



HAL
open science

Contribution à l'étude des propriétés élastiques des bois

Jean Campredon

► **To cite this version:**

Jean Campredon. Contribution à l'étude des propriétés élastiques des bois. Annales de l'Ecole Nationale des Eaux et Forêts et de la Station de Recherches et Expériences Forestières, 1935, 5 (3), pp.251-288. <hal-03483806>

HAL Id: hal-03483806

<https://hal.science/hal-03483806v1>

Submitted on 16 Dec 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES DES BOIS

Par J. CAMPREDON

INSPECTEUR DES EAUX ET FORÊTS
CHEF DU LABORATOIRE D'ESSAIS DE L'INSTITUT NATIONAL DU BOIS A PARIS
ANCIEN ASSISTANT A LA 2^e SECTION
DE LA STATION DE RECHERCHES ET D'EXPÉRIENCES FORESTIÈRES

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES DES BOIS

CHAPITRE I

GÉNÉRALITÉS — HYPOTHÈSES

Lorsque l'on étudie le bois, on est amené à distinguer d'abord une direction privilégiée, celle de l'axe de croissance de l'arbre, le sens des fibres, le sens du fil des praticiens. Normalement à cet axe, une section transversale met en évidence les couches annuelles. Si l'on s'écarte du centre, suivant un rayon, on traverse une alternance de zones de structure anatomique et de dureté différentes, constituée d'une part par la succession de couches de croissance nettement différenciées, d'autre part, à l'intérieur même de ces couches, par une différence sensible entre la zone intérieure, en général moins dense, et la zone extérieure, plus dure et fournissant l'élément principal de résistance du bois. Pour tenir compte de cette sorte de périodicité de la structure, périodicité qui se retrouve dans l'allure des propriétés, il faudrait introduire dans une étude sur le bois une complication sans rapport avec la valeur des résultats d'ordre pratique qui pourrait en résulter, et qui conduirait à des problèmes à peu près insolubles. Nous supposerons que l'on opère sur des échantillons dont les dimensions sont assez fortes par rapport à l'épaisseur des couches du bois, pour que les mesures donnent une valeur moyenne de l'allure des phénomènes dans la partie de l'arbre considérée.

Si l'on prélève alors, dans le bois à étudier, une série d'éprouvettes prismatiques, dont un axe a été pris parallèlement à la direction moyenne des fibres, on pourra orienter les faces latérales d'une manière déterminée par rapport à la direction des

couches. On considère en général des éprouvettes de dimensions telles que, sur toute l'étendue d'une section transversale, la courbure des couches soit assez faible pour qu'on puisse sans inconvénient les considérer comme rectilignes. On choisit alors, comme direction générale de l'une des faces latérales la direction normale à la direction de ces couches, l'autre face prise étant dans le sens même de ces couches.

Dans le cas d'une éprouvette prise dans un bois à fibres à peu près rectilignes, bois de droit fil, net de défauts (et nous nous supposons toujours placé dans ces conditions), nous distinguerons donc 3 axes rectangulaires menés par le centre de gravité (fig. 1). L'un sera l'axe de croissance de l'arbre (axe 1, ou direction des fibres), l'autre sera, dans une section transversale,

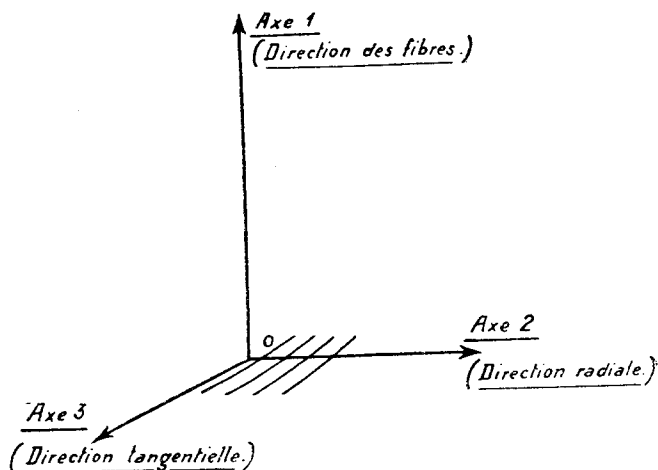


Fig. 1.

normal à la direction des couches (axe 2, ou direction radiale), le troisième aura la direction des couches dans la section (axe 3, ou direction tangentielle). Nous supposons que la structure de la totalité de l'éprouvette est telle que si l'on considère, en un point quelconque de celle-ci, la direction des fibres, la direction radiale, la direction tangentielle, on obtient un trièdre trirectangle d'arêtes parallèles au premier. Les trois axes ainsi définis sont

trois axes de symétrie matérielle pour le milieu déformable que constitue le bois.

*
* *

Nous allons maintenant appliquer à ce milieu à trois plans de symétrie, les règles générales de la théorie de l'élasticité. Nous voulons notamment étudier comment peuvent s'écrire les *relations entre les fatigues et les déformations*. Commençons par un rappel de cette théorie.

Faisons choix des axes de symétrie matérielle pour axes de référence $Oxyz$. Nous savons qu'à condition d'admettre que le milieu est *continu* et de n'envisager que des *déformations infiniment petites* (nous supposons ces deux hypothèses réalisées, malgré la structure anatomique du bois, étant donné les dimensions importantes des côtés des éprouvettes étudiées par rapport à celles des éléments constitutifs du bois), on peut admettre que la *déformation est caractérisée par 6 fonctions* $i_1, i_2, i_3, j_1, j_2, j_3$ telles que :

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{du}{dx} & j_1 &= \frac{dw}{dy} + \frac{dv}{dz} \\ i_2 &= \frac{dv}{dy} & j_2 &= \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} \\ i_3 &= \frac{dw}{dz} & j_3 &= \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} \end{aligned}$$

où u, v, w représentent les projections sur 3 axes du vecteur PP' , déplacement d'un point (fig. 2).

Nous savons d'autre part que, suivant les notations de Lamé, la tension ou fatigue en un point, sur un élément superficiel dont l'orientation est donnée, dépend uniquement de 6 paramètres $N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3$, liés par 3 équations, et qui représentent (fig. 3), sur des éléments normaux aux axes, les N_a des fatigues normales parallèles à l'axe a , les T_b des fatigues tangentielles (cisaillement) perpendiculaires à l'axe b . Nous admettrons que les 6 paramètres $N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3$ dépendent

exclusivement de la déformation d'un élément de volume très petit entourant le point P et non de la déformation du reste

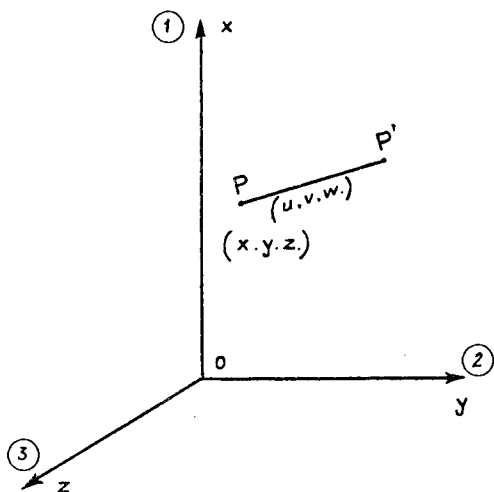


Fig. 2.

du milieu. En d'autres termes, nous dirons que nous avons affaire à un matériau *élastique*.

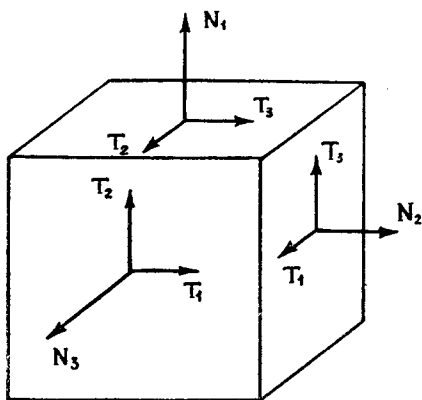


Fig. 3.

