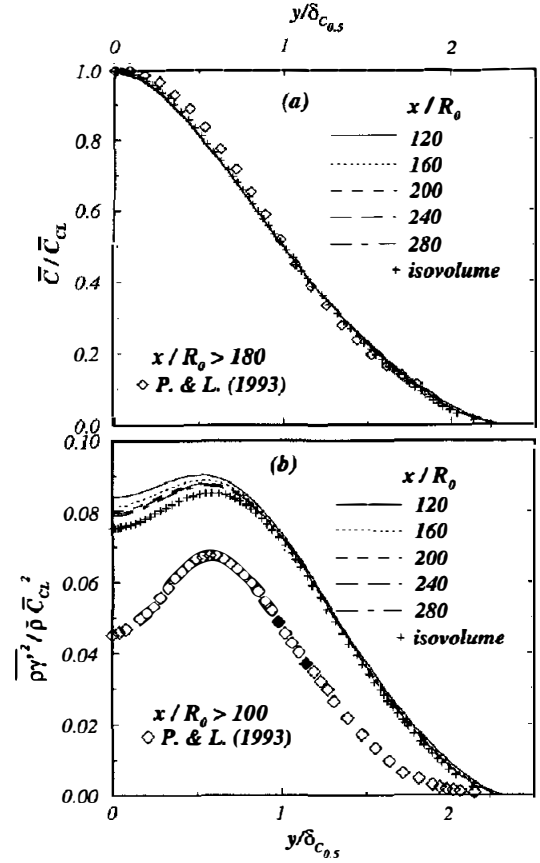


Fig. 24. - Affinité des grandeurs scalaires. Cas [12]
 Fig. 24. - Self similar profiles of scalar quantities.
 Case [12]

Ainsi, l'analogie formelle du cas incompressible ne s'applique plus strictement aux équations de transport ouvertes des moments d'ordre deux, comme montré par exemple par Chassaing [27].

Une alternative à la précédente méthode [20], consiste à considérer séparément les cfd en introduisant la valeur instantanée de la masse volumique dans les corrélations avec la densité d'ordre trois (et plus). Par suite, un *regroupement ternaire* s'opère dans (14) en ajoutant la contribution (c₁) à (b) pour donner :

$$\bar{A}_j(F) = \underbrace{\overline{\rho F U_j}}_{(a)} + \underbrace{\overline{\rho f' u_j'}}_{(b')} + \underbrace{\overline{\rho' f' U_j} + \overline{\rho u_j' F}}_{(c_2)} \quad (17)$$

Dans (17), le terme (b') est l'équivalent *compressible* de la corrélation d'ordre deux classique et une équation de transport peut être écrite [20]. Dans cette formulation, les termes cfd ne sont pas des inconnues supplémentaires car ils sont reliés de manière exacte aux corrélations d'ordre deux, en utilisant l'équation de partage. En effet, si f' est la fluctuation centrée ($\bar{f}' = 0$) de toute fonction scalaire F ou de composante de la vitesse, on déduit simplement de l'équation d'état que :

$$\overline{\rho' f'} \equiv \overline{\rho f'} = \frac{a}{1 - aC} \overline{\rho \gamma' f'} \quad (18)$$

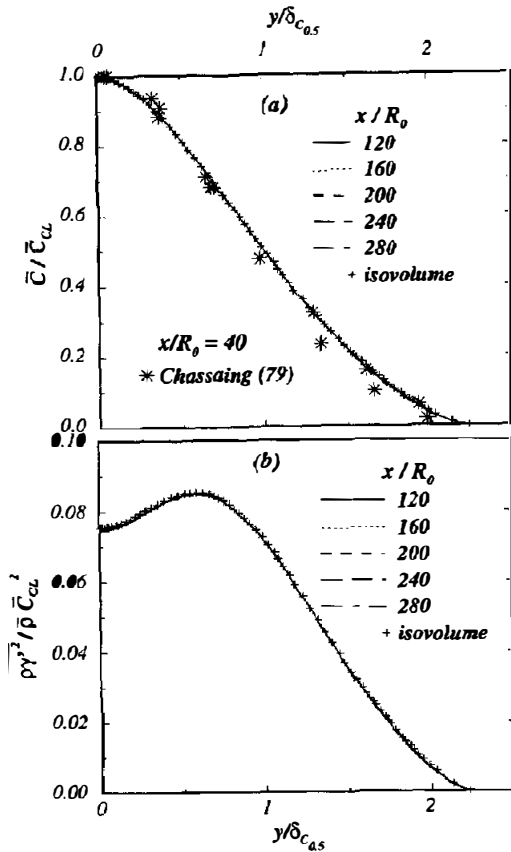


Fig. 25. - Affinité des grandeurs scalaires. Cas [h1]
Fig. 25. - Self similar profiles of scalar quantities.
Case [h1]

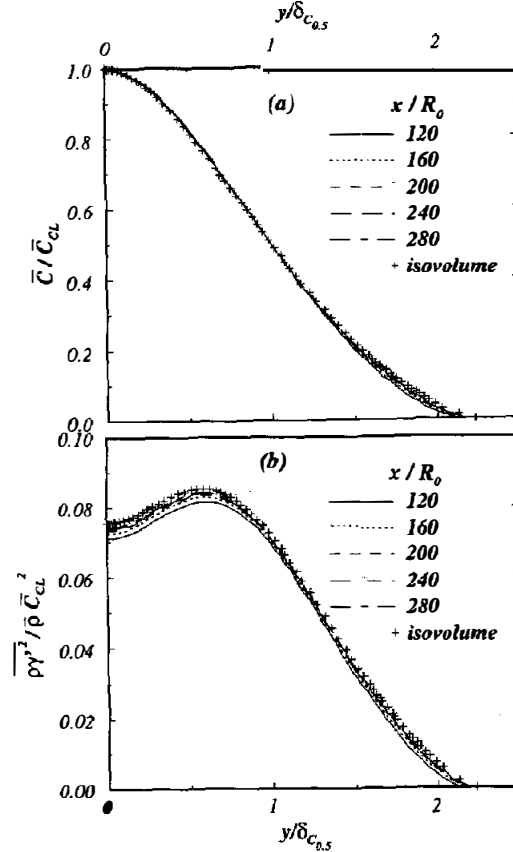


Fig. 26. - Affinité des grandeurs scalaires. Cas [h3]
Fig. 26. - Self similar profiles of scalar quantities.
Case [h3]