Si nous admettons que le corps est déformé à partir de son état naturel, au moyen de forces extérieures, les paramètres

N , T , fonctions de la déformation d'un élément infiniment petit autour du point P , sont fonction des 6 fonctions i , j , définies plus haut qui caractérisent cette déformation. L'introduction de l'hypothèse de Hooke permet d'écrire que ces 6 paramètres sont des fonctions *linéaires* et *homogènes* des i et j . De sorte que l'on a :

$$\begin{aligned} N_1 &= a_{1-1} i_1 + a_{1-2} i_2 + a_{1-3} i_3 + a_{1-4} j_1 + a_{1-5} j_2 + a_{1-6} j_3 \\ N_2 &= a_{2-1} i_1 + a_{2-2} i_2 + a_{2-3} i_3 + a_{2-4} j_1 + a_{2-5} j_2 + a_{2-6} j_3 \\ N_3 &= a_{3-1} i_1 + a_{3-2} i_2 + a_{3-3} i_3 + a_{3-4} j_1 + a_{3-5} j_2 + a_{3-6} j_3 \\ T_1 &= a_{4-1} i_1 + a_{4-2} i_2 + a_{4-3} i_3 + a_{4-4} j_1 + a_{4-5} j_2 + a_{4-6} j_3 \\ T_2 &= a_{5-1} i_1 + a_{5-2} i_2 + a_{5-3} i_3 + a_{5-4} j_1 + a_{5-5} j_2 + a_{5-6} j_3 \\ T_3 &= a_{6-1} i_1 + a_{6-2} i_2 + a_{6-3} i_3 + a_{6-4} j_1 + a_{6-5} j_2 + a_{6-6} j_3 \end{aligned}$$

On obtient ainsi, dans le cas général, 36 coefficients, fonctions de $x y z$, qui caractérisent les propriétés élastiques de la matière, et qui sont dits *coefficients d'élasticité* autour du point P .

Nous admettons, pour aller plus loin, que le bois est un milieu non seulement *continu*, mais *homogène* ; il nous suffira pour cela d'admettre que l'éprouvette que nous étudions n'est pas de dimensions suffisantes pour que la densité en un point s'y écarte beaucoup de sa valeur moyenne. Les coefficients a deviennent alors des constantes.

Enfin, étant donné la présence de 3 axes de symétrie matérielle, on peut montrer, en utilisant ces symétries, que le nombre des coefficients se réduit d'une manière considérable. Nous passons de 36 à 12 coefficients d'élasticité (cas des corps anisotropes à 3 plans rectangulaires d'élasticité, cristaux rhomboédriques) et les relations ci-dessus s'écrivent :

$$(I) \left\{ \begin{aligned} N_1 &= a_{1-1} i_1 + a_{1-2} i_2 + a_{1-3} i_3 \\ N_2 &= a_{2-1} i_1 + a_{2-2} i_2 + a_{2-3} i_3 \\ N_3 &= a_{3-1} i_1 + a_{3-2} i_2 + a_{3-3} i_3 \\ T_1 &= a_{4-4} j_1 \\ T_2 &= a_{5-5} j_2 \\ T_3 &= a_{6-6} j_3 \end{aligned} \right.$$

les axes de symétrie étant pris pour axes de coordonnées.

Nous sommes ainsi ramenés à la détermination de 12 coefficients d'élasticité. Connaissant ces 12 coefficients, si nous mesurons la déformation (i, j) en un point, nous pourrions en déduire les valeurs des N, T en ce point, et par suite celles des fatigues. Nous aurons en effet, sur un élément quelconque $(\alpha\beta\gamma)$

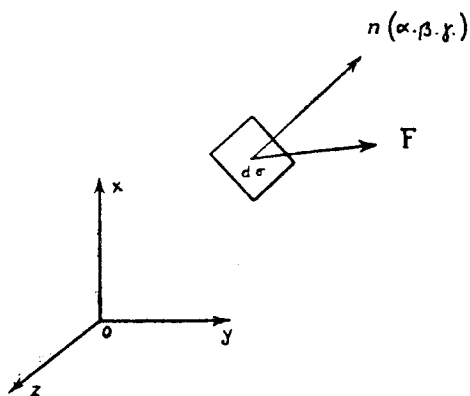


Fig. 4.

(fig. 4) une fatigue F donnée par les valeurs suivantes de ses projections F_x, F_y, F_z sur les axes :

$$\begin{aligned} F_x &= \alpha N_1 + \beta T_3 + \gamma T_2 \\ F_y &= \alpha T_3 + \beta N_2 + \gamma T_1 \\ F_z &= \alpha T_2 + \beta T_1 + \gamma N_3 \end{aligned}$$

Réciproquement, d'ailleurs, nous pourrions, des équations (1), tirer les (i, j) en fonction des N, T et écrire :

$$(II) \quad \begin{cases} i_1 = b_{1-1} N_1 + b_{1-2} N_2 + b_{1-3} N_3 \\ i_2 = b_{2-1} N_1 + b_{2-2} N_2 + b_{2-3} N_3 \\ i_3 = b_{3-1} N_1 + b_{3-2} N_2 + b_{3-3} N_3 \\ j_1 = b_{4-4} T_1 \\ j_2 = b_{5-5} T_2 \\ j_3 = b_{6-6} T_3 \end{cases}$$

On remplace en général les coefficients b par des *coefficients*

d'élasticité pratiques. Si l'on considère en effet les coefficients d'élasticité longitudinale E_1, E_2, E_3 suivant les 3 axes précédemment définis, et G_1, G_2, G_3 , coefficients d'élasticité transversale, si enfin σ_{kl} représente la valeur du coefficient de Poisson (rapport de la contraction transversale dans le sens k à la dilatation longitudinale pour une traction dans le sens l), on pourra écrire :

$$(III) \left\{ \begin{array}{l} i_1 = \frac{N_1}{E_1} - \frac{\sigma_{1-2}}{E_2} N_2 - \frac{\sigma_{1-3}}{E_3} N_3 \\ i_2 = -\frac{\sigma_{2-1}}{E_1} N_1 + \frac{N_2}{E_2} - \frac{\sigma_{2-3}}{E_3} N_3 \\ i_3 = -\frac{\sigma_{3-1}}{E_1} N_1 - \frac{\sigma_{3-2}}{E_2} N_2 + \frac{N_3}{E_3} \\ j_1 = \frac{T_1}{G_1} \\ j_2 = \frac{T_2}{G_2} \\ j_3 = \frac{T_3}{G_3} \end{array} \right.$$

relations identiques aux relations (II).

La détermination des b et par suite celle des a revient donc à celle des E , des G et des σ . Nous avons ainsi à déterminer 12 coefficients d'élasticité qui peuvent d'ailleurs ne pas être indépendants.

Si en effet on admet l'existence d'une fonction potentielle de l'énergie interne, due aux contraintes et aux déformations corrélatives, dans les transformations adiabatiques ou isothermiques telles que l'énergie cinétique reprenne sa valeur initiale (nulle dans les essais statiques), ou si l'on considère comme applicable le théorème de réciprocité, dit théorème de Betti-Maxwell, on arrive aux relations ci-après entre 9 des 12 paramètres :

$$\frac{\sigma_{1-2}}{\sigma_{2-1}} = \frac{E_2}{E_1} \quad \frac{\sigma_{2-3}}{\sigma_{3-2}} = \frac{E_3}{E_2} \quad \frac{\sigma_{3-1}}{\sigma_{1-3}} = \frac{E_1}{E_3}$$

L'expérience seule pourra montrer dans quelle mesure les hypothèses faites pour obtenir ces relations sont admissibles pour le matériau étudié.

Nous pouvons écrire ces relations :

$$A = -\frac{\sigma_{1-2}}{E_2} = -\frac{\sigma_{2-1}}{E_1} \quad B = -\frac{\sigma_{1-3}}{E_3} = -\frac{\sigma_{3-1}}{E_1} \quad C = -\frac{\sigma_{3-2}}{E_2} = -\frac{\sigma_{2-3}}{E_3}$$

et porter A, B, C dans les relations (III).

*
* * *

Telles sont les directives générales qui ont guidé les chercheurs qui se sont occupés de la question de l'élasticité du bois. Les recherches ont été menées, suivant des méthodes plus ou moins différentes.

Nous allons maintenant, après avoir passé sommairement en revue les procédés de mesure, donner un aperçu des résultats obtenus, et tirer de ces résultats des considérations d'ordre général relatives aux propriétés élastiques des bois.

CHAPITRE II

LES MÉTHODES D'ESSAIS

Historique.

Un rapide historique de la question va nous permettre de passer en revue les différentes méthodes de mesure.

Sans remonter à Helmholtz qui a signalé, au point de vue analytique, l'analogie entre le bois et les cristaux, nous signalerons que H. Carrington, en Angleterre, paraît avoir été le premier à appliquer au bois la théorie de l'élasticité des corps anisotropes, suivant le schéma général que nous avons indiqué ci-dessus. Des mesures des coefficients E , G , σ , ont été effectuées pendant la guerre, au collège de technologie de Manchester pour le compte du « Air Board and Royal Aircraft Establishment » sur des poutres de Spruce de bonne qualité moyenne bien secs et sans défauts apparents. La méthode de mesure était la suivante :

Carrington considérait, sur une éprouvette fléchie à moment constant, au moyen de couples appliqués aux extrémités, le rapport des courbures principales, longitudinale et latérale, de la nappe neutre, comme l'avait fait Cornu en 1869 (1) sur des prismes de verre. Deux tiges portant chacune un miroir étaient fixées à l'éprouvette en flexion et l'on examinait au moyen d'une lunette l'image d'une échelle, réfléchié successivement par les 2 miroirs. Le déplacement de l'image, suivant que la poutre était libre ou chargée, était en relation avec la valeur des courbures et permettait le calcul de E et de σ . 3 couples d'essais étaient effectués pour chaque poutre, en prenant successivement pour axes des éprouvettes les directions 1, 2, 3,

(1) *Comptes rendus Acad. Sciences*, 1869.

que nous avons définies plus haut, et dans chaque couple, en intervertissant le rôle des 2 axes perpendiculaires. Quant aux valeurs de G , elles étaient déduites d'essais de torsion sur prismes à section rectangulaire; les angles de torsion étaient mesurés par une méthode optique, les calculs étaient faits d'après les formules de Saint-Venant sur la torsion des prismes d'inégale contexture (1) et aboutissaient, par des couples de mesures sur prismes à axes convenablement orientés, aux valeurs G_1 , G_2 , G_3 , précédemment définies.

*
* *

J. Stamer et H. Sieglerschmidt, dans leur laboratoire de Berlin-Dahlem, ont étudié la question d'une manière plus directe. La valeur des E et des σ était déduite en effet de la mesure des dilatations longitudinales ou transversales sur éprouvettes prismatiques soumises à la traction, au moyen d'un appareil de Martens, et cela suivant les 3 directions principales, les éprouvettes étant successivement découpées suivant ces 3 directions.

La mesure des G était effectuée au moyen d'essais à la torsion sur éprouvettes à section soit circulaire, soit carrée. On déduisait d'ailleurs de ces essais à la torsion les valeurs G qui découlent de l'application des formules relatives aux corps isotropes. De cette manière, on obtenait pour chaque choix d'axe longitudinal de l'éprouvette, une valeur de G , *module pratique de torsion*, qui n'était pas le module de glissement, ou module de rigidité, ou encore coefficient d'élasticité transversale que nous avons défini plus haut. Dans le cas d'éprouvettes à section circulaire, c'était une moyenne entre les deux coefficients d'élasticité transversale intéressés; dans le cas d'éprouvettes à section carrée, c'était une fonction de ces valeurs, dont les formules établies par Saint-Venant permettent de tirer la valeur. Dans l'exposé des résultats d'essais que nous donnerons ci-dessous, nous indiquerons non pas les valeurs brutes des G données par Stamer et Sieglerschmidt, mais les valeurs des coefficients

(1) Cf. *De la résistance des corps solides*, par NAVIER, avec des notes et appendices par SAINT-VENANT. Paris, 1864.

d'élasticité transversale G_1 , G_2 , G_3 déduites de leurs résultats d'essais.

Ces essais ont porté sur diverses essences, chêne, hêtre, frêne, pin d'Orégon, pin sylvestre, épicéa.

*
* *

R. Schlüter, s'inspirant des travaux de Carrington a également mesuré, sur des cubes d'épicéa de Bukovine, cubes découpés parallèlement aux plans de coordonnées définis plus haut, les valeurs des coefficients E et σ , par des mesures directes. Les G avaient été également mesurés, mais, par un procédé particulier, en produisant des efforts de cisaillement suivant des plans bien définis, et en mesurant sous ces efforts la valeur des glissements obtenus. En fait, on avait affaire à la fois à du cisaillement et à de la flexion, et cette dernière avait une influence importante sur le résultat des mesures. Il s'ensuit que les valeurs de G calculées par cette méthode sont, en valeur absolue, bien inférieures à celles que l'on pourrait obtenir dans le cas du cisaillement pur.

Recherches effectuées à Nancy.

Parallèlement aux recherches que nous venons de mentionner, et sans avoir eu connaissance à ce moment des travaux de Carrington, nous avons entrepris, au laboratoire de l'École Nationale des Eaux et Forêts, sous la direction active et savante de M. le sous-directeur Crestin, une série d'essais destinés à déterminer expérimentalement les valeurs des coefficients E , σ et G . Ces mesures étaient des mesures directes pour les coefficients E , σ , et étaient effectuées au moyen d'extensomètres Huggenberger au $1/1.000^e$. Les valeurs de G étaient déduites d'essais de torsion.

Indiquons la manière dont nous avons opéré. Les éprouvettes que nous avons utilisées pour la mesure des E et des σ étaient des prismes à section rectangulaire, soumis à la traction (fig. 5). Pour la mesure de E_1 , par exemple, les prismes étaient découpés

de manière à avoir leur plus grande dimension (axe longitudinal) dans le sens de l'axe 1 (fibres). Les axes d'une section transversale étaient parallèles aux axes 2 et 3, le grand côté du rectangle de section étant parallèle soit à 2 soit à 3. Un couple d'extensomètres opposés, placés sur les petites faces du prisme, à égale distance des mâchoires, mesurait les contractions sur la

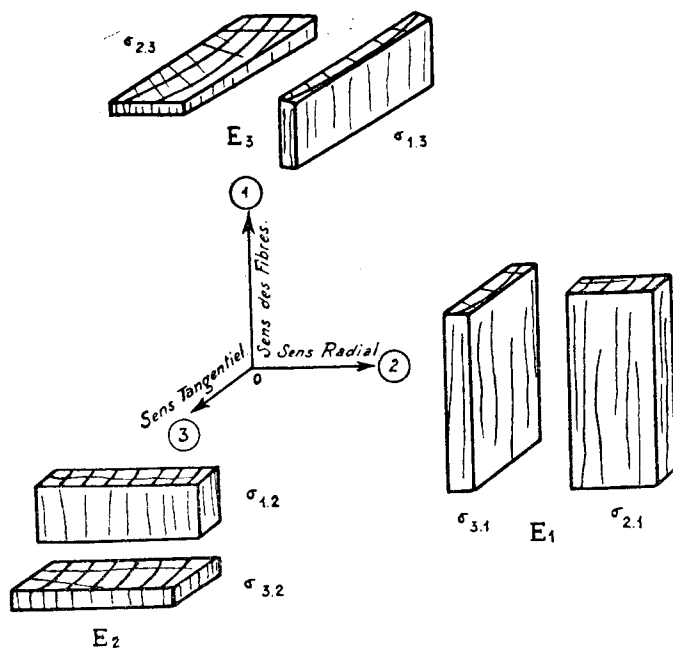


Fig. 5.

face large, et par suite permettait le calcul soit de σ_{2-1} , soit de σ_{3-1} suivant que cette face large était parallèle à l'axe 2 ou à l'axe 3. Aucune difficulté ne se présentait pour ces mesures. Au contraire, s'il s'agissait de prismes destinés à la mesure de E_2 et de E_3 , et dont l'axe longitudinal devait être parallèle aux axes 2 ou 3, la réalisation des éprouvettes devenait difficile, en raison de la courbure des couches annuelles. Nous opérions alors sur des prismes relativement courts, de longueur égale à 2,5 ou 3 fois la plus grande dimension transversale. Ces prismes

étaient collés dans des attaches en bois dur lesquelles étaient saisies entre les mâchoires de la machine de traction (fig. 6). On s'assurait par des essais préalables, au moyen de couples de mesure sur des extensomètres opposés, que les indications de ces extensomètres n'étaient pas très différentes et que, par



Fig. 6.

suite, l'effort de traction était convenablement réparti sur toute la section transversale.