Ainsi, quand la fraction massique \bar{C} est donnée, la cfd $\rho f'$ est exactement reliée aux corrélations d'ordre deux pondérées par la masse, si bien que $\rho f'$ et $\rho f' \gamma'$ ne peuvent être considérés comme des variables indépendantes. En application directe de (18), on obtient respectivement, pour les corrélations vitesse-densité et densité-fraction massique :

$$\overline{\rho u'_i} = \frac{a}{1 - a\bar{C}} \overline{\rho \gamma' u'_i} \quad (19a)$$

$$\overline{\rho \gamma'} = \frac{a}{1 - a\bar{C}} \overline{\rho \gamma'^2} \quad (19b)$$

B. Modèles au second ordre

Les schémas de fermeture utilisés pour cette étude ont, à l'origine, été développés par Hérard [60] s'appuyant sur la technique de modelage invariant de Lumley, telle que décrite par Siess [61]. Les détails de la procédure de modélisation peuvent être trouvés dans Hérard [60], Chassaing et Hérard [21], Chassaing et Chibat [22] et Chibat [62]. Seule la forme simplifiée de ces modèles est présentée ici. L'écoulement moyen est stationnaire, le nombre de Reynolds-Schmidt turbulent est important et les effets de la diffusion moléculaire sont négligés.

B1. Equations du mouvement moyen

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de fraction massique sont :

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{U}_k}{\partial x_k} = - \frac{\partial \overline{\rho u'_k}}{\partial x_k} \quad (20a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \bar{U}_i \bar{U}_k}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u'_k U_i} + \overline{\rho u'_i U_k}) \\ = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{\rho u'_i u'_k}}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (20b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \bar{C} \bar{U}_k}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u'_k \bar{C}} + \overline{\rho \gamma' U_k}) \\ = - \frac{\partial \overline{\rho \gamma' u'_k}}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (20c)$$

Cette dernière est équivalente à :

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} \bar{C} \bar{U}_k) = 0$$

Ainsi, substituant la valeur instantanée ρC de l'équation d'état (38), on trouve :

$$\frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\rho} \bar{U}_k}{\partial x_k} - \frac{b}{a} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} = 0$$

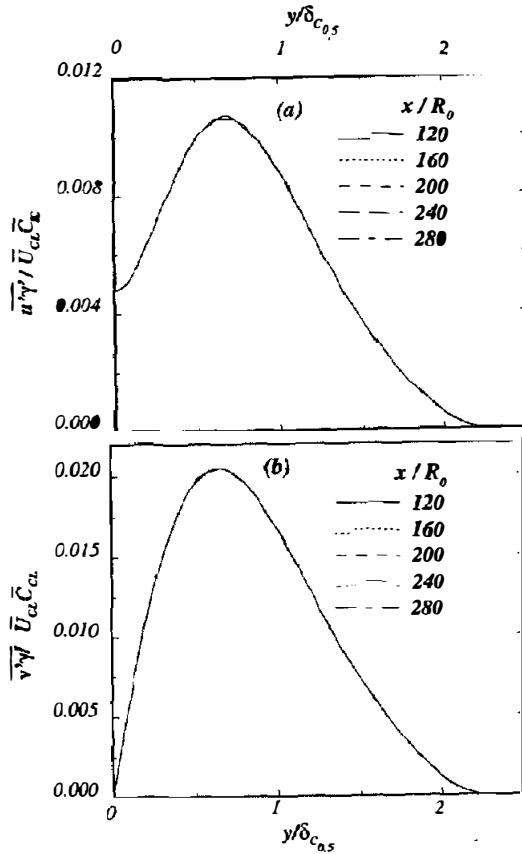


Fig. 27. - Affinité des corrélations croisées. Cas [i]
Fig. 27. - Self similar profiles of crossed-correlations.
Case [i]

Alors en raison de (20a), on déduit finalement que :

$$\frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} = 0 \quad (21)$$

En situation de mélange turbulent, sans effet de Mach, l'écoulement est isovolume. Ce résultat permet de montrer la différence entre les deux vitesses moyennes \bar{U}_i and \tilde{U}_i , car, avec les mêmes hypothèses, $\partial \tilde{U}_k / \partial x_k = 0$ n'est plus une équation exacte.

B2. Equations de transport des moments d'ordre deux

Avec le regroupement ternaire, les corrélations $\overline{\rho u'_i u'_j}$, $\overline{\rho \gamma'^2}$, $\overline{\rho \gamma' u'_j}$ sont les inconnues principales. Elles sont déterminés par la résolution d'équation de transport. Au contraire, les termes cfd sont déterminés par la relation algébrique exacte (19). Considérant la condition de divergence moyenne nulle (21), les équations modélisées prennent les formes suivantes.