Les mesures directes dont nous venons de parler étaient contrôlées par la mesure de la rotation de deux petits miroirs

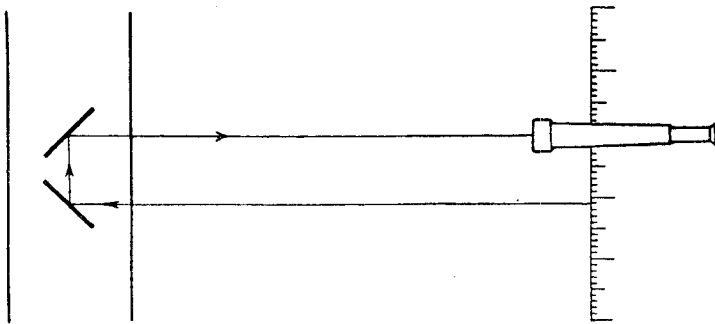


Fig. 7.

à deux pointes, piqués dans la face large, à 45° sur la direction de l'axe de traction. La rotation de ces miroirs était mesurée par l'observation, au moyen d'une lunette, de l'image d'une règle

doublement réfléchi par les miroirs. On a, dans ces conditions, si ε est l'angle de rotation observé, a l'allongement relatif principal, σ le coefficient de Poisson pour la face intéressée $\varepsilon = a(1 + \sigma)$. Le contrôle des valeurs de σ a donné des résultats en accord avec les mesures directes à l'extensomètre.

Pour la mesure des modules G , nous nous sommes servis d'une petite machine de torsion très simple sur laquelle on pouvait mesurer les couples de torsion au moyen d'un anneau dynamométrique, les angles de rotation étant mesurés sur un secteur gradué de fort diamètre, dont l'index était solidaire de l'étau mobile de la machine. L'angle lu et pris comme angle de torsion était donc l'angle de rotation de l'étau mobile par rapport à l'étau fixe, ces deux étaux saisissant par leurs extrémités les têtes des éprouvettes. Il est évident qu'on ne pouvait avoir de cette manière que des angles de torsion approchés, puisqu'on ne tenait pas compte de l'effet d'encastrement des extrémités de l'éprouvette, ni de la déformation locale produite en ces points par pénétration de l'étau dans le bois. Les calculs des G étaient effectués d'après les formules de Saint-Venant sur la torsion des « prismes d'inégale contexture ». Ces formules font intervenir, pour une torsion de prismes d'axes transversaux a et b les valeurs des deux modules G_a et G_b . Les prismes utilisés étant à section rectangulaire, l'importance relative des deux modules était variable et, par approximations successives, il était possible d'obtenir de chacun des valeurs de plus en plus exactes.

Pour réaliser des éprouvettes de sens radial et surtout de sens tangentiel, nous avons été amenés à coller bout à bout des fragments de même section : les joints collés étaient assez minces pour ne pas modifier l'angle.

Précision des mesures.

La précision des mesures est relativement faible. Dans la mesure des E , obtenue avec des extensomètres au $1/1.000^e$ sur des bases de 2 cm., on peut l'évaluer à environ $1/50$. Dans la mesure des σ , elle était d'environ $1/25$ pour les σ_{2-1} , σ_{3-1} , σ_{3-2} , σ_{2-3} ,

qui font intervenir des rapports de dilatations du même ordre. Mais la mesure des σ_{1-3} et σ_{1-2} est délicate, car les contractions dans le sens des fibres pour un effort perpendiculaire sont extrêmement faibles.

Les valeurs que nous avons indiquées ne donnent qu'un ordre de grandeur de ces coefficients.

TABLEAU

TABLEAU I

| ESSENCES ÉTUDIÉES | MODULES LONGITUDINAUX | | | COEFFICIENTS DE POISSON | | | | | MODULES DE GLISSEMENT | | |
|------------------------------|-----------------------|----------------|----------------|-------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------------|----------------|----------------|
| | E ₁ | E ₂ | E ₃ | σ _{2'1} | σ _{1'3} | σ _{2'3} | σ _{1'2} | σ _{2'3} | G ₁ | G ₂ | G ₃ |
| | | | | | | | | | | | |
| Épicéa | 162.000 | 7.000 | 4.000 | 0,44 | 0,38 | 0,03 | 0,01 | 0,25 | 370 | 7.800 | 6.300 |
| Spruce | 122.000 | 7.500 | 5.000 | 0,44 | 0,52 | 0,03 | 0,02 | 0,31 | 280 | 6.800 | 5.600 |
| Sapin | 130.000 | 9.500 | 4.900 | 0,45 | 0,50 | 0,03 | 0,02 | 0,35 | 1.500 | 7.600 | 9.500 |
| Pin sylvestre | 166.000 | 11.200 | 5.800 | 0,42 | 0,51 | 0,04 | 0,02 | 0,31 | 670 | 6.900 | 11.800 |
| Pin d'Oregon | 167.000 | 13.200 | 9.200 | 0,43 | 0,37 | 0,03 | 0,02 | 0,40 | 810 | 9.300 | 12.000 |
| Bouleau | 167.000 | 11.300 | 6.300 | 0,49 | 0,43 | 0,03 | 0,02 | 0,38 | 1.900 | 9.300 | 12.000 |
| Frêne | 166.000 | 15.400 | 8.200 | 0,46 | 0,49 | 0,05 | 0,03 | 0,36 | 2.800 | 9.100 | 13.700 |
| Érable de montagne | 102.000 | 15.500 | 8.900 | 0,46 | 0,46 | 0,09 | 0,04 | 0,40 | 3.000 | 11.200 | 12.400 |
| Hêtre | 140.000 | 22.900 | 11.600 | 0,45 | 0,46 | 0,07 | 0,04 | 0,36 | 4.700 | 10.800 | 16.400 |
| Chêne pourpre | 87.000 | 13.500 | 6.500 | 0,36 | 0,33 | 0,06 | 0,03 | 0,37 | 5.000 | 6.500 | 12.000 |
| Chêne | 54.000 | 21.800 | 9.850 | 0,33 | 0,45 | 0,13 | 0,09 | 0,30 | 4.000 | 7.800 | 13.200 |
| MOYENNE | 133.000 | 13.500 | 7.300 | 0,43 | 0,36 | 0,05 | 0,03 | 0,35 | 2.300 | 8.500 | 11.500 |

CHAPITRE III

LES RÉSULTATS

Résultats généraux.

Nous avons réuni en un tableau (tableau I) les résultats d'essais donnés par les divers expérimentateurs.

Les valeurs des E et G sont calculées en kg/cm^2 . De plus, la moyenne générale des résultats d'essais, qui peut donner une indication sur ce que peuvent être les propriétés « moyennes » du bois, au point de vue élastique, figure au bas du tableau.

Nous ferons les remarques préalables suivantes :

a) Les résultats des divers expérimentateurs ont été obtenus d'après des méthodes variées; la précision des mesures n'est donc pas équivalente.

b) Les chiffres donnés pour une essence ont été obtenus en général sur un petit nombre d'échantillons de cette essence, et parfois sur un seul individu, on ne peut donc les tenir pour caractéristiques de cette essence.

c) Les résultats d'essais n'ont pas été ramenés à un taux d'humidité uniforme pour l'ensemble. Cependant, dans chaque série d'essais, relative à une essence déterminée, l'humidité était constante et l'on peut considérer que les diverses valeurs des E, des G et des σ correspondent, pour chaque essence, à un même état hygrométrique.

Dans ces conditions, les résultats du tableau I ne seront pas examinés dans leurs valeurs absolues. Nous caractériserons l'*anisotropie d'une essence* par les relations qui existent, pour cette essence, entre les valeurs des divers coefficients.

Pour cela, des valeurs du tableau I nous déduirons les chiffres du tableau II. Pour chaque essence étudiée, nous obtiendrons

ainsi les valeurs des *rappports* des coefficients E et G au coefficient E_1 .

L'examen de ces rapports nous permettra d'abord de tirer quelques conclusions sur l'allure générale de l'anisotropie du bois.