- Tenseur de Reynolds :

$$\frac{\partial (\overline{\rho u'_i u'_j} \bar{U}_k)}{\partial x_k} = - \left(\overline{\rho u'_i} \bar{U}_k \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} + \overline{\rho u'_j} \bar{U}_k \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} \right)$$

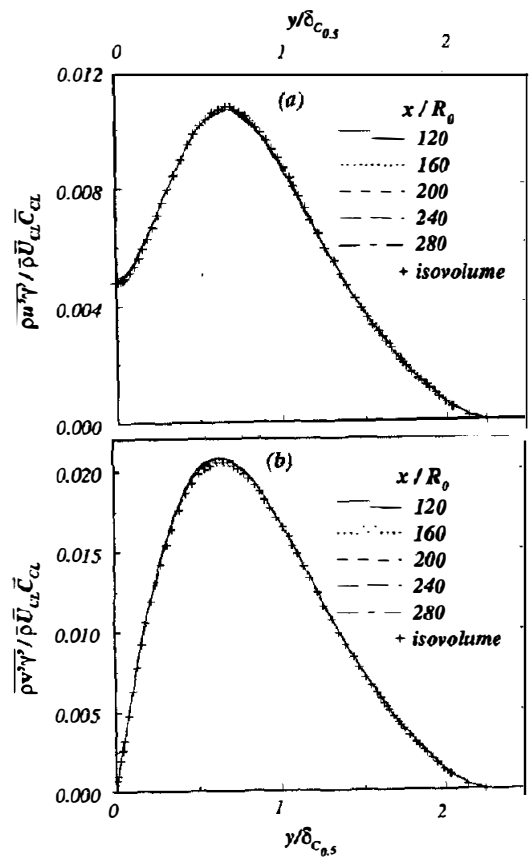


Fig. 28. - Affinité des corrélations croisées. Cas [11]
Fig. 28. - Self similar profiles of crossed-correlations.
Case [11]

$$\begin{aligned} & + \bar{P}_{ij} + 2A_0 \bar{k} \bar{T}_{ij} - A_1 \left(\bar{P}_{ij} - \frac{2}{3} \bar{Q} \delta_{ij} \right) \\ & - A_2 \left(\bar{Q}_{ij} - \frac{2}{3} \bar{Q} \delta_{ij} \right) + A_3 \bar{\varepsilon} \bar{b}_{ij} + A_4 \left(\bar{U}_k \frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_k} \right) \\ & \left(\overline{\rho u'_i} \delta_{lj} + \overline{\rho u'_j} \delta_{li} - \frac{2}{3} \overline{\rho u'_l} \delta_{ij} \right) + D_1 \frac{\partial}{\partial x_k} \\ & \left[\frac{\bar{k}}{\bar{\rho} \bar{\varepsilon}} \left(\overline{\rho u'_k u'_l} + \overline{\rho u'_k} \bar{U}_l \right) \frac{\partial \overline{\rho u'_l u'_j}}{\partial x_l} \right] - \frac{2}{3} \bar{\varepsilon} \delta_{ij} \quad (22) \end{aligned}$$

Dans (22) les deux termes de droite de la première ligne sont exacts. \bar{k} est l'énergie cinétique moyenne ($\frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i}$) et $\bar{\varepsilon}$ le taux de dissipation mécanique. \bar{P}_{ij} et \bar{Q}_{ij} sont le tenseur de production et son transposé, dont la trace est \bar{Q} ; \bar{T}_{ij} est le tenseur de taux de contrainte moyenne et \bar{b}_{ij} est le tenseur d'anisotropie. Les définitions de ces tenseurs sont données ci-après :

$$\bar{P}_{ij} = - \left(\overline{\rho u'_i u'_l} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_l} + \overline{\rho u'_j u'_l} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_l} \right)$$

$$\bar{Q}_{ij} = - \left(\overline{\rho u'_i u'_l} \frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_j} + \overline{\rho u'_j u'_l} \frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_i} \right)$$

$$\bar{Q} = \frac{1}{2} \bar{Q}_{ii} = \frac{1}{2} \bar{P}_{ii}$$

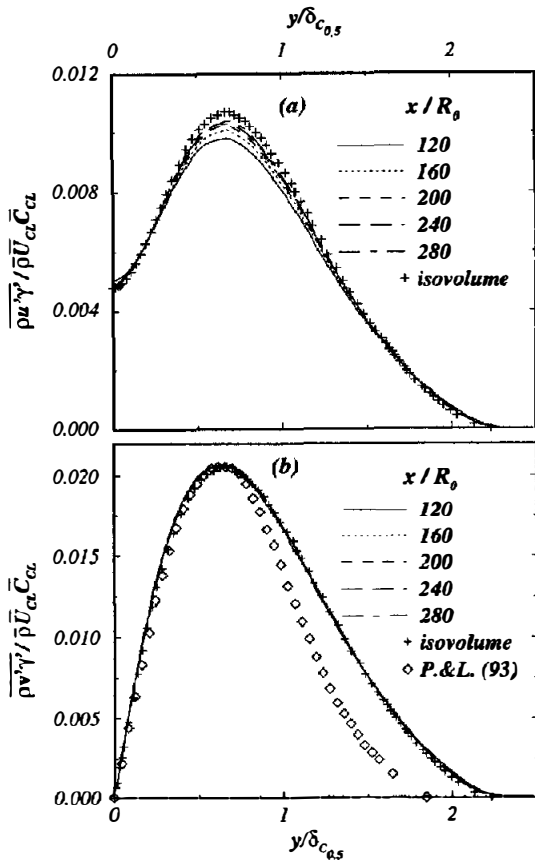


Fig. 29. - Affinité des corrélations croisées. Cas [l2]
Fig. 29. - Self similar profiles of crossed-correlations.
Case [l2]

$$\bar{T}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad \bar{b}_{ij} = \frac{\overline{\rho u_i' u_j'}}{\bar{k}} - \frac{2}{3} \delta_{ij}$$