TABLEAU II.

| ESSENCES ÉTUDIÉES | VALEURS RELATIVES DES MODULES D'ÉLASTICITÉ | | | | | |
|------------------------------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|
| | E_1 | E_2 | E_3 | G_1 | G_2 | G_3 |
| Épicéa | 1 | 1/23 | 1/40 | 1/440 | 1/21 | 1/26 |
| Spruce | 1 | 1/16 | 1/24 | 1/440 | 1/18 | 1/22 |
| Sapin. | 1 | 1/14 | 1/26 | 1/90 | 1/17 | 1/14 |
| Pin sylvestre | 1 | 1/15 | 1/29 | 1/250 | 1/24 | 1/14 |
| Pin d'Orégon | 1 | 1/13 | 1/18 | 1/200 | 1/18 | 1/14 |
| Bouleau. | 1 | 1/15 | 1/26 | 1/90 | 1/18 | 1/14 |
| Frêne. | 1 | 1/10 | 1/20 | 1/57 | 1/18 | 1/12 |
| Érable | 1 | 1/7 | 1/11 | 1/34 | 1/9 | 1/8 |
| Hêtre. | 1 | 1/6 | 1/12 | 1/30 | 1/13 | 1/9 |
| Chêne pourpre. | 1 | 1/6 | 1/13 | 1/17 | 1/13 | 1/7 |
| Chêne. | 1 | 1/2,5 | 1/5,5 | 1/13 | 1/7 | 1/4 |
| MOYENNE | 1 | 1/10 | 1/18 | 1/60 | 1/16 | 1/12 |
| Résineux et bois tendres | 1 | 1/15 | 1/30 | 1/280 | 1/18 | 1/15 |
| Bois durs. | 1 | 1/6 | 1/10 | 1/40 | 1/14 | 1/9 |

Valeurs relatives des E et des G. — Remarquons d'abord que, pour un corps isotrope satisfaisant à la relation $G = \frac{E}{2(1 + \sigma)}$, on aurait, avec une valeur de σ égale à 1/4 :

$$E_1 = E_2 = E_3 = 1 \quad G_1 = G_2 = G_3 = \frac{2}{3}$$

Le tableau II montre que nous sommes ici très loin de ces conditions.

Si l'on considère la *moyenne générale* des résultats d'essais, on voit que par rapport au coefficient d'élasticité E_1 pris égal à 1 dans le sens des fibres, le coefficient dans le sens radial est égal à 1/10, le coefficient dans le sens tangentiel à 1/20. On voit à quel point la direction de l'axe de croissance est privilégiée.

Quant aux modules de glissement, ils sont très faibles, et cela pour tous les sens de glissement. G_1 , G_2 et G_3 sont égaux respectivement à $1/60$, $1/16$ et $1/12$ de E_1 , chiffres extraordinairement bas si on les compare aux valeurs de G chez les corps isotropes.

On peut distinguer de plus un sens dans lequel les glissements sont nettement plus faciles : c'est, dans une section tangentielle ou radiale, le glissement perpendiculaire aux fibres qui se présente avec des modules parfois extrêmement faibles G_1 variant de 276 à 5.000 kg/cm².

Considérons maintenant les diverses essences étudiées. Le frêne a donné des résultats d'essais concordant d'une manière frappante avec la moyenne des résultats généraux. Si l'on considère la liste générale des essences essayées, dans l'ordre où nous l'avons donnée, on est conduit aux constatations suivantes :

a) Les essences essayées peuvent se classer en deux groupes séparés par le *frêne*, qui représenterait le bois « moyen ».

D'une part, les essences *fortement anisotropes*, avec les résineux, et, formant une transition, le bouleau. D'autre part, les essences plus *faiblement anisotropes* avec les feuillus.

b) Les résineux sont caractérisés par des coefficients E_1 très élevés et des coefficients transversaux extrêmement faibles : E_2 et E_3 variant entre le $1/15$ et le $1/40$ de E_1 , les G entre $E_1/440$ et $E_1/14$.

c) Les feuillus ont des caractéristiques bien moins différenciées, l'ensemble des coefficients transversaux ne variant que de $E_1/34$ à $E_1/2,5$.

Coefficients de Poisson. — Leurs valeurs sont données au tableau I. Les remarques suivantes s'imposent.

a) Lorsque l'on considère des tractions dans le sens des fibres, les σ dans le sens radial ou tangentiel varient de 0,33 à 0,55.

b) Lorsque l'on considère des tractions dans les directions radiales ou tangentielles, on obtient des σ du même ordre pour le sens tangentiel ou radial, mais des valeurs incomparablement plus faibles (0,001 à 0,09) pour le sens des fibres.

c) Si les contractions dans le sens des fibres sont en général négligeables quel que soit le sens de la traction, les contractions dans le sens tangentiel sont toujours les plus élevées.

TABLEAU III

| ESSENCES ÉTUDIÉES | VALEURS DES COEFFICIENTS (kgs ₂ /cm ²) × 10 ⁸ des équations III' | | | | | | | | |
|------------------------|--|-----------------|-----------------|-----|-----|-------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | $\frac{1}{E_1}$ | $\frac{1}{E_2}$ | $\frac{1}{E_3}$ | - A | - B | - C | $\frac{1}{G_1}$ | $\frac{1}{G_2}$ | $\frac{1}{G_3}$ |
| Épicéa | 620 | 14.300 | 25.000 | 330 | 270 | 6.500 | 270.000 | 12.800 | 15.900 |
| Spruce | 820 | 13.400 | 20.100 | 380 | 410 | 6.700 | 362.000 | 14.700 | 17.900 |
| Sapin. | 770 | 10.600 | 20.400 | 330 | 390 | 6.800 | 67.000 | 13.300 | 10.500 |
| Pin sylvestre. | 600 | 8.800 | 17.300 | 280 | 300 | 5.700 | 149.000 | 14.500 | 8.500 |
| Pin d'Orégon | 600 | 7.600 | 10.900 | 240 | 220 | 4.600 | 123.500 | 10.800 | 8.300 |
| Bouleau. | 600 | 8.900 | 15.900 | 280 | 290 | 6.500 | 52.500 | 10.800 | 8.300 |
| Frêne. | 630 | 6.500 | 12.400 | 300 | 320 | 4.500 | 35.800 | 11.000 | 7.300 |
| Érable | 980 | 6.400 | 11.300 | 500 | 450 | 4.900 | 33.300 | 8.900 | 8.100 |
| Hêtre. | 720 | 4.400 | 8.900 | 320 | 350 | 3.200 | 21.200 | 9.300 | 6.100 |
| Chêne pourpre. | 1.150 | 7.400 | 15.400 | 430 | 550 | 5.700 | 20.000 | 15.400 | 8.300 |
| Chêne. | 1.850 | 4.600 | 10.200 | 600 | 920 | 3.100 | 25.000 | 12.800 | 7.600 |
| MOYENNE. | 760 | 7.400 | 13.700 | 340 | 380 | 4.800 | 100.000 | 12.200 | 10.700 |

Nous allons étudier la question d'un peu plus près. Nous avons vu que les relations entre les tensions et les déformations étaient données par un système de relations que nous allons écrire :

$$(III) \left\{ \begin{array}{l} i_1 = \frac{N_1}{E_1} + A N_2 + B N_3 \\ i_2 = A N_1 + \frac{N_2}{E_2} + C N_3 \\ i_3 = B N_1 + C N_2 + \frac{N_3}{E_3} \end{array} \right. \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} A = -\frac{\sigma_{1-2}}{E_2} = -\frac{\sigma_{2-1}}{E_1} \\ B = -\frac{\sigma_{1-3}}{E_3} = -\frac{\sigma_{3-1}}{E_1} \\ C = -\frac{\sigma_{2-3}}{E_3} = -\frac{\sigma_{3-2}}{E_2} \end{array} \right.$$

Le tableau III donne pour chaque essence la valeur des coefficients de ces équations.