- Corrélation croisée vitesse-fraction massique :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\rho \gamma' u_i' \bar{U}_k})}{\partial x_k} &= - \left(\overline{\rho u_i' \bar{U}_k} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_k} + \overline{\rho \gamma' \bar{U}_k} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} \right) + \bar{P}_{\gamma i} \\ &+ \frac{2}{3} (1 - 2B_0) \overline{\rho \gamma' u_k'} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} \\ &+ 2B_0 \overline{\rho \gamma' u_k'} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_i} - B_2 \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \overline{\rho \gamma' u_i'} \quad (23) \\ &- \overline{\rho \gamma'} \left(B_1 \bar{b}_{mi} + \frac{\delta_{mi}}{3} \right) \left(\bar{U}_k \frac{\partial \bar{U}_m}{\partial x_k} \right) \\ &+ D_2 \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\bar{k}}{\bar{\varepsilon}} \frac{\overline{\rho u_k' u_l'}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \overline{\rho \gamma' u_i'}}{\partial x_l} \right) \end{aligned}$$

- Corrélation double de fraction massique :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\rho \gamma'^2 \bar{U}_k})}{\partial x_k} &= -2 \overline{\rho \gamma'} \bar{U}_k \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_k} - 2 \overline{\rho \gamma' u_k'} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_k} \\ &+ D_3 \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\bar{k}}{\bar{\varepsilon}} \frac{\overline{\rho u_k' u_l'}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \overline{\rho \gamma'^2}}{\partial x_l} \right) - \bar{\varepsilon}_\gamma \quad (24) \end{aligned}$$

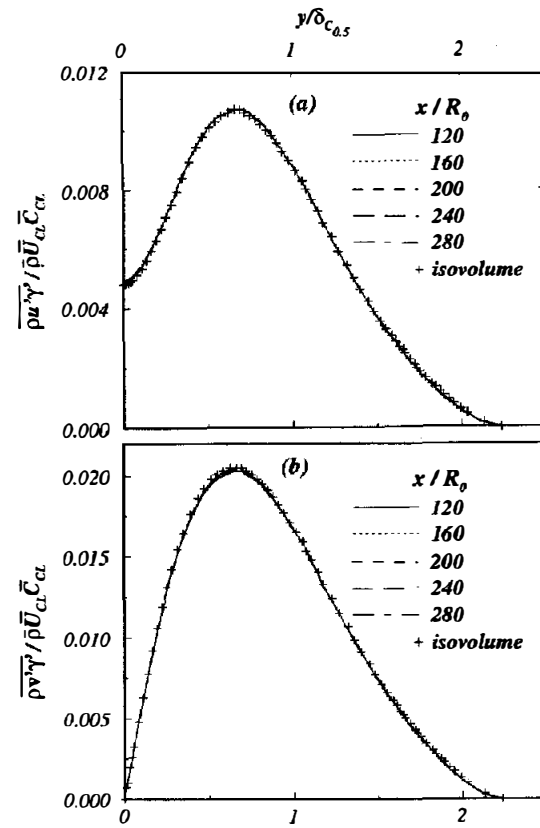


Fig. 30. - Affinité des corrélations croisées. Cas [h1]
Fig. 30. - Self similar profiles of crossed-correlations.
Case [h1]

Comme précédemment, les termes de droite sur la première ligne de (23) et (24) sont exacts, et le vecteur $\bar{P}_{\gamma i}$ vaut :

$$\bar{P}_{\gamma i} = - \left(\overline{\rho \gamma' u_l'} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_l} + \overline{\rho u_i' u_l'} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_l} \right)$$

B3. Équations des taux de dissipation

Pour compléter le modèle, les taux de dissipation mécanique $\bar{\varepsilon}$ et massique $\bar{\varepsilon}_\gamma$ sont donnés. Le taux de dissipation de fraction massique $\bar{\varepsilon}_\gamma$ est déduit de $\bar{\varepsilon}$ comme suggéré par Beguier et al [63] :

$$\bar{\varepsilon}_\gamma = G \frac{\overline{\rho \gamma'^2}}{\bar{k}} \bar{\varepsilon}$$

où la constante G est prise égale à 1,7. Comme précisé par Fulachier et al [33], ce rapport ne reste pas nécessairement constant quand la densité varie.

Le taux de dissipation mécanique $\bar{\varepsilon}$ est décrit par l'équation de transport suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{\varepsilon} \bar{U}_l)}{\partial x_l} &= -F_1 \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \overline{\rho u_m'} \left(\bar{U}_l \frac{\partial \bar{U}_m}{\partial x_l} \right) - F_3 \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \overline{\rho u_i' u_j'} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \\ &+ F_5 \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{\bar{k}}{\bar{\rho} \bar{\varepsilon}} \overline{\rho u_l' u_m'} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_m} \right) - F_6 \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\bar{k}} \quad (25) \end{aligned}$$

TABLEAU VIII / TABLE VIII Constantes du modèle Constants of the model				
Terme	$\overline{\rho u'_i u'_j}$	$\overline{\rho \gamma' u'_i}$	$\overline{\rho \gamma'^2}$	$\overline{\varepsilon}$
Corrélations avec la pression	$\begin{cases} A_0 = -0,16 \\ A_1 = 0,76 \\ A_2 = 0,08 \\ A_3 = -2,80 \\ A_4 = 0,21 \end{cases}$	$\begin{cases} B_0 = -0,1 \\ B_1 = 0,0 \\ B_2 = 6,0 \end{cases}$		$\begin{cases} F_1 = 0,50 \\ F_3 = 1,44 \\ F_5 = 0,19 \\ F_6 = 1,92 \end{cases}$
Diffusion	$D_1 = 0,21$	$D_2 = 0,15$	$D_3 = 0,20$	

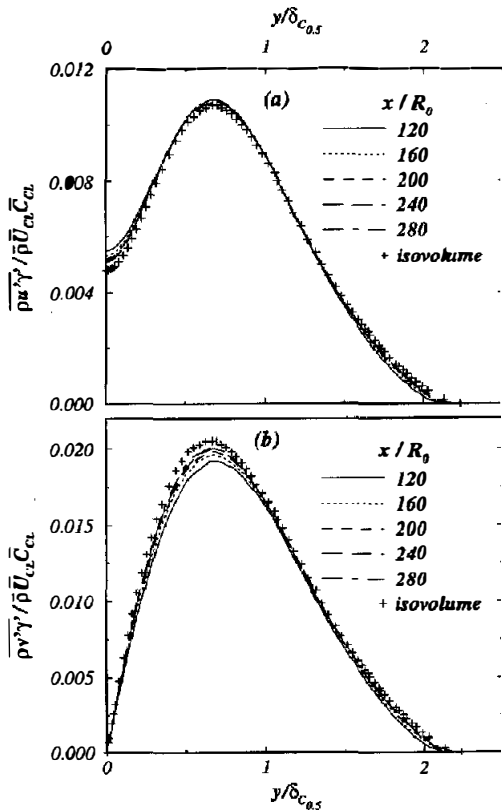


Fig. 31. - Affinité des corrélations croisées. Cas [h3]

Fig. 31. - Self similar profiles of crossed-correlations.
Case [h3]

B4. Valeurs des constantes de la procédure numérique

Les valeurs des constantes sont données dans le *tableau VIII* et deux points doivent être précisés ici :

a) les mêmes valeurs de constante ont été utilisées quel que soit le rapport de densité;

b) les valeurs ont été validées par rapport à des données expérimentales à la fois dans la situation de jet isovolume et à masse volumique variable [26].

C. Diamètre équivalent

Expérimentalement et analytiquement, on constate que dans la zone lointaine d'un jet inertiel à

masse volumique variable, et de même que pour un jet incompressible, on peut écrire pour la vitesse axiale et la fraction massique moyenne les relations suivantes :

$$\frac{\overline{U}_{CL}}{\overline{U}_0} = A \frac{D_0}{(x - x_u^*)} = A_e \frac{D_e}{(x - x_{eu}^*)} \quad (26)$$

$$\frac{\overline{C}_{CL}}{\overline{C}_0} = B \frac{D_0}{(x - x_c^*)} = B_e \frac{D_e}{(x - x_{ec}^*)} \quad (27)$$

où x_{eu}^* et x_{ec}^* représentent les origines fictives, et D_e le diamètre équivalent défini par :

$$D_e = D_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_e}} \quad (28)$$

Pour Thring et Newby [32], la masse volumique équivalente n'est autre que la valeur ambiante, c'est-à-dire :

$$\rho_e = \rho_\infty \quad (29)$$

Plus récemment, des propositions ont été avancées afin de tenir compte de la non-uniformité des profils initiaux, supposée par Thring et Newby [32].

Pour Dahm et Dimotakis [37] :

$$R_e = \frac{Q_{m0}}{(\pi \rho_\infty M_0)^{0,5}} \quad (30)$$

où Q_{m0} et M_0 représentent respectivement le débit massique et le flux de quantité de mouvement dans la section de sortie. Stepowski et al [36] considèrent une masse volumique globale (*bulk density*) qui en fait est une grandeur locale évoluant avec la section telle que :

$$\rho_e = \rho_b = \frac{\int_0^\infty \overline{\rho U^2} r dr}{\int_0^\infty \overline{U^2} r dr} \quad (31)$$

Fulachier et al [6] prenant en compte les évolutions différentes des demi-épaisseurs dynamique et massique préconisent de différencier le diamètre équivalent pour la fraction massique en écrivant :

$$D'_e = D_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_b'} \frac{\rho_b}{\rho_b'}} \quad (32)$$

où

$$\rho_{b'} = \int_0^\infty \bar{\rho} \bar{U} \bar{C} r dr / \int_0^\infty \bar{U} \bar{C} r dr \quad (33)$$

Pour être plus précis, notons que ces grandeurs sont généralement définies en moyenne de Favre, supposant l'équivalence avec la décomposition de Reynolds. Cette hypothèse est discutable, car le domaine de validité de cette approximation dépend du rapport de densité. La détermination précise des masses volumiques globales n'est pas toujours réalisable expérimentalement, c'est pourquoi des approximations sont proposées comme par exemple par Sarh [35] :

$$\rho_b \approx \rho_{b'} \approx \rho_{CL} \quad (34)$$

qui avec cette définition, met en évidence une meilleure prise en compte des effets de la densité par rapport à la définition (29) pour des jets rectangulaires ou des jets ronds sur la base des expériences de Pitts [7]. Sautet [9] affine l'approximation de Sarh [35] et propose :

$$\rho_b \approx \frac{4}{5} \rho_{CL} + \frac{1}{5} \rho_\infty \quad (35)$$

$$\rho_{b'} \approx \frac{6}{5} \rho_{CL} - \frac{1}{5} \rho_\infty \quad (36)$$

Enfin notons que Pitts [7] constate qu'une définition empirique fonction du rapport de densité entre le jet et l'extérieur à la puissance 0,6 améliore très sensiblement la prise en compte des effets de la variation de masse volumique pour la quantité B_e .