Supposons une traction N , parallèle aux fibres. La variation de volume résultante sera :

$$\left(\frac{\delta v}{v}\right)_1 = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{N_1}{E_1} [I + (A + B) E_1]$$

De même pour des tractions N_2 et N_3 , on aura :

$$\left(\frac{\delta v}{v}\right)_2 = \frac{N_2}{E_2} [I + (A + C) E_2] \quad \left(\frac{\delta v}{v}\right)_3 = \frac{N_3}{E_3} [I + (B + C) E_3]$$

Ces relations s'écrivent encore :

$$\left(\frac{\delta v}{v}\right)_1 = \frac{N_1}{E_1} [I - 2\sigma_1] \quad \left(\frac{\delta v}{v}\right)_2 = \frac{N_2}{E_2} (I - 2\sigma_2) \quad \left(\frac{\delta v}{v}\right)_3 = \frac{N_3}{E_3} (I - 2\sigma_3)$$

en posant :

$$\sigma_1 = -\frac{I}{2} (A + B) E_1 \quad \sigma_2 = -\frac{I}{2} (A + C) E_2 \quad \sigma_3 = -\frac{I}{2} (B + C) E_3$$

Formons, pour chaque série de résultats, les valeurs correspondantes des quantités :

$$\frac{I}{N_1} \left(\frac{\delta v}{v}\right)_1, \quad \frac{I}{N_2} \left(\frac{\delta v}{v}\right)_2, \quad \frac{I}{N_3} \left(\frac{\delta v}{v}\right)_3 \text{ et } \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$$

Nous constaterons que les sommes sont positives, les σ inférieurs à 1/2. La traction produit donc, quelque soit son sens, une augmentation de volume, la compression une diminution de volume.

Il est difficile de tirer une conclusion des valeurs de σ . Si la valeur de σ_2 croît de 0,24 à 0,40 lorsqu'on passe de l'épicéa au chêne, σ_1 et σ_3 restent peu variables d'une essence à l'autre.

L'examen des chiffres obtenus permet d'autre part de se rendre compte des faits suivants :

a) Une traction ou compression exercée dans le sens des fibres ne produit qu'une variation de volume extrêmement faible;

b) Un effort dans le sens transversal produit des variations incomparablement plus élevées.

c) Un effort dans le sens tangentiel produit la plus forte variation de volume.

Supposons maintenant que l'on fasse subir à un élément une *pression hydrostatique* $N_1 = N_2 = N_3 = P$. La variation de volume correspondante sera :

$$\frac{\delta v}{v} = P \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3} + 2(A + B + C) \right]$$

Posons, par analogie, avec les formules relatives aux corps isotropes :

$$\sigma_0 = - \frac{A + B + C}{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3}}$$

Nous aurons :

$$\frac{\delta v}{v} = P \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3} \right] (1 - 2\sigma_0)$$

La variation de volume est proportionnelle, comme dans le cas des corps isotropes, à la quantité $1 - 2\sigma_0$. Le coefficient σ_0 sera dit « la » constante de Poisson relative à l'essence considérée. Le tableau IV indique, pour les différentes essences, la valeur de σ_0 . On voit que, d'une façon générale, σ_0 est plus faible chez les essences fortement anisotropes : pour les résineux.

$$0,18 < \sigma_0 < 0,26$$

Pour les feuillus, nous avons des valeurs supérieures :

$$0,27 < \sigma_0 < 0,31$$

TABLEAU IV.

| ESSENCES ÉTUDIÉES | VARIATION RELATIVE DU VOLUME $\times 10^6$ | | | | COEF- FICIENT σ_0 | RAPPORT $\frac{i_1}{i_2}$ |
|-------------------------|---|---|---|---|--------------------------------|------------------------------|
| | Sens 1 | Sens 2 | Sens 3 | Hydrost | | |
| | $\frac{1}{N_1} \left(\frac{\delta v}{v} \right)_1$ | $\frac{1}{N_2} \left(\frac{\delta v}{v} \right)_2$ | $\frac{1}{N_3} \left(\frac{\delta v}{v} \right)_3$ | $\frac{1}{P} \left(\frac{\delta v}{v} \right)$ | | |
| Épicéa | 0,20 | 75 | 180 | 260 | 0,18 | 2,4 |
| Spruce | 0,30 | 60 | 130 | 190 | 0,22 | 2,1 |
| Sapin | 0,50 | 35 | 130 | 165 | 0,23 | 3,7 |
| Pin sylvestre | 0,20 | 30 | 110 | 140 | 0,24 | 3,7 |
| Pin d'Orégon | 1,40 | 30 | 60 | 90 | 0,26 | 2 |
| Bouleau | 0,30 | 20 | 90 | 110 | 0,28 | 4,5 |
| Frêne | 0,10 | 15 | 75 | 90 | 0,27 | 5 |
| Érable | 0,30 | 10 | 60 | 70 | 0,31 | 6 |
| Hêtre | 0,50 | 10 | 50 | 60 | 0,28 | 5 |
| Chêne pourpre | 1,70 | 15 | 90 | 105 | 0,27 | 6 |
| Chêne | 3,30 | 10 | 60 | 75 | 0,28 | 6 |
| MOYENNE | 0,40 | 25 | 95 | 120 | 0,25 | 3,7 |

Nous retrouvons ici, comme nous l'avions vu plus haut à propos des valeurs relatives des coefficients le classement général des essences auquel nous étions arrivés, le frêne marquant à peu près la limite entre les deux catégories : résineux et feuillus tendres d'une part, feuillus demi-durs et durs d'autre part.

Dans tous les cas, la condition, valable pour les corps isotropes

$$1 - 2 \sigma_0 > 0$$

ou

$$\sigma_0 < \frac{1}{2}$$

est satisfaite.

Mais la variation de volume résultant d'une compression hydrostatique est plus forte (voir les valeurs de $\frac{1}{P} \left(\frac{dv}{v} \right)$, tableau IV) chez les essences *fortement anisotropes*.

Relations entre les E et les G. — La relation $\frac{E}{G} = 2(1 + \sigma)$ établie pour les corps isotropes est évidemment ici en défaut. On aurait, par exemple, pour le frêne, en considérant le E valable pour une direction quelconque, les G correspondant au plan perpendiculaire.

$$\frac{E_1}{G_2 + G_3} = 7, \quad \frac{E_2}{G_1 + G_3} = 0,95 \quad \frac{E_3}{G_2 + G_1} = 0,70$$

alors que la valeur de $(1 + \sigma_1)$, $(1 + \sigma_2)$, $(1 + \sigma_3)$ serait respectivement de 1,5, 1,37 et 1,20.

Stamer et Sieglerschmidt ont proposé de calculer les quantités :

$$n_1 = \frac{E_1}{G_1 + G_2} \sqrt[3]{k_1}, \quad n_2 = \frac{E_2}{G_1 + G_3} \sqrt[3]{k_2}, \quad n_3 = \frac{E_3}{G_1 + G_2} \sqrt[3]{k_3}$$

avec $k_{1-2-3} = \frac{1}{N_{1-2-3}} \left(\frac{dv}{v} \right)_{1-2-3}$ variation du volume pour une tension 1 dans le sens correspondant. D'après ces expérimentateurs, la valeur de n est constante, quel que soit l'indice, pour chaque essence, et peut donc servir à la *caractériser*. Or, le calcul montre que ces valeurs de n ne sont égales pour les 3 sens d'efforts, que chez des essences telles que le chêne, le hêtre, l'érable, que nous avons qualifiées de « plus faiblement anisotropes ». Chez les résineux, on a au contraire des différences sensibles, et les 3 valeurs de n pour une essence, caractérisent, par leurs rapports, l'anisotropie de l'essence, déjà mise en évidence par les rapports que nous avons calculés au tableau II. Il ne semble pas qu'on puisse relier par une formule simple, justifiée par le calcul, les valeurs des E et des G.

CHAPITRE IV

CONCLUSIONS GÉNÉRALES

L'ensemble des résultats que nous venons d'exposer montre l'intérêt de l'étude précédente, intérêt *théorique*, d'une part, puisqu'il s'agit d'une matière de structure et de propriétés toutes particulières; intérêt *pratique* d'autre part, le bois étant un matériau de construction mal connu et, partant, mal utilisé.

Nous nous placerons, dans ce qui va suivre, à ce dernier point de vue, pratique et utilitaire. Nous basant sur les résultats généraux moyens et sur le fait que, pour chaque essence, l'allure générale des phénomènes est du même ordre, nous étudierons l'influence de l'anisotropie sur les propriétés mécaniques du bois en général, en vue de ses possibilités d'emplois. Examinant ensuite les différentes essences, nous essayerons de mettre en évidence leurs caractères comparatifs.

Propriétés générales du matériau-bois.

Cohésion axiale. — L'existence d'une direction tout à fait privilégiée, celle des fibres, est mise en évidence par l'ordre de grandeur du coefficient E_1 qui dépasse en général 100.000 kg/cm².