D. Comportement asymptotique de $\overline{\rho\gamma'}$ quand S tend vers zéro

A température et pression constantes, l'équation d'état se réduit à l'additivité des volumes :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{C}{\rho_1} + \frac{1-C}{\rho_2} \quad (37)$$

où l'on note C la fraction massique de l'espèce "1", constituant du jet à l'émission, ρ_1 et ρ_2 sont les densités des deux espèces pures. L'équation (37) est alors équivalente à :

$$\rho = a\rho C + b \quad (38)$$

dans laquelle a et b sont deux constantes respectivement égales à $(\rho_1 - \rho_2)/\rho_1$ et ρ_2 . Pour un jet de constituant "1" dans une atmosphère constituée de l'espèce "2" le paramètre a s'écrit en fonction du rapport de densités à l'émission S :

$$a = 1 - \frac{1}{S} \quad (39)$$

Lorsque S tend vers zéro, ce qui correspond au cas purement théorique d'un jet infiniment léger, on a :

$$S \rightarrow 0 \Rightarrow a \rightarrow -\infty \quad (40)$$

Prenant la moyenne de l'équation (38), il vient

$$\overline{\rho C} = \frac{\bar{\rho} - b}{a} \quad (41)$$

Les relations (40) et (41) permettent de conclure qu'asymptotiquement lorsque S tend vers zéro ρC tend également vers zéro. De plus, comme :

$$\overline{\rho C} = \overline{\rho} \bar{C} + \overline{\rho\gamma'}$$

la quantité $\overline{\rho\gamma'}/\overline{\rho C} \rightarrow -1$ quand $S \rightarrow 0$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] WK George (1989) The self-preservation of turbulent flows and its relation to initial conditions and coherent structures. In : *Advances in turbulence* (WK George and Arndt, eds), Hemisphere, 39-73
- [2] WM Pitts (1991) Reynolds number effects on the mixing behavior of axisymmetric turbulent jets. *Exp in Fluids* 11, 135-141
- [3] WM Pitts (1991) Effects of global density ratio on the centerline mixing behavior of axisymmetric turbulent jets. *Exp in Fluids* 11, 125-134
- [4] FC Gouldin, RW Schefer, SC Johnson, W Kollman (1986) Non-reacting turbulent mixing flows. *Prog Energy Combust Sci* 12, 257-303
- [5] RMC So, JY Zhu, MV Ötügen, BC Hwang (1990) Some measurements in a binary gas jet. *Exp in Fluid* 9, 273-284
- [6] L Fulachier, F Anselmet, M Amielh (1990) *Jets turbulents à masse volumique variable*. PRC Combustion dans les moteurs fusées cryotechniques, CNRS/CNES/SEF
- [7] WM Pitts (1986) *Effects of global density and Reynolds number variations on mixing in turbulent, axisymmetric jets*. NBSIR 86-3340, National Bureau of Standards, US Department of Commerce
- [8] CD Richards, WM Pitts (1993) Global density effects on the self-preservation behaviour of turbulent free jets. *J Fluid Mech* 254, 417-435
- [9] JC Sautet (1992) *Effets de densité sur le développement scalaire et dynamique des jets turbulents*. Thèse de l'Université de Rouen
- [10] B Sarh, I Gökalp (1993) Influence of variable density of the characteristics of turbulent rectangular jets. In : *The 5th Int Symp on Refined Mod and Turb Meas*, Paris
- [11] T Djeridane (1994) *Contribution à l'étude expérimentale de jets turbulents axisymétriques à densité variable*. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille II, Réf 207-94-57
- [12] A Favre (1958) Equations statistiques des gaz turbulents. *CRAS* 246, 2573-3216
- [13] A Favre (1965) Equations des gaz turbulents compressibles. i) Formes générales. *J Mécan* 4, 361-390
- [14] A Favre (1965) Equations des gaz turbulents compressibles. ii) Méthode des vitesses moyennes ; méthode des vitesses macroscopiques pondérées par la masse volumique. *J Mécan* 4, 390-421

- [15] A Favre (1971) Equations statistiques aux fluctuations d'entropie, de concentration, de rotationnel dans les écoulements compressibles. *CRAS* 273, 1289-1294
- [16] A Favre (1975) Equations statistiques des fluides turbulents compressibles. In : *V^e Cong Can de Méc Appl New Brunswick Univ, G3-G34*
- [17] A Favre (1992) Equations statistiques des fluides à masse volumique variable en écoulements turbulents. In : *II^{es} Journées ETMVV, Orléans, France*
- [18] WW Liou, TH Shih (1991) *On the basic equations for the second - order modeling of compressible turbulence*. NASA-TM-105277, ICOMP-91-19, CMOTT-91-08
- [19] C Rey, JM Rosant (1990) Influence of density variations on small turbulent structures of temperature in strongly heated flows. In : *IXth Int Heat Transfer Conf, Israel* 405-409
- [20] P Chassaing (1985) Une alternative à la formulation des équations du mouvement d'un fluide à masse volumique variable. *J Mécan Th Appl* 4, 3, 375-389
- [21] P Chassaing, JM Hérard (1987) Second order modeling of a variable density turbulent mixing. In : *Sixth Symp on Turbulent Shear Flows*, 6, 17, 8
- [22] P Chassaing, M Chibat (1988) Second-order modeling of a variable density turbulent mixing layer. In : *Euromech 237, IMST, Marseille, France*
- [23] G Harran (1994) *Analyse physique, modélisation et simulation numérique des mécanismes de mélange dans les jets simples et coaxiaux turbulents*. Thèse INPT n° 841
- [24] L Joly (1994) *Écoulements turbulents cisailés libres à masse volumique variable : analyse physique et modélisation*. Thèse INPT, n° 944
- [25] E Ruffin (1994) *Étude de jets turbulents à densité variable à l'aide de modèles de transport au second ordre*. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille II
- [26] P Chassaing, G Harran, L Joly (1994) Density fluctuation correlations in free turbulent binary mixing. *J Fluid Mech* 279, 239-278
- [27] P Chassaing (1979) *Mélange turbulent de gaz inertes dans un jet de tube libre*. Thèse Doc es Sciences n° 42, Inst Nat Poly de Toulouse
- [28] P Chassaing (1977) Heat transfer from cylindrical anemometer probes in CO₂ - air mixtures. *Phys Fluids A* 20, 8, 1260-1262
- [29] P Chassaing, M Chibat, G Harran, L Joly (1992) Comparaisons de formulations de fermeture pour les mélanges turbulents de fluides à masse volumique variable. In : *2^e Journées ETMVV, Orléans, France*
- [30] E Ruffin, R Schiestel, F Anselmet, M Amielh, L Fulachier (1994) Investigation of characteristic scales in variable density jets using a second-order model. *Phys Fluids A* 6, 8, 2785-2799
- [31] HG Green, JH Whitelaw (1988) Velocity and concentration characteristics of the near-field of round jet. In : *Euromech 237, IMST, Marseille, France*
- [32] M Thring, MP Newby (1953) Combustion length of enclosed turbulent jet flames. In : *Fourth Int Symp Combustion*, The Williams and Wilkins Co, Baltimore, MD, 789-796
- [33] L Fulachier, R Borghi, F Anselmet, P Paranthoen (1989) Influence of density variations on the structure of low-speed turbulent flows: a report on *Euromech 237. J Fluid Mech* 203, 577-593
- [34] RW Schefer, RW Dibble (1986) Rayleigh scattering measurements of mixture fraction in a turbulent non-reactive propane jet. Sandia Rep 85-8837, 1986
- [35] B Sarh (1990) Contribution à l'étude des jets turbulents à masse volumique variable et des flammes de diffusion turbulentes. Thèse Doct d'Etat, Univ Pierre et Marie Curie, Paris
- [36] D Stepowski, K Labbaci, G Cabot, M Trinite (1988) Pseudo-self-similarity in the development of low density turbulent jets issuing in a co-flow air. In : *Euromech 237, IMST, Marseille, France*
- [37] WJA Dahm, PE Dimotakis (1987) Measurements of entrainment and mixing in turbulent jets. *AIAA J* 25, 1216-1223
- [38] L Joly, P Chassaing (1994) Analyse de l'écoulement cisailé mince soumis à des gradients de masse volumique. In : *Conf on low speed variable-density turbulent flows, LEGI Grenoble, 15-16 septembre, 1994*
- [39] CJ Chen, W Rodi (1976) A review of experimental data of vertical turbulent buoyant jets. *IHM Rep* 193
- [40] NR Panchapakesan, JL Lumley (1993) Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. i) Air jet. *J Fluid Mech* 246, 197-223
- [41] NR Panchapakesan, JL Lumley (1993) Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. ii) Helium jet. *J Fluid Mech* 246, 225-247
- [42] FP Ricou, DB Spalding (1961) Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets. *J Fluid Mech* 11, 21-32
- [43] PM Sforza, RF Mons (1978) Mass, momentum and energy transport in turbulent free jets. *J Heat Mass Trans* 21, 371-384
- [44] BJ Hill (1972) Measurements of local entrainment rate in the initial region of axisymmetric turbulent jets. *J Fluid Mech* 51, 4, 1234-1246
- [45] I Wygnanski, HE Fielder (1969) Some measurements in the self-preserving jet. *J Fluid Mech* 38, 577-612
- [46] HJ Hussein, SP Capp, WK George (1994) Velocity measurements in a high-Reynolds-number, momentum-conserving, axisymmetric, turbulent jet. *J Fluid Mech* 258, 31-75
- [47] E Effelsberg, N Peters (1988) Scalar dissipation rates in turbulent jet and jet diffusion flames. In : *22nd Symp Int on Combustion*, The Combustion Institute
- [48] PE Dimotakis, PL Miller (1990) Some consequences of the boundedness of scalar fluctuations. *Phys Fluids A* 2, 11, 1919-1920
- [49] JY Zhu, RMC So, MV Ötügen (1989) Mass transfer in a binary gas jet. *AIAA J* 27, 1132-1135
- [50] JC Larue, PA Libby (1977) Measurements in the turbulent boundary layer with slot injection of helium. *Phys Fluids A* 20, 2, 192-202
- [51] JC Larue, PA Libby (1980) Further results related to the turbulent boundary layer with slot injection of helium. *Phys Fluids A* 23, 6, 1111-1118
- [52] M Bahraoui (1987) Contribution à l'étude d'un jet turbulent axisymétrique en présence de forts gradients de température. Thèse Doc es Sciences de l'Université d'Aix-Marseille II
- [53] SV Pantankar, DB Spalding (1970) *Heat and mass transfer in boundary layers*. Intertext Books, London, 2nd ed