Les coefficients E ont été obtenus au moyen d'essais à la *traction*. On peut admettre, et nous l'avons vérifié, qu'en vertu de la continuité des phénomènes au voisinage de l'origine, on obtiendrait à la *compression* des résultats équivalents. Il faut rester bien entendu au-dessous des limites d'élasticité, condition même d'existence de ces coefficients.

Si l'on atteint et dépasse les limites d'élasticité, l'allure des phénomènes est notablement différente suivant qu'il s'agit de traction ou de compression.

La *traction* s'accompagne de contractions transversales impor-

tantes (valeurs élevées de σ_{2-1} et σ_{3-1}). Il en résulte pour les éléments de résistance, fibres ou trachéides, un accroissement de l'adhérence mutuelle qui s'oppose à l'effet des composants de cisaillement. Les diagrammes que l'on obtient sont rectilignes jusque vers le voisinage de la rupture. Celle-ci intervient par la cassure nette et brutale des fibres tendues dans la section la plus faible.

La *compression* s'accompagne au contraire de fortes dilatactions transversales, entraînant un affaiblissement de la résistance générale : les faisceaux de fibres ont tendance à se séparer et à subir un flambage individuel. Les diagrammes accusent rapide-

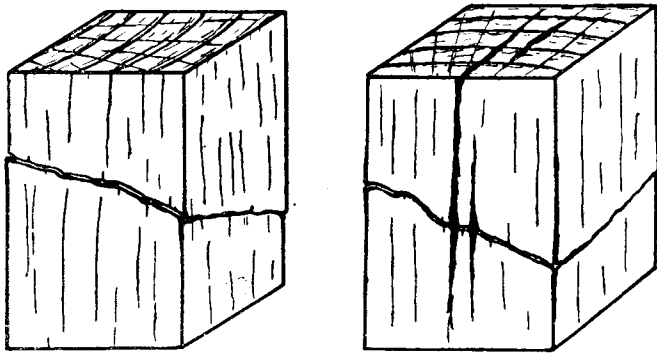


Fig. 8.

ment des déformations importantes sous des charges relativement faibles et s'incurvent vers l'axe des dilatactions. La valeur des coefficients G étant faible, il suffit de faibles efforts pour provoquer des déformations de cisaillement dangereuses; le glissement s'amorce et les fibres se plissent par flambage, suivant les plans de plus grand cisaillement, la partie supérieure de l'éprouvette glissant sur la partie inférieure. Dans d'autres cas, plus rares, il peut arriver que les dilatactions provoquent un décollement et une rupture caractéristique par fente longitudinale. Enfin, la rupture peut se faire à la fois des deux façons précédentes (fig. 8).

De toutes façons, la rupture à la compression se produit sous des charges beaucoup plus faibles (3 fois environ) que la rupture à la traction axiale.

Cohésion transversale. — La cohésion transversale est caractérisée au dessous des limites élastiques par les valeurs relatives des E_2 , E_3 et G_1 , G_2 , G_3 .

La *traction* perpendiculaire aux fibres dépend des coefficients E_2 et E_3 . Les efforts dans le sens 3 amènent les déformations les plus importantes et les plus fortes variations de volume, à cause de la présence des rayons médullaires. Les ruptures se produisent par décollement soit des couches annuelles (sens 2), soit des rayons médullaires (sens 3), cela pour des efforts relativement faibles, les dilatations devenant rapidement importantes et les éléments, placés perpendiculairement à l'effort, ne résistant que par leur adhérence mutuelle.

La *compression* qui dépend aussi de E_2 et E_3 s'accompagne de fortes dilatations transversales, mais dans un seul sens (3 ou 2). De plus, il se produit ici un phénomène particulier : E_2 et E_3 sont du même ordre que les G , parfois même leur sont inférieurs. Par suite, sous de faibles charges, et bien avant que les composantes du cisaillement puissent devenir dangereuses, il se produit de fortes déformations dans le sens de l'effort et un écrasement progressif du bois sous la charge. Cela explique que la compression de flanc puisse faire intervenir, non d'ailleurs sans dommage pour la pièce, des charges relativement importantes et, à l'inverse de ce qui se produit dans le sens axial, beaucoup plus élevées que les charges de rupture à la traction

Cisaillement. — Comme nous l'avons montré, le fait que les valeurs de E_2 et de E_3 sont du même ordre que celles des G , explique qu'il est pratiquement impossible d'obtenir une déformation importante par cisaillement transversal : il faut en effet exercer des efforts dans le sens 2 ou 3, et la limite d'élasticité dans ce sens est pratiquement dépassée bien avant que les composantes de cisaillement n'aient permis d'obtenir une déformation importante.

Le cisaillement longitudinal s'obtient au contraire facilement : il dépend en effet des coefficients G_1 et G_2 , ou G_1 et G_3 , dans les plans de coordonnées, alors que les déformations provoquées par les efforts axiaux dépendent de E_1 . Mais suivant le mode d'essai (traction, compression, flexion), les contractions ou

dilatations transversales le contrarient ou le favorisent de sorte que les résultats d'essais dépendent essentiellement du mode opératoire.

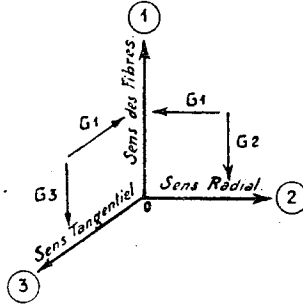


Fig. 9.

Phénomènes de retrait et gonflement.

On sait que l'étude des propriétés physiques des bois est dominée par celle des variations de leur volume lorsque leur teneur en eau, leur *humidité* H , varie. Un bois placé dans une atmosphère à un état hygrométrique donné tend vers un état d'équilibre, soit en absorbant une certaine quantité d'eau et augmentant de volume, soit en se desséchant et diminuant de volume. Ces variations se traduisent par des variations de dimensions.

Quoiqu'il s'agisse ici de déformations importantes, donc sans rapport avec celles de la théorie de l'élasticité, il semble normal d'admettre que l'anisotropie du bois se traduira par une répartition des déformations linéaires qui présentera un certain rapport avec les valeurs relatives des divers coefficients d'élasticité.

Soit, par exemple, le cas d'une pression hydrostatique P . Les dilatations suivant les 3 axes sont :

$$a_1 = P \left[\frac{1}{E_1} + A + B \right]$$

$$a_2 = P \left[\frac{1}{E_2} + B + C \right]$$

$$a_3 = P \left[\frac{1}{E_3} + A + C \right]$$

valeurs déjà indiquées au tableau IV sous une autre forme. Prenons les valeurs indiquées pour la moyenne des résultats, et formons :

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{0,4}{25} = \frac{1}{60} \quad \frac{a_2}{a_3} = \frac{25}{95} = \frac{1}{3,8}$$

Dans le cas considéré, la contraction dans le sens des fibres sera 60 fois plus faible que celle dans le sens radial; celle-ci étant 3,8 fois plus faible que dans le sens tangentiel.

Or l'expérience montre qu'il en est bien de même pour les contractions et dilatations dues au retrait : le retrait axial est toujours très faible, souvent négligeable; le retrait tangentiel est en moyenne trois fois plus élevé que le retrait radial.

A l'anisotropie élastique, correspond donc une anisotropie analogue au point de vue des retraits. Un bois « fortement anisotrope » aura un retrait axial négligeable; ce retrait sera plus facilement mesurable chez les bois présentant une anisotropie moins marquée. De même, les bois chez lesquels les directions 2 et 3 seront le moins différenciées seront ceux pour lesquels le retrait radial et le retrait tangentiel seront le moins différents. Il sera intéressant de vérifier ces prévisions pour des essences telles que le noyer ou l'acajou.