- [54] JF Driscoll, RW Schefer, RW Dibble (1982) Mass fluxes $\overline{\rho u^j}$ and $\overline{\rho v^j}$ measured in a turbulent non-premixed flame. In : *19th Int Symp on Combustion*, The Combustion Institute, 477-485
- [55] RMC So, TM Liu (1986) On self-preserving, variable density, turbulent free jets. *J Applied Math and Phys* 37, 538-558
- [56] AD Birch, DR Brown, MG Dodson, JR Thomas (1978) The turbulent concentration field of a methane jet. *J Fluid Mech* 88, 431-449
- [57] GL Brown, A Roshko (1974) The effect of density differences on the turbulent mixing layer. In : *AGARD Meeting on Turb Shear Flows*, 23.1-23.12
- [58] GL Brown, A Roshko (1974) On density effects and large structure in turbulent mixing layer. *J Fluid Mech* 64, 4, 775-816
- [59] KN Ghia, TP Torda, Z Lavan (1970) *Turbulent mixing in the initial region of heterogeneous axisymmetric coaxial confined jets*. NASA CR-1615, vol NAS Rep, 80 p
- [60] JM Hérard (1986) *Modélisation et calcul d'écoulements turbulents isothermes de gaz à densité variable*. Thèse INPT n° 400
- [61] J Siess (1975) *Etude, d'après la méthode de Lumley de la pénétration de la turbulence dans un milieu stratifié*. Thèse Doc-Ing de l'Université d'Aix-Marseille II
- [62] M Chibat (1995) *Modélisation au second ordre des équations non pondérées du mélange turbulent : application au jet libre isotherme de gaz non réactifs*. Thèse INPT n° 1 000
- [63] C Beguier, I Dekeyser, BE Launder (1978) Ratio of scalar and velocity dissipation time scales in shear flow turbulence. *Phys Fluids A* 21, 3, 307-310
- [64] GN Abramovich, DV Yakolevsky, IP Smirnova, AN Secundov, SYU Krasheninnikov (1969) An investigation of the turbulent jets of different gases in a general stream. *Aeronaut Acta* 18, 229-240
- [65] S Corrsin, MS Uberoi (1949) Further experiments on the flow and heat transfer in a heated turbulent air jet. *NACA TN 1865*
- [66] CP Donaldson, KE Gray (1966) Theoretical and experimental investigation of the compressible free mixing of two dissimilar gases. *AIAA J*, 4, 11, 2017-2025
- [67] DR Dowling, PE Dimotakis (1988) On mixing and structure of the concentration field of turbulent jets. *AIAA 88 Cincinnati*, 982-988
- [68] EW Grandmaison, DE Rathgeber, HA Becker (1982) Some characteristics of concentration fluctuation in free turbulent jets. *Can J Chem Eng* 60, 212-219
- [69] W Rodi (1972) *The prediction of free turbulent boundary layers by use of a two-equation model of turbulence*. Ph D thesis Mech Eng Dpt Imp Coll, London

ABRIDGED ENGLISH VERSION

Numerical study of density effects on a turbulent mixing jet in microgravity

This paper deals with density effects on a low-speed turbulent heterogeneous mixing free jet. Due to engineering applications for combustion chambers for example, many experiments have been realized in this configuration, during the last years. But the analysis of the density effects is very difficult considering the discrepancies on the experimental conditions in these studies. Especially, far from the exit it is not possible to decide if the pseudo-self-similarity depends on the density ratio and even if this property truly exists. The ability of taking into account all the density effects with a definition of an equivalent diameter can be questionable too. To discuss these problems a numerical experimentation, which gives more latitude to separate density effects, can become a helpful tool of analysis to complete experiments. This is the main topic of this paper.

The credibility of this work depends on the one hand on the ability of the numerical code to reconstitute density effects and on the other hand on the precautions of the procedure to exclude other effects. The parabolical equations of Prandtl are

solved numerically considering second order single point closure schemes. The details of this code, the validation in comparison with experimental data and the original statistical regroupement proposed by Chassaing [20] used in this study are presented in an other paper [26]. Nevertheless, it must be specified that the correlations with the density fluctuations (cfd) are dissociated from mean quantities in the whole averaging statistical procedure, including turbulence modelling. So, it is expected to have a better description of all density effects than for a mass weighted treatment. The characteristics of the jet are represented in function of S , the inlet density ratio between the jet and the surrounding gas (air in this study). This parameter varies from 0.14 to 5.11. In this parametrical study, we take all precautions to point out density effects only, which explain the choice of simulations in micro-gravity. The numerical results are presented in two parts. First we point out density effects on the streamwise variations of mean quantities, entrainment, expansion and correlations of turbulent quantities which allow

us to characterize the mixing in function of S . In the second part, profiles are presented in the self-preserving zone. The main object is to verify the ability of second order modelling to predict for mean and unmixedness values of jet mass fraction, self-preserving state independent of the density ratio according to the experiments of Richards and Pitts [8]. Moreover, dynamical quantities and second order crossed-correlations are examined to show an eventual extension of this property for every characteristic of the jet.

It is observed that numerical results corroborate many experimental results showing the better turbulent mixing efficiency of light jet. A more original remark is the evidence of density effects in the far field region, where it is generally admitted that the jet presents inertial self-similar profiles, even for great

contrast of density. These effects can be explained by the weight of the terms specific to the variation of density as shown by Joly [24, 38] considering a new repartition of the zone of influence of the forces in the jet. Due to these manifestations, the notion of equivalent diameter reveals limitation to have a perfect regroupment of the jet expansion characteristics for large variations of the density ratio. For self-similar profiles, Richards and Pitts' conclusions are numerically confirmed. The density ratio effects on the jet development vanish leading to one self-similar profile for mean and unmixedness values of jet mass fraction. The same asymptotical tendency is observed for the other characteristics of the jet but slower than for scalar quantities. Finally, the discussion confirms the particular importance of the density fluctuations correlations and the necessity to have a better knowledge of these quantities.