Examen comparatif des essences. — Remarquons d'abord que le classement des essences étudiées par ordre de cotes spécifiques décroissantes donne sensiblement le même résultat que le classement que nous avons adopté en raison de leur anisotropie relative. Il est facile d'en comprendre la raison : la cote spécifique, définie par Monnin comme rapport $(C/100 D^2)$ de la résistance C à la rupture à la compression axiale (en kg/cm^2), au carré de la densité D , le tout à 15 % d'humidité, caractérise, d'après le même auteur, les essences. Elle prend les valeurs suivantes :

| | | | | |
|----------------|--------------------------|----|-----------------|------|
| Épicéa. . . 20 | Pin sylvestre. | 15 | Frêne. | 9,5 |
| Spruce. . . 18 | Pin d'Orégon (Douglas) . | 16 | Érable. | 10,5 |
| Sapin . . . 18 | Bouleau. | 12 | Hêtre. | 10,5 |
| | | | Chêne. | 10 |

C caractérise les résistances axiales, D est en rapport avec les caractéristiques transversales, les bois à forte cohésion transversale étant en même temps les plus denses. Le rapport des 2 quantités sera donc lié à l'anisotropie du bois, un bois à fortes résistances axiales et léger ayant une cote élevée, un bois plus dense ayant une cote plus faible.

Cela dit, nous pourrions classer les bois, au point de vue élastique, en trois catégories :

1° *Les bois fortement anisotropes :*

Résineux légers : Épicéa, Spruce, Sapin.

Cote spécifique élevée : 20 à 18.

Constante σ_0 : 0,18 à 0,23.

Bois légers, à fortes résistances axiales, mais tendres, fissiles, à faibles résistances transversales.

2° *Les bois moyennement anisotropes :*

Résineux mi-lourds et Feuillus légers : Pin sylvestre, Pin d'Orégon (Douglas), Bouleau.

Cote spécifique : 12 à 15.

Constante de Poisson : 0,24 à 0,27.

Classe de transition. Bois plus durs, plus lourds.

3° *Les bois faiblement anisotropes :*

Feuillus mi-lourds : Frêne, Érable, Hêtre, Chêne.

Cote spécifique : 9 à 10.

Constante de Poisson : 0,27 à 0,30.

Bois à cohésion transversale plus forte, mi-durs ou durs.

Les conditions que nous venons d'énoncer régleront les conditions d'emploi des bois. Si, pour fixer les idées, on ne veut pas dépasser des déformations de l'ordre de 1/1.000, l'épicéa essayé pourra supporter des tractions ou compressions axiales de l'ordre de 160 kg/cm² et transversalement des fatigues de l'ordre de 7 ou même seulement 4 kg/cm². Dans les mêmes conditions, le hêtre pourra supporter des efforts axiaux de 140 kg-cm²; mais les efforts transversaux pourront atteindre 22 et 11 kg. suivant le sens d'application.

L'étude précédente demande évidemment à être complétée, d'une part par des mesures sur chaque essence portant sur un grand nombre d'échantillons, d'autre part par des essais sur d'autres essences qu'il serait fort intéressant de connaître. Nous nous proposons de la poursuivre. Il nous semble cependant qu'il était intéressant de rassembler les résultats précédents et de montrer le parti que l'on pouvait dès maintenant en tirer.

BIBLIOGRAPHIE

- H. CARRINGTON. — The determination of values of Young's Modulus and Poisson's Ratio by the Method of Flexures. The Moduli of Rigidity for Spruce (*Philosophical Magazine*, T. 41 p. 206. 1921, London).
- H. CARRINGTON. — Young's Modulus and Poisson's Ratio for Spruce (*Philosophical Magazine*, T. 42 1922).
- H. CARRINGTON. — The elastic constants of Spruce (*Philosophical Magazine*, T. 45 p. 1055 1923).
- J. STAMER und H. SIEGLERSCHMIDT. — Elastische Formänderungen der Hölzer (Z. VDI 77, 1933, Berlin).
- R. SCHLÜTER. — Elastische Messungen an Fichtenholz (*Sammlung Vieweg*, H. 107, Berlin).
- F. CRESTIN et J. CAMPREDON. — Essai de détermination des propriétés élastiques d'un matériau anisotrope, le bois (*Génie Civil*, n° 2722, 13 octobre 1934, Paris).
- J. STAMER. — Elastizität untersuchungen an Hölzern (*Ingenieur Archiv*, H. I, février 1935, I. Springer-Berlin).
- H. HÖRIG. — Anwendung der Elastizitätstheorie anisotroper Körper auf Messungen an Hölz. (Ing. Archiv. H. I, février 1935 - Berlin - I. Springer)
-

CONTRIBUTION TO THE STUDY OF THE ELASTIC PROPERTIES OF TIMBERS

The study of the elastic properties of timbers which rest on the mathematical theory of the elasticity, finally aims the determination of such a number of important quantities :

1° The coefficient of longitudinal elasticity E_1 either in the direction of the axis of the stem, either in a perpendicular direction, radial E_2 or tangential E_3 ;

2° The coefficients of POISSON, six in number, σ_{ij} .

3° The coefficient of transversal elasticity G_1, G_2, G_3 .

These different coefficients are deduced from tests of tension, compression, cleavage or torsion.

Their determination has been done in several countries specially in England by CARRINGTON; in Germany by STAMER and SIEGLERSCHMIDT and SCHLUTER; in France also test have been carried out in the laboratory of the Ecole Nationale des Eaux et Forêts at Nancy.

After summing up the basis of the theory and exposing the researches of the different experimenters, the author give in his study a comparative table of the whole obtained results. From there he deducts the general characteristics of the different timbers, about their elasticity. It is shown that the axial direction — wood fibre direction — is, as to this property, a quite privileged direction whichever the timber may be. That proves the anisotropy of the timber in the mechanical point of view.

With the help of these results, the properties of the timber, about the resistance to tension, compression, and cleavage in the three principal directions of strength are studied. Lastly practical conclusions are drawn according to the use of timbers and their physical and mechanical properties.

So the author is brought to distinguish three principal classes of timber :

- 1° The very anisotropic timbers; like spruce, firs;
- 2° The timbers of average anisotropy like pines, Douglas fir, birch;
- 3° The slightly anisotropic timbers like ash, maple, beech, oak.

(Trad. G. RABUILLE.)

BEITRAG ZUM STUDIUM ÜBER DIE ELASTIZITÄT (FEDERKRAFT) DES HOLZES

KURZE ZUSAMMENFASSUNG

Das Studium über die Elastizitätseigenschaften der verschiedenen Holzarten, das sich auf die mathematische Theorie der Elastizität stützt, hat letzten Endes den Zweck, eine gewisse Zahl wichtiger Grössen zu bestimmen :

1) Die longitudinalen Elastizitätskoeffizienten E , im Sinne der Achse des Baumes E_1 , oder in senkrechter Richtung E_2 , oder in tangentieller Richtung E_3 .

2) Die Koeffizienten von POISSON, deren es sechs gibt σ_{ij} .

3) Die transversalen Elastizitätskoeffizienten G_1, G_2, G_3 .

Diese verschiedenen Koeffizienten werden aus Versuchen über die Zug-, Druck-, Biegungs- und Torsionskraft abgeleitet. Zu ihrer Bestimmung wurde in verschiedenen Ländern geschritten, hauptsächlich in England, durch CARRINGTON, in Deutschland durch STAMER und SIEGLERSCHMIDT und SCHLUTER; in Frankreich haben gleichfalls Versuche in dem Laboratorium der staatlichen Forsthochschule zu Nancy stattgefunden.

Der kurzen Zusammenfassung der wichtigsten Grundsätze der Theorie und der verschiedenen, angestellten Untersuchungen folgt eine vergleichende Zusammenstellung der erzielten Resultate. Hieraus werden sodann die allgemeinen Fähigkeiten der Holzarten hinsichtlich ihrer Elastizität gefolgert. Es lässt sich dabei beweisen, dass die Richtung im Sinne der Faserrichtungen die am meisten bevorzugte ist, bei der einen, wie bei der anderen Holzart. Dies erklärt die Anisotropie des Holzes in mechanischer Hinsicht.

Auf letztere Resultate gestützt sind die Widerstandsfähigkeiten des Holzes bei Zug-, Druck- und Biegunskraft; nach den drei hauptsächlichsten Krafrichtungen, untersucht worden. Die hieraus sich ergebenden praktischen Schlussfolgerungen über die Benutzung der Hölzer und ihrer physischen und mechanischen Eigenschaften erlauben letztere in drei Hauptklassen einzuteilen :

- a) Stark anisotrop : Fichte, Tanne.
- b) Mittelmässig anisotrop : Kiefer, Douglas, Birke.
- c) Schwach anisotrop : Esche, Ahorn, Buche, Eiche.

(Trad. G. MULLER)